KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

ĐỀ THI THỬ SỐ 1

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1 : Cho hai biểu thức:

$A=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}-\dfrac{4\sqrt{x}+2}{x\sqrt{x}-2x+\sqrt{x}-2}\left(x\ge 0;x\ne 4\right)$

1 Tính giá trị biểu thức A khi $x=1$.

2 Cho $P=A+B$. Chứng minh rằng: $P=\dfrac{3\sqrt{x}}{x+1}$.

3 Tìm điều kiện của m để phương trình $P=m$ có nghiệm.

Bài 2 :

1 Giải bài toán bằng cách lập phương trình.
Quãng đường AB dài 60 km. Một người đi xe máy từ A đến B, sau đó đi từ B về A với vận tốc nhanh hơn lúc đi là 5 km/h. Vì vậy thời gian về hết ít hơn thời gian đi là 24 phút. Tính vận tốc lúc về của người đi xe máy đó?

2 Một bồn nước hình trụ có đường kính đáy là 1,2 m và có chiều cao là 1,5 m. Tính thể tích của bồn chứa nước đó? (Kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

Bài 3 :

1) Giải hệ phương trình .

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}+\sqrt{y-2}=4\\ \dfrac{11}{x+1}-3\sqrt{y-2}=2\end{cases}$$

2 Cho phương trình ẩn $x: x^2-\left(m-3\right)x-m+2=0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m=5$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2=8$.

Bài 4 : Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trường tròn (O). Các đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt đường tròn (O) thứ tự tại M và N. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của E trên AB và BC. Chứng minh :

1 Các tứ giác $BHEK, BFEC$ là các tứ giác nội tiếp

2 $BH \cdot BA = BK.BC$ và $OA \perp MN$

3 HK đi qua trung điểm của EF

Bài 5 : Cho $a,b,c > 0$ thỏa mãn $\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+\frac{1}{1+c}=2$. Chứng minh $abc \le \frac{1}{8}$

……..Hết…….

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 :

1 Thay $x = 1$ vào biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ ta được:

$$A = \frac{2}{\sqrt{1}-2} = \frac{2}{-1} = -2$$

Vậy với $x = 1$ thì giá trị của biểu thức $A = -2$.

2. Ta có: $P = A + B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{x+1} - \frac{4\sqrt{x}+2}{x\sqrt{x}-2x+\sqrt{x}-2}$ Điều kiện: $x \geq 0; x \neq 4$.

$$P = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{x+1} - \frac{4\sqrt{x}+2}{(x+1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$P = \frac{2(x+1)}{(\sqrt{x}-2)(x+1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(x+1)} - \frac{4\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(x+1)}P$$

$$= \frac{2(x+1)}{(\sqrt{x}-2)(x+1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(x+1)} - \frac{4\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(x+1)}$$

$$P = \frac{2x+2+x-2\sqrt{x}-4\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x+1)}$$

$$P = \frac{3x-6\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x+1)}$$

$$P = \frac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)(x+1)} = \frac{3\sqrt{x}}{x+1}$$

Vậy với $x \geq 0; x \neq 4$ thì biểu thức $P = \frac{3\sqrt{x}}{x+1}$.

3.Ta có: $P = m$ Điều kiện: $x \geq 0; x \neq 4$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{x}}{x+1} = m$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{x} = m\left(x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow m \cdot x 3\sqrt{x} + m = 0$$

Xét $m=0$, ta có: $-3\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0(TM)$

Xét $m\neq 0$.Đặt $\sqrt{x}=t$ (vì $x\geq 0;x\neq 4$ nên $t\geq 0;t\neq 2$)

Ta có phương trình: $m\cdot t^2-3t+m=0(*)$

Để x thỏa mãn phương tình đã cho thì phương trình (*) phải có ít nhất một nghiệm $t\geq 0;t\neq 2$.

Ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases}a.c\leq 0\\ m.2^2-3.2+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2\leq 0\\ 5m-6\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0\\ m\neq\dfrac{6}{5}\end{cases}\Leftrightarrow m=0(KTM)$

Trường hợp 2: $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ t_1+t_2>0\\ t_1\cdot t_2\geq 0\\ m\cdot 2^2-3.2+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9-4m^2\neq 0\\ \dfrac{3}{m}>0\\ 1\geq 0\\ 5m-6\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-3}{2}\leq m\leq\dfrac{3}{2}\\ m>0\\ m\neq\dfrac{6}{5}\end{cases}\Leftrightarrow$

$\begin{cases}0<m\leq\dfrac{3}{2}\\ m\neq\dfrac{6}{5}\end{cases}$

Vậy với $0\leq m\leq\dfrac{3}{2}$ và $m\neq\dfrac{6}{5}$ thì phương trình $P=m$ có nghiệm.

Bài 2 :

Đổi 24 phút $=\dfrac{2}{5}$ giờ.

Gọi vận tốc lúc về của người đi xe máy đó là $x(\text{ km/h};x>5)$

Vận tốc lúc đi của người đó là $x-5(\text{ km/h})$.

Thời gian lúc người đó đi là $\dfrac{60}{x-5}$ (giờ)

Thời gian lúc người đó về là $\dfrac{60}{x}$ (giờ)

Vì thời gian lúc về hết ít hơn thời gian lúc đi là $\dfrac{2}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$\dfrac{60}{x-5}-\dfrac{60}{x}=\dfrac{2}{5}$

$\Leftrightarrow\dfrac{60.5\cdot x}{5x(x-5)}-\dfrac{60.5(x-5)}{5x(x-5)}=\dfrac{2x(x-5)}{5x(x-5)}$

$\Rightarrow 300x-300x+1500-2x^2+10x=0$

$\Leftrightarrow 2x^2-10x-1500=0$

$\Leftrightarrow 2x^2-60x+50x-1500=0$

$\Leftrightarrow (x-30)(2x+50)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-30=0 \\ 2x+25=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=30 \text{ (TMDK)} \\ x=-25 \quad \text{(loai)} \end{array}\right.$

Vậy vận tốc lúc về của xe máy là 30 km / h .

