

TS. TRẦN XUÂN TIẾP - TS. PHẠM HOÀNG
TS. PHẠM TOÀN - PHAN HOÀNG NGÂN

TUYỂN CHỌN ĐỀ THI

VÀO LỚP **10**

MÔN

TOÁN

CÁC TRƯỜNG TRÊN TOÀN QUỐC ◆
MỘT SỐ ĐỀ MINH HOẠ ◆



NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TS. TRẦN XUÂN TIẾP – TS. PHẠM HOÀNG
TS. PHẠM TOÀN – PHAN HOÀNG NGÂN

TUYỂN CHỌN
ĐỀ THI VÀO LỚP 10
MÔN TOÁN

- CÁC TRƯỜNG TRÊN TOÀN QUỐC
- MỘT SỐ ĐỀ MINH HỌA

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội

Điện thoại: Biên tập-Chế bản: (04) 39714896;

Hành chính: (04) 39714899; Tổng biên tập: (04) 39714897

Fax: (04) 39714899

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập: PHẠM THỊ TRÂM



Biên tập: BÍCH HẠNH

Chế bản: NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

Trình bày bìa: NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

Đối tác liên kết xuất bản:

NHÀ SÁCH HỒNG ÂN

SÁCH LIÊN KẾT

Tuyển chọn đề thi vào lớp 10 môn Toán

Mã số: 1L – 07ĐH2011

In 2000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Công ty TNHH in bao bì Phong Tân.

Số xuất bản: 89 – 2011/CXB/12 – 02/ĐHQGHN, ngày 19/1/2011.

Quyết định xuất bản số: 06LK-TN/QĐ-NXBĐHQGHN.

In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2011.

Phần I

CÁC BÀI TOÁN MỞ ĐẦU

A. ĐẠI SỐ

I. RÚT GỌN CĂN THỨC

Ví dụ 1. Rút gọn căn thức :

$$1. A = \sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$$

$$2. B = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$$

$$3. C = \sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}}$$

$$4. D = \sqrt{4 + \sqrt{15}} - \sqrt{4 - \sqrt{15}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

Lời giải

Ta biến đổi biểu thức trong dấu căn có dạng bình phương của tổng (hiệu).

$$\begin{aligned} 1. \sqrt{14 + 6\sqrt{5}} &= \sqrt{14 + 2.3\sqrt{5}} = \sqrt{3^2 + 2.3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{(3 + \sqrt{5})^2} \\ &= |3 + \sqrt{5}| = 3 + \sqrt{5} \quad (\text{vì } 3 + \sqrt{5} > 0 \Rightarrow |3 + \sqrt{5}| = 3 + \sqrt{5}) \\ \Rightarrow A &= 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. B &= (4 + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}} = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{2(4 - \sqrt{15})} \\ &= (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2} \\ &= (4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = (4 + \sqrt{15})(8 - 2\sqrt{15}) \\ &= 2(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) = 2[4^2 - (\sqrt{15})^2] = 2. \end{aligned}$$

3. Ta nhận thấy $C > 0$ và hai biểu thức trong hai căn bậc hai là hai biểu thức liên hợp. Ta có :

$$\begin{aligned} C^2 &= 5 + \sqrt{21} + 2\sqrt{(5 + \sqrt{21})(5 - \sqrt{21})} + 5 - \sqrt{21} = 10 + 2\sqrt{25 - 21} \\ &= 10 + 2\sqrt{4} = 14 \Rightarrow C = \sqrt{14} \end{aligned}$$

4. Đặt $M = \sqrt{4 + \sqrt{15}} - \sqrt{4 - \sqrt{15}}$, ta thấy $M > 0$.

$$\Rightarrow M^2 = 8 - 2\sqrt{4^2 - 15} = 6 \Rightarrow M = \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } D &= \sqrt{6} - \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{6} - \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} - \frac{|\sqrt{3} - 1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}. \end{aligned}$$

■ **Bài toán tương tự.** Rút gọn biểu thức :

1. $A = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

2. $B = (\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}})\sqrt{2} + \sqrt{220}$

3. $C = \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

4. $D = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{21} + 3) \cdot \sqrt{5 - \sqrt{21}}$

Đáp số : 1. $A = 2\sqrt{3}$

2. $B = 3 + \sqrt{5}$

3. $C = -3$

4. $D = 4\sqrt{3}$

Ví dụ 2. Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} : \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$.

a) Tìm điều kiện xác định của P.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Tính giá trị của P, biết $x = \sqrt{2} - 1$; $y = \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$.

Lời giải

– Biểu thức $\sqrt{A}$ xác định (có nghĩa) $\Leftrightarrow A \geq 0$.

– Biểu thức $\frac{1}{A}$ xác định $\Leftrightarrow A \neq 0$.

a) Biểu thức P xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ xy \neq 0 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \neq y \end{cases}$

b) Ta có : $P = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} : \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y$.

c) Ta có : $y = \sqrt{9 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{(2\sqrt{2} - 1)^2} = |2\sqrt{2} - 1| = 2\sqrt{2} - 1$ (vì $2\sqrt{2} > 1$)

Vậy $P = (\sqrt{2} - 1) - (2\sqrt{2} - 1) = -\sqrt{2}$.

■ **Bài toán tương tự**

1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{x - \sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + 1}$.

a) Tìm điều kiện xác định của P.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Tìm x sao cho $P < 0$.

2. Cho biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$.

a) Tìm điều kiện xác định của Q.

b) Rút gọn biểu thức Q.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để Q nhận các giá trị nguyên.

3. Cho biểu thức $R = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} - 2}{x\sqrt{x} - \sqrt{x} + x - 1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{x - 1} \right)$.

a) Tìm điều kiện xác định của R.

b) Rút gọn biểu thức R.

c) Tìm x để $R < 1$.

d) Tìm x để R nhận giá trị lớn nhất.

Hướng dẫn

1.a) Biểu thức P xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \\ x + \sqrt{x} \neq 0 \\ x\sqrt{x} + 1 \neq 0 \\ x - \sqrt{x} + 1 \neq 0. \end{cases}$

Bạn nên chú ý điều kiện $x - \sqrt{x} + 1 \neq 0$ vì ta phải thực hiện phép chia.

Đáp số : $x > 0, x \neq 1$.

b) $P = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$.

c) $P < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$. (Bạn có thể quên điều kiện $x > 0$).

Sai lầm : $\sqrt{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$!).

(Bạn có thể đặt $u = \sqrt{x}$; $u > 0 \Rightarrow u^2 = x$ và đưa về biểu thức theo biến u).

2.a) Ta có : $x - 5\sqrt{x} + 6 = x - 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 6 = \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) - 2(\sqrt{x} - 3)$
 $= (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)$;

Điều kiện : $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$.

b) $Q = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$.

c) $Q = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3}$. $Q \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{x} - 3 = \pm 1 \\ \sqrt{x} - 3 = \pm 2 \\ \sqrt{x} - 3 = \pm 4. \end{cases}$

Đáp số : $x = 1; 4; 16; 25; 49$.

Bạn có thể đặt $u = \sqrt{x}$; $u \geq 0 \Rightarrow u^2 = x$ và đưa về bài toán rút gọn biểu thức (đối với biến u).

3.a) Ta có : $x\sqrt{x} - \sqrt{x} + x - 1 = (\sqrt{x} + 1)(x - 1)$

$$\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{x - 1} = \frac{\sqrt{x} + 1 - 2}{x - 1} = \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

Điều kiện : $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

b) $R = \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$.

c) $\frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} < 1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{x} < \sqrt{x} + 1$ (vì $\sqrt{x} + 1 > 0$; $\forall x > 0$)

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0. \text{ Kết hợp với điều kiện : } x > 0 \text{ và } x \neq 1.$$

d) $R = -1 + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \leq 1 \quad \forall x \geq 1; x \neq 1.$

Vậy giá trị lớn nhất của R bằng 1, khi $x = 0$.

II. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Ví dụ 1. Giải phương trình :

1. $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2$ (1) (với $x \geq 2$).

2. $\sqrt{x + 6 + 4\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 11 + 6\sqrt{x + 2}} = 9$ (2).

Lời giải

1. Với $x \geq 2$, ta có : (1) $\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x - 1} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x - 1} - 1)^2} = 2$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{x - 1} + 1| + |\sqrt{x - 1} - 1| = 2 \quad (*)$$

Vì $x \geq 2 \Rightarrow \sqrt{x - 1} + 1 > 0$; $\sqrt{x - 1} - 1 \geq 0$

Vậy : (*) $\Leftrightarrow 2\sqrt{x - 1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x - 1} = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2$ (nhận).

Bạn có thể đặt $u = \sqrt{x - 1}$ ($u \geq 0$ với $x \geq 2$)

$$\Rightarrow u^2 = x - 1 \Rightarrow x = u^2 + 1.$$

Ta có phương trình : $\sqrt{u^2 + 2u + 1} + \sqrt{u^2 - 2u + 1} = 2.$

Đến đây bạn dễ nhìn ra biểu thức trong mỗi dấu căn là một hằng; đẳng thức và tiếp tục như cách trên. Bạn cũng có thể bình phương hai vế phương trình (nhưng phải bình phương hai lần và nhớ các điều kiện biến đổi tương đương; nếu không, ta phải thử lại).

2. Đặt $u = \sqrt{x+2}$; $u \geq 0$ với $x \geq -2 \Rightarrow u^2 = x+2 \Rightarrow x = u^2 - 2$

Ta có phương trình: $\sqrt{u^2 + 4u + 4} + \sqrt{u^2 + 6u + 9} = 9$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(u+2)^2} + \sqrt{(u+3)^2} = 9$$

$$\Leftrightarrow u+2+u+3=9 \Leftrightarrow 2u=4 \Leftrightarrow u=2$$

Ta được $x = 2$ (nhận).

■ **Bài toán tương tự.** Giải phương trình :

1. $\sqrt{x} + \sqrt{2x-1} + \sqrt{x-\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2}$

2. $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$

3. $\sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+11-6\sqrt{x+2}} = 1.$

Hướng dẫn

1. Đặt $u = \sqrt{2x-1}$. Đáp số: $\frac{1}{2} \leq x \leq 1.$

2. Đặt $u = \sqrt{2x-5}$. Đáp số: $x = 15.$

3. Đặt $u = \sqrt{x+2}$. Phương trình có dạng: $|2-u| + |u-3| = 1$

Áp dụng bất đẳng thức: $|A| + |B| \geq |A+B|$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AB \geq 0$.

Ta có: $|2-u| + |u-3| \geq |2-u+u-3| = |-1| = 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (2-u)(u-3) \geq 0 \Leftrightarrow 2 \leq u \leq 3 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 7.$

(Các bài 1, 2, 3 bạn cũng có thể làm như trên hoặc xét dấu các biểu thức trong các giá trị tuyệt đối).

Nhận xét: Từ cách giải các bài toán trên, ta có bài toán dạng sau :

"Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$A = \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}}."$$

Hướng dẫn: $A = \sqrt{(\sqrt{x-2}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-2}-3)^2}$

$$= |\sqrt{x-2}-1| + |\sqrt{x-2}-3| = |\sqrt{x-2}-1| + |3-\sqrt{x-2}|$$

$$\geq |\sqrt{x-2}-1+3-\sqrt{x-2}| = 2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (\sqrt{x-2}-1)(3-\sqrt{x-2}) \geq 0 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 11.$

Ví dụ 2. Giải phương trình :

1. $\sqrt{x+1} = x-1$ (1)

2. $\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+4} = 1$ (2)

3. $\sqrt{4-6x-x^2} = x+4$ (3).

Lời giải

$$1. \text{ Ta có : (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+1 = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

$$2. \text{ Ta có : (2)} \Leftrightarrow \sqrt{3x-1} = 1 + \sqrt{x+4} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sqrt{x+4} \geq 0 \\ 3x-1 = 1 + 2\sqrt{x+4} + x+4 \end{cases} \quad (*)$$

Giải phương trình (*):

$$(*) \Leftrightarrow \sqrt{x+4} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x+4 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7 + \sqrt{29}}{2} \text{ (nhận)}$$

Phương trình có nghiệm $x = \frac{7 + \sqrt{29}}{2}$. (Điều kiện $1 + \sqrt{x+4} \geq 0 \Leftrightarrow x+4 \geq 0$

điều kiện để $\sqrt{x+4}$ có nghĩa $\Rightarrow x \geq -4$). Kết hợp $x \geq 3$, ta lấy $x \geq 3$.

$$3. \text{ Ta có : (3)} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 4-6x-x^2 = x^2+8x+16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x^2+7x+6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases} \text{ (vì } a+b+c = 1-7+6=0 \text{ nên)}$$

phương trình $x^2 + 7x + 6 = 0$ có nghiệm $x = -1, x = -6$).

■ **Bài toán tương tự. Giải phương trình :**

$$1. \sqrt{x^2 + 3x - 4} = \sqrt{2(x+1)} \quad (1) \qquad 2. \sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8 \quad (2)$$

$$3. \sqrt{5x+7} = \sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4} \quad (3).$$

Hướng dẫn

$$1. (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 + 3x - 4 = 2(x+1) \end{cases} \quad \text{Đáp số : } x = 2.$$

2. Điều kiện : $x \geq 1$. Bình phương hai vế và rút gọn, đưa về phương trình có một căn thức. (Không cần chuyển một căn thức sang vế phải như ví dụ trên). Đáp số : $x = 10$.

3. Điều kiện : $2x+3 \geq 0$ và $3x+4 \geq 0$. Bình phương hai vế và rút gọn.

$$\text{Đáp số : } x = -\frac{4}{3}.$$

Ví dụ 3. Giải phương trình : 1. $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6 \quad (1)$

$$2. 3x^2 + 3x = 2\sqrt{x^2+x+1} \quad (2)$$

– Ta không nên làm như ví dụ 2, nhận xét về biểu thức trong dấu căn và biểu thức bên ngoài dấu căn. Ta chọn cách đặt ẩn phụ như sau.

Lời giải

1. Ta có : (1) $\Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$

Đặt $u = \sqrt{x^2 + 5x + 2}$; $u \geq 0 \Rightarrow u^2 = x^2 + 5x + 2$ (*)

$$\Rightarrow x^2 + 5x = u^2 - 2.$$

Ta có phương trình : $u^2 - 2 + 4 - 3u = 6 \Leftrightarrow u^2 - 3u - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \text{ (loại)} \\ u = 4 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Thay $u = 4$ vào (*), ta được : $x^2 + 5x + 2 = 4^2 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$

$$(\Delta = 25 + 56 = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9)$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = \frac{-5+9}{2} = 2$; $x_2 = \frac{-5-9}{2} = -7$.

2. Ta có : (2) $\Leftrightarrow 3(x^2 + x) = 2\sqrt{x^2 + x} + 1$

Đặt $u = \sqrt{x^2 + x}$; $u \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + x = u^2$

Ta có phương trình : $3u^2 = 2u + 1 \Leftrightarrow 3u^2 - 2u - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \text{ (nhận)} \\ u = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}; \text{ vì } a + b + c = 3 - 2 - 1 = 0$$

Ta được : $x^2 + x = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

■ **Bài toán tương tự.** Giải phương trình :

1. $x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}$

2. $2(1 - x)\sqrt{x^2 + 2x - 1} = x^2 - 2x -$

Hướng dẫn

1. Đặt $u = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow u^2 = x^2 + 1$ (không biểu diễn x qua u).

Ta có phương trình : $u^2 + 3x = (x + 3)u \Leftrightarrow u^2 - (x + 3)u + 3x = 0$ (*)

$\Delta = (x - 3)^2$. Ta có : (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} u = x \\ u = 3 \end{cases}$

• $\sqrt{x^2 + 1} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 1 = x^2 \end{cases}$ (vô nghiệm).

• $\sqrt{x^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.

Nhận xét : Ta có thể bình phương hai vế (nếu không đặt điều kiện khi tìm được giá trị x , ta phải thử lại).

Bình phương hai vế phương trình đã cho, ta được :

$$(x^2 + 3x + 1)^2 = (x + 3)^2(x^2 + 1) \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}.$$

Thử lại : Thay $x = \pm 2\sqrt{2}$ vào phương trình, ta nhận thấy $x = \pm 2\sqrt{2}$ nghiệm đúng. Vậy $x = \pm 2\sqrt{2}$ là nghiệm phương trình.

2. Đặt $u = \sqrt{x^2 + 2x - 1}$; $u \geq 0 \Rightarrow u^2 = x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x^2 = u^2 - 2x + 1$

Ta có phương trình : $u^2 - 2(1 - x)u - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ u = -2x \end{cases}$

Đáp số : $x = -1 \pm \sqrt{6}$.

í dụ 4. Giải phương trình :

1. $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\left(x - \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$

2. $x^2 + \frac{4}{x^2} + 3\left(x - \frac{2}{x}\right) - 2 = 0.$

Lời giải

1. Đặt $u = x - \frac{1}{x} \Rightarrow u^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = u^2 + 2$

Ta có phương trình $u^2 - 2u + 1 = 0 \Leftrightarrow u = 1$

Vậy $x - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$

Nhận xét : Nếu quy đồng mẫu số, ta đi đến phương trình :

$$x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0.$$

Bạn có thể giải phương trình này được không ?

2. Đặt $u = x - \frac{2}{x} \Rightarrow u^2 = x^2 + \frac{4}{x^2} - 4 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = u^2 + 4$

Ta có phương trình $u^2 + 3u + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \\ u = -2 \end{cases}$

• Nếu $u = -1 : x - \frac{2}{x} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

• Nếu $u = -2 : x - \frac{2}{x} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}.$

Nhận xét : Các phương trình trên đều đưa từ phương trình dạng :

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + \alpha bx + (a\alpha)^2 = 0$$

Chia hai vế cho x^2 , ta tìm được ẩn phụ thích hợp.

■ **Bài toán tương tự.** Giải phương trình :

1. $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$ (1)

2. $x^4 + 3x^2 - 2x^2 - 6x + 4 = 0$ (2)

3. $2x^4 - 21x^3 + 74x^2 - 105x + 50 = 0$ (3).

Hướng dẫn

1. Chia hai vế phương trình cho $x^2 \neq 0$ ($x = 0$ không là nghiệm của (1))

$$\text{Ta được } x^2 - 2x - 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2\left(x - \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$$

(Xem cách giải trên).

2. Xem ví dụ 4.2.

3. Đáp số : $x = 1; 2; 5; \frac{5}{2}$.

Ví dụ 5. Giải phương trình : 1. $x^4 + 5x^2(x + 1) = 6(x + 1)^2$ (1)

$$2. 6x^2 + 7x\sqrt{x+1} = 24(1+x) \quad (2)$$

$$3. x^2 + \frac{x^2}{(x+1)^2} = \frac{40}{9} \quad (3).$$

Lời giải

- Trong phương trình (1) có các biểu thức x^2 và $x + 1 \Rightarrow x^4 = (x^2)^2$.

Đặt $u = x^2$; $v = 1 + x$.

Phương trình có dạng : $u^2 + 5uv = 6v^2 \Rightarrow u^2 + 5uv - 6v^2 = 0$, gọi là phương trình đẳng cấp thuần nhất bậc hai. Phương trình này có thể đưa về phương trình bậc hai bằng cách chia hai vế cho u^2 (hoặc v^2). Lời giải được viết ra như sau :

1. $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Ta thấy $x = -1$ không thỏa phương trình.

Giả sử $x + 1 \neq 0$. Chia hai vế phương trình cho $(1 + x)^2$, ta được :

$$\left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2 + 5\frac{x^2}{x+1} = 6.$$

Đặt $u = \frac{x^2}{x+1}$, ta có phương trình : $u^2 + 5u - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ u = -6 \end{cases}$

$$\bullet \frac{x^2}{x+1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

$$\bullet \frac{x^2}{x+1} = -6 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \pm \sqrt{3}.$$

2. Chia hai vế phương trình cho $1 + x \neq 0$ ($x = -1$ không thỏa phương trình)

$$6\left(\frac{x}{\sqrt{1+x}}\right)^2 + 7\frac{x}{\sqrt{1+x}} = 24$$

Đặt $u = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$ ($1 + x > 0$). Ta có phương trình :

$$6u^2 + 7u - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{3}{2} \\ u = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{x}{\sqrt{1+x}} = \frac{3}{2} &\Leftrightarrow 2x = 3\sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x^2 = 9(1+x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x^2 - 9x - 9 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{3}{4} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3. \end{aligned}$$

$$\bullet \quad \frac{x}{\sqrt{1+x}} = -\frac{8}{3}. \text{ Giải ra ta được : } x = -\frac{8}{9}.$$

3. Để ý đến vế trái của phương trình, ta thấy là một tổng của hai bình phương, ta có thể đưa về dạng bình phương của tổng (hiệu) hai số. Cách giải như sau :

$$\begin{aligned} (3) &\Leftrightarrow x^2 - \frac{2x^2}{x+1} + \frac{x^2}{(x+1)^2} = \frac{40}{9} - \frac{2x^2}{x+1} \\ &\Leftrightarrow \left(x - \frac{x}{x+1}\right)^2 = \frac{40}{9} - \frac{2x^2}{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2 + 2\left(\frac{x^2}{x+1}\right) - \frac{40}{9} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } u = \frac{x^2}{x+1}. \text{ Ta có phương trình : } u^2 + 2u - \frac{40}{9} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{4}{3} \\ u = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\bullet \quad u = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\bullet \quad u = -\frac{10}{3} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} = -\frac{10}{3} \Leftrightarrow 3x^2 + 10x + 10 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

Phương trình (3) có nghiệm : $x = -\frac{2}{3}; 2$.

Nhận xét : Qua lời giải phương trình (1), (2), (3), ta thấy chúng chỉ từ một phương trình mà ra, người ta hay biến đổi ra các dạng khác nhau mà thôi. Bạn hãy nghĩ ra một vài bài toán tương tự.

I. HỆ THỨC VIẾT VÀ ỨNG DỤNG

í dụ 1. Tìm m để phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 3 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + 2 > 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 + 2 > 0, \forall m$$

$$\text{vì } (m - 1)^2 \geq 0, \forall m$$

Theo hệ thức Viét, ta có : $x_1 + x_2 = 2m$; $x_1 x_2 = 2m - 3$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4m^2 - 4m + 6 = 4m^2 - 4m + 1 + 5$$

$$= (2m - 1)^2 + 5 \geq 5, \forall m.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $x_1^2 + x_2^2$ bằng 5.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

- Nếu chỉ yêu cầu : Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất, ta vẫn phải tìm m để phương trình có nghiệm.

■ Bài toán tương tự

1. Cho phương trình : $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có nghiệm.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1 x_2 - x_1 - x_2$.

2. Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7$.

Hướng dẫn

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

1.a) $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

b) $A = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = m^2 - 3m + 1$

$$= \left(m^2 - 2m \frac{3}{2} + \frac{9}{4} \right) - \frac{5}{4} = \left(m - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng $-\frac{5}{4}$ (khi $m = \frac{3}{2}$).

2. Phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu $\forall m$ vì $a = 1$; $c = -1 \Rightarrow ac < 0$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow 4m^2 + 3 = 7$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Ví dụ 2.

1. Tìm m để phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

2. Tìm m để phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

Lời giải

1. Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

2. Phương trình có hai nghiệm phân biệt và cùng dương $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P = \frac{c}{a} > 0 \\ S = -\frac{b}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m > 0 \\ m > 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Nhận xét : + Khi $\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow ca < 0 \Rightarrow 4ac < 0 \Rightarrow -4ac > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$,

nên khi $\frac{c}{a} < 0$ ta luôn có $\Delta > 0$, vì vậy không cần nêu thêm điều kiện

$\Delta > 0$ ở bài toán 1.

+ Nếu ở bài toán 2 chỉ yêu cầu tìm m để hai nghiệm cùng dấu, ta xét $\Delta \geq 0$ và $P > 0$.

■ Bài toán tương tự

1. Tìm m để phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu, cùng dấu.
2. Tìm m để phương trình $x^2 - 3x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2$.
3. Tìm m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và cùng dương.

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Hướng dẫn

1. Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \frac{c}{a} = 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

$$\text{Phương trình có hai nghiệm cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ P = \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 1 \geq 0 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m - 1)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng } \forall m) \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$$

2. Đặt $y = x - 1 \Rightarrow x = y + 1$. Thay x vào phương trình đã cho, ta được :

$$(y + 1)^2 - 3(y + 1) + m - 1 = 0 \Leftrightarrow y^2 - y + m - 3 = 0$$

$$x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - 1 < 0 < x_2 - 1 \Leftrightarrow y_1 < 0 < y_2 \Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0$$

$$\Leftrightarrow m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

Bạn có thể thay điều kiện $x_1 < 1 < x_2$ thành $x_1 < 2 < x_2$; $1 < x_1 < x_2$; $x_1 < x_2 < 1$ (bạn hãy tự giải).

$$3. \text{ Điều kiện : } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P = \frac{c}{a} > 0 \\ S = -\frac{b}{a} > 0 \end{cases} \quad \text{Đáp số : } m > 1.$$

Ví dụ 3.

1. Tìm m để phương trình $x^2 - 2x + m - 8 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 - x_2 = 0$.
2. Tìm m để phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm khác dấu và bằng nhau về giá trị tuyệt đối.

Lời giải

1. Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 9 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 9$.

Theo hệ thức Viét, ta có : $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 x_2 = m - 8$.

Ta xét hệ : $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$

Khi đó : $x_1 x_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$. Vậy $m - 8 = \frac{3}{4} \Rightarrow m = 8\frac{3}{4}$ (nhận).

2. Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm, ta có :

$$|x_1| = |x_2| \Leftrightarrow x_1^2 = x_2^2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0$$

Vì x_1 và x_2 trái dấu $\Rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 \neq 0$

Vậy $x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow 2(m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa điều kiện $m < 3$).

Ví dụ 4. Tìm m để hai phương trình sau tương đương :

$$x^2 + mx - 2 = 0 \quad \text{và} \quad x^2 - 2x + m = 0.$$

Lời giải

- Trường hợp 1. Hai phương trình cùng vô nghiệm (điều này không xảy ra vì phương trình $x^2 + mx - 2 = 0$ có $a = 1 > 0$; $c = -2 < 0$ nên $ac < 0 \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu, không thể vô nghiệm).
- Trường hợp 2. Hai phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 \geq 0 \\ \Delta_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8 \geq 0 \\ 1 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Khi đó, hai phương trình tương đương $\Leftrightarrow \begin{cases} S_1 = S_2 \\ P_1 = P_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m = 2 \\ -2 = m \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$

■ **Bài toán tương tự.** Tìm m để hai phương trình sau tương đương :

1. $x^2 + mx + 1 = 0$ và $x^2 + x + m = 0$

2. $x^2 + 2x + m = 0$ và $x^2 + mx + 2 = 0$.

í dụ 5. Tìm m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m - 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Lời giải

Đặt $t = x^2$; $t \geq 0$. Ta có phương trình : $t^2 - 3t + m - 1 = 0$ (*)

Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt dương $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m + 4 > 0 \\ m - 1 > 0 \\ 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{13}{4} \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{13}{4}.$$

■ **Bài toán tương tự**

Tìm m để phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$ có : bốn nghiệm phân biệt; đúng ba nghiệm; đúng hai nghiệm; vô nghiệm.

Đáp số :

- Phương trình có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 0. \end{cases}$
- Phương trình có đúng ba nghiệm nếu phương trình trung gian :
 $t^2 - 2(m+1)t + 2m + 1 = 0$ (*) có một nghiệm $t = 0$, ta tìm được
 $m = -\frac{1}{2}$. Sau đó thử lại. Đáp số : $m = -\frac{1}{2}$.
- Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nếu phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu hoặc nghiệm kép dương. Đáp số : $m = 0$ hoặc $m < -\frac{1}{2}$.
- Phương trình đã cho vô nghiệm nếu phương trình (*) vô nghiệm hoặc phương trình (*) có hai nghiệm âm (không có giá trị m).

1. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH HOẶC HỆ PHƯƠNG TRÌNH

í dụ 1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ 48 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 3 giờ và vòi thứ hai trong 4 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể nước. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể ?

Lời giải

Gọi x là thời gian để vòi thứ nhất chảy một mình thì đầy bể ($x > 0$),
 y là thời gian để vòi thứ hai chảy một mình thì đầy bể ($y > 0$).

Một giờ, mỗi vòi chảy được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ (phần nước trong bể).

Vì cả hai vòi chảy cùng một lúc thì mất 4 giờ 48 phút hay $\frac{24}{5}$ giờ nên

1 giờ cả hai cùng chảy được $\frac{5}{24}$ bể.

Ta có phương trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$

Vòi thứ nhất chảy 3 giờ, vòi thứ hai chảy 4 giờ sẽ được $\frac{3}{4}$ bể, nên ta

còn có : $3\frac{1}{x} + 4\frac{1}{y} = \frac{3}{4}$.

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Đặt $u = \frac{1}{x}$; $v = \frac{1}{y}$ ($u, v > 0$), ta có hệ :

$$\begin{cases} u + v = \frac{5}{24} \\ 3u + 4v = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u + 3v = \frac{5}{8} \\ 3u + 4v = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{12} \\ v = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Ta tìm được $x = 12$; $y = 8$ (thỏa điều kiện $x > 0$; $y > 0$).

Trả lời : Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể trong 12 giờ, vòi thứ hai chảy một mình đầy bể trong 8 giờ.

(Bạn có thể giải bài toán bằng cách lập phương trình bậc hai).

Ví dụ 2. Quãng đường AB dài 90km, có hai ô tô khởi hành cùng một lúc. Ô tô thứ nhất đi từ A đến B, ô tô thứ hai đi từ B đến A. Sau 1 giờ hai xe gặp nhau và tiếp tục đi. Xe ô tô thứ hai tới A trước xe thứ nhất tới B là 27 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Lời giải

Ta có : 27 phút = $\frac{9}{20}$ (giờ)

Sau 1 giờ hai xe gặp nhau nên tổng vận tốc của hai xe bằng 90 (km/h).

Gọi x là vận tốc của xe thứ nhất ($x > 0$; x tính bằng km/h), thì vận tốc của xe thứ hai là $90 - x$ (km/h) ($x < 90$).

Thời gian của xe thứ nhất đi từ A đến B là $\frac{90}{x}$ (giờ).

Thời gian của xe thứ hai là $\frac{90}{90-x}$ (giờ).

Ta có phương trình : $\frac{90}{x} - \frac{90}{90-x} = \frac{9}{20} \Leftrightarrow x^2 - 490x + 18000 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (nhận)} \\ x = 450 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Trả lời : Vận tốc của xe thứ nhất là 40 (km/h); vận tốc của xe thứ hai là 50 (km/h).

■ Bài toán tương tự

1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì 6 giờ đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy một mình cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất là 5 giờ. Tính thời gian để mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Đáp số : Vòi thứ nhất chảy riêng trong 10 giờ; vòi thứ hai chảy riêng trong 15 giờ.

2. Một đội xe cần chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc đội được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu chiếc ? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có trọng lượng như nhau.

Đáp số : Số xe lúc đầu là 9 (xe).

V. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Ví dụ. Cho parabol ($\mathcal{P}$) : $y = 2x^2$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm $M(0; -2)$ và tiếp xúc với ($\mathcal{P}$).

Lời giải

Vì điểm $M(0; -2) \in Oy$ nên tung độ gốc của đường thẳng (d) : $y = ax + b$ có $b = -2 \Rightarrow y = ax - 2$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm chung (nếu có) của ($\mathcal{P}$) và (d) :

$$2x^2 = ax - 2 \Leftrightarrow 2x^2 - ax + 2 = 0 \quad (*)$$

($\mathcal{P}$) và (d) tiếp xúc nhau khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 4.$$

■ Bài toán tương tự

1. Tìm tọa độ giao điểm của parabol ($\mathcal{P}$) : $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 3x + 4$.

2. Chứng tỏ rằng parabol ($\mathcal{P}$) : $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = x - 1$ luôn luôn tiếp xúc nhau. Tìm tiếp điểm.

3. Cho parabol ($\mathcal{P}$) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = -x$. Viết phương trình đường thẳng (d') song song với đường thẳng (d) và tiếp xúc với parabol ($\mathcal{P}$).

Hướng dẫn

1. Tọa độ giao điểm (nếu có) của ($\mathcal{P}$) và (d) thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 \\ y = 3x + 4 \end{cases}$$

Trừ vế cho vế hai phương trình, ta được :

$$-\frac{1}{2}x^2 = 3x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Đáp số : $(-2; -2); (-4; -8)$.

(Bạn có thể xét phương trình hoành độ giao điểm : $-\frac{1}{2}x^2 = 3x + 4$).

2. Xét phương trình hoành độ giao điểm chung (nếu có) của ($\mathcal{P}$) và (d) :

$$\frac{1}{4}x^2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

Phương trình này có nghiệm kép $x = 2 \Rightarrow (\mathcal{P})$ và (d) tiếp xúc nhau tại điểm $(2; 1)$.

3. Phương trình (d') // (d) nên có dạng : $y = -x + m$.

Đáp số : $y = -x - \frac{1}{2}$.

B. HÌNH HỌC

I. CHỨNG MINH CÁC ĐẲNG THỨC VÀ BẤT ĐẲNG THỨC HÌNH HỌC

Bài 1. Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O; R), kẻ đường thẳng qua O cắt đường tròn tại hai điểm A và B (A nằm giữa M và O).

- a) Chứng minh rằng : $MA.MB = MO^2 - R^2$.
 b) Kẻ cát tuyến thứ hai MCD với đường tròn (C nằm giữa M và D).
 Chứng minh : $MC.MD = MA.MB$.

Lời giải

- a) Ta có : $MA.MB = (MO - AO).(MO + BO)$
 $= (MO - R).(MO + R)$
 $= MO^2 - R^2 \quad (1)$

b) Kẻ $OI \perp CD$, ta có : $IC = ID$ (định lí đường kính dây cung)

Khi đó : $MC.MD = (MI - IC).(MI + ID)$

$$= MI^2 - IC^2 \quad (\text{vì } IC = ID)$$

$$= (MO^2 - OI^2) - (OC^2 - OI^2) \quad (\text{định lí Pytago})$$

$$= MO^2 - OI^2 - OC^2 + OI^2$$

$$= MO^2 - OC^2$$

$$= MO^2 - R^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MA.MB = MC.MD \quad (= MO^2 - R^2)$.

Bài 2. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ tiếp tuyến MA và cát tuyến MBC đến đường tròn. Chứng minh rằng : $MA^2 = MB.MC$ (1).

Hướng dẫn : Để chứng minh (1) ta xét các tam giác đồng dạng.

Lời giải

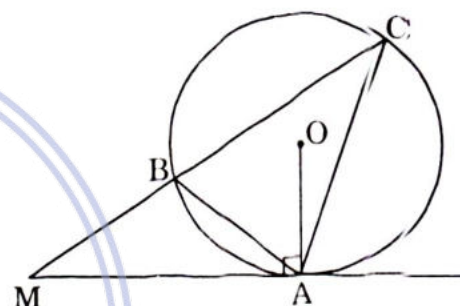
Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MCA$ có :

$\widehat{M}$: chung,

$\widehat{MAB} = \widehat{MCA}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

Do đó : $\triangle MAB \sim \triangle MCA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MA} \Rightarrow MA^2 = MB.MC.$$



Bài 3. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai cát tuyến MAB và MCD. Chứng minh rằng : $MA.MB = MC.MD$.

Hướng dẫn : Dùng phương pháp như bài 2.

Lời giải

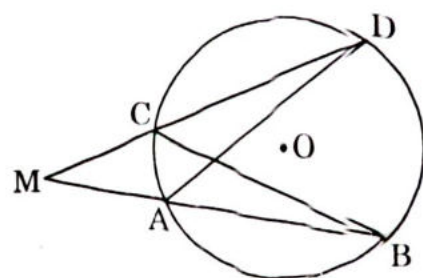
Xét $\triangle MAD$ và $\triangle MCB$ có :

$\widehat{M}$: chung,

$\widehat{MDA} = \widehat{MBC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Do đó : $\triangle MAD \sim \triangle MCB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MA.MB = MC.MD.$$



Bài 4. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (A, B là các tiếp điểm), vẽ cát tuyến MCD (không qua tâm O, C nằm giữa M và D). Gọi I là trung điểm của dây CD, tia OI cắt đường thẳng AB tại E. Gọi H là giao điểm của MO và AB.

Chứng minh rằng : $OH.OM = OI.OE$.

Hướng dẫn : Dùng phương pháp như bài 2.

Lời giải

Ta có : $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OA = OB (= R)$$

nên MO là đường trung trực của đoạn AB
hay $MO \perp AB$ tại H .

Mặt khác I là trung điểm của CD (gt)

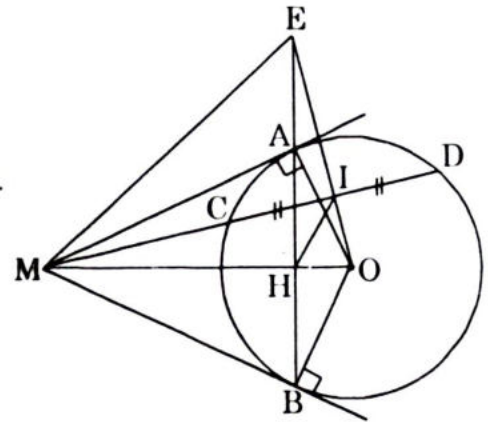
$\Rightarrow OI \perp CD$ (định lý đường kính dây cung).

Do đó tứ giác $MEIH$ nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{EMH} = \widehat{OIH}$$

$$\Rightarrow \triangle OIH \sim \triangle OME \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{OH}{OE} = \frac{OI}{OM} \Rightarrow OH \cdot OM = OI \cdot OE.$$



Bài 5. Chứng minh rằng : "Trong một tứ giác nội tiếp, tích hai đường chéo bằng tổng các tích của các cặp cạnh đối diện". (Định lý Ptôlômê)

Lời giải

Vẽ tia BE sao cho $\widehat{ABE} = \widehat{CAD}$.

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle DBC$ có :

$$\widehat{ABE} = \widehat{CAD} \text{ (gt)}$$

$$\widehat{CAD} = \widehat{CBD} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung DC)}$$

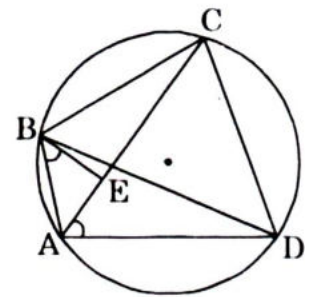
$$\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{CBD}. \text{ Lại có :}$$

$$\widehat{BAE} = \widehat{BDC} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC)}$$

$$\text{Do đó : } \triangle ABE \sim \triangle DBC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{DB} = \frac{AE}{DC} \Rightarrow AB \cdot DC = AE \cdot DB \quad (1)$$

$$\text{Chứng minh tương tự có : } \triangle CBE \sim \triangle DBA \Rightarrow BC \cdot AD = CE \cdot DB \quad (2)$$

$$\text{Cộng (1) và (2) : } AB \cdot DC + BC \cdot AD = DB(AE + CE) = DB \cdot AC \text{ (đpcm).}$$

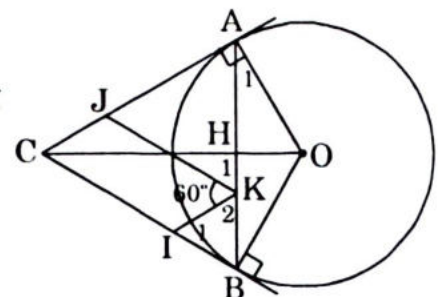


Bài 6. Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung AB với $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn cắt nhau ở C . Trên các đoạn thẳng BC , CA và AB lần lượt lấy các điểm I , J và K sao cho K không trùng với A và B và $\widehat{IKJ} = 60^\circ$. Chứng minh : $AJ \cdot BI \leq \frac{AB^2}{4}$.

Lời giải

Ta có CA và CB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên OC là phân giác của $\widehat{AOB}$

$$\text{hay } \widehat{AOC} = \widehat{BOC} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ.$$



Lại có : $CO \perp AB$ tại H

$$\Rightarrow \widehat{CAB} = \widehat{COA} = 60^\circ \text{ (cùng phụ với } \widehat{A_1})$$

$$\Rightarrow \widehat{CBA} = \widehat{CAB} = 60^\circ \text{ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau).}$$

Xét $\triangle AKJ$ và $\triangle BIK$ có :

$$\widehat{CAB} = \widehat{CBA} = 60^\circ \text{ (cmt)} \quad (1)$$

$$\widehat{K_1} = 180^\circ - (60^\circ + \widehat{K_2}) = 120^\circ - \widehat{K_2} \text{ (các góc kề bù)}$$

$$\widehat{I_1} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{K_2}) = 120^\circ - \widehat{K_2} \text{ (tổng các góc trong } \triangle IKB)$$

$$\Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{I_1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle AKJ \sim \triangle BIK$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AJ}{BK} = \frac{AK}{BI} \Rightarrow AJ \cdot BI = AK \cdot BK$$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có : $\frac{AK + BK}{2} \geq \sqrt{AK \cdot BK}$

$$\Leftrightarrow \frac{(AK + BK)^2}{4} \geq AK \cdot BK \Leftrightarrow \frac{AB^2}{4} \geq AK \cdot BK = AJ \cdot BI \text{ (dpcm)}.$$

Bài 7. Trong các tứ giác nội tiếp đường tròn $(O; R)$ cho trước. Tìm tứ giác có $AB \cdot DC + AD \cdot BC$ lớn nhất.

Hướng dẫn : Theo định lý Ptôlômê ta có $AB \cdot DC + AD \cdot BC = AC \cdot BD$ để chứng minh $AB \cdot DC + AD \cdot BC$ lớn nhất ta chứng minh $AC \cdot BD$ lớn nhất.