2. Một bồn nước hình trụ có đường kính đáy là $1,2$ m và có chiều cao là $1,5$ m . Tính thể tích của bồn chứa nước đó? (Kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

Diện tích đáy của bồn nước đó là:

$$S=\pi r^2=\pi\cdot\left(\frac{1,2}{2}\right)^2\approx 1,13\left(\text{ m}^2\right)$$

Thể tích của bồn nước đó là:

$$V=S.h=1,13.1,5\approx 1,70(\text{ m}^3)$$

Vậy thể tích của bồn nước đó là $1,7$ m^3

Bài 3 :

1 Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x+1}+\sqrt{y-2}=4 \\ \dfrac{11}{x+1}-3\sqrt{y-2}=2 \end{cases}$

ĐKXĐ: $x\neq -1; y\geq 2$

Hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{x+1}+3\sqrt{y-2}=12 \\ \dfrac{11}{x+1}-3\sqrt{y-2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{14}{x+1}=14 \\ \dfrac{1}{x+1}+\sqrt{y-2}=4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x=0 \\ \sqrt{y-2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=11 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Kết luận: Hệ đã cho có nghiệm duy nhất: $(x;y)=(0;11)$

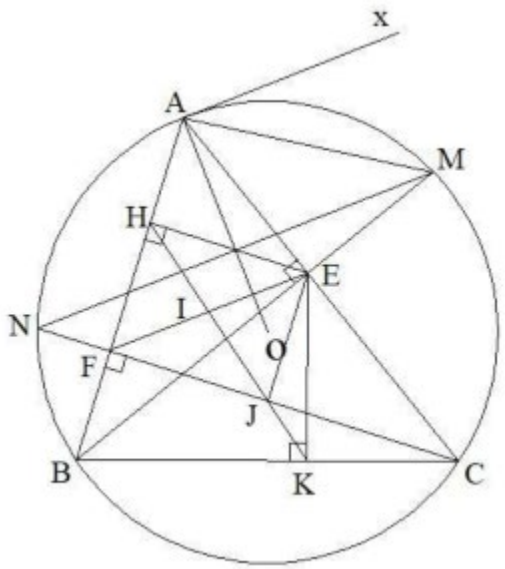
2 Ta có phương trình: $x^2-(m-3)x-m+2=0$ (I)

a) Khi $m=5$ ta có: $x^2-2x-3=0\Leftrightarrow (x+1)(x-3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Kết luận: với $m=5$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1=-1; x_2=3$

b) Xét phương trình: $x^2-(m-3)x-m+2=0$ (1)
Trong đó: $a=1; b=-(m-3); c=-m+2 \Rightarrow a-b+c=1+m-3-m+2=0$
Vì phương trình (1) có $a-b+c=0$ nên phương trình có hai nghiệm, một nghiệm bằng -1 và
một nghiệm bằng $m-2$
Theo đề bài có: $x_1^2+x_2=8$
TH1: $x_1=-1; x_2=m-2$ ta có: $(-1)^2+m-2=8 \Leftrightarrow m=9$
TH2: $x_1=m-2; x_2=-1$ ta có: $(m-2)^2+(-1)=8 \Leftrightarrow (m-2)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-2=3 \\ m-2=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=-1 \end{array}\right.$
Kết luận: Các giá trị m thỏa mãn bài là $m \in \{9;5;-1\}$.

Bài 4 :



a)Xét tứ giác BHEK có :

$$\widehat{BHE}=90^\circ (EH \perp AB)$$
$$\widehat{BKE}=90^\circ (EK \perp BC)$$
$$\Rightarrow \widehat{BHE}+\widehat{BKE}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nhau
$\Rightarrow$ Tứ giác $BHEK$ nội tiếp đường tròn
Xét tứ giác $BFEC$ có :

$$\widehat{BFC}=\widehat{BEC}=90^\circ$$

$=>$ 2 đỉnh kề F, E cùng nhìn cạnh BC dưới một góc bằng nhau
=> Tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn
b) $BE^2 = BH \cdot BA$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông $\Delta\, BEA$)
$BE^2 = BK \cdot BC$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông $\Delta\, BEC$)
$\Rightarrow BH.BA = BK.BC$
Kẻ Ax là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow OA \perp Ax$
Ta có : Tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn

$$\Rightarrow \widehat{FBM} = \widehat{FCA}$$

Mà $\widehat{FBM} = \widehat{xAM}, \widehat{FCA} = \widehat{AMN} = \widehat{xAM} = \widehat{AMN} \Rightarrow > Ax//MN \Rightarrow OA \perp MN$
c) Gọi I là trung điểm của EF, J là hình chiếu của E lên cạnh FC
Ta có :
Tứ giác $EHFJ$ là hình chữ nhật nên nội tiếp đường tròn và HJ đi qua trung điểm của EF
$\Rightarrow \widehat{HFE} = \widehat{HJE}$ mà $\widehat{HFE} = \widehat{ECB} = \widehat{HJE} = \widehat{ECB}$
Mặt khác :
Chứng minh được tứ giác $EJKC$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{ECB} + \widehat{EJK} = 180° \Rightarrow \widehat{HJE} + \widehat{EJK} = 180°$
Suy ra, 3 điểm H, J, K thẳng hàng
Suy ra HK đi qua trung điểm của EF

Bài 5 :

Biến đổi giả thiết về dạng sao cho xuất hiện biến a, b, c trên tử số. Áp dụng B.Đ.T Cosi ,
ta có: $\frac{1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+b} + 1 - \frac{1}{1+c} = \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \geq 2\sqrt{\frac{b}{1+b} \cdot \frac{c}{1+c}}$

$\frac{1}{1+b} = 1 - \frac{1}{1+a} + 1 - \frac{1}{1+c} = \frac{a}{1+a} + \frac{c}{1+c} \geq 2\sqrt{\frac{a}{1+a} \cdot \frac{c}{1+c}}$

$\frac{1}{1+c} = 1 - \frac{1}{1+a} + 1 - \frac{1}{1+b} = \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} \geq 2\sqrt{\frac{a}{1+a} \cdot \frac{b}{1+b}}$

Nhân vế với vế ta thu được tích abc :

$$\frac{1}{1+a} \cdot \frac{1}{1+b} \cdot \frac{1}{1+c} \geq 8\sqrt{\left(\frac{a}{1+a} \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{c}{1+c}\right)^2} = 8 \cdot \frac{a}{1+a} \cdot \frac{b}{1+b} \cdot \frac{c}{1+c}$$

Bỏ mẫu ta giải quyết xong bài toán: $abc \leq \frac{1}{8}$
Dấu bằng xảy ra khi $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b} = \frac{c}{1+c} \Leftrightarrow \frac{1}{1+a} = \frac{1}{1+b} = \frac{1}{1+c} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{2}$

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

ĐỀ THI THỬ SỐ 2

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0, x\neq 4$.

1 Tính giá trị của A khi $x=9$.

2 Rút gọn biểu thức B.

3 Cho $P=\frac{B}{A}$. Tìm x để $|P|+P=0$.

Bài II. (2,5 điểm)

1 Giải bài toán bằng cách lập phurong trình hoacc hệ phurong trình:
Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 34 m. Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và tăng chiều rộng thêm 3 m thì diện tích tăng thêm 50 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

2 Một thuyền đánh cá chuẩn bị 10 thùng dầu để ra khơi, mỗi thùng là một hình trụ có đường kính đáy là 0,6 m, chiều cao là 1,5 m. Hỏi thuyền đó đã chuẩn bị bao nhiêu lít dầu? (Bỏ qua độ dày của vỏ thủng, lấy $\pi\approx 3{,}14$)

Bài III. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=(2m-1)x-m^2+2$(m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi $m=2$.

b) Tìm các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1-3x_2=7$

Bài IV. (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ và dây BC cố định không qua O. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A khác B. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là tiếp điểm).

1 Chứng minh bốn điểm A, M, O, N cùng thuộc một đường tròn.

2 MN cắt OA tại H. Chứng minh $OA\perp MN$ và $AH\cdot AO=AB\cdot AC$.

3 Chứng minh khi A thay đổi trên tia đối của tia BC, đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V. (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 6$

Chứng minh bất đẳng thức sau: $\frac{a^3}{a^2+b^2}+\frac{b^3}{b^2+c^2}+\frac{c^3}{c^2+b^2}\geq 3$

……..HẾT……

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 :

1 Tính giá trị của A khi $x = 9$.

Thay $x = 9$(tmdk) vào A, ta được:

$$A = \frac{2\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}} = \frac{2.3+1}{3} = \frac{7}{3}$$

Vậy $A = \frac{7}{3}$ khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

$$B = \frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{x-3\sqrt{x}+4-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$.

3) Cho $P = \frac{B}{A}$. Tìm x để $|P| + P = 0$.

Ta có: $P = \frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} : \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1}$

Để $|P| + P = 0 \Leftrightarrow |P| = -P \Leftrightarrow P \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} \leq 0$

Vì $2\sqrt{x} + 1 > 0 \forall x$ tmdk, do đó:

$$\sqrt{x} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 4$$

Kết hợp điều kiện: $x > 0, x \neq 4$
Vậy $0 < x < 4$ để $|P| + P = 0$.

Bài 2 :

Nửa chu vi của hình chữ nhật là: $34 : 2 = 17(\text{ m})$
Gọi chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật là: $x (0 < x < 17; \text{ m})$
thì chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là: $17 - x(\text{ m})$
và diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật sẽ là: $x.(17 - x)(\text{m}^2)$
chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật sau khi thêm 2 m là: $x + 2(\text{ m})$
thì chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật sau khi thêm 3 m là: $17 - x + 3 = 20 - x(\text{ m})$
và diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật sau khi thêm sẽ là: $(x + 2).(20 - x)(\text{m}^2)$
Theo đề bài, sau khi tăng chiều rộng thêm 2 m và chiều dài thêm 3 m thì diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật tăng thêm 50 m^2, nên ta có phương trình:
$(x + 2) \cdot (20 - x) - x \cdot (17 - x) = 50$
$\Leftrightarrow -x^2 - 2x + 20x + 40 - 17x + x^2 = 50$
$\Leftrightarrow x = 50 - 40$
$\Leftrightarrow x = 10(\text{TM})$
Vậy chiều dải của mảnh vườn hình chữ nhật là: $10(\text{ m})$ và chiều rộng của mảnh vườn là $7(\text{ m})$
2) Một thuyền đánh cá chuẩn bị 10 thùng dầu để ra khơi, mỗi thủng là một hình trụ có đường kính đáy là 0,6 m, chiều cao là 1,5 m. Hỏi thuyên đó đã chuẩn bị bao nhiêu lít dầu? (Bỏ qua độ dày của vỏ thùng, lấy $\pi \approx 3{,}14$)
Đường kính đáy của một thùng dầu hình trụ là: $0{,}6 : 2 = 0{,}3(\text{ m})$
Diện tích đáy của một thùng dầu hình trụ là:

$$S_1 = \pi r^2 \approx 3{,}14.0{,}3^2 \approx 0{,}2826(\text{ m}^2)$$

Thể tích của 10 thùng dầu hình trụ là:

$$V = S_1.h.\ 10 = 0{,}2826 \cdot 1{,}5 \cdot 10 = 4{,}239(\text{ m}^3) \approx 4239(\text{dm}^3) \approx 4239 \text{ (l)}$$

Vậy thuyền đó đã chuẩn bị 4239 lít dầu.

Bài 3 :

a) Khi $m = 2$, phương trình đường thẳng (d) trở thành $(d): y = 3x - 2$
Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) : $x^2 = 3x - 2(1)$
Số giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) chính là số nghiệm của phương trình

(1)
Ta có $x^2 = 3x - 2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 1 \\ x = 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y = 1 \\ y = 4 \end{bmatrix}$$

Vậy khi $m = 2, (d)$ cắt (P) tại 2 điểm $A(1,1)$ và $B(2,4)$
b) Xét pthđgđ $x^2 = (2m-1)x - m^2 + 2$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2 = 0 \ (2)$$

Số giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) chính là số nghiệm của phương trình (2)
Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (2m-1)^2 - 4(m^2-2) > 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m$$
$$\Leftrightarrow -4m + 9$$
$$\Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$$

Áp dụng định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 2 \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 - 3x_2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ 4x_2 = 2m - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_2 = \frac{1}{2}m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{2}m + 1 \\ x_2 = \frac{1}{2}m - 2 \end{cases}$

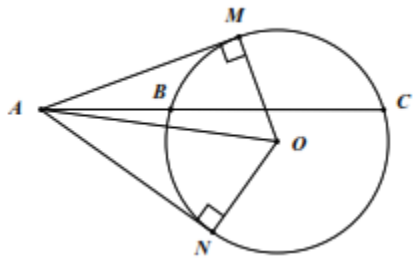
Khi đó $m^2 - 2 = x_1 x_2 = \left(\frac{1}{2}m - 2\right)\left(\frac{3}{2}m + 1\right)$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2 = \frac{3}{4}m^2 - \frac{5}{2}m - 2$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}m^2 + \frac{5}{2}m = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}m(m+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} m = 0 \\ m = -10 \end{bmatrix} (TMDK)$$

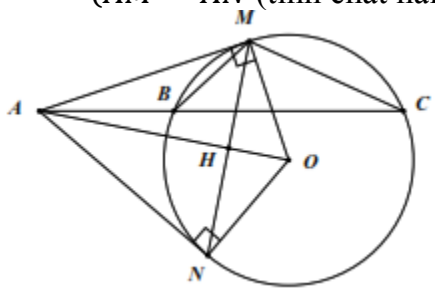
Vậy $m \in \{-10; 0\}$ thỏa mãn để bài

Bài 4 :



1 Chứng minh bốn điểm A, M, O, N cùng thuộc một đường tròn.
Ta có:
AM là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R) \Rightarrow AM \perp OM \Rightarrow \widehat{AMO} = 90°$
AN là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R) \Rightarrow AN \perp ON \Rightarrow \widehat{ANO} = 90°$
Do đó $\widehat{AMO} + \widehat{ANO} = 180°$, mà hai góc ở vị trí đối nhau trong tứ giác $AMON$
$\Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp hay điểm A, M, O, N cùng thuộc một đường tròn.