Lời giải

Lấy E trên BD sao cho $\widehat{EAD} = \widehat{BAC}$. Xét $\triangle AED$ và $\triangle ABC$ có :

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACB} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)}$$

Lại có : $\widehat{EAD} = \widehat{BAC}$ (gt)

Do đó : $\triangle AED \sim \triangle ABC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow AD \cdot BC = AC \cdot ED$$

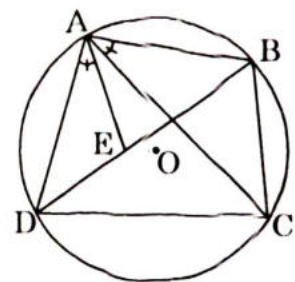
Chứng minh tương tự, ta có : $AB \cdot DC = AC \cdot BE$

$$\Rightarrow AB \cdot DC + AD \cdot BC = AC(ED + BE) = AC \cdot BD$$

Ta có : $AC \leq 2R$; $BD \leq 2R \Rightarrow AB \cdot DC + AD \cdot BC \leq 4R^2$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AC$ và BD là đường kính của đường tròn $(O; R)$.

$\Leftrightarrow$ Tứ giác ABCD là hình chữ nhật.



Bài 8. Cho đường thẳng (D) và đường tròn $(O; R)$ có khoảng cách từ tâm O đến (D) là $OH > R$. Lấy hai điểm bất kỳ A trên (D) và B trên $(O; R)$. Hãy chỉ ra vị trí của A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất và hãy chứng minh điều ấy.

Gọi H là giao điểm của đường tròn (O) và BC ta có :

$$AD > AH \quad (\text{cạnh huyền lớn hơn cạnh góc vuông})$$

$$\Rightarrow EF \geq AH \cdot \sin BAC \quad (\text{không đổi})$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ D trùng với H.

Vậy khi D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC thì độ dài đoạn thẳng EF nhỏ nhất.

II. BÀI TOÁN VỀ TIẾP TUYẾN

Bài 1. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) vẽ đường thẳng (d) không qua tâm O cắt đường tròn tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau ở D. Vẽ DH vuông góc với AO (H thuộc AO), DH cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi E là giao điểm của DO và BC. Chứng minh AM là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

Hướng dẫn : Muốn chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn (O) tại điểm A, ta chứng minh đường thẳng này vuông góc với bán kính OA tại A.

Lời giải

Ta có : $DB = DC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OB = OC (= R)$$

nên OD là đường trung trực của đoạn BC $\Rightarrow OD \perp BC$.

Xét hai tam giác vuông OHD và OEA có :

$\widehat{EOH}$ chung.

Do đó : $\triangle OHD \sim \triangle OEA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{OH}{OE} = \frac{OD}{OA} \Rightarrow OH \cdot OA = OE \cdot OD$$

Xét $\triangle OCD$ vuông tại C (tính chất tiếp tuyến) có CE là đường cao (cmt), ta có : $OC^2 = OE \cdot OD$ (hệ thức lượng)

$$\text{mà } OC = OM (= R)$$

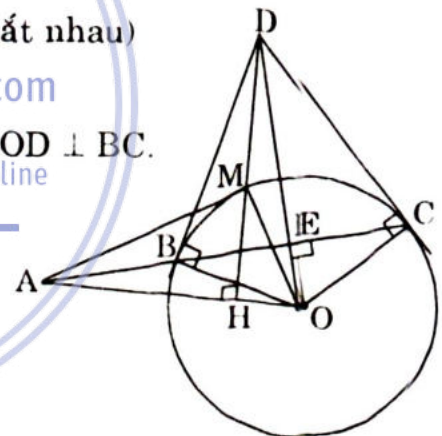
$$\Rightarrow OM^2 = OE \cdot OD = OH \cdot OA \quad (1)$$

Từ (1) ta có : $\triangle AMO \sim \triangle MHO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{MHO} = 90^\circ$

Chứng tỏ AM là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

Bài 2. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BC của đường tròn (O), MC cắt đường tròn (O) tại D. Gọi I là trung điểm dây CD, tia OI cắt đường thẳng AB tại K. Chứng minh rằng KC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Hướng dẫn : Vẫn dùng phương pháp như bài 1.



Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD'^2 = AH.AO$

Do đó : $\triangle AD'O \sim \triangle AHD'$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AHD'} = \widehat{AD'O} = 90^\circ$

hay $HD' \perp AO$ mà $HD \perp AO$ (gt)

$\Rightarrow HD$ và HD' trùng nhau (qua điểm H chỉ có duy nhất một đường thẳng vuông góc với OA) hay $D \equiv D'$. Chứng tỏ AD là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Chứng minh tương tự ta có AE cũng là tiếp tuyến của (O) .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $\widehat{ABM} = \widehat{C}$. Vẽ đường tròn đường kính CM và cắt tia BM ở H . Chứng minh rằng HA là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CM .

Hướng dẫn : Để chứng minh HA là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CM . Ta chứng minh HA tạo với dây HM một góc bằng góc nội tiếp chắn cung HM . Nghĩa là chứng minh : $\widehat{AHM} = \widehat{HCM}$.

Lời giải

Ta có : $\widehat{MHC} = 90^\circ$ (MC là đường kính)

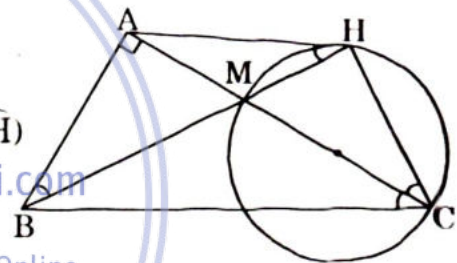
Do đó tứ giác $BAHC$ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{ACH}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AH}$)

và $\widehat{AHB} = \widehat{ACB}$ mà $\widehat{ACB} = \widehat{ABH}$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{ACH}$

Chứng tỏ HA là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CM .



Bài 5. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Trên hai cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho $\widehat{MCN} = 45^\circ$ (M, N không trùng với đỉnh của hình vuông). CM, CN lần lượt cắt BD tại E và F . Gọi H là giao điểm của NE và MF .

a) Chứng minh các tứ giác $BCFM$ và $ECDN$ nội tiếp được.

b) Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn tâm C , bán kính a .

Hướng dẫn : Dùng phương pháp như bài 1.

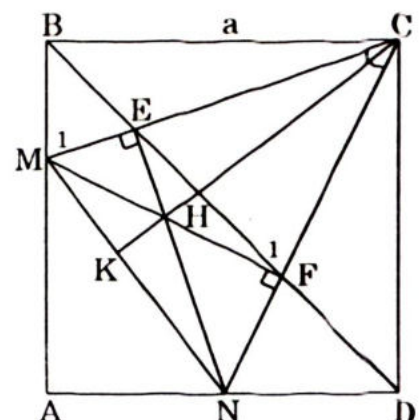
Lời giải

a) Ta có : $\widehat{MBF} = \widehat{MCF} = 45^\circ$.

Do đó tứ giác $BCFM$ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{CFM} = \widehat{CBM} = 90^\circ$ hay $MF \perp CN$.

Chứng minh tương tự ta có tứ giác $ECDN$ nội tiếp $\Rightarrow CE \perp NE$, mà H là giao điểm của NE và MF (gt) nên H là trực tâm $\triangle CMN$ hay $CH \perp MN$ (1)



Mặt khác : Tứ giác BCFM nội tiếp nên $\widehat{M_1} = \widehat{F_1}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC). (2)

Lại có : $\widehat{MEN} = \widehat{MFN} = 90^\circ$ (cmt)

Do đó tứ giác MEFN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EMN} = \widehat{F_1}$ (3)

Từ (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{EMN}$

Gọi K là giao điểm của CH và MN.

Khi đó $\triangle CBM = \triangle CKM$ (cạnh huyền góc nhọn) $\Rightarrow CK = BC = a$ (4)

Từ (1) và (4) chứng tỏ MN là tiếp tuyến của (C; a).

III. BÀI TOÁN VỀ TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Bài 1. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là hai tiếp điểm) và cát tuyến ADE (không đi qua tâm O) đến đường tròn (O). BC cắt AO tại I. Chứng minh rằng tứ giác DIOE nội tiếp.

Hướng dẫn : Để chứng minh tứ giác nội tiếp ta có thể chứng minh góc trong bằng góc đối ngoài. Chẳng hạn $\widehat{AEO} = \widehat{AID}$.

Lời giải

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEB$ có :

$\widehat{BAE}$: chung,

$\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$ (góc giữa tiếp tuyến

một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Do đó : $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AD.AE$ (1)

Dễ thấy AO là đường trung trực của BC ($AB = AC$ và $OB = OC = R$)
 $\Rightarrow AO \perp BC$.

Xét tam giác vuông ABO có đường cao BI ta có : $AB^2 = AO.AI$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD.AE = AO.AI$ (3)

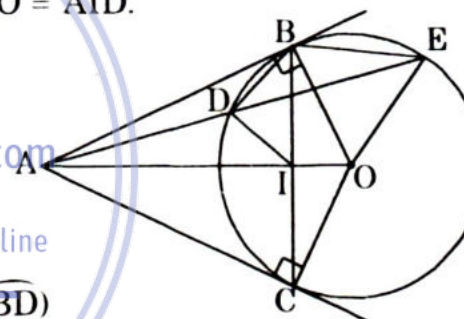
Từ (3) ta có : $\triangle AID \sim \triangle AEO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AID} = \widehat{AEO}$

Chứng tỏ tứ giác DIOE nội tiếp.

Bài 2. Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Vẽ đường kính BD của (O) Tiếp tuyến tại D cắt BC ở E, OE cắt AD tại N. Chứng minh bốn điểm A, O, N, C cùng thuộc một đường tròn.

Hướng dẫn : Sử dụng cung chứa góc : Chứng minh hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn hai đỉnh còn lại dưới một góc bằng nhau.

Nghĩa là : $\widehat{ANO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$.



Lời giải

Xét $\triangle ABO$ và $\triangle BDE$ có $\widehat{ABO} = \widehat{BDE} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

Mặt khác ta có : $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OB = OC (= R)$$

Nên AO là đường trung trực của BC

$$\Rightarrow AO \perp BC \text{ tại } H$$

$$\Rightarrow \widehat{BAO} = \widehat{EBD} \text{ (cùng phụ với } \widehat{AOB})$$

$$\text{Do đó : } \triangle ABO \sim \triangle BDE \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{OB}{DE}$$

$$\text{Thay } OB \text{ bởi } OD, \text{ ta có : } \frac{AB}{BD} = \frac{OD}{DE} \quad (1)$$

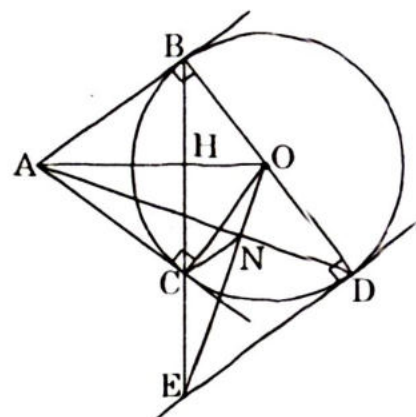
$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ODE \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{DOE} \text{ mà } \widehat{BAD} + \widehat{ODA} = 90^\circ (\triangle ABD \text{ vuông tại } B)$$

$$\Rightarrow \widehat{DOE} + \widehat{ODA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OND} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ONA} = 90^\circ$$

$$\text{Khi đó : } \widehat{ONA} = \widehat{OCA} = 90^\circ.$$

Do đó tứ giác $AONC$ nội tiếp hay bốn điểm A, O, N, C cùng thuộc một đường tròn.



Bài 3. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC , EF là một dây cung đi qua H . Chứng minh tứ giác $AEOF$ nội tiếp.

Hướng dẫn : Dùng phương pháp như bài toán 2. Chứng minh hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn hai đỉnh còn lại dưới một góc bằng nhau.

Lời giải

Ta có : $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

Do đó tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

Xét $\triangle AHC$ và $\triangle BHO$ đều vuông tại H có :

$$\widehat{OAC} = \widehat{OBC} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } OC)$$

$$\Rightarrow \triangle AHC \sim \triangle BHO \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{HA}{HB} = \frac{HC}{HO} \Rightarrow HA \cdot HO = HB \cdot HC \quad (1)$$

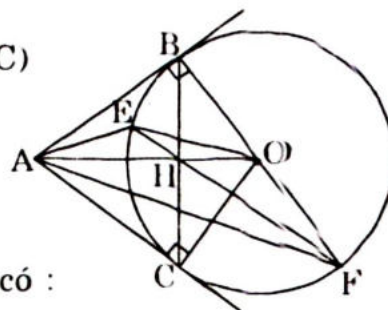
Chứng minh tương tự đối với đường tròn (O) ta có :

$$HE \cdot HF = HB \cdot HC \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow HA \cdot HO = HE \cdot HF$$

$$\text{Khi đó } \triangle AEH \sim \triangle FOH \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{OFH}$$

Do đó tứ giác $AEOF$ nội tiếp.



Bài 4. Cho ΔABC nhọn, đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB tại E và AC tại D. Gọi H là giao điểm của BD và EC. Tia AH cắt BC tại F. Chứng minh tứ giác EDOF nội tiếp.

Hướng dẫn : Phương pháp như bài toán 2. Chứng minh hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn hai đỉnh còn lại dưới một góc bằng nhau.

Lời giải

Ta có : $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (BC là đường kính)

hay $CE \perp AB$.

Tương tự : $BD \perp AC$.

Do đó H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow AF \perp BC$.

Do đó tứ giác BEHF nội tiếp ($\widehat{BEH} = \widehat{BFH} = 90^\circ$)

$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{F}_1$ (góc nội tiếp chắn cung EH).

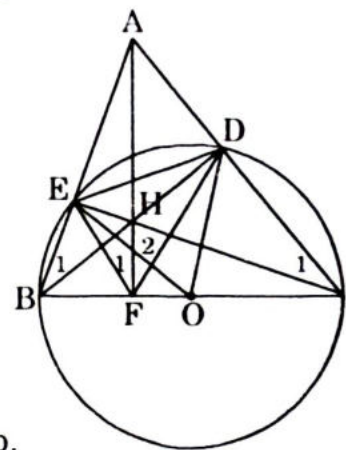
Chứng minh tương tự ta có tứ giác FHDC nội tiếp.

$\Rightarrow \hat{F}_2 = \hat{C}_1$ mà bốn điểm B, E, D, C nằm trên đường tròn (O)

$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{F}_2 = \hat{B}_1$ hay $\widehat{EFD} = 2\hat{B}_1$

Lại có : $\widehat{EOD} = 2\hat{B}_1$ (góc nội tiếp và góc ở tâm)

$\Rightarrow \widehat{EFD} = \widehat{EOD} (= 2\hat{B}_1)$. Do đó tứ giác EDOF nội tiếp.



Bài 5. Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là các tiếp điểm), vẽ $CD \perp AB$ tại D và cắt (O) tại E, và $EF \perp BC$ tại F và $EH \perp AC$ tại H. Gọi N là giao điểm của DF và EB, M là giao điểm của FH và EC. Chứng minh tứ giác MENF nội tiếp.

Hướng dẫn : Sử dụng phương pháp như bài 1, ta chứng minh góc trong bằng góc đối ngoài.

Lời giải

Dễ thấy các tứ giác sau đây nội tiếp : EDBF và HEFC

$\Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{B}_1$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{DE}$)

mà $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BE}$)

$\Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{C}_1$ (1)

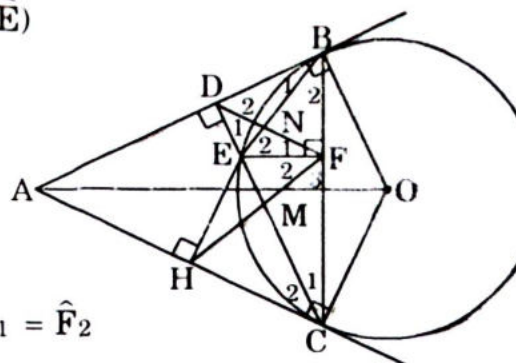
Chứng minh tương tự ta có :

$\hat{D}_1 = \hat{B}_2; \hat{B}_2 = \hat{C}_2; \hat{C}_2 = \hat{F}_2 \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{F}_2$

mà $\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 90^\circ \text{ (gt)} \\ \hat{F}_2 + \hat{F}_3 = 90^\circ \text{ (gt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{F}_3$

Lại có : $\hat{D}_2 = \hat{E}_2$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BF}$)

$\Rightarrow \hat{E}_2 = \hat{F}_3$ (2)



Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle ENF \simeq \triangle FMC$ (g.g) $\Rightarrow \widehat{ENF} = \widehat{FMC}$

Do đó tứ giác ENFM nội tiếp.

- * *Cách khác* : HD : Để chứng minh tứ giác MENF nội tiếp ta chứng minh tổng hai góc đối bằng 180° : cụ thể $\widehat{NEM} + \widehat{NFM} = 180^\circ$.

Chứng minh

Xét $\triangle BEC$ ta có : $\widehat{BEC} + \widehat{B_2} + \widehat{C_1} = 180^\circ$ (tổng các góc của tam giác)

mà $\widehat{B_2} = \widehat{F_2}$ ($= \widehat{C_2}$) và $\widehat{C_1} = \widehat{F_1}$ ($= \widehat{B_1}$) (cmt).

Do đó : $\widehat{BEC} + \widehat{F_2} + \widehat{F_1} = 180^\circ$ hay $\widehat{NEM} + \widehat{NFM} = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác MENF nội tiếp.

V. BÀI TOÁN VỀ CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

Bài 1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp trong đường tròn (O). Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của BC. Tia HI cắt cung nhỏ BC tại K. Chứng minh A, O, K thẳng hàng.

Hướng dẫn : Kẻ đường kính AK', ta phải chứng minh K trùng K'.

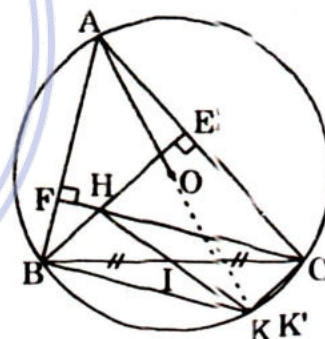
Lời giải

Kẻ đường kính AK' ta có : $\left. \begin{array}{l} K'C \perp AC \\ BE \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BE \parallel K'C$

Chứng minh tương tự $CF \parallel K'B$. Do đó tứ giác BHCK' là hình bình hành.

I là trung điểm của BC (gt) $\Rightarrow$ I cũng là trung điểm của HK' hay HI cắt đường tròn (O) tại K', mà HI cắt đường tròn (O) tại K (gt) $\Rightarrow$ K và K' phải trùng nhau.

Vậy A, O, K thẳng hàng.



Bài 2. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự tại E và D. Gọi H là giao điểm của BD và CE, K là giao điểm của AH và BC. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến đường tròn (O) với M, N là các tiếp điểm.

a) Chứng minh : $\widehat{ANM} = \widehat{AKN}$.

b) Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Hướng dẫn : Để chứng minh M, H, N thẳng hàng ta chứng minh hai tia NM và NH trùng nhau.

Lời giải

a) Ta có OA là tia phân giác của $\widehat{MON}$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

hay $\widehat{AON} = \frac{1}{2} \widehat{MON}$.

Lại có $\widehat{ANM} = \frac{1}{2}\widehat{MON}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc ở tâm)

$$\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{AON} \left(= \frac{1}{2}\widehat{MON} \right) \quad (1)$$

Ta có $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ (BC là đường kính)

$\Rightarrow BD \perp AC$ và $CE \perp AB$ mà BD cắt CE tại H nên H là trực tâm của $\triangle ABC$

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại K hay $\widehat{AKO} = 90^\circ$

Lại có $\widehat{ANO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{ANO} = \widehat{AKO} = 90^\circ$

Do đó tứ giác ANKO nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{AKN} = \widehat{AON}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AN) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{AKN}$.

- b) Xét $\triangle ANE$ và $\triangle ABN$ có $\widehat{BAN}$ chung; $\widehat{ANE} = \widehat{ABN}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung NE)

$$\text{Do đó } \triangle ANE \sim \triangle ABN \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{AE}{AN} \Rightarrow AN^2 = AB \cdot AE \quad (3)$$

Xét $\triangle AEH$ và $\triangle AKB$ có $\widehat{AEH} = \widehat{AKB} = 90^\circ$ (cmt) và $\widehat{KAB}$ chung

$$\text{Do đó } \triangle AEH \sim \triangle AKB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AE}{AK} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB \cdot AE = AH \cdot AK \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow AN^2 = AH \cdot AK \quad (5)$$

Xét $\triangle ANH$ và $\triangle AKN$ có $\widehat{KAN}$ chung và $AN^2 = AH \cdot AK$ (cmt)

Do đó $\triangle ANH \sim \triangle AKN$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ANH} = \widehat{AKN}$ mà $\widehat{AKN} = \widehat{ANM}$ (cmt)

$\Rightarrow \widehat{ANH} = \widehat{ANM}$ (vì NH và NM cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ là NA)

$\Rightarrow$ Hai tia NH và NM phải trùng nhau hay ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Bài 3. Từ điểm M trên cung BC của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, kẻ các đường vuông góc MP, MQ, MR lần lượt xuống các cạnh AB, BC, CA. Chứng minh rằng P, Q, R thẳng hàng (đường thẳng Sim Son).