2 MN cắt OA tại H. Chứng minh $OA \perp MN$ và $AH.AO = AB \cdot AC$.
Ta có: $\begin{cases} OM = ON = R \\ AM = AN \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)} \end{cases}$



$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của $MN \Rightarrow AO \perp MN$
Tam giác ΔAMO vuông tại M, có đường cao MH.
Àp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $AM^2 = AH \cdot AO$
(1)
Xét ΔABM và ΔAMC có: $\hat{A}$ chung; $\widehat{AMB} = \widehat{MCA}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung)
Do đó: $\Delta ABM \sim \Delta AMC$(g − g) $\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AM^2$
Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \cdot AO = AB \cdot AC$

3 Chứng minh khi A thay đổi trên tia đối của tia BC, đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow OI \perp BC$ (liên hệ giữa đường kính và dây)
Gọi K là giao điểm của MN và OI.
Xét hai tam giác vuông ΔAIO và ΔKHO có $\hat{O}$ chung $\Rightarrow \Delta AIO \sim \Delta KHO$(g − g) $\Rightarrow$
$\frac{OA}{OK} = \frac{OI}{OH} \Rightarrow OK.OI = OA.OH$
Xét: ΔAMO vuông tại M, có đường cao AH
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $OA \cdot OH = OM^2 = R^2$
Do đó: $OK.OI = R^2 \Rightarrow OK = \frac{R^2}{OI}$
Mà: BC, O, I cố định nên OI không đổi $\Rightarrow K$ cố định.
Vậy MN luôn đi qua điểm K cố định.

Bài V (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 6$

Chứng minh bất đẳng thức sau: $\frac{a^3}{a^2+b^2} + \frac{b^3}{b^2+c^2} + \frac{c^3}{c^2+b^2} \geq 3$

Hướng dẫn

Xét $\frac{a^3}{a^2+b^2} = a - \frac{ab^2}{a^2+b^2} \geq a - \frac{ab^2}{2ab} = a - \frac{b}{2}$.

Tương tự, ta suy ra

$\frac{b^3}{b^2+c^2} \geq b - \frac{c}{2}$ và $\frac{c^3}{c^2+a^2} \geq c - \frac{a}{2}$.

Cộng vế với vế 3 bất đẳng thức trên, suy ra:

$\frac{a^3}{a^2+b^2} + \frac{b^3}{b^2+c^2} + \frac{c^3}{c^2+b^2} \geq \frac{a+b+c}{2} = 3$ (đpcm)

Dấu " = " xảy ra khi $a = b = c = 2$.

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

ĐỀ THI THỬ SỐ 3

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài I (2 điểm).

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$ và $x\neq 4$

1 Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2 Rút gọn biểu thức B.

3 Chứng minh: $\dfrac{A}{B}>-1$, với $x>0$ và $x\neq 4$.

Bài II $(2,5$ **điểm).**

1 Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 3 m. Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và giảm chiều rộng 1 m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của mảnh đất.

2 Một hình trụ có đường kính đáy là $1,2$ m và chiều cao là $1,8$ m. Tính thể tích hình trụ đó(kết quả làm tròn đến sồ thập phân thứ nhất, lấy $\pi\approx 3,14$).

Bài III $(1,5$ **điểm).**

Cho phương trình $x^2-2x+m-3=0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình khi $m=-5$

b) Tìm m đề phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1=3x_2$.

Bài IV (1,5 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O,R). Các đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AG. Gọi I là trung điểm BC.

a) Chứng minh 4 điểm B,C,E,F cùng nằm trên 1 đường tròn.

b) Chứng minh $DH\cdot DA=DB\cdot DC$ và tứ giác $BHCG$ là hình bình hành.

c) Cho BC cố định, điểm A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Tìm vị trí của A để diện tích $\triangle AEH$ lớn nhất.

Bài V (1,5 điểm). Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+b}$.

……..HẾT……..

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 :

1 Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được:

$A = \dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2} = \dfrac{3}{5}$

Vậy với $x = 9$ thì $A = \frac{3}{5}$

b) Với $x > 0$ và $x \neq 4$ có:

$B = \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$

$B = \dfrac{x+\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$B = \dfrac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$B = \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$

c) Với $x > 0$ và $x \neq 4$:

$\dfrac{A}{B} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} : \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \cdot \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

Xét hiệu: $\frac{A}{B} - (-1) = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} + 1 = \frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

Với $x > 0; x \neq 4$ thì $2\sqrt{x} > 0; \sqrt{x}+2 > 0$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} - (-1) > 0 \Leftrightarrow \frac{A}{B} > -1$$

Vậy $\frac{A}{B} > -1$ với $x > 0$ và $x \neq 4$

Bài 2 :

1 Gọi chiều dài ban đầu của mảnh đất là x(m), chiều rộng ban đầu là y(m). (x > y > 0)

Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng 3 m nên ta có phương trình: $x - y = 3(1)$

Chiều dài mảnh đất sau khi thay đổi kích thước là : $x+2(\text{ m})$
Chiều rộng mảnh đất sau khi thay đổi kích thước là: $y-1(\text{m})$
Vì diện tích mảnh đất không thay đổi nên ta có phương trình: $(x+2)(y-1)=xy$

$$\Leftrightarrow -x+2y=2\ (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases}x-y=3\\-x+2y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=3\\y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=8\\y=5\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)
Vậy chiều dài ban đầu của mảnh đất là : 8 m
Chiều rộng ban đầu của mảnh đất là : 5 m

2) Bán kính hình trụ là $r=\frac{1,2}{2}=0,6(\text{ m})$
Thể tích hình trụ là : $V=\pi r^2h\approx 3,14\cdot(0,6)^2\cdot 1,8\approx 2,0(\text{ m}^3)$

Bài 3 :

a) Thay $m=-5$ vào phương trình ta có:

$$\begin{aligned}&x^2-2x-8=0\\&\Leftrightarrow x^2-4x+2x-8=0\\&\Leftrightarrow (x-4)(x+2)=0\\&\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-2\end{array}\right.\end{aligned}$$

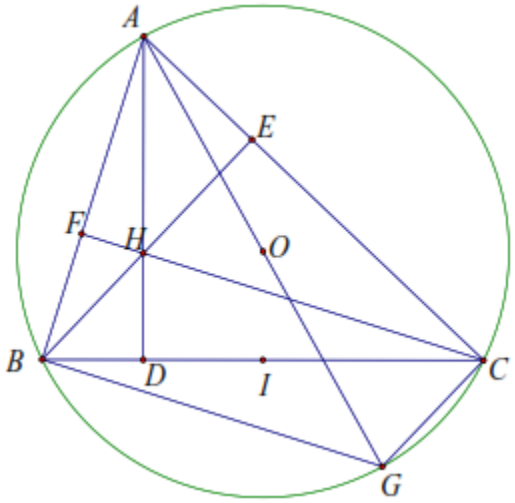
Vậy $x=4;x=-2$ khi $m=-5$
b) phương trình $x^2-2x+m-3=0$ có $\Delta'=1-m+3=4-m$
phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow m<4$
Theo Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1,x_2=m-3\end{cases}$

Theo bài ra $x_1=3x_2$ nên ta có hệ: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1=3x_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=\frac{3}{2}\\x_2=\frac{1}{2}\end{cases}$

Suy ra $m=\frac{3}{4}+3=\frac{15}{4}(\text{tm})$

Vậy $m=\frac{15}{4}$ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1=3x_2$.

Bài 4 :



a) BE, CF là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90°$
Xét tứ giác $BCEF$ có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90°$
$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp (dhnb)
b) Xét tứ giác $ABDE$ có $\widehat{BEA} = \widehat{BDA} = 90°$
$\Rightarrow ABDE$ là tứ giác nội tiếp (dhnb) $\Rightarrow \widehat{HBD} = \widehat{DAC}$
Xét ΔADC và ΔBDH

$$\begin{cases} \widehat{ADC} = \widehat{BDH} = 90° \\ \widehat{DAC} = \widehat{DBH} \end{cases} \Rightarrow \Delta ADC \sim \Delta BD$$
$$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DH} \Rightarrow DH \cdot DA = DB \cdot DC$$

B nằm trên đường tròn đường kính $AG \Rightarrow \Rightarrow AB \perp BG$ mà $AB \perp CH \Rightarrow BG \parallel CH$ (từ vuông góc đến song song)
C nằm trên đường tròn đường kính $AG \Rightarrow \widehat{ACG} = 90° \Rightarrow AC \perp CG$
mà $AC \perp BH$
$\Rightarrow CG \parallel BH$ (tử vuông góc đến song song)
Xét tứ giác $BHCG$ có $\begin{cases} BH \parallel CG \\ CH \parallel BG \end{cases} \Rightarrow BHCG$ là hình bình hành (dhnb)
c) $BHCG$ là hình bình hành và I là trung điểm $BC \Rightarrow I$ là trung điểm HG
Xét ΔAHG có I là trung điểm HG và O là trung điểm AG
$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của ΔAHG
$\Rightarrow AH = 2OI$
Do BC cố định $\Rightarrow I$ cố định $\Rightarrow AH$ cố định
Ta có $S_{\Delta EEH} = \frac{1}{2} AE \cdot EH \leq \frac{1}{4}(AE^2 + EH^2) = \frac{1}{4} AH^2$

Dấu '=' xảy ra $\Leftrightarrow AE = EH \Rightarrow \widehat{HAE} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 45^\circ$ (do ΔACD vuông ở D)
Vậy diện tích ΔAEH lớn nhất khi điểm A nằm trên cung lớn BC sao cho $\widehat{ACB} = 45^\circ$

Bài 5 :

Với mọi số thực dương x, y ta có: $(x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow \dfrac{1}{(x+y)^2} \leq \dfrac{1}{4xy} \Leftrightarrow \dfrac{4}{x+y} \leq \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$. Áp dụng vào: $4A = \dfrac{4}{a+b}+\dfrac{4}{b+c}+\dfrac{4}{c+b} \leq \left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)+\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)+\left(\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a}\right) = 2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right) = 6$.

Suy ra: $A \leq \dfrac{3}{2}$; dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Vậy $\max A = \dfrac{3}{2}$, khi $a = b = c = 1$.

……HẾT……

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

ĐỀ THI THỬ SỐ 4

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1 (2,0 điểm): Cho các biểu thức: $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2}{x-1}-1$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1 Tính giá trị biểu thức P với $x = 4$

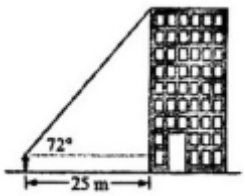
2 Rút gọn biểu thức Q

3 Tìm các giá trị của x thỏa mãn $\dfrac{1}{Q}+P \leq 4$

Bài 2. (2,0 điểm)

1 Giải bài toán bằng lạp hệ phurong trình hoạc phurơng trình.
Quãng đường AB dài 160 km. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ A để đi đến B. Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10 km/h nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai là 48 phút. Tính vận tốc của xe thứ hai.

2 An đứng trên mặt đất cách chân tòa nhà 25 mét. An ngước nhìn lên đỉnh tòa nhà, tia nhìn tạo với mặt đất góc 72°. Tính chiều cao củu tòa nhà biết vị trí mắt của An cách mặt đất là 1 mét. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 3 (2,5 diểm)

1 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - 1$, với m là tham số $(m \neq 0)$
a) Khi $m = 3$, tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P)
b) Tìm tất cả các giá trị khác 0 của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn

$$x_2(x_1^2+1)=3.$$

Bài 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) với đường kính BC. Gọi A là điểm chính giữa của cung BC. Lấy M là điểm thuộc đoạn $BO(M$ khác B. và $O)$. Kẻ ME vuông góc với AB tại E và MF vuông góc với AC tại F.

1 Chứng minh rằng năm điểm A, E, F, O và M cùng nằm trên một đường tròn.

2 Gọi D là điểm đối xứng với M qua EF; Chứng minh rằng tứ giác $DAFE$ là hình thang cân.

3 Đường thẳng vuông góc với OD tại D cắt BC ở K. Chứng minh rằng E, F, K thẳng hàng.

Bài 5. (0, 5 điểm) Cho a, b, c là các số thực không âm, thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{a^2+a}+\sqrt{b^2+b}+\sqrt{c^2+c}$.

……HẾT……

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 :

1 Ta có: $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ ĐK : $x\ge 0; x\ne 1$

Thay $x=4$ (thỏa mãn) vào biểu thức P ta có: $P=\dfrac{1}{\sqrt{4}-1}=\dfrac{1}{2-1}=1$

Kết luận: Với $x=4$ thì giá trị biểu thức P là 1

2 Ta có: $Q=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2}{x-1}-1$ ĐKXĐ : $x\ge 0; x\ne 1$

$$Q=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}-1$$

$$Q=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-2-(x-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$Q=\frac{x+\sqrt{x}-2-x+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

Kết luận: $Q=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$

3) Ta có: $\dfrac{1}{Q}+P\le 4\Rightarrow \sqrt{x}+1+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-4\le 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1+1-4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1}\le 0 \text{ mà } (\sqrt{x}-2)^2\ge 0\forall x$$

Do vậy $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow x=4\\ \sqrt{x}-1<0\Leftrightarrow x<1\end{array}\right.$.