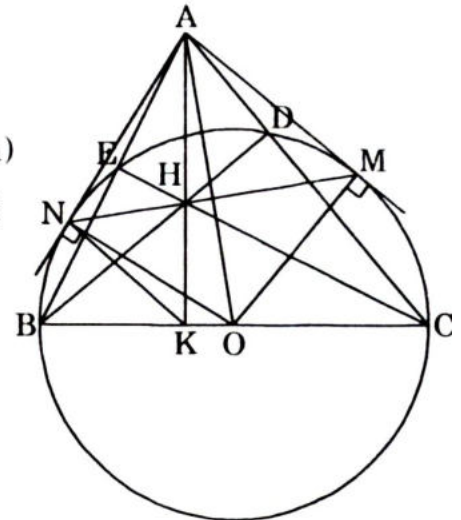
Hướng dẫn : Để chứng minh ba điểm P, Q, R thẳng hàng ta chứng minh $\widehat{PQM} + \widehat{MQR} = 180^\circ$.

Lời giải

Dễ thấy tứ giác PBQM nội tiếp (vì $\widehat{BPM} = \widehat{BQM} = 90^\circ$)

$\Rightarrow \widehat{PBM} = \widehat{PQM}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{PM}$)

Lại có : $\widehat{PBM} = \widehat{ACM}$ (do tứ giác ACMB nội tiếp)



$$\Rightarrow \widehat{PQM} = \widehat{ACM} \quad (1)$$

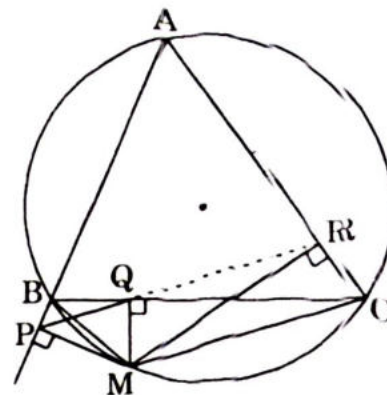
Mặt khác : $\widehat{MQC} = \widehat{MRC} = 90^\circ$ (gt)

Do đó tứ giác MQRC nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{MQR} + \widehat{ACM} = 180^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{PQM} + \widehat{MQR} = 180^\circ$

Chứng tỏ ba điểm P, Q, R thẳng hàng.



ài 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao BD, CE cắt nhau tại H và lần lượt cắt đường tròn tại F và G. Gọi M là một điểm bất kì trên cung nhỏ BC, MG cắt AB tại I, IH cắt AC tại K. Chứng minh rằng ba điểm M, K, F thẳng hàng.

Hướng dẫn : Gọi MF cắt AC tại K' ta phải chứng minh K và K' trùng nhau. Từ đó đưa về chứng minh ba điểm I, H, K' thẳng hàng. Và để chứng minh ba điểm I, H, K' thẳng hàng ta phải chứng minh :

$$\widehat{IHE} + \widehat{EHD} + \widehat{DHK'} = 180^\circ.$$

Lời giải

Ta có H là trực tâm ΔABC (gt) $\Rightarrow AH \perp BC$.

Nối AG ta có : $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BG}$)

mà $\widehat{C_1} = \widehat{A_2}$ (cùng phụ với $\widehat{ABC}$)

$$\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$$

Xét ΔAGH có đường cao AE đồng thời là đường phân giác nên ΔAGH cân tại A $\Rightarrow AG = AH$.

Chứng minh tương tự : $BG = BH$.

Do đó AB là đường trung trực của HG, mà I thuộc AB nên $IG = IH$ hay ΔIHG cân tại I $\Rightarrow \widehat{G_1} = \widehat{H_1}$.

Nối AM ta có :

$$\widehat{G_1} = \widehat{MAC} \text{ (góc nội tiếp chắn } \widehat{MC})$$

$$\Rightarrow \widehat{H_1} = \widehat{MAC} \quad (1)$$

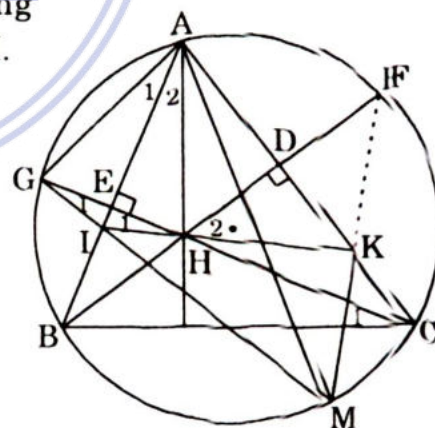
Chứng minh tương tự ta có $\Delta FK'H$ cân tại K' $\Rightarrow \widehat{H_2} = \widehat{HFK'}$

hay $\widehat{H_2} = \widehat{BFM}$ mà $\widehat{BFM} = \widehat{BAM}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BM}$)

$$\Rightarrow \widehat{H_2} = \widehat{BAM} \quad (2)$$

Mặt khác ta có tứ giác AEHD nội tiếp ($\widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 180^\circ$)

$$\Rightarrow \widehat{EHD} + \widehat{EAD} = 180^\circ \text{ hay } \widehat{EHD} + \widehat{BAM} + \widehat{MAC} = 180^\circ \quad (3)$$



Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{EHD} + \widehat{H}_2 + \widehat{H}_1 = 180^\circ$ chứng tỏ ba điểm I, H, K' thẳng hàng, hay IH đi qua K', mà IH đi qua K (gt). Do đó K và K' phải trùng nhau hay M, K, F thẳng hàng.

Bài 5. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O và hai tiếp tuyến MA, MB. Ở đây A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M và D. Gọi H là giao điểm của AB và MO, K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn. Chứng minh rằng A, B, K thẳng hàng.

Hướng dẫn : Vì H là giao điểm của AB và MO nên H thuộc đường thẳng AB. Để chứng minh A, B, K thẳng hàng ta chứng minh KH và AB trùng nhau khi KH và AB cùng vuông góc với MO tại H.

Lời giải

Xét $\triangle MCA$ và $\triangle MAD$ có :

$\widehat{AMC}$ chung,

$\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AC}$)

Do đó $\triangle MCA \sim \triangle MAD$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD \quad (1)$$

Lại có : $MA = MB$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

$OA = OB (= R)$ nên MO là trung trực của đoạn AB

$\Rightarrow MO \perp AB$ tại H.

$\triangle MAO$ vuông tại A có đường cao AH, ta có : $MA^2 = MH \cdot MO$ (2)

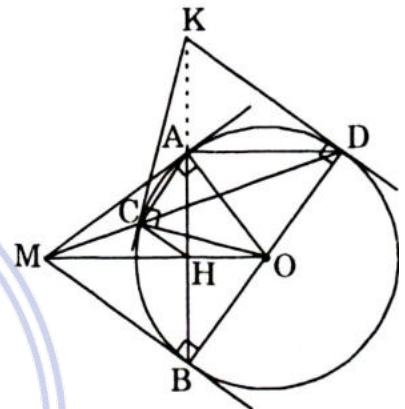
Từ (1) và (2) $\Rightarrow MC \cdot MD = MH \cdot MO$

Do đó $\triangle MHC \sim \triangle MDO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{MDO}$

$\Rightarrow$ Tứ giác CDOH nội tiếp.

Dễ thấy KC, KD là tiếp tuyến của (O) nên tứ giác KDOC nội tiếp hay năm điểm K, D, O, H, C cùng thuộc đường tròn đường kính KO.

$\Rightarrow \widehat{KHO} = \widehat{KCO} = 90^\circ$ hay $KH \perp OM$ tại H mà $AB \perp OM$ tại H (cmt. nên AB và KH phải trùng nhau, hay ba điểm A, B, K thẳng hàng.



V. BÀI TOÁN VỀ CHỨNG MINH CÁC ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

Bài 1. Cho đường tròn tâm O và hai điểm B, C thuộc đường tròn (B, O, C không thẳng hàng), các tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt nhau ở A. M là điểm thuộc cung nhỏ BC, tiếp tuyến với đường tròn tại M cắt AB, AC theo thứ tự ở D và E. Gọi giao điểm của OD, OE với BC lần lượt là I và K. Chứng minh rằng các đường thẳng OM, DK, EI đồng quy.

Hướng dẫn: Áp dụng tính chất đồng quy của các đường đặc biệt trong tam giác, hình bình hành, v.v... Chẳng hạn, trong tam giác, các đường cao, các phân giác trong, các trung tuyến, các trung trực đồng quy. Trong hình bình hành, các đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Lời giải

Ta có DB, DM là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$.

Chứng minh tương tự có $\widehat{O_3} = \widehat{O_4}$

$$\Rightarrow \widehat{DOE} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}$$

mà $\widehat{DBC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}$ (số đo của góc giữa tiếp tuyến và một dây bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn cung BC).

Do đó $\widehat{DBK} = \widehat{DOK} \left(= \frac{1}{2} \widehat{BOC} \right) \Rightarrow$ Tứ giác BOKD nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{DKO} = \widehat{DBO} = 90^\circ \text{ hay } DK \perp OE$$

Chứng minh tương tự ta có: $EI \perp OD$

Do đó DK, EI và OM là ba đường cao của $\triangle ODE$ nên chúng đồng quy.

Bài 2. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A, B sao cho O, O' ở về hai phía của AB. Đường kính OA cắt (O) và (O') tại C và D, đường kính O'A cắt (O) và (O') tại E và F. Chứng minh rằng CE, DF, AB đồng quy.

Hướng dẫn: Áp dụng tính chất đồng quy như đối với bài 1.

Lời giải

- Nếu AO, AO' lần lượt là tiếp tuyến của (O) và (O'). Bài toán hiển nhiên.
- Nếu AO, AO' không phải là tiếp tuyến của (O), (O'). Ta có C, B, F thẳng hàng vì

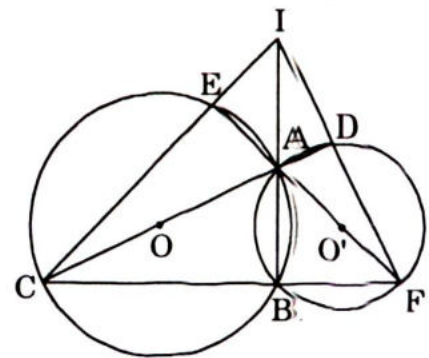
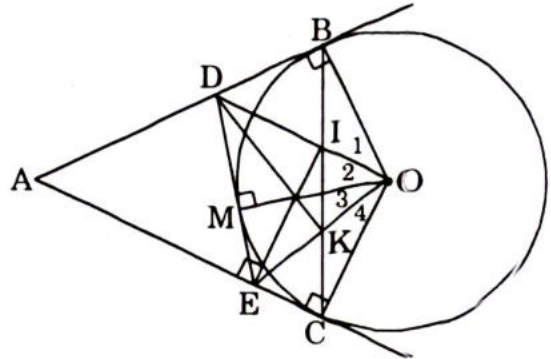
$$\widehat{CBA} + \widehat{ABF} = 2v.$$

$$\text{Lại có: } \widehat{CDF} = 1v$$

$$\text{và } \widehat{FEC} = 1v \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).}$$

Giả sử CE và DF cắt nhau tại I, ta có $\triangle ICF$ nhận CD và FE là đường cao cắt nhau tại trực tâm A.

Vậy IA là đường cao, tức $IA \perp CF$. Ta có $AB \perp CF$. Vậy I, A, B thẳng hàng hay CE, DF, AB đồng quy.



Bài 3. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC, lấy điểm A trên nửa đường tròn (A khác B và C). Kẻ $AH \perp BC$. Gọi I là điểm đối xứng với H qua AB, và K là điểm đối xứng với H qua AC. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của AB và IH, AC và KH. Đường thẳng IK cắt tiếp tuyến kẻ từ B của nửa đường tròn tại M. Chứng minh rằng ba đường thẳng MC, AH, EF đồng quy.

Hướng dẫn : Để chứng minh ba đường thẳng MC, AH, EF đồng quy ta gọi giao điểm của hai đường thẳng AH cắt EF tại D, phải chứng minh MC đi qua D.

Lời giải

Ta có I và H đối xứng với nhau qua AB (gt) nên $IA = HA$ và $IB = HB$.

Do đó $\triangle AIB = \triangle AHB$ (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ và $\widehat{AIB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$.

Chứng minh tương tự có :

$\widehat{A_3} = \widehat{A_4}$ và $\widehat{AKC} = 90^\circ$

mà $\widehat{A_2} + \widehat{A_3} = \widehat{BAC} = 90^\circ$ (chắn nửa đường tròn đường kính BC).

$\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} + \widehat{A_4} = 180^\circ$ chứng tỏ I, A, K thẳng hàng.

Lại có $\widehat{AIB} = \widehat{AKC} = 90^\circ$ (cmt) và $AI = AK$ (= AH tính chất đối xứng) nên tứ giác BIKC là hình thang vuông, có OA là đường trung bình.

Do đó $OA \perp IK$ hay IK là tiếp tuyến của (O).

$\Rightarrow MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \triangle AMB$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{BAM}$.

Gọi S là giao điểm của tia CA và tiếp tuyến tại B. Ta có $\triangle ABS$ vuông tại A nên $\widehat{ABM} + \widehat{S} = 90^\circ$; $\widehat{BAM} + \widehat{MAS} = \widehat{BAS} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{MAS} = \widehat{S}$ hay $\triangle MAS$ cân tại M.

$\Rightarrow MA = MS$ (= MB) hay M là trung điểm của SB.

Lại có $AH \parallel SB$ ($\perp BC$). Gọi D' là giao điểm của AH và MC.

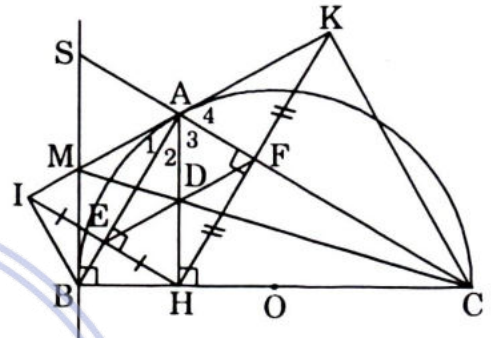
Theo hệ quả của định lý Talét : $\frac{D'A}{MS} = \frac{D'H}{MB} \left(= \frac{D'C}{MC} \right)$ mà $MS = MB$

$\Rightarrow D'A = D'H$ hay D' là trung điểm của AH (1)

Đễ thấy tứ giác AEHF là hình chữ nhật (có ba góc vuông). Gọi D là giao điểm của hai đường chéo AH và EF.

Khí đó D là trung điểm của AH (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow D$ và D' trùng nhau hay ba đường thẳng MC, AH, EF đồng quy.



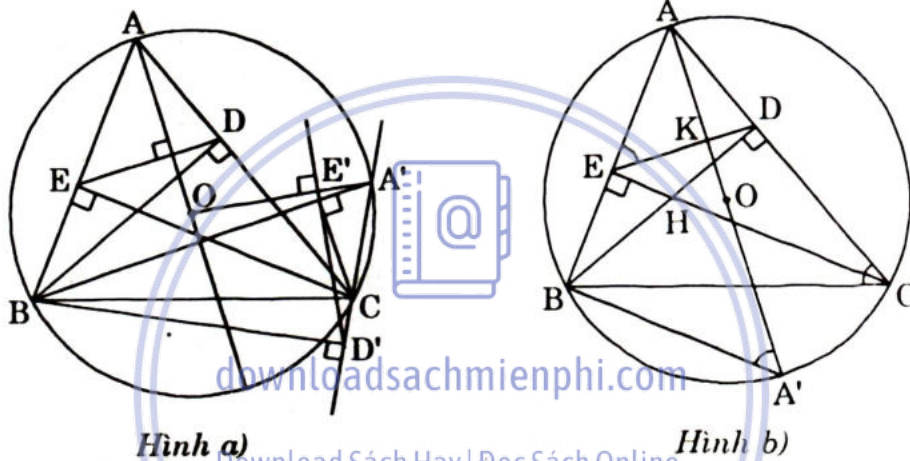
VI. BÀI TOÁN VỀ ĐIỂM CỐ ĐỊNH VÀ ĐƯỜNG CỐ ĐỊNH

Bài 1. Cho đường tròn $(O; R)$, dây cung BC cố định ($BC < 2R$) và điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC có các góc đều nhọn. Các đường cao BD và CE ($D \in AC$, $E \in AB$) cắt nhau tại H . Chứng minh rằng đường thẳng qua A và vuông góc với DE luôn đi qua một điểm cố định.

Hướng dẫn : Dự đoán : Xét ba vị trí của A khi chuyển động trên cung lớn BC (Hình a). Chẳng hạn A, A', A_1 và các đường cao tương ứng là $BD, CE, BD', CE', BD_1, CE_1$.

Nhận xét : Các đường thẳng vuông góc với $DE, D'E', D_1E_1$ đều đi qua O . Như vậy điểm cố định cần tìm là O .

Lời giải



(Xem hình b). Kẻ đường kính AA' ta có :

$$\widehat{AA'B} = \widehat{ACB} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB).}$$

$$\text{Khi đó } \widehat{BAA'} + \widehat{AA'B} = 90^\circ.$$

Dễ thấy tứ giác $BEDC$ nội tiếp ($\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$)

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AED} \Rightarrow \widehat{AED} + \widehat{BAA'} = 90^\circ.$$

Gọi K là giao điểm của AA' và DE ta có $\widehat{AKE} = 90^\circ$. Chứng tỏ $AO \perp DE$.

Qua điểm A chỉ có một đường thẳng duy nhất vuông góc với DE . Vậy đường thẳng qua A và vuông góc với DE đi qua điểm O cố định.

* **Cách khác :** Vẽ tiếp tuyến Ax qua A , ta chứng minh $Ax \parallel ED$ mà $Ax \perp OA \Rightarrow OA \perp ED$ (Xin bạn tự chứng minh).

Bài 2. Cho đường tròn (O) và điểm P cố định ở bên trong đường tròn (khác O), hai dây AB và CD thay đổi qua P và vuông góc với nhau. M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Chứng minh rằng MN luôn luôn đi qua một điểm cố định.

Hướng dẫn : Dự đoán : Tương tự như bài 1, ta cho các dây AB_1, CD thay đổi chẳng hạn $A'B'$ và $C'D'$; A_1B_1 và C_1D_1 nhưng vẫn vuông góc từng cặp với nhau.

Nối $M'N'$, M_1N_1 . Xét xem ba đường MN , $M'N'$ và M_1N_1 cùng đi qua điểm nào? Dự đoán: I là trung điểm của PO .

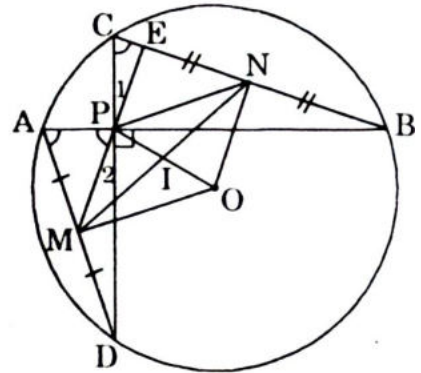
Lời giải

Giả sử MP cắt CB tại E ta có:

$$\widehat{BCD} = \widehat{BAD} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{BD})$$

Lại có $\triangle APD$ vuông tại P có M là trung điểm (gt) $\Rightarrow MA = MP = MD = \frac{1}{2}AD$

$$\text{hay } \triangle AMP \text{ cân tại } M \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{APM} \\ \Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{APM}.$$



Ta có $\hat{P}_1 = \hat{P}_2$ (đối đỉnh) mà $\widehat{APM} + \hat{P}_2 = 90^\circ$ (do $AB \perp CD$ (gt))

$$\Rightarrow \widehat{BCD} + \hat{P}_1 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CEP} = 90^\circ \text{ hay } MP \perp CB$$

Lại có: $ON \perp CB$ (định lý đường kính, dây cung)

$$\Rightarrow MP \parallel ON.$$

Chứng minh tương tự ta có $NP \parallel OM$. Do đó tứ giác $PNOM$ là hình bình hành $\Rightarrow OP$ và MN cắt nhau tại trung điểm I của PO hay MN đi qua điểm I cố định (vì P, O cố định).

Bài 3. Cho tam giác ABC , D là một điểm tùy ý trên cạnh BC (khác B và C). Vẽ các đường tròn tiếp xúc tại B và C với AB và AC đồng thời đi qua D . Gọi E là giao điểm thứ hai (khác D) của hai đường tròn này. Chứng minh rằng DE luôn luôn qua một điểm cố định.