Kết hợp đkxđ:ta được $0\le x<1$ hoặc $x=4$

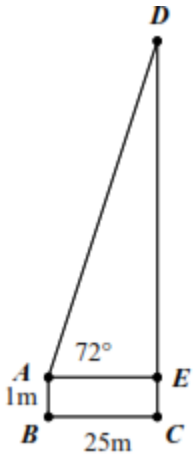
Kết luận: với $0\le x<1$ hoặc $x=4$ thì thỏa mãn đề bài.

Bài 2 :

1 Gọi vận tốc của xe thứ hai là $x(\text{ km/h})(x>0)$.
Ta có vận tốc của xe thứ nhất là $x+10(\text{ km/h})$.
Thời gian xe thứ nhất đi là: $\frac{160}{x+10}$ (h).
Thời gian xe thứ hai đi là: $\frac{160}{x}(\text{ h})$.
Vì xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai là 48 phút bằng $\frac{4}{5}$ (h) nên ta có phương trình:

$$\frac{160}{x}=\frac{160}{x+10}+\frac{4}{5}$$
$$\Rightarrow 160.5\cdot(x+10)=160.5\cdot x+4x(x+10)$$
$$\Leftrightarrow 800x+8000=800x+4x^2+40x \Leftrightarrow 4x^2+40x-8000=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+10x-2000=0 \Leftrightarrow (x-40)(x+50)=0$$

$\Leftrightarrow x=40$ (thỏa mãn); $x=50$ (loại).
Vậy vận tốc của xe thứ hai là 40 km/h.
2)
Gọi chiều cao của bạn An là $AB=CE=1$ m; Khoảng cách từ chỗ bạn An đứng đến chân tòa nhà là $AE=BC=25$ m.
Trong ΔDAE vuông tại E, ta có: $DE=AE\cdot\tan\widehat{DAE}=25\cdot\tan 72°$.
Suy ra chiều cao của tào nhà là: $CD=EC+DE=1+25\cdot\tan 72°\approx 77{,}94(\text{ m})$.
Vậy chiều cao của tòa nhà xấp xỉ 77,94 mét.



Bài 3 :

1 $\begin{cases} 2\sqrt{x}+\dfrac{3}{y-1}=5 \\ 4\sqrt{x}-\dfrac{1}{y-1}=3 \end{cases} (x\ge 0; y\ne 1)$

Đặt $\begin{cases} \sqrt{x}=a \\ \dfrac{1}{y-1}=b \end{cases} (a\ge 0)$

Khi đó hệ phương trình trở thành : $\begin{cases} 2a+3b=5 \\ 4a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+6b=10 \\ 4a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 7b=7 \\ 4a-b=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ 4a-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=1 \end{cases}$ (tmđk $a\ge 0$) $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ \dfrac{1}{y-1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

(tmđk $x\ge 0; y\ne 1$)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;2)$

2 $(P): y=x^2$

$(d): y=mx-1\ (m\ne 0)$

a) Ta thấy $m=3$ thỏa mãn điều kiện $m\ne 0$

Khi $m=3$, thì $(d): y=3x-1$

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2=3x-1$$
$$\Leftrightarrow x^2-3x+1=0$$

Phương trình có : $\Delta=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 1=9-4=5>0$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$$

Vì $\Delta>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

$$x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

Với $x_1=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow y_1=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2=\dfrac{14+6\sqrt{5}}{4}=\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}$. Ta được $\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2};\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)$.

Với $x_2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\Rightarrow y_2=\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2=\dfrac{14-6\sqrt{5}}{4}=\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}$. Ta được $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2};\dfrac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)$

Vậy khi $m=3$, thì đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};\frac{7+3\sqrt{5}}{2}\right)$ và $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2};\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)$

b) $(P): y=x^2$
$(d): y=mx-1\ (m\neq 0)$

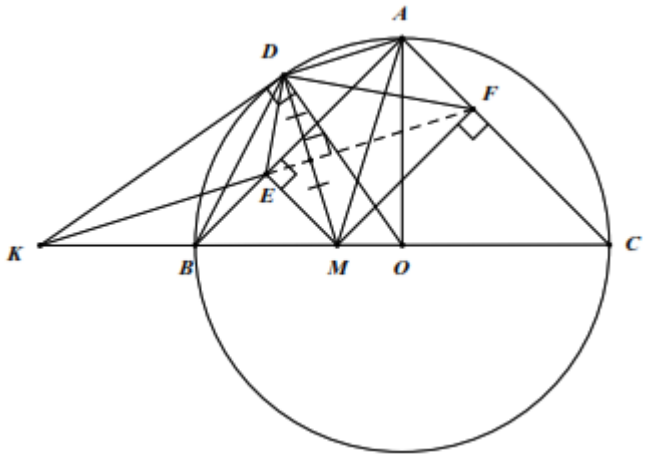
- Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2=mx-1$$
$$\Leftrightarrow\ x^2-mx+1=0(*)$$

Phương trình có : $\Delta=(-m)^2-4.1.1=m^2-4$
Để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hhai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow m^2-4>0 \Leftrightarrow m^2>4 \Leftrightarrow m<-2; m>2$
Kết hợp với điều kiện $m\neq 0$ ta được $m<-2; m>2$

- Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1\cdot x_2=1 \end{cases}$
- Vì x_1 là nghiệm của phương trình (*) nên ta có $x_1^2-mx_1+1=0$
  $\Rightarrow x_1^2=mx_1-1$
- Theo bài ra ta có : $x_2(x_1+1)=3$
  $\Leftrightarrow x_2(mx_1-1+1)=3$
  $\Leftrightarrow x_2\cdot mx_1=3$
  $\Leftrightarrow mx_1x_2=3$
  $\Leftrightarrow m\cdot 1=3$
  $\Leftrightarrow m=3$(tmđk $m<-2; m>2$)
  Vậy $m=3$

Bài 4 :



1 Chứng minh rằng năm điểm A, E, F, O và M cùng nằm trên một đường tròn.
Ta có:
ME vuông góc với AB tại E
$\Rightarrow \widehat{AEM} = 90°$.
MF vuông góc với AC tại F
$\Rightarrow \widehat{AFM} = 90°$
A là điểm chính giữa của cung BC
$\Rightarrow OA \perp BC$ tại $O \Rightarrow \widehat{AOM} = 90°$
Mà $\widehat{AEM}; \widehat{AFM}; \widehat{AOM}$ cùng nhìn đoạn $AM \Rightarrow$ các điểm A, E, F, O, M cùng nằm trên đường tròn đường kính AM.

2 Chứng minh rằng tứ giác $DAFE$ là hình thang cân.
D là điểm đối xứng với M qua $EF \Rightarrow EF$
là đường trung trực của $DM \Rightarrow \begin{cases} DF = MF \\ DE = EM \\ EF \perp DM \end{cases}$
$\widehat{EAF} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
$AEFM$ là hình chữ nhật (vì $\widehat{AEM} = \widehat{AFM} = \widehat{EAC} = 90°$) $\Rightarrow \begin{cases} AE = MF \\ EM = AF \end{cases}$
$\Delta DEF = \Delta FAE$ (c. c. c) (vì: $DF = AE = MF; DE = AF = EM; EF$ là cạnh chung) $\Rightarrow \widehat{EDF} = \widehat{EAF} = 90° \Rightarrow ADEF$ là tứ giác nội tiếp.
Mà $A; E; F$ cùng nằm trên đường tròn đường kính $AM \Rightarrow D$ thuộc trên đường tròn đường kính AM

$\Rightarrow \widehat{ADM} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AM) $\Rightarrow AD \perp MD$
Từ (1) và (3) $\Rightarrow AD // EF \Rightarrow DAFE$ là hình thang
Ta lại có $DF = AE \Rightarrow DAFE$ là hình thang cân
3) Chứng minh rằng E, F, K thẳng hàng.
Ta có: ΔABO vuông cân tại $O \Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{BAO} = 45°$
Xét đường tròn đường kính AM có:

$\widehat{EDO} = \widehat{EAO} = \frac{1}{2}s\widehat{EO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung)
Do đó $\widehat{ABO} = \widehat{EDO} = 45°$
Mà $\widehat{KD} \perp OD$ tại $D \Rightarrow \widehat{KDO} = \widehat{KDE} + \widehat{EDO} = 90° \Rightarrow \widehat{KDE} = 45°$
$\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{KDE}$
Mặt khác: $\widehat{KBE} + \widehat{ABO} = 180° \Rightarrow \widehat{KBE} + \widehat{KDE} = 180° \Rightarrow BEDK$ nội tiếp
$\Rightarrow \widehat{KBD} = \widehat{KED}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung) (4)
Tứ giác $ADBC$ nội tiếp đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{KBD} = \widehat{DAC}$ (cùng bù với $\widehat{DBC}$)
Từ (4) và (5) $\Rightarrow \widehat{KED} = \widehat{DAC}$
Mà: $DAFE$ là hình thang cân $\Rightarrow \widehat{DAC} + \widehat{DEF} = 180° \Rightarrow \widehat{KED} + \widehat{DEF} = 180°$
$\Rightarrow E, F, K$ thẳng hàng.

Bài 5 :

- Tìm $P_{\min}$.
  Vì $a + b + c = 0$ và $a + b + c = 1 \Rightarrow a \geq a^2; b \geq b^2; c \geq c^2$
  $\Rightarrow P = \sqrt{a^2 + a} + \sqrt{b^2 + b} + \sqrt{c^2 + c} \geq \sqrt{a^2 + a^2} + \sqrt{b^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + c^2}$
  $= \sqrt{2a^2} + \sqrt{2b^2} + \sqrt{2c^2} = \sqrt{2}(a + b + c) = \sqrt{2}$
  $\Rightarrow P \geq \sqrt{2}$.
  Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (a, b, c) \in \{(0; 0; 1); (0; 1; 0); (1; 0; 0)\}$.
  Vậy $P_{\min} = \sqrt{2} \Leftrightarrow (a, b, c) \in \{(0; 0; 1); (0; 1; 0); (1; 0; 0)\}$.
  * Tim $P_{\max}$.
  $P = \sqrt{a^2 + a} + \sqrt{b^2 + b} + \sqrt{c^2 + c} = \sqrt{a(a + 1)} + \sqrt{b(b + 1)} + \sqrt{c(c + 1)} =$
  $2\sqrt{a \cdot \frac{a+1}{4}} + 2\sqrt{b \cdot \frac{b+1}{4}} + 2\sqrt{c \cdot \frac{c+1}{4}}$
  Theo bất đẳng thức Cô si ta có:
  $$P \leq \left(a + \frac{a + 1}{4}\right) + \left(b + \frac{b + 1}{4}\right) + \left(c + \frac{c + 1}{4}\right) = \frac{5a + 1}{4} + \frac{5b + 1}{4} + \frac{5c + 1}{4}$$
  $$= \frac{5}{4}(a + b + c) + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} = 2.$$
  Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{a+1}{4} \\ b = \frac{b+1}{4} \\ c + \frac{c+1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = a + 1 \\ 4b = b + 1 \\ 4c = c + 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$.
  Vậy $P_{\text{mux}} = 2 \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$.

……HẾT……

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

ĐỀ THI THỬ SỐ 5

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài 1(2 điểm).

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}+1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0$.

1 Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2 Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1}$.

3 Tìm tất cả các giá trị của x để $A\cdot B<\dfrac{1}{2}$.

Bài 2(2,5 diểm).

1 Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:
Tính chu vi của một mảnh đất hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng mỗi chiều của mảnh đất đó thêm 4 m thì diện tích của mảnh đất đó tăng thêm 80 m^2. Nếu giảm chiều rộng 2 m và tăng chiều dài 5 m thì diện tích mảnh đất đó không thay đổi.

2 Một dụng cụ làm bằng thủy tinh dùng để chứa dung dịch có dạng hình nón với độ dài đường sinh là 15 cm và diện tích xung quanh là $135\pi m^2$. Hãy tính thể tích của dụng cụ đó (bỏ qua bề dày của dụng cụ).

Bài 3(2 điểm).

1 Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+2}-3y=3\\5\sqrt{x+2}-2y=\frac{71}{3}\end{cases}$

2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) : $y=3x-m$ và parabol (P): $y=x^2$.
a) Với $m=-4$. Tìm tọa độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P)

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} = \sqrt{5}$

Bài 4(3 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm S cố định nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến SA và SB của đường tròn $(O; R)$(A, B là tiếp điểm). Đường thẳng bất kỳ qua S cắt đường tròn (O) tại C và D($SC < SD$ và C, O, D không thẳng hàng). Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng CD.

1 Chứng minh bốn điểm S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

2 Chứng minh $AOB = 2SEB$.

3 Tia BE cắt đường tròn (O) tại F. Chứng minh tứ giác ACDF là hình thang cân và xác định vị trí của cát tuyến SCD để diện tích tam giác SDF đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5(0,5 điểm). Với x; y, z là các số thực dương sao cho $x.y.z = \frac{1}{6}$.

Chứng minh $\frac{1}{x^3 + 8y^3 + 1} + \frac{1}{8y^3 + 27z^3 + 1} + \frac{1}{27z^3 + x^3 + 1} \leq 1.$

……..Hết……..