Hướng dẫn: Dự đoán: Cũng như hai bài toán trên, ta cũng vẽ một và trường hợp khác nhau về vị trí. Rồi hãy dự đoán xem điểm cố định là điểm nào.

Lời giải

Ta có: $\widehat{BED} = \widehat{ABC}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến và một dây cùng chắn cung BD).

$$\text{Tương tự } \widehat{CED} = \widehat{ACB}$$

$$\Rightarrow \widehat{BEC} + \widehat{BAC} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180^\circ$$

(vì D nằm trên cạnh BC nên $\widehat{BEC} = \widehat{BED} + \widehat{DEC}$).

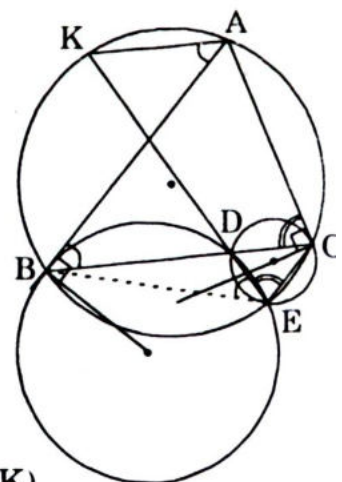
Vậy E nằm trên đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Gọi giao điểm của DE với đường tròn này là K .

$$\text{Ta có } \widehat{KAB} = \widehat{KEB} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } BK)$$

$$\text{và } \widehat{KEB} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{KAB} = \widehat{ABC} \Rightarrow AK \parallel BC.$$

Vậy K cố định hay DE luôn đi qua một điểm cố định K là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và đường thẳng song song với BC về phía A .



Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$. Gọi H là trung điểm của dây cung CD . Trên tia đối của tia DC lấy điểm S , vẽ tiếp tuyến SA, SB đến đường tròn (O) . Gọi E là giao điểm của SO và AB . F là giao điểm của OH và AB . Chứng minh rằng khi S lưu động trên tia đối của tia DC thì AB đi qua điểm cố định.

Hướng dẫn : Dự đoán : Vẽ ba trường hợp S, S', S_1 lưu động trên tia đối của tia DC . Nối $AB, A'B', A_1B_1$ xem cùng đi qua điểm nào.

Lời giải

Ta có $SA = SB$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

$$OA = OB (= R)$$

Do đó SO là đường trung trực của AB .

Xét $\triangle SBO$ vuông có đường cao BE (cmt),

ta có : $SO \cdot OE = OB^2 = R^2$ (hệ thức lượng)

Mặt khác : Vì H là trung điểm của CD (gt)

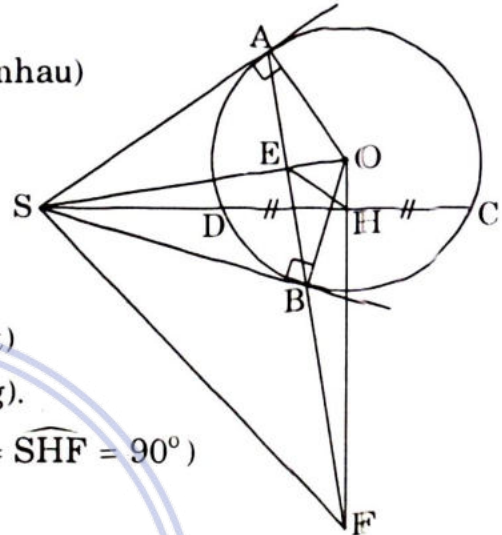
$\Rightarrow OH \perp DC$ (định lý đường kính dây cung).

Do đó ta có tứ giác $SEHF$ nội tiếp ($\widehat{SEF} = \widehat{SHF} = 90^\circ$)

$\Rightarrow \widehat{OEH} = \widehat{OFS}$ (cùng bù với $\widehat{SEH}$)

$$\Rightarrow \triangle OEH \sim \triangle OFS \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OH}{SO} = \frac{OE}{OF} \Rightarrow OH \cdot OF = SO \cdot OE = R^2$$

$$\Rightarrow OF = \frac{R^2}{OH} \text{ (không đổi)} \text{ (vì } O, H, C, D \text{ cố định)} \Rightarrow F \text{ cố định.}$$



Bài 5. Cho đường tròn (O) , AB là đường kính cố định và M là một điểm chạy trên đường tròn. Nối MA, MB . Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho $MI = 2MB$. Hỏi khi M chuyển động trên đường tròn (O) thì điểm I di động trên đường nào ?

Hướng dẫn : Dự đoán : Ta cho M di chuyển trên đường tròn chẳng hạn ở ba vị trí M, M', M_1 . Tìm xem I, I', I_1 nằm ở đâu (ba điểm thẳng hàng hay không thẳng hàng).

Lời giải

Ta có : $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{BMI} = 90^\circ$ (kề bù).

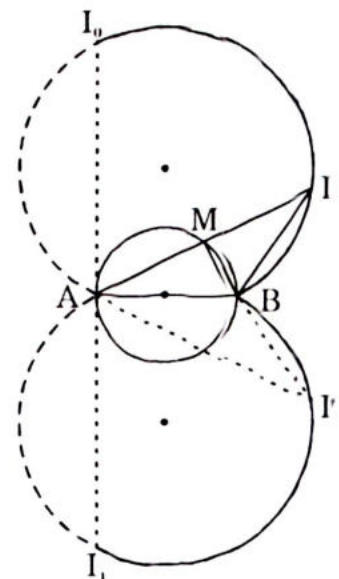
Xét tam giác vuông MIB ta có :

$$\tan \widehat{AIB} = \frac{BM}{MI} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \widehat{AIB} = \alpha$ (không đổi) và $\alpha \approx 24^\circ 34'$.

Do A, B cố định $\Rightarrow I$ nằm trên cung chứa góc α , dựng trên đoạn AB .

Giới hạn : I nằm trên hai cung I_0B và I_1B đối xứng nhau qua AB với $I_0I_1 \perp AB$ tại A .



Bài 6. Cho nửa đường tròn đường kính AB và một điểm C di động trên nửa đường tròn. Trên tia AC lấy HA = CB. Hỏi khi C di động trên nửa đường tròn thì H di động trên đường nào ?

Hướng dẫn : Dự đoán :

- + C trùng với A ta có H trùng với A.
- + Khi C trùng với I (điểm chính giữa cung AB) thì H trùng với I.
- + Khi C trùng với B thì H trùng với B' ($AB' \perp AB$).

Lời giải

Gọi I là điểm chính giữa của cung AB.

Xét $\triangle AHI$ và $\triangle BCI$ có :

$$AI = BI \text{ (gt)}$$

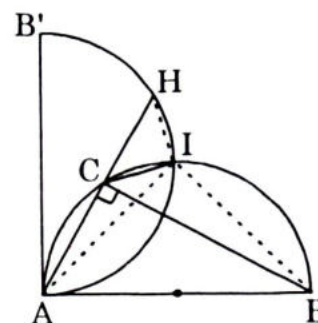
$$\widehat{HAI} = \widehat{CBI} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung CI)}$$

$$AH = BC \text{ (gt)}$$

Do đó $\triangle AHI = \triangle BCI$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AHI} = \widehat{BCI} = 45^\circ$ (vì I là điểm chính giữa cung AB).

Vì A, B cố định $\Rightarrow$ điểm chính giữa I cố định $\widehat{AHI} = 45^\circ$ không đổi.

Do đó H thuộc cung chứa góc 45° dựng trên đoạn AI. Vì C di động trên nửa đường tròn nên H di động trên nửa đường tròn đường kính AB' ($AB' \perp AB$).



Bài 7. Cho đường tròn (O; R) đường kính AB và điểm M nằm trên đường tròn (M khác A và B). Tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của (O) tại C và D. Gọi E là giao điểm của AM và OC, F là giao điểm của BM và OD, I là giao điểm của MO và EF. Chứng tỏ rằng khi M di động trên đường tròn (O; R) thì I di động trên một đường cố định.

Hướng dẫn : Dự đoán :

- + M' trùng với A $\Rightarrow I'$ là trung điểm của OA.
- + M₁ trùng với B $\Rightarrow I_1$ là trung điểm của OB.

Nhận xét : Ba điểm M, M', M₁ (thẳng hàng hay không thẳng hàng).

Lời giải

Ta có : CA = CM (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

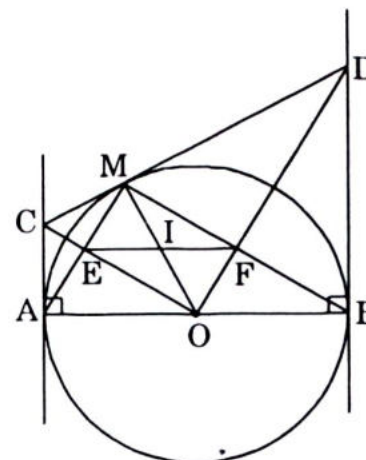
$$OA = OM (= R)$$

Do đó OC là đường trung trực của AM

$\Rightarrow OC \perp AM$ hay $\widehat{MEO} = 90^\circ$ (E là giao điểm của OC và AM).

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{MFO} = 90^\circ$.

Mặt khác $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (AB là đường kính)



$\Rightarrow$ Tứ giác MEOF là hình chữ nhật (có ba góc vuông)

$\Rightarrow I$ là trung điểm của $OM = R$ hay $OI = IM = \frac{R}{2}$ (không đổi).

Vì O cố định, $\frac{R}{2}$ không đổi $\Rightarrow I$ thuộc đường tròn tâm O bán kính $\frac{R}{2}$.

Bài 8. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A cố định trên đường tròn. Trên tiếp tuyến tại A lấy điểm B cố định. Gọi $(O'; R')$ là đường tròn tiếp xúc với AB tại B . Gọi M là trung điểm của dây chung CD . Chứng minh rằng khi bán kính R' thay đổi thì M di chuyển trên một đường cố định có giới hạn.

Hướng dẫn : Dự đoán : Khi bán kính R' thay đổi chẳng hạn R_1, R_2 nhưng O_1, O_2 vẫn tiếp xúc với AB tại B .

Xét xem M, M_1, M_2 (thẳng hàng hay không).

Lời giải

Gọi I là giao điểm của dây chung CD và AB , ta có : $\widehat{IAD} = \widehat{ICA}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AD).

Xét $\triangle AID$ và $\triangle AIC$ có : $\widehat{AIC}$ chung,

$$\widehat{IAD} = \widehat{ICA} \text{ (cmt).}$$

$$\text{Do đó : } \triangle AID \sim \triangle CIA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AI}{CI} = \frac{DI}{AI} \Rightarrow AI^2 = CI \cdot DI.$$

Chứng minh tương tự với đường tròn (O') ta có : $BI^2 = CI \cdot DI$

$$\Rightarrow AI^2 = BI^2$$

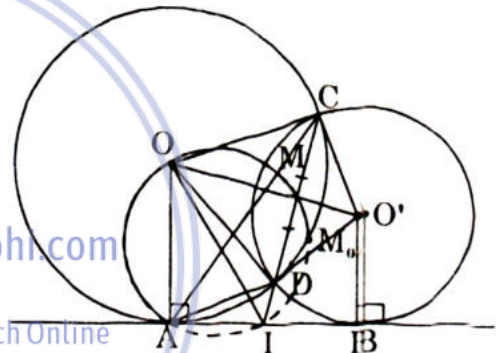
$$\Rightarrow AI = BI \text{ hay } I \text{ là trung điểm của } AB.$$

Vì AB cố định $\Rightarrow I$ cố định.

Mặt khác ta có $OC = OD (= R)$; $O'C = O'D (= R')$ nên OO' là đường trung trực của CD

$$\Rightarrow OO' \perp CD \text{ tại } M \text{ (vì } M \text{ là trung điểm của } CD \text{ (gt)) hay } \widehat{OMI} = 90^\circ.$$

Lại có O, I cố định nên M thuộc đường tròn đường kính OI giới hạn phần cung tròn $\widehat{AOM_0}$.



Phần II

CÁC ĐỀ TỰ LUYỆN TẬP

ĐỀ 1

Bài 1. (2đ) Cho biểu thức : $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} \right) : \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + a}$.

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tìm a để $P = \frac{13}{3}$.

Bài 2. (2đ) Một đội công nhân dự định hoàn thành một công việc với 50 ngày công thợ. Hãy tính số người của đội. Biết rằng nếu bổ sung thêm 5 công nhân thì số ngày để hoàn thành công việc sẽ giảm đi 5 ngày.

Bài 3. (2đ) Cho hai hàm số $y = -x + 2$ và $y = x^2$.

1. Vẽ đồ thị (D) của hàm số $y = -x + 2$ và đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ trên cùng một trục tọa độ (đơn vị trên hai trục bằng nhau).
2. Tìm giao điểm của (D) và (P) bằng đồ thị và kiểm tra lại bằng phương pháp đại số.
3. Tìm hàm số $y = ax + m$ biết rằng đồ thị (D') của nó song song với (D) và cắt (P) tại một điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 4. (2đ) Giải các phương trình và hệ phương trình :

$$1. \begin{cases} x + \frac{1}{x+y} = 7 \\ \frac{x}{x+y} = 12 \end{cases} \quad 2. \sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6.$$

Bài 5. (2đ) Cho nửa đường tròn tâm (O) có đường kính BC = 2R. Một điểm trên nửa đường tròn (A khác B và C). Kẻ AH vuông góc với BC (thuộc BC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC có chứa A, vẽ hai nửa đường tròn đường kính HB và HC, chúng lần lượt cắt AB và AC tại E và F.

- a) Chứng minh : $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.
- b) Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn đường kính HB và HC.
- c) Gọi I, K lần lượt là hai điểm đối xứng với H qua AB và AC. Chứng minh ba điểm I, A, K thẳng hàng.
- d) Đường thẳng IK cắt tiếp tuyến kẻ từ B của nửa đường tròn (O) tại P. Chứng minh rằng ba đường thẳng PC, AH, EF đồng quy.

Lời giải**Bài 1.**

1. Ta có : $P = \frac{\sqrt{a} + 1 + a}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a}} = \frac{a + \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}}$ (điều kiện $a > 0$).

* *Cách khác* : Đặt $x = \sqrt{a}$; $x > 0 \Rightarrow x^2 = a$. Ta đưa về bài toán rút gọn phân thức hữu tỉ (lớp 8).

2. Ta có : $P = \frac{13}{3} \Leftrightarrow \frac{a + \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}} = \frac{13}{3} \Leftrightarrow 3a + 3\sqrt{a} + 3 = 13\sqrt{a}$

$$\Leftrightarrow 3a - 10\sqrt{a} + 3 = 0.$$

Đặt $x = \sqrt{a}$; $a > 0 \Rightarrow x^2 = a$. Ta có phương trình :

$$3x^2 - 10x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{Vậy : } a = 9; a = \frac{1}{9}.$$

Bài 2. Gọi x là số người lúc đầu của đội ($x \in \mathbb{N}^*$) và y là số ngày để hoàn thành công việc ($y \in \mathbb{N}^*$).

Số ngày công lúc này bằng : $x \cdot y = 500$ (ngày công).

Thêm 5 người nên ta có $x + 5$ (người) và số ngày công giảm đi 5 ngày nên ta có $y - 5$ (ngày). Điều kiện : $y > 5$.

Tổng số ngày công lúc này bằng $(x + 5)(y - 5) = 500$ (ngày công).

Ta có hệ phương trình :

$$\begin{aligned} \begin{cases} xy = 500 \\ (x + 5)(y - 5) = 500 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 500 \\ xy - 5x + 5y - 25 = 500 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 500 \\ 500 - 5x + 5y - 25 = 500 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 500 & (1) \\ -x + y = 5 & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Từ (2) $\Rightarrow y = x + 5$. Thay vào (1), ta có :

$$x(x + 5) = 500 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -25 \text{ (loại)} \\ x = 20 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

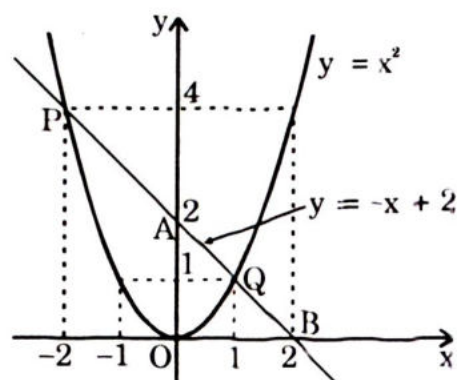
Trả lời : Số người của đội là 20 (người).

Bài 3.

1. Bảng giá trị :

x	0	2
$y = -x + 2$	2	0

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4



Đồ thị hàm số $y = -x + 2$ là đường thẳng (D) qua hai điểm A(0; 2) và B(2; 0).

Đồ thị hàm số $y = x^2$ là parabol có đỉnh O(0; 0) (Xem hình vẽ).

2. Tọa độ giao điểm của hai đồ thị : (-2; 4) và (1; 1).

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) :

$$\begin{aligned} x^2 &= -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \quad (\text{vì } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0) \end{aligned}$$

$x = 1 \Rightarrow y = 1$, ta có điểm (1; 1)

$x = -2 \Rightarrow y = 4$, ta có điểm (-2; 4).

3. Phương trình của (D') : $y = -x + m$ ($a = -1$; $m \neq 2$)

Giao điểm của (D') và (P) có hoành độ $x = 2 \Rightarrow y = 4$.

Thế tọa độ $x = 2$, $y = 4$ vào phương trình (D'), ta có :

$$4 = -2 + m \Rightarrow m = 6 \text{ (nhận).}$$

Bài 4.

1. Đặt $u = \frac{1}{x+y}$. Ta có hệ :
$$\begin{cases} x + u = 7 & (1) \\ x \cdot u = 12 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow u = 7 - x$. Thay u vào (2), ta được :

$$x(7 - x) = 12 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

• Nếu $x = 3 \Rightarrow u = 4 \Rightarrow \frac{1}{x+y} = 4 \Rightarrow x + y = \frac{1}{4}$.

Ta tìm được nghiệm của hệ : $(x; y) = \left(3; -\frac{11}{4}\right)$.

• Nếu $x = 4$. Tương tự, ta có nghiệm : $(x; y) = \left(4; -\frac{11}{3}\right)$.

2. Ta có : $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$ (*) $\Leftrightarrow \sqrt{15-x} = 6 - \sqrt{3-x}$

Bình phương hai vế, ta được :

$$15 - x = 36 - 12\sqrt{3-x} + 3 - x \Leftrightarrow 12\sqrt{3-x} = 24$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3-x} = 2 \Leftrightarrow 3 - x = 4 \Leftrightarrow x = -1.$$

Thử lại : Thay $x = -1$ vào phương trình (*), ta có :

$$\sqrt{15 - (-1)} + \sqrt{3 - (-1)} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{16} + \sqrt{4} = 6 \Leftrightarrow 4 + 2 = 6.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = -1$.

Chú ý : Khi bình phương hai vế phương trình, ta được một phương trình không tương đương, nên ta phải thử lại.

Nếu biến đổi tương đương, ta cần đặt điều kiện như sau :

$$\sqrt{15-x} = 6 - \sqrt{3-x} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - \sqrt{3-x} \geq 0 & (**) \\ (\sqrt{15-x})^2 = (6 - \sqrt{3-x})^2 & (***) \end{cases}$$

Tiếp tục giải phương trình (***), ta được $x = -1$ và $x = -1$ thỏa điều kiện (**).

Bài 5. Hướng dẫn câu d) : Vì AH và EF cắt nhau tại M ta phải chứng minh PC đi qua M. Giả sử PC cắt AH tại M' ta phải chứng minh $M' \equiv M$.

a) E thuộc nửa đường tròn đường kính BH (gt) $\Rightarrow \widehat{BEH} = 90^\circ$ hay $HE \perp AB$.

Xét tam giác vuông AHB đường cao HE ta có :

$$AH^2 = AE \cdot AB$$

Chứng minh tương tự với $\triangle AHC$:

$$AH^2 = AF \cdot AC \Rightarrow AE \cdot AB = AF \cdot AC.$$

b) Dễ thấy tứ giác AFHE là hình chữ nhật (có 3 góc vuông). Gọi M là giao điểm của hai đường chéo AH và EF ta có :

$$ME = MH = MF = MA.$$

Gọi O_1 là tâm đường tròn đường kính BH ta có :

$$\triangle O_1EM = \triangle O_1HM \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \widehat{O_1EM} = \widehat{O_1HM} = 90^\circ \text{ hay } EF \perp O_1E.$$

Chúng tỏ EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BH. Chứng minh tương tự ta có EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CH. Vậy EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn đường kính BH và CH.

c) I đối xứng với H qua AB $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$. Chứng minh tương tự $\widehat{A_3} = \widehat{A_4}$ mà $\widehat{A_2} + \widehat{A_3} = \widehat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} + \widehat{A_4} = 180^\circ$.