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1

1) Thay $x = 16$(TMĐK) vào biểu thức A, ta có: $A = \frac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}+1}$

Tính được $A = \frac{3}{5}$

Kết luận

2)

$$B = \frac{x+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{x+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)} + \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{x+2+x+\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)} = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)} = \frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1}$$

3)

$$\text{Có A.B } < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-x+3\sqrt{x}-3}{2(x-\sqrt{x}+1)} < 0.$$

Lập luận: $2(x-\sqrt{x}+1) > 0.$

$$\Rightarrow -x+3\sqrt{x}-3 < 0 \Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+3 > 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0.$$

Vậy $A \cdot B < \frac{1}{2}$ với mọi giá trị của $x \geq 0$.

Bài 2 :

1) Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó lần lượt là: x và y(m). ĐK: $x > 0, y > 2, x \geq y$

Diện tích mảnh đất đó là: $xy(\ m^2)$

Chiều dài của mảnh đất sau khi tăng 4 m là: $x + 4(\ m)$

Chiều rộng của mảnh đất sau khi tăng 4 m là: $y + 4(\ m)$

Lập luận tìm đươc phương trình: $(x+4)(y+4)=xy+80$ (1)
Chiều dài của mảnh đất sau khi tăng 5 m là: x + 5(m)
Lập luận tìm được phương trình: $(x+5)(y-2)=xy$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}(x+4)(y+4)=xy+80\\(x+5)(y-2)=xy\end{cases}$$

Giải phương trình, tìm được: $\begin{cases}x=10\\y=6\end{cases}$
Kiểm tra điều kiện và kết luận.

2) Độ dài bán kính đáy của hình nón là: 9 cm.
Độ dài chiều cao của hình nón là: 12 cm.
Thể tích của hình nón đó là: $324\pi \text{cm}^3$.

Bài 3 :

1)
$$\begin{cases}\sqrt{x+2}-3y=3\\5\sqrt{x+2}-2y=\frac{71}{3}\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}5\sqrt{x+2}-15y=15\\5\sqrt{x+2}-2y=\frac{71}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-13y=\frac{-26}{3}\\\sqrt{x+2}-3y=3\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{2}{3}\\\sqrt{x+2}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=23\\y=\frac{2}{3}\end{cases}$$

Kiểm tra điều kiện và kết luận.

2) Hoàng độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2-3x+m=0\ (^*)$$

Thay $m=-4$ ta có $(*)$: $x^2-3x+4=0$
Giải được: $x_1=-1, x_2=4$
Với $x_1=-1$ tìm được $y_1=1, x_2=4$ tìm được $y_2=16$
Kết luận tọa độ giao điểm.
Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt
$\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ ph có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow m<\frac{9}{4}$
Áp dụng định lí Viét ta có: $x_1+x_2=3, x_1\cdot x_2=m$

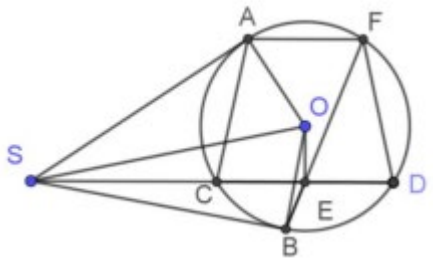
Để $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}+\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}=\sqrt{5}$ có nghĩa thì $x_1 \cdot x_2 > 0 \Leftrightarrow m > 0$

Mà $x_1 + x_2 = 3$ nên $x_1 > 0, x_2 > 0$

Ta có: $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}+\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}}+\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1x_2}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{m}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow m=\frac{9}{5}$ (tmđk).

Kết luân.

Bài 4 :



1)

Chứng minh S, B, O thuộc đường tròn đường kính SO.

Chứng minh S, B, O thuộc đường tròn đường kính SO.

Kết luận S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

2)

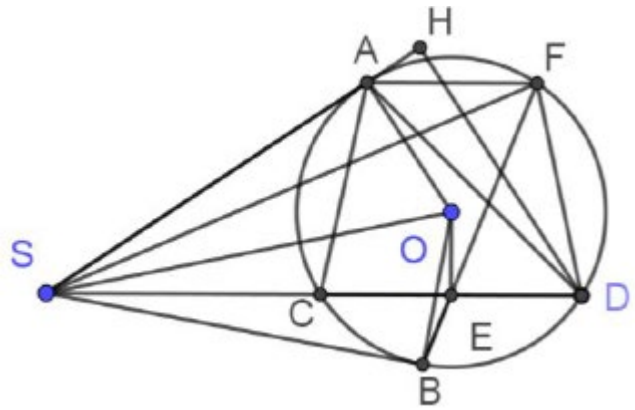
Chứng minh OE ⊥ CD.

Chứng minh S, O, E, B cùng thuộc đường tròn đường kính SO.

Chứng minh $\widehat{SOB} = \widehat{SEB}$.

Chứng minh $\widehat{AOB} = 2\widehat{SEB}$.

3)



Chứng minh AF//CD.

Chứng minh tứ giác ACDF là hình thang cân.

Chứng minh $S_{SAD} = S_{SFD}$.

(Cùng đáy SD và cùng chiều cao).

Kẻ DH ⊥ SA tại H.

Có $S_{SAD} = \frac{1}{2} DH \cdot SA$

Có DH ≤ AD ≤ 2R.

Lập luận chứng minh diện tích tam giác SAD lớn nhất khi A, O, D thẳng hàng.

Diện tích tam giác SDF lớn nhất khi vẽ cát tuyến SCD sao cho A, O, D thẳng hàng.

Bài V :

Có $xyz = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6xyz = 1$

Chứng minh được: $x^3 + (2y)^3 \geq x \cdot 2y(x + 2y)$

$$\Leftrightarrow x^3 + (2y)^3 + 1 \geq 2xy(x + 2y + 3z) > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x^3 + (2y)^3 + 1} \leq \frac{1}{2xy(x + 2y + 3z)}$$

Chứng minh tương tự: $\frac{1}{(2y)^3+(3z)^3+1} \leq \frac{1}{6yz(x+2y+3z)}$

$$\frac{1}{(3z)^3 + x^3 + 1} \leq \frac{1}{3zx(x + 2y + 3z)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^3 + 8y^3 + 1} + \frac{1}{8y^3 + 27z^3 + 1} + \frac{1}{27z^3 + x^3 + 1} \leq \frac{1}{x + 2y + 3z}\left(\frac{1}{2xy} + \frac{1}{6yz} + \frac{1}{3zx}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^3 + 8y^3 + 1} + \frac{1}{8y^3 + 27z^3 + 1} + \frac{1}{27z^3 + x^3 + 1} \leq 1$$

……HẾT……..