Do đó ba điểm I, A, K thẳng hàng.

d) Gọi Q là giao điểm của tia CA và BP. Giả sử CP cắt AH tại M', ta có I đối xứng với H qua AB (gt) $\Rightarrow AI = AH$ và $BI = BH$.

$$\text{Do đó } \triangle AIB = \triangle AHB \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{AHB} = 90^\circ.$$

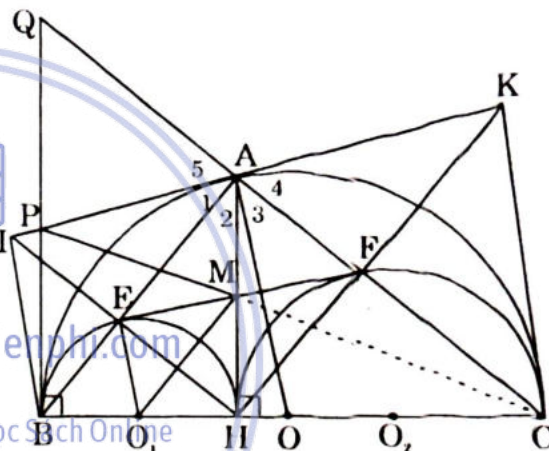
Chứng minh tương tự ta có $\widehat{AKC} = 90^\circ$.

Do đó tứ giác BIKC là hình thang vuông có AO là đường trung bình $\Rightarrow AO \perp IK$ hay IK là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Khi đó P là giao điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ A và B $\Rightarrow PA = PB$.

$\triangle BAQ$ vuông tại A $\Rightarrow PA = PQ = PB$ hay P là trung điểm của BQ.

Ta có : $AH \parallel BQ$ ($\perp BC$).



Theo hệ quả định lý Talét ta có :

$$\frac{AM'}{PQ} = \frac{CM'}{CP} = \frac{HM'}{PB} \quad \text{mà } PQ = PB \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow AM' = HM'$ hay M' là trung điểm của AH .

Mà M là trung điểm của $AH \Rightarrow M'$ và M phải trùng nhau hay CP đi qua M .

Vậy ba đường thẳng PC , AH , EF đồng quy.

ĐỀ 2

Bài 1. (2đ) Cho biểu thức $P = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{ab}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$.

- Xác định a , b để biểu thức có nghĩa và hãy rút gọn P .
- Tính giá trị của P khi $a = \sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}}$ và $b = \sqrt{24}$.

Bài 2. (2đ)

- Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + my = 3m \\ mx - y = m^2 - 2. \end{cases}$$

Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - 2x - y > 0$.

- Giải phương trình : $x^2 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 10 = 0$.

Bài 3. (2đ) Một ô tô đi quãng đường AB dài 80km trong một thời gian dự định, ba phần tư quãng đường đầu ô tô chạy nhanh hơn dự định 10km/h, quãng đường còn lại ô tô chạy chậm hơn dự định 15km/h. Biết rằng ô tô đến B đúng giờ quy định. Tính thời gian ô tô đi hết quãng đường AB .

Bài 4. (1đ) Cho $(x + \sqrt{x^2 + 2010})(y + \sqrt{y^2 + 2010}) = 2010$.

Hãy tính tổng $S = x + y$.

Bài 5. (3đ) Cho đường tròn tâm O . Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MC , MD với (O) (C , D là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MA không đi qua tâm O , A nằm giữa M và B . Tia phân giác của góc ACD cắt AB tại E .

- Chứng minh : $MC = ME$.
- Chứng minh DE là phân giác của góc ADB .
- Gọi I là trung điểm đoạn AB . Chứng minh năm điểm O , I , C , M , D cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh IM là tia phân giác của góc CID .

Lời giải**Bài 1.**

$$\text{a) } P \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} \neq 0 \\ a\sqrt{b} - b\sqrt{a} \neq 0 \\ \sqrt{ab} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ \sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ a \neq b \end{cases}$$

Với $a > 0$; $b > 0$; $a \neq b$. Ta có :

$$\begin{aligned} P &= \frac{a - 2\sqrt{ab} + b + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \\ &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có : } a &= \sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{6})^2} = |3 - \sqrt{6}| + |3 - 2\sqrt{6}| \\ &= (3 - \sqrt{6}) - (3 - 2\sqrt{6}) = \sqrt{6} \quad (\text{vì } \sqrt{6} < 3 < 2\sqrt{6}). \\ b &= \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = a - b = \sqrt{6} - 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}.$$

Bài 2.

$$\text{a) Ta có : } \begin{cases} x + my = 3m & (1) \\ mx - y = m^2 - 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow x = 3m - my$. Thay x vào (2), ta được :

$$\begin{aligned} m(3m - my) - y &= m^2 - 2 \Leftrightarrow (m^2 + 1) = 2(m^2 + 1) \\ &\Leftrightarrow y = 2 \quad (\text{vì } m^2 + 1 \neq 0, \forall m) \end{aligned}$$

Ta tìm được $x = m$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó : } x^2 - 2x - y > 0 &\Leftrightarrow m^2 - 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - 3 > 0 \\ &\Leftrightarrow (m - 1)^2 > 3 \Leftrightarrow |m - 1| > \sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 > \sqrt{3} \\ m - 1 < -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 + \sqrt{3} \\ m < 1 - \sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{b) Phương trình được viết lại như sau : } x^2 + \frac{1}{x^2} - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 10 = 0$$

$$\text{Đặt } x + \frac{1}{x} = u \Rightarrow u^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = u^2 - 2.$$

$$\text{Ta có phương trình } u^2 - u - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ u = -3 \end{cases}$$

- Nếu $u = 4$, ta có : $x + \frac{1}{x} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \ (x \neq 0) \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$.
- Nếu $u = -3$, ta có : $x + \frac{1}{x} = -3 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \ (x \neq 0) \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

Bài 3. Gọi x (km/h) là vận tốc dự định của ô tô ($x > 15$).

Thời gian dự định sẽ là $\frac{80}{x}$ (h).

Đoạn đường thứ nhất dài là : $80 \cdot \frac{3}{4} = 60$ (km).

Thời gian đi trên đoạn đường này sẽ là $\frac{60}{x+10}$ (h).

Đoạn đường thứ hai dài : $80 - 60 = 20$ (km).

Thời gian đi trên đoạn đường này sẽ là : $\frac{20}{x-15}$ (h).

Theo bài ra, ta có phương trình :

$$\begin{aligned} \frac{60}{x+10} + \frac{20}{x-15} &= \frac{80}{x} \Leftrightarrow \frac{3}{x+10} + \frac{1}{x-15} = \frac{4}{x} \\ &\Leftrightarrow 3x^2 - 45 + x^2 + 10x = 4x^2 - 20x - 600 \\ &\Leftrightarrow x = 40 \text{ (nhận)} \end{aligned}$$

Vận tốc dự định của ô tô là 40 (km/h).

Trả lời : Thời gian ô tô đi hết quãng đường là $\frac{80}{40} = 2$ (h).

Bài 4. Ta có : $(x + \sqrt{x^2 + 2010})(y + \sqrt{y^2 + 2010}) = 2010$

$$\Rightarrow (x + \sqrt{x^2 + 2010})(\sqrt{x^2 + 2010} - x)(y + \sqrt{y^2 + 2010}) = 2010(\sqrt{x^2 + 2010} - x)$$

$$\Rightarrow 2010(y + \sqrt{y^2 + 2010}) = 2010(\sqrt{x^2 + 2010} - x)$$

$$\Rightarrow y + \sqrt{y^2 + 2010} = \sqrt{x^2 + 2010} - x \quad (*)$$

Chứng minh tương tự, ta được :

$$x + \sqrt{x^2 + 2010} = \sqrt{y^2 + 2010} - y \quad (**)$$

Cộng vế với vế (*) và (**), ta có : $x + y = -x - y \Rightarrow x + y = 0$ (đpcm).

Bài toán tương tự : Cho $(a + \sqrt{a^2 + 3})(b + \sqrt{b^2 + 3}) = 3$. Tính $a + b$.

Đáp số : $a + b = 0$.

Bài 5.

a) Ta có $\widehat{MCE} = \widehat{MCA} + \widehat{ACE}$

$\widehat{MEC} = \widehat{ECB} + \widehat{B_1}$ (góc ngoài của tam giác ECB)

mà $\widehat{MCA} = \widehat{B_1}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

và $\widehat{ACE} = \widehat{ECB}$ (gt)

Do đó $\widehat{MCE} = \widehat{MEC}$ hay ΔMCE cân tại M $\Rightarrow MC = ME$.

b) Ta có : $MC = MD$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

$ME = MC$ (cmt) $\Rightarrow ME = MD$ hay ΔMED cân tại M.

$\Rightarrow \widehat{MED} = \widehat{MDE}$ mà $\widehat{MED} = \widehat{B_2} + \widehat{BDE}$ (góc ngoài của ΔEBD)

$\widehat{MDE} = \widehat{MDA} + \widehat{ADE}$ lại có $\widehat{MDA} = \widehat{B_2}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến một dây cùng chắn cung AD)

$\Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{ADE}$ chứng tỏ DE là tia phân giác của góc ADB.

c) I là trung điểm đoạn AB (gt) $\Rightarrow OI \perp AB$ (định lý đường kính dây cung)

$\Rightarrow \widehat{MIO} = 90^\circ$ hay I thuộc đường tròn đường kính MO.

Lại có $\widehat{MCO} = \widehat{MDO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

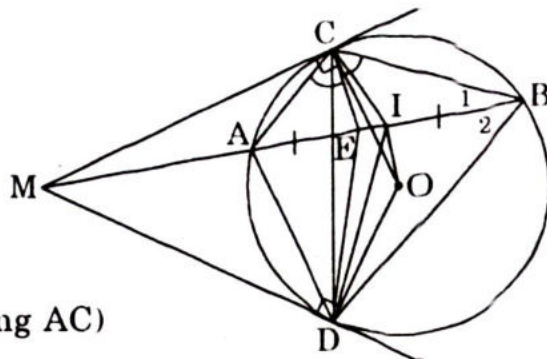
$\Rightarrow \widehat{MCO} + \widehat{MDO} = 180^\circ$.

Do đó bốn điểm M, C, D, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO. Vậy năm điểm O, I, C, M, D cùng thuộc một đường tròn.

d) Xét đường tròn đi qua năm điểm O, I, C, M, D ta có $\widehat{MIC} = \widehat{MDC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MC).

Tương tự $\widehat{MID} = \widehat{MCD}$ mà $\widehat{MDC} = \widehat{MCD}$ (ΔMCD cân)

$\Rightarrow \widehat{MIC} = \widehat{MID}$ hay MI là phân giác của góc CID.

**ĐỀ 3**

Bài 1. (2đ) Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (1)

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ (2)

c) $\begin{cases} 2x + y = 1 & (a) \\ 3x + 4y = -1 & (b) \end{cases}$ (3).

Bài 2. (2đ)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -x^2$ và đường thẳng (d) : $y = x - 2$ trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3. (1đ) Thu gọn các biểu thức sau :

a) $A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$

b) $B = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{x - 4} - \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 4\sqrt{x} + 4} \right) \cdot \frac{x\sqrt{x} + 2x - 4\sqrt{x} - 8}{\sqrt{x}} \quad (x > 0; x \neq 4).$

Bài 4. (1,5đ) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Chứng minh phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

Bài 5. (3,5đ) Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O và hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O), ở đây A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D.

a) Chứng minh : $MA^2 = MC \cdot MD$.

b) Gọi I là trung điểm của CD. Chứng minh rằng năm điểm M, A, O, I, B cùng nằm trên một đường tròn.

c) Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp được đường tròn. Suy ra AB là phân giác của góc CHD.

d) Gọi K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O). Chứng minh A, B, K thẳng hàng.

Lời giải

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Bài 1.

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$. Ta có $a + b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{5}{2}.$$

b) Đặt $t = x^2; t \geq 0$. Ta có phương trình : $t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 4 \text{ (nhận)}. \end{cases}$

Vậy $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

c)
$$\begin{cases} 2x + y = 1 & (1) \\ 3x + 4y = -1 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow y = 1 - 2x$.

Thế y vào (2) : $3x + 4(1 - 2x) = -1 \Leftrightarrow -5x = -5 \Leftrightarrow x = 1$

Hệ có nghiệm (1; -1).

Bài 2.

a) Bảng giá trị của $y = -x^2$:

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

Bảng giá trị của $y = x - 2$:

x	0	2
y	-2	0

Đồ thị $y = -x^2$ là một parabol.

Đồ thị $y = x - 2$ là một đường thẳng (xem hình vẽ).

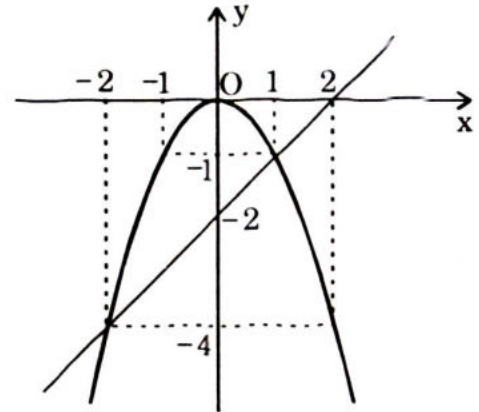
- b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\bullet \quad x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$$\bullet \quad x = -2 \Rightarrow y = -4$$

Tọa độ giao điểm : $(1; -1), (-2; -4)$.



Bài 3.

$$a) \quad A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| - |2 + \sqrt{3}|$$

Vì $2 - \sqrt{3} > 0$ và $2 + \sqrt{3} > 0$ nên $A = 2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$.

$$\begin{aligned} b) \quad \text{Ta có } B &= \left[\frac{\sqrt{x} + 1}{x - 4} - \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 2)^2} \right] \cdot \frac{x(\sqrt{x} + 2) - 4(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2) - (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)^2} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 2)(x - 4)}{\sqrt{x}} \\ &\quad \text{(vì } x - 4 = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)) \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x} + 2 - x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} + 2)(x - 4)} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 2)(x - 4)}{\sqrt{x}} = \frac{6\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 6 \end{aligned}$$

Bài 4.

$$a) \quad x^2 - 2mx - 1 = 0$$

$a = 1$; $c = -1 \Rightarrow a$ và c khác dấu nên phương trình luôn có hai nghiệm (khác dấu) với mọi m .

* *Cách khác* : Ta có : $\Delta' = m^2 + 1 > 0$, $\forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

$$b) \quad \text{Theo hệ thức Viét : } x_1 + x_2 = 2m; \quad x_1 x_2 = -1.$$

$$\text{Khi đó : } x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 - 3(-1) = 7 \Leftrightarrow 4m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Bài 5.

- a) Xét $\triangle MCA$ và $\triangle MAD$ có : $\widehat{AMD}$ chung, $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Do đó $\triangle MAC \sim \triangle MDA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD \quad (1)$$

b) I là trung điểm của CD (gt)

$\Rightarrow OI \perp CD$ (định lý đường kính dây cung)

hay $\widehat{MIO} = 90^\circ$ hay I thuộc đường tròn đường kính MO.

Lại có :

$$\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ \text{ (tính chất tiếp tuyến)}$$

$\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$ nên bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO.

Vậy năm điểm M, A, I, O, B cùng thuộc đường tròn.

c) Ta có : $MA = MB$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

$OA = OB (= R)$ nên MO là đường trung trực của đoạn AB

$\Rightarrow MO \perp AB$ tại H.

Xét tam giác vuông MAO có AH là đường cao :

$$MA^2 = MH \cdot MO \quad (2) \quad \text{(hệ thức lượng)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MH \cdot MO = MC \cdot MD$

Xét $\triangle MHC$ và $\triangle MDO$ có $\widehat{HMC}$ chung và $MH \cdot MO = MC \cdot MD$ (cmt)

Do đó $\triangle MHC \sim \triangle MDO$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{MDO} \quad (3) \Rightarrow \text{Tứ giác CHOD nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \widehat{DCO} = \widehat{DHO} \quad (4) \quad \text{(góc nội tiếp chắn cung OD)}$$

$$\text{mà } \widehat{DCO} = \widehat{CDO} \quad (5) \quad (\triangle COD \text{ cân})$$

$$\text{Từ (3), (4) và (5)} \Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{DHO}$$

$$\text{mà } \widehat{MHC} + \widehat{CHA} = \widehat{DHO} + \widehat{DHA} = 90^\circ$$

$\Rightarrow \widehat{CHA} = \widehat{DHA}$, chứng tỏ AB là phân giác của góc CHD.

d) Ta có KC và KD là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) (gt)

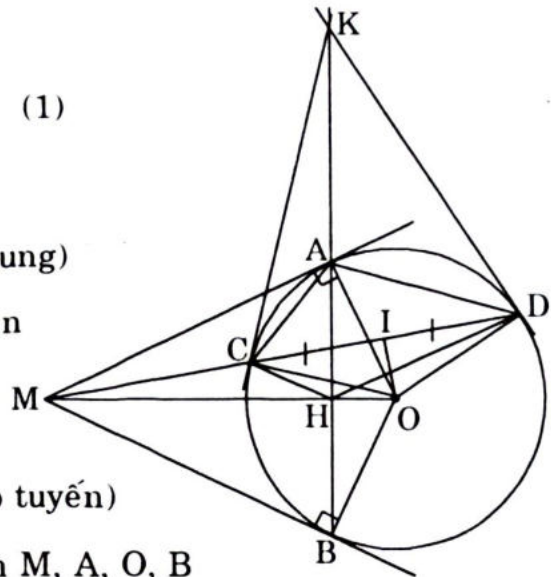
nên $\widehat{KCO} + \widehat{KDO} = 180^\circ$. Do đó tứ giác CKDO nội tiếp.

Mặt khác tứ giác CHDO nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow$ Năm điểm C, K, D, O, H cùng thuộc một đường tròn.

$$\Rightarrow \widehat{KHO} = \widehat{KCO} = 90^\circ \text{ hay } KH \perp MO \text{ tại H mà } AB \perp MO \text{ tại H.}$$

$\Rightarrow$ KH và AB phải trùng nhau hay ba điểm A, B, K thẳng hàng.



ĐỀ 4**Bài 1.** (1,5đ) Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$

b) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

c)
$$\begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 9x - y = 7. \end{cases}$$

Bài 2. (1,5đ) Thu gọn các biểu thức sau :

a) $A = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$

b) $B = (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}.$

Bài 3. (1đ) Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 675m^2 và có chu vi bằng 120m. Tìm chiều dài và chiều rộng của khu vườn.**Bài 4.** (2đ) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ với m là tham số và x là ẩn số.a) Giải phương trình với $m = 1$.b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .c) Với điều kiện câu b) hãy tìm m để biểu thức $A = x_1x_2 - x_1 - x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.**Bài 5.** (4đ) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Đường tròn đường kính BC cắt AB, AC theo thứ tự tại E và F. Biết BF cắt CE tại H và AH cắt BC tại D.

a) Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp và AH vuông góc với BC.

b) Chứng minh : $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.c) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và K là trung điểm của BC. Tính tỉ số $\frac{OK}{BC}$ khi tứ giác BHOC nội tiếp.d) Cho $HF = 3\text{cm}$, $HB = 4\text{cm}$, $CE = 8\text{cm}$ và $HC > HE$. Tính HC.**Lời giải****Bài 1.**a) $\Delta' = 1 > 0$. Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = \sqrt{5} - 1$; $x_2 = \sqrt{5} + 1$.b) Đặt $t = x^2$; $t \geq 0$. Ta có phương trình : $t^2 - 29t + 100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 25 \end{cases}$

• $t = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

• $t = 25 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm 5$.

c)
$$\begin{cases} 5x + 6y = 17 & (1) \\ 9x - y = 7 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) $\Rightarrow y = 9x - 7$.

Thế y vào (1) : $5x + 6(9x - 7) = 17 \Leftrightarrow 59x = 59 \Leftrightarrow x = 1$

Hệ có nghiệm (1; 2).

Bài 2.

$$a) A = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{|\sqrt{3}-1|}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(vì $\sqrt{3}-1 > 0$ nên $|\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$).

$$\begin{aligned} b) B &= (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6-3\sqrt{3}} = \sqrt{2}(3 + \sqrt{3})\sqrt{6-3\sqrt{3}} \\ &= (3 + \sqrt{3})\sqrt{2(6-3\sqrt{3})} = (3 + \sqrt{3})\sqrt{12-6\sqrt{3}} \\ &= (3 + \sqrt{3})\sqrt{(3-\sqrt{3})^2} = (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 9 - 3 = 6. \end{aligned}$$

Bài 3. Nửa chu vi của hình chữ nhật bằng $\frac{120}{2} = 60$ (m).

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là x (m) ($x > 0$) thì chiều dài sẽ là $60 - x$ ($x < 60$). Ta có phương trình :

$$\begin{aligned} x(60 - x) &= 675 \Leftrightarrow 60x - x^2 = 675 \Leftrightarrow x^2 - 60x + 675 = 0 \\ \Delta' &= 30^2 - 675 = 225 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 15 \end{aligned}$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 45$; $x_2 = 15$.

Trả lời : Chiều rộng của khu vườn là 15 (m), chiều dài là 45 (m).

Bài 4.

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

- a) Với $m = 1$. Ta có phương trình : $x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (nghiệm kép).
- b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0$
 $\Leftrightarrow m > 1$.
- c) Với $m > 1$, phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Theo định lí Viét, ta có : $x_1 + x_2 = 2m$; $x_1 x_2 = m^2 - m + 1$.

$$\text{Vậy } A = (m^2 - m + 1) - 2m = m^2 - 3m + 1 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}.$$

Giá trị nhỏ nhất của A bằng $-\frac{5}{4}$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow m - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \text{ (thỏa điều kiện } m > 1).$$

Bài 5.

- a) Ta có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ (BC là đường kính) nên tứ giác BEFC nội tiếp.
 H là giao điểm của BF, CE nên H là trực tâm của $\triangle ABC \Rightarrow AH \perp BC$.
- b) Tứ giác BEFC nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ACB}$

$$\text{Do đó } \triangle AEF \sim \triangle ACB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} \Rightarrow AE \cdot AB = AF \cdot AC.$$

- c) Khi tứ giác BHOC nội tiếp ta có $\widehat{BOC} = \widehat{BHC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

Mặt khác tứ giác AEHF nội tiếp ($\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$)

$$\Rightarrow \widehat{A} + \widehat{EHF} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{EHF} = 180^\circ - \widehat{A}$$

$$\Rightarrow \widehat{BHC} = \widehat{EHF} = 180^\circ - \widehat{A} \text{ (đối đỉnh)}$$

mà $\widehat{BOC} = 2\widehat{A}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp)

$$\Rightarrow 2\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{A} \Rightarrow 3\widehat{A} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = \widehat{BHC} = \widehat{EHF} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

K là trung điểm của BC $\Rightarrow OK \perp BC$ nên OK là đường cao của tam giác cân OBC và đồng thời cũng là đường phân giác ta có :

$$\widehat{BOK} = \widehat{COK} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\triangle BOK \text{ vuông tại K có } \widehat{BOK} = 60^\circ \Rightarrow \frac{OK}{BK} = \cot \widehat{BOK} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{mà } BC = 2BK \Rightarrow \frac{OK}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

- d) Xét tam giác vuông AEC có $\widehat{A} = 60^\circ$; CE = 8cm (gt)

$$\Rightarrow AE = CE \cdot \cot \widehat{A} = 8 \cdot \cot 60^\circ = \frac{8}{\sqrt{3}}.$$

Tương tự với $\triangle AFB$ có : FB = FH + HB = 3 + 4 = 7cm

$$\Rightarrow AB = \frac{BF}{\sin A} = \frac{7}{\sin 60^\circ} = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BE = AB - AE = \frac{14}{\sqrt{3}} - \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}}.$$

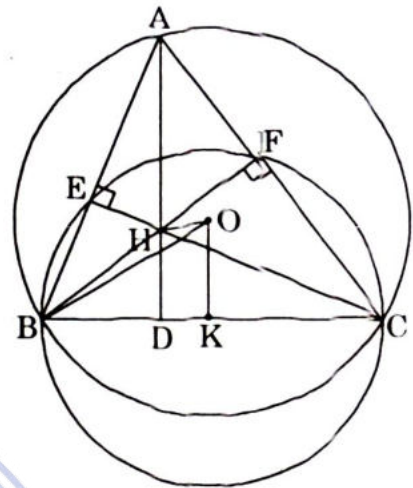
Xét $\triangle CEA$ và $\triangle BEH$ có $\widehat{ACE} = \widehat{EBH}$ (cùng phụ với $\widehat{A}$)

$$\text{và } \widehat{CEA} = \widehat{BEH} = 90^\circ$$

$$\text{Do đó } \triangle CEA \sim \triangle BEH \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CE}{BE} = \frac{AE}{HE}$$

$$\Rightarrow HE = \frac{AE \cdot BE}{CE} = \frac{\frac{8}{\sqrt{3}} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}}}{8} = 2$$

$$\Rightarrow HC = CE - HE = 8 - 2 = 6\text{cm}.$$



* Cách 2. Dễ thấy $\triangle BEH \sim \triangle CFH$ (g.g)

(vì $\widehat{BHE} = \widehat{CHF}$ và $\widehat{BEH} = \widehat{CFH} = 90^\circ$)

$$\Rightarrow \frac{HB}{HC} = \frac{HE}{HF} \Rightarrow HB.HF = HC.HE \text{ hay } 4.3 = HC(8 - HC)$$

$$\Leftrightarrow 12 = 8HC - HC^2 \Leftrightarrow HC^2 - 8HC + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow HC^2 - 8HC + 16 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (HC - 4)^2 - 2^2 = 0 \Leftrightarrow (HC - 4 - 2)(HC - 4 + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (HC - 6)(HC - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} HC = 6 \\ HC = 2 \end{cases}$$

• $HC = 6 \Rightarrow HE = CE - HC = 8 - 6 = 2$ (thỏa điều kiện $HC > HE$).

• $HC = 2 \Rightarrow HE = 8 - 2 = 6$ (không thỏa điều kiện $HC > HE$).

Vậy $HC = 6$ (cm).

ĐỀ 5

Bài 1. (1,5đ) Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{x}{x - \sqrt{x} + 1}\right) : \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm x để $P < 0$.

Bài 2. (2đ) Cho phương trình: $x^2 + 2mx + m - 1 = 0$.

1. Giải phương trình khi $m = 2$.

2. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
Hãy xác định m để phương trình có nghiệm dương.

Bài 3. (2,5đ)

1. Giải phương trình: $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$.

2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm (x; y) thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 10$.

Bài 4. (3đ) Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB, điểm I nằm giữa hai điểm A và O. Kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại I, đường thẳng này cắt đường tròn (O; R) tại M và N. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng BM và AN. Qua S kẻ đường thẳng song song với MN, đường thẳng này cắt các đường thẳng AB và AM lần lượt ở K và H. Hãy chứng minh:

1. Tứ giác SKAM là tứ giác nội tiếp và $HS.HK = HA.HM$.

2. KM là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

3. Ba điểm H, N, B thẳng hàng.

Bài 5. (1đ) Cho $x^2 + y^2 = 6$.

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $m = x - \sqrt{5}y$.

Lời giải

Bài 1.

$$\begin{aligned} 1. \text{ Ta có : } P &= \frac{x - \sqrt{x} + 1 - x}{x - \sqrt{x} + 1} \cdot \frac{x\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)^2} = \frac{-(\sqrt{x} - 1)[(\sqrt{x})^3 + 1]}{(x - \sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 1)^2} \\ &= \frac{-(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}. \end{aligned}$$

$$2. \text{ Vì } x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 0. \text{ Vậy } P < 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{x} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 1 \Leftrightarrow x > 1.$$

Bài 2.

$$\begin{aligned} 1. \text{ Khi } m = 2, \text{ ta có phương trình : } x^2 + 4x + 1 &= 0 \\ a = 1; b = 4 \Rightarrow b' = 2; c = 1. \text{ Vậy } \Delta' &= 4 - 1 = 3 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{3} \\ \text{Phương trình có hai nghiệm : } x_1 &= -2 + \sqrt{3}; \quad x_2 = -2 - \sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$2. \text{ Ta có : } \Delta' = m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall m.$$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Phương trình có nghiệm dương nếu một trong hai trường hợp sau xảy ra :

- Trường hợp 1 : Hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow a$ và c trái dấu $\Leftrightarrow a = 1$ và $c = m - 1$ trái dấu $\Leftrightarrow m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$ (không cần xét $\Delta > 0$).
- Trường hợp 2. Hai nghiệm (phân biệt) dương $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \text{ (đã xét)} \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 > 0 \\ -2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy khi $m < 1$ phương trình có nghiệm dương.

Bài 3.

$$1. \text{ Đặt } y = \sqrt{x^2 + x}; y \geq 0 \Rightarrow x^2 + x = y^2.$$

$$\text{Ta có phương trình : } 3y^2 - 2y - 1 = 0 \text{ vì } a + b + c = 3 - 2 - 1 = 0$$

$$\text{nên phương trình có nghiệm } y_1 = 1 \text{ và } y_2 = -\frac{1}{3} \text{ (loại).}$$

$$\text{Vậy } x^2 + x = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

2.a) Khi $m = 1$. Ta có hệ :

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = -2 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm : $(x; y) = (1; 3)$.

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có : } \begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 2m - 4 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5m \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ m + 2y = 3m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } x^2 + y^2 = 10 &\Leftrightarrow m^2 + (m+2)^2 = 10 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases} \quad (\text{vì } a + b + c = 2 + 4 - 6 = 0). \end{aligned}$$

Bài 4.

1. Ta có $AB \perp MN$ tại I (gt), $SK \parallel MN$ (gt)

$$\Rightarrow SK \perp AB \text{ hay } \widehat{SKA} = 90^\circ.$$

Lại có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (AB là đường kính)

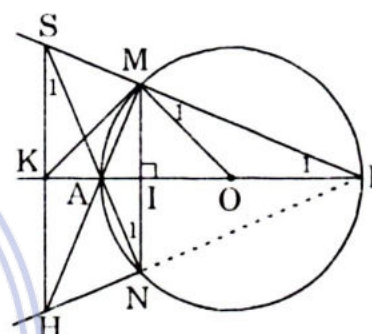
mà $\widehat{AMB} + \widehat{AMS} = 180^\circ$ (kề bù)

$$\Rightarrow \widehat{AMS} = 90^\circ$$

Ta có $\widehat{AMS} + \widehat{SKA} = 180^\circ$. Do đó tứ giác SKAM nội tiếp.

Xét hai tam giác vuông HKA và HMS có KHA chung.

$$\text{Do đó } \Delta HKA \approx \Delta HMS \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{HS}{HA} = \frac{HM}{HK} \Rightarrow HS.HK = HA.HM.$$



2. Ta có tứ giác SKAM nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \hat{S}_1 = \widehat{KMA} \quad (\text{góc nội tiếp cùng chắn cung KA}).$$

Vì $SK \parallel MN$ (gt) $\Rightarrow \hat{S}_1 = \widehat{MNA}$ (so le trong), $\widehat{MNA} = \hat{B}_1$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AM), $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$ (ΔBOM cân tại O)

$$\Rightarrow \widehat{KMA} = \widehat{M}_1 \quad \text{mà} \quad \widehat{M}_1 + \widehat{AMO} = \widehat{AMB} = 90^\circ \text{ (AB là đường kính)}$$

$$\Rightarrow \widehat{\text{KMA}} + \widehat{\text{AMO}} = 90^\circ$$

Chứng tỏ KM là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$.

3. Ta có : $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (AB là đường kính) hay $AN \perp NB$ (1)

Xét $\triangle SHB$ có HM, BK là hai đường cao cắt nhau tại A nên A là trực tâm
 $\Rightarrow SN \perp HB$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ NB và HB phải trùng nhau hay ba điểm H, N, B thẳng hàng.

Bài 5. Ta có : $m = x - \sqrt{5}y \Rightarrow x = m + \sqrt{5}y$.

Khi đó đẳng thức $x^2 + y^2 = 6$ có dạng :

$$(m + \sqrt{5}y)^2 + y^2 = 6 \Leftrightarrow m^2 + 2m\sqrt{5}y + 5y^2 + y^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 6y^2 + 2m\sqrt{5}y + m^2 - 6 = 0 \quad (*)$$

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 6(m^2 - 6) \geq 0$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 36 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq 36$$

$$\Leftrightarrow |m| \leq 6 \Leftrightarrow -6 \leq m \leq 6.$$

Vậy giá trị lớn nhất của m bằng 6. Dấu "=" xảy ra khi phương trình (*) có nghiệm kép : $y = -\sqrt{5}$ (với $m = 6$) và $x = \pm 1$.

Giá trị nhỏ nhất của m bằng -6. Dấu "=" xảy ra khi $y = \sqrt{5}$; $x = \pm 1$.

ĐỀ 6

Bài 1. (2đ)

- Giải phương trình : $2(x - 1) = 3 - x$.
- Giải hệ phương trình : $\begin{cases} y = x - 2 \\ 2x - 3y = 9. \end{cases}$

Bài 2. (2đ)

- Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{2}x^2$. Tính $f(0)$; $f(2)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(-\sqrt{2})$.
- Cho phương trình (ẩn x) : $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 1 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 8$.

Bài 3. (2đ)

- Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{x + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 2\sqrt{x} + 1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.
- Hai ô tô cùng xuất phát từ A đến B, ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai mỗi giờ 10km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ. Tính vận tốc hai xe ô tô. Biết quãng đường AB dài 300km.

Bài 4. (3đ) Cho đường tròn (O) dây AB không đi qua tâm, trên cung nhỏ AB lấy điểm M (M không trùng với A, B) kẻ dây MN vuông góc với AB tại H, kẻ $MK \perp AN$ (K thuộc AN).

- Chứng minh bốn điểm A, M, H, K thuộc một đường tròn.
- Chứng minh MN là tia phân giác của góc BMK.
- Khi M di chuyển trên cung nhỏ AB. Gọi E là giao điểm của HK và BN. Xác định vị trí của điểm M để $(MK \cdot AN + ME \cdot NB)$ có giá trị lớn nhất.

Bài 5. (1đ) Cho x, y thỏa mãn $\sqrt{x+2} - y^3 = \sqrt{y+2} - x^3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $B = x^2 + 2xy - 2y^2 + 2y + 10$.

Lời giải

Bài 1.

1. Ta có : $2(x - 1) = 3 - x \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$.

2. Ta có : $\begin{cases} y = x - 2 \\ 2x - 3(x - 2) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ -x = 9 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất : $(x; y) = (-3; -5)$.

Bài 2.

1. Ta có : $f(0) = 0$; $f(2) = -2$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$; $f(-\sqrt{2}) = -1$.

2. Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 - 1) \geq 0$
 $\Leftrightarrow 2m + 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$.

Khi đó phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

Theo hệ thức Viét, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$

Vậy $x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = x_1 x_2 + 8$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 3x_1 x_2 + 8 \Leftrightarrow (2m + 2)^2 = 3(m^2 - 1) + 8$

$\Leftrightarrow m^2 + 8m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 + \sqrt{17} \text{ (nhận)} \\ m = -4 - \sqrt{17} \text{ (loại)} \end{cases}$

Vậy $m = -4 + \sqrt{17}$.

Bài 3.

1. Với $x > 0$ và $x \neq 1$, ta có :

$$A = \left[\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \right] : \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 1)^2} = \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{\sqrt{x} - 1}$$

$$= \frac{-(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}}.$$

2. Gọi x (km/h) là vận tốc của ô tô thứ nhất ($x > 10$); vận tốc của ô tô thứ hai sẽ là $x - 10$ (km/h). Ta có phương trình :

$\frac{300}{x - 10} - \frac{300}{x} = 1 \Leftrightarrow 300x - 300(x - 10) = x(x - 10)$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \text{ (nhận)} \\ x = -50 \text{ (loại)} \end{cases}$

- Trường hợp 2. Nếu $y > x \geq -2$. Chứng minh tương tự : phương trình (*) vô nghiệm.

Vậy $x = y$. Thay $y = x$ vào biểu thức B, ta được :

$$B = x^2 + 2x + 10 = (x + 1)^2 + 9 \geq 9, \forall x \geq -2.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (thỏa điều kiện $x \geq -2$).

Vậy giá trị nhỏ nhất của B bằng 9, đạt được với $x = y = -1$.

- * *Cách giải khác* : Xét phương trình (*) như cách trên.

$$(*) \Leftrightarrow \frac{x - y}{\sqrt{x+2} + \sqrt{y+2}} = (y - x)(y^2 + xy + x^2)$$

$$\Leftrightarrow (x - y) \left[\frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{y+2}} + (y^2 + xy + x^2) \right] = 0$$

$\Leftrightarrow x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$ (vì biểu thức trong dấu ngoặc vuông luôn dương với $x > -2; y > -2$; trường hợp $x = y = -2$: (*) luôn đúng).

Với $x = y$ làm tiếp tục như cách trên.



Bài 1. (2đ)

- Giải phương trình : $\frac{x-1}{2} + 1 = \frac{x+1}{4}$
- Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x = 2y \\ x - y = 5. \end{cases}$

Bài 2. (2đ)

- Rút gọn biểu thức : $A = \frac{2(\sqrt{x}-2)}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.
- Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 2cm và diện tích của nó là 15cm^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Bài 3. (2đ) Cho phương trình : $x^2 - 2x + m - 3 = 0$.

- Giải phương trình với $m = 3$.
- Tính giá trị của m biết phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn điều kiện : $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = -12$.

Bài 4. (3đ) Cho tam giác MNP cân tại M có cạnh đáy nhỏ hơn cạnh bên nội tiếp đường tròn (O; R). Tiếp tuyến tại N và P của đường tròn lần lượt cắt tia MP và tia MN tại E và D.

- Chứng minh : $NE^2 = EP \cdot EM$.

b) Chứng minh tứ giác DEPN là tứ giác nội tiếp.

c) Qua P kẻ đường thẳng vuông góc với NM cắt đường tròn (O) tại K (K không trùng với P). Chứng minh rằng : $MN^2 + NK^2 = 4R^2$.

Bài 5. (1đ) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{6 - 8x}{x^2 + 1}$.

Lời giải

Bài 1.

1. Ta có : $\frac{x-1}{2} + 1 = \frac{x+1}{4} \Leftrightarrow 2(x-1) + 4 = x+1 \Leftrightarrow x = -1$.

2. Ta có : $\begin{cases} x = 2y \\ 2y - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5. \end{cases}$ Hệ có nghiệm : $(x; y) = (10; 5)$.

Bài 2.

1. Với $x \geq 0$ và $x \neq 4$. Ta có :

$$A = \frac{2(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = 1.$$

2. Gọi x (cm) là chiều rộng của hình chữ nhật ($x > 0$), khi đó chiều dài của hình chữ nhật là $x + 2$ (cm).

Theo bài ra, ta có phương trình :

$$x(x+2) = 15 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy chiều rộng, chiều dài của hình chữ nhật có thứ tự là :

3 (cm) và $3 + 2 = 5$ (cm).

Bài 3.

a) Với $m = 3$. Ta có phương trình :

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - (m-3) > 0$

$$\Leftrightarrow 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

Theo hệ thức Viét, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 & (1) \\ x_1 x_2 = m - 3 & (2) \end{cases}$

Khi đó : $x_1^2 - 2x_2 + x_1 x_2 = -12 \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) - 2x_2 = -12$

$$\Leftrightarrow 2x_1 - 2x_2 = -12 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = -6 \quad (3)$$

Từ (1) và (3) $\Rightarrow x_1 = -2$ và $x_2 = 4$.

Thay vào (2), ta được : $m - 3 = -8 \Leftrightarrow m = -5$ (thỏa điều kiện $m < 4$).

Vậy $m = -5$.

Bài 4.

- a) Ta có : $\widehat{NMP} = \widehat{PNE}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến và một dây cùng chắn cung NP).

Do đó $\triangle NEM \sim \triangle PEN$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{NE}{EP} = \frac{EM}{NE} \Rightarrow NE^2 = EP \cdot EM.$$

- b) Ta có : $\widehat{PNE} = \widehat{NPD}$ ($= \widehat{NMP}$) (cmt).

Lại có : $\widehat{MNP} = \widehat{MPN}$ ($\triangle MNP$ cân)

mà $\widehat{MNP} + \widehat{PNE} + \widehat{END} = 180^\circ$ (kề bù)

và $\widehat{MPN} + \widehat{NPD} + \widehat{DPE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{END} = \widehat{DPE}.$

Do đó tứ giác DEPN nội tiếp.

- * *Cách khác* : Gọi F là giao điểm của hai tiếp tuyến tại N và P ta có :

$FN = FP$, lại có $MN = MP$ (gt), $ON = OP$ ($= R$) nên ba điểm M, O, cùng thuộc đường trung trực của đoạn NP.

Do đó $\triangle MNF = \triangle MPF$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{MNF} = \widehat{MPF} \Rightarrow \widehat{DPE} = \widehat{END}$ (cùng b với hai góc bằng nhau). Vậy tứ giác DEPN nội tiếp.

- c) Gọi I là giao điểm của MO và đường tròn (O) và Q là giao điểm của MO với NP, ta có $MI \perp NP$ tại Q và $\triangle MPI$ vuông (MI là đường kính ta có : $MP^2 = MQ \cdot MI$ (1) (hệ thức lượng).

Tương tự với tam giác vuông MNI có

$$NI^2 = QI \cdot MI \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MP^2 + NI^2 = (MQ + QI) \cdot MI = MI^2 = (2R)^2 = 4R^2$ (*)

Mặt khác $\triangle MQN$ vuông tại Q nên $\widehat{M}_1 + \widehat{MNQ} = 90^\circ$, tương tự $\triangle PH$ vuông tại H nên $\widehat{KPN} + \widehat{MNQ} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{KPN}$

$$\Rightarrow \widehat{NI} = \widehat{NK} \Rightarrow NI = NK \quad (3)$$

Thay (3) vào (*) ta có : $MP^2 + NK^2 = 4R^2$ mà $MP = MN$

nên $MN^2 + NK^2 = 4R^2$ (đpcm).

- * *Hướng dẫn cách khác* :

Kẻ đường kính NN' ta có $\triangle NKN'$ vuông tại K nên $KN'^2 + NK^2 = NN'^2 = 4R^2$.

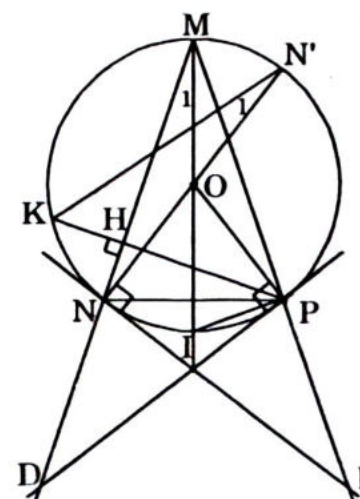
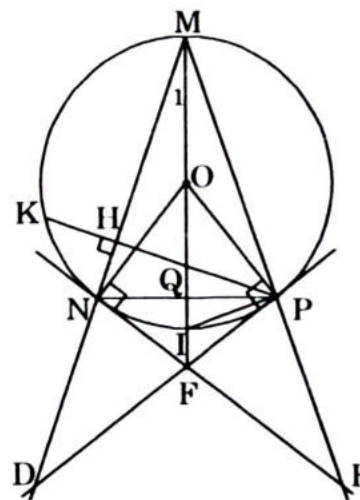
Ta chứng minh cho $KN' = MN$ ($= MP$)

Chứng minh tương tự như cách ở trên ta có :

$$\widehat{KN} = \widehat{NI} \Rightarrow \widehat{KON} = \widehat{NOI} \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{N}'_1$$

$$\Rightarrow \triangle MON = \triangle N'OK \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow MN = KN' = MP.$$



ài 5. Ta có : $A = \frac{6-8x}{x^2+1} \Leftrightarrow A(x^2+1) = 6-8x \Leftrightarrow Ax^2+8x+A-6=0$.

– Trường hợp $A \neq 0$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 16 - A(A-6) \geq 0$

$\Leftrightarrow -A^2 + 6A + 16 \geq 0 \Leftrightarrow A^2 - 6A - 16 \leq 0 \Leftrightarrow A^2 - 8A + 2A - 16 \leq 0$

$\Leftrightarrow A(A-8) + 2(A-8) \leq 0 \Leftrightarrow (A-8)(A+2) \leq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A-8 \geq 0 \\ A+2 \leq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A-8 \leq 0 \\ A+2 \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 8 \\ A \leq -2 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A \leq 8 \\ A \geq -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 \leq A \leq 8 \text{ (} A \neq 0 \text{)}.$

– Trường hợp $A = 0$. Ta có phương trình : $8x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$. Vậy :

+ Giá trị lớn nhất của A bằng 8. Với $A = 8$, ta tìm được $x = -\frac{1}{2}$

(là nghiệm kép của phương trình $8x^2 + 8x + 2 = 0$).

+ Giá trị nhỏ nhất của A bằng -2 . Với $A = -2$, ta tìm được $x = 2$

(là nghiệm kép của phương trình $2x^2 - 8x + 8 = 0$).

downloaadsachmienphi.com

Download **ĐỀ 8** | Đọc Sách Online

ài 1.

a) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x+5y=1. \end{cases}$

c) Rút gọn : $\frac{1}{3-\sqrt{2}} + \frac{1}{3+\sqrt{2}}$.

ài 2. Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P) và $y = 2x + m$ có đồ thị (D) trên cùng một hệ trục tọa độ.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Định m để (D) và (P) có điểm chung duy nhất. Vẽ (D) với m vừa tìm được.

ài 3.

a) Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{1}{1-\sqrt{a}} - \frac{1}{1+\sqrt{a}} \right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{a}} \right)$ với $a \neq 1$ và $a > 0$.

b) Tính giá trị của M khi $a = \frac{1}{9}$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và E là điểm bất kì trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K khác A.

1. Chứng minh rằng ΔKAF và ΔKEA đồng dạng.
2. Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE. Chứng minh rằng đường tròn (I; IE) tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.
3. Gọi M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I; IE). Chứng minh rằng: $MN \parallel AB$.
4. Gọi P là giao điểm của NF và AK; Q là giao điểm của MF và BK. Tìm giá trị nhỏ nhất của chu vi ΔKPQ theo R khi E chuyển động trên đường tròn (O).

Lời giải

Bài 1.

a) Biểu thức $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

b) Ta có: $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x+5y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+6y=-12 \\ 3x+5y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=-4 \\ y=-13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=-13 \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (22; -13)$.

c) Ta có: $\frac{1}{3-\sqrt{2}} + \frac{1}{3+\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2} + \frac{3-\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}}{7} = \frac{6}{7}$.

Bài 2.

a) Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Đồ thị là một parabol.

b) Phương trình hoành độ giao điểm chung (nếu có) của (D) và (P):

$$-x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 + 2x + m = 0 \quad (*)$$

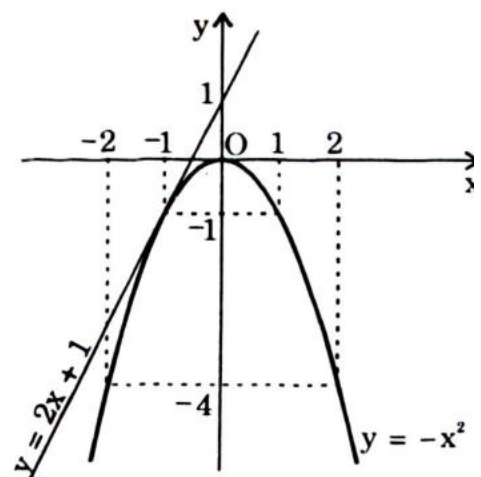
(D) và (P) có điểm chung duy nhất khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy (D): $y = 2x + 1$.

Vẽ đường thẳng (D). Bảng giá trị:

x	-1	0
$y = 2x + 1$	-1	1

Đường thẳng (D) qua hai điểm A(-1; -1) và B(0; 1).



Bài 3.

a) Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có : $M = \frac{1 + \sqrt{a} - (1 - \sqrt{a})}{(1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a})} \cdot \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a}} = \frac{-2}{1 + \sqrt{a}}$.

b) Khi $a = \frac{1}{9} \Rightarrow M = \frac{-2}{1 + \sqrt{\frac{1}{9}}} = \frac{-2}{1 + \frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$.

Bài 4.

1. Ta có EK là phân giác của góc AEB nên

$$\widehat{AEK} = \widehat{BEK} \Rightarrow \widehat{AK} = \widehat{BK}.$$

Do đó $\widehat{AEK} = \widehat{KAB}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau).

Xét $\triangle KAF$ và $\triangle KEA$ có :

$\widehat{AKF}$ chung

và $\widehat{AEK} = \widehat{KAB}$ (cmt).

Vậy $\triangle KAF \sim \triangle KEA$ (g.g).

- 2.- Ta có I là giao điểm của đường trung trực d của đoạn thẳng EF với OE (gt) nên O, I, E thẳng hàng và $OI = OE - IE$ ($d = R - r$).

Vậy đường tròn (I; IE) tiếp xúc trong với đường tròn (O; R) tại E.

- Ta có : $IE = IF (=r)$ nên $\triangle IEF$ cân tại I $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{F}_1$.

Chứng minh tương tự ta có $\triangle OEK$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{K}_1 \Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{F}_1$.

Do đó $IF \parallel OK$ mà $OK \perp AB \Rightarrow IF \perp AB$ tại F.

Vậy đường tròn (I; IE) tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

3. Ta có : $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (AB là đường kính) $\Rightarrow \widehat{MEN} = 90^\circ$ hay M, I, N thẳng hàng và $\widehat{MFN} = 90^\circ$ (cùng bù với $\widehat{MEN}$ do bốn điểm E, M, F, N cùng thuộc đường tròn (I; IE)).

Lại có $\widehat{MEF} = \widehat{NEF}$ (gt) $\Rightarrow \widehat{FM} = \widehat{FN} \Rightarrow FM = FN$.

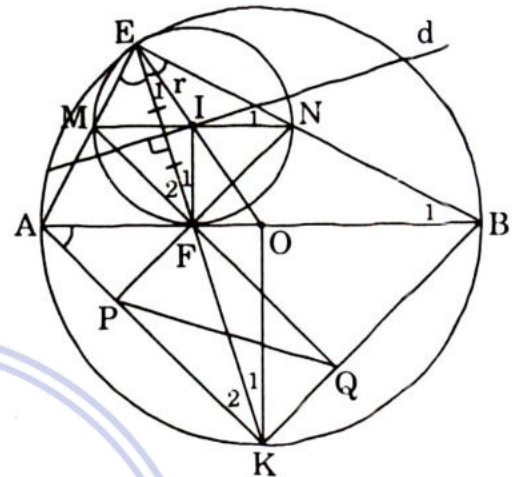
Do đó $\triangle MFN$ vuông cân tại F nên đường trung tuyến IF đồng thời là đường cao hay $IF \perp MN$ mà $AB \perp IF$ (cmt) $\Rightarrow AB \parallel MN$.

4. Ta có : $MN \parallel AB$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{B}_1$ (đồng vị), $\widehat{N}_1 = \widehat{F}_2$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EM), $\widehat{B}_1 = \widehat{K}_2$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AE)

$\Rightarrow \widehat{F}_2 = \widehat{K}_2 \Rightarrow MF \parallel AK$. Chứng minh tương tự có $NF \parallel BK$.

Do đó tứ giác PFQK là hình bình hành có $\widehat{PKQ} = 90^\circ$ (AB là đường kính) nên PFQK là hình chữ nhật $\Rightarrow PF = KQ$ và $PQ = KF$.

$\triangle APF$ vuông tại P có $\widehat{PAF} = 45^\circ$ nên $\triangle APF$ vuông cân $\Rightarrow PA = PF = KQ$.



Gọi p_{PKQ} là chu vi ΔPKQ ta có :

$$\begin{aligned} p_{PKQ} &= KP + PQ + KQ = KP + PA + PQ \\ &= KP + PA + KF = AK + KF \end{aligned}$$

mà AK không đổi, $KF \geq KO$ hay $KF \geq R$.

Vậy p_{PKQ} nhỏ nhất $\Leftrightarrow KF$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow KF = R \Leftrightarrow F$ trùng O.

$\Leftrightarrow E$ là điểm chính giữa của cung AB.

Vậy khi E là điểm chính giữa của cung AB thì chu vi ΔPKQ nhỏ nhất.

ĐỀ 9

Bài 1. Cho biểu thức : $A = \left(\frac{6x+1}{x^2-6x} + \frac{6x-1}{x^2+6x} \right) \cdot \frac{x^2-36}{12x^2+12}$

(với $x \neq 0$; $x \neq -6$; $x \neq 6$).

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A với $x = \sqrt{9+4\sqrt{5}}$.

Bài 2.

1. Giải các phương trình :

a) $x - \frac{15}{x} = 2$

b) $\sqrt{x+5} - 2 = 0$.

2. Cho phương trình : $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .
Tìm giá trị của m để $10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. Vẽ đồ thị hàm số $y = -0,5x^2$. Trên đồ thị hàm số y lấy hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Hãy viết phương trình đường thẳng AB.

Bài 4. Cho đường tròn (O) và một điểm A bên ngoài đường tròn sao cho $OA = 3R$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC đến (O) (B, C là các tiếp điểm).

- a) Chứng minh tứ giác OBAC nội tiếp.
- b) Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D (khác B). Đường thẳng AD cắt (O) tại E khác D.

Chứng minh : $AB^2 = AE \cdot AD$ và $CE^2 = EB \cdot EA$.

- c) Chứng minh rằng tia đối của tia EC là phân giác của góc BEA.

- d) Tính diện tích tam giác BDC theo R.

Bài 5. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x + y = m & (1) \\ mx + y = 1 & (2) \end{cases}$

1. Giải hệ phương trình với $m = 2$.
2. Xác định giá trị của m để hai đường thẳng có phương trình (1), (2) cắt nhau tại một điểm trên parabol $y = -2x^2$.

Lời giải**Bài 1.**

1. Với $x \neq 0$; $x \neq \pm 6$, ta có :

$$\begin{aligned} A &= \left[\frac{6x+1}{x(x-6)} + \frac{6x-1}{x(x+6)} \right] \cdot \frac{(x+6)(x-6)}{12(x^2+1)} \\ &= \frac{(6x+1)(x+6) + (6x-1)(x-6)}{x(x+6)(x-6)} \cdot \frac{(x+6)(x-6)}{12(x^2+1)} \\ &= \frac{6x^2 + 36x + x + 6 + 6x^2 - 36x - x + 6}{x} \cdot \frac{1}{12(x^2+1)} \\ &= \frac{12(x^2+1)}{x} \cdot \frac{1}{12(x^2+1)} = \frac{1}{x}. \end{aligned}$$

2. Với $x = \sqrt{9+4\sqrt{5}} = \sqrt{(2+\sqrt{5})^2} = 2+\sqrt{5}$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2} = \sqrt{5}-2.$$

Bài 2.

1.a) Điều kiện : $x \neq 0$.

Ta có : $x - \frac{15}{x} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \quad (*)$

$a = 1$; $b = -2 \Rightarrow b' = -1$; $c = -15$; $\Delta' = 1 + 15 = 16 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 4$

Phương trình (*) có nghiệm : $x_1 = 1 + 4 = 5 \neq 0$; $x_2 = 1 - 4 = -3 \neq 0$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm : $x = 5$; $x = -3$.

b) Ta có : $\sqrt{x+5} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = 2 \Leftrightarrow x+5 = 4 \Leftrightarrow x = -1$.

2. Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - (2m+10) \geq 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \geq 9 \Leftrightarrow \sqrt{m^2} \geq \sqrt{9} \Leftrightarrow |m| \geq 3 \quad (*)$$

Với điều kiện của m vừa tìm được, phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 . Theo hệ thức Viét, ta có :

$$x_1 + x_2 = 2(m+1); \quad x_1 x_2 = 2m+10.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } P &= 10x_1 x_2 + x_1^2 + x_2^2 = 10x_1 x_2 + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 + 8x_1 x_2 = 4(m+1)^2 + 8(2m+10) \\ &= 4m^2 + 24m + 84 = (4m^2 + 24m + 36) + 48 \\ &= (2m+6)^2 + 48 \geq 48 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2m+6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa điều kiện (*)).

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 48, khi $m = -3$.

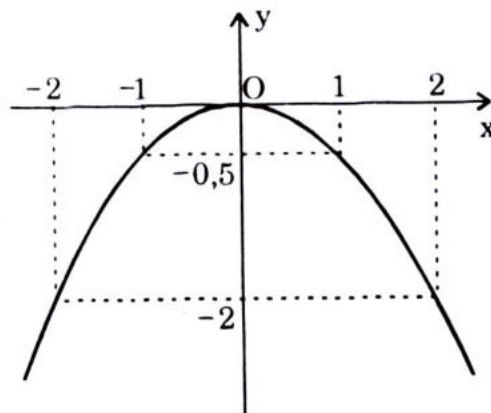
Bài 3. Bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y = -0,5x^2$	-2	-0,5	0	-0,5	-2

Đồ thị hàm số $y = -0,5x^2$ là một parabol.

$$x_A = -1 \Rightarrow y_A = -\frac{1}{2}; \quad x_B = 2 \Rightarrow y_B = -2.$$

Vậy $A\left(-1; -\frac{1}{2}\right), B(2; -2).$



Phương trình đường thẳng (d) qua A, B có dạng : $y = ax + b.$

$$\text{Ta có hệ : } \begin{cases} -\frac{1}{2} = -a + b \\ -2 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -\frac{3}{2} \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } y = -\frac{1}{2}x - 1.$$

Bài 4.

a) Ta có $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$$

nên tứ giác OBAC nội tiếp.

b) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADB$ có :

$\widehat{BAE}$ chung,

$\widehat{ABE} = \widehat{ADB}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung EB).

$$\text{Do đó } \triangle ABE \sim \triangle ADB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD$$

Ta có : $BD \parallel AC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{DCx}$ (so le trong)

mà $\widehat{DCx} = \widehat{DEC}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

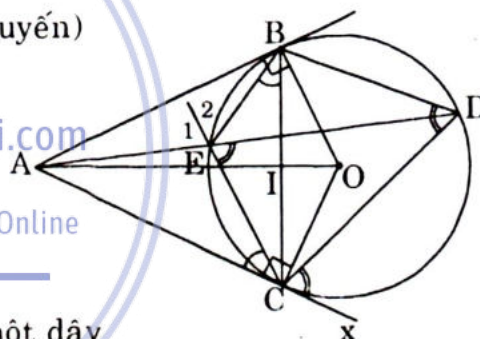
mà $\widehat{DEC} + \widehat{CEA} = 180^\circ$ (kề bù), $\widehat{BEC} + \widehat{BDC} = 180^\circ$ (vì tứ giác EBDC nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{CEA} = \widehat{BEC}$. Lại có : $\widehat{ACE} = \widehat{EBC}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và các góc nội tiếp cùng chắn cung EC).

$$\text{Do đó } \triangle AEC \sim \triangle CEB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CE}{EB} = \frac{AE}{CE} \Rightarrow CE^2 = EB \cdot EA.$$

* Cách 2. Để chứng minh $\triangle AEC \sim \triangle CEB$ ta có :

$$\widehat{ACE} = \widehat{EBC} \text{ và } \widehat{EAC} = \widehat{ECB}.$$



$$\text{Vì } \widehat{\text{EAC}} = \frac{1}{2}(\widehat{\text{DC}} - \widehat{\text{EC}}) = \frac{1}{2}(\widehat{\text{BC}} - \widehat{\text{EC}}) = \frac{1}{2}\widehat{\text{EB}} \quad (\text{vì } BD \parallel AC)$$

$$\text{và } \widehat{\text{ECB}} = \frac{1}{2}\widehat{\text{EB}}.$$

c) Ta có : $\widehat{\text{DEC}} = \widehat{\text{E}}_1$ (đối đỉnh), $\widehat{\text{DEC}} = \widehat{\text{BDC}} (= \widehat{\text{DCx}})$ mà $\widehat{\text{BDC}} = \widehat{\text{E}}_2$ (do tứ giác BECD nội tiếp) $\Rightarrow \widehat{\text{E}}_1 = \widehat{\text{E}}_2$ hay tia đối của tia EC là phân giác của góc BEA.

d) Gọi I là giao điểm của AO và BC. Xét tam giác vuông ACO ta có :

$$\text{AC}^2 = \text{AO}^2 - \text{OC}^2 = (3\text{R})^2 - \text{R}^2 = 8\text{R}^2 \Rightarrow \text{AC} = \sqrt{8}\text{R}$$

Lại có $\text{AB} = \text{AC}$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau), $\text{OB} = \text{OC} (= \text{R})$ nên AO là đường trung trực của đoạn BC $\Rightarrow \text{AO} \perp \text{BC}$ tại I.

$\triangle \text{ACO}$ vuông tại C có CI là đường cao : $\text{OA} \cdot \text{CI} = \text{CA} \cdot \text{CO}$

$$\Rightarrow \text{CI} = \frac{\text{CA} \cdot \text{CO}}{\text{OA}} = \frac{\sqrt{8}\text{R} \cdot \text{R}}{3\text{R}} = \frac{\text{R}\sqrt{8}}{3} \Rightarrow \text{CB} = 2\text{CI} = \frac{2\text{R}\sqrt{8}}{3}$$

$$\text{AC}^2 = \text{AO} \cdot \text{AI} \text{ (hệ thức lượng)} \Rightarrow \text{AI} = \frac{\text{AC}^2}{\text{AO}} = \frac{(\text{R}\sqrt{8})^2}{3\text{R}} = \frac{8\text{R}}{3}.$$

Xét $\triangle \text{ABC}$ và $\triangle \text{CDB}$ có $\widehat{\text{ABC}} = \widehat{\text{BDC}}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung BC), $\widehat{\text{ACB}} = \widehat{\text{DBC}}$ (so le trong do $\text{BD} \parallel \text{AC}$).

$$\text{Do đó } \triangle \text{ABC} \sim \triangle \text{CDB (g.g)} \Rightarrow \frac{\text{S}_{\text{ABC}}}{\text{S}_{\text{CDB}}} = \left(\frac{\text{AC}}{\text{BC}}\right)^2 = \left(\frac{\text{R}\sqrt{8}}{\frac{2\text{R}\sqrt{8}}{3}}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\text{mà } \text{S}_{\text{ABC}} = \frac{1}{2}\text{BC} \cdot \text{AI} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{8}\text{R}}{3} \cdot \frac{8\text{R}}{3} = \frac{8\sqrt{8}\text{R}^2}{9}$$

$$\text{Do đó : } \text{S}_{\text{CDB}} = \frac{4\text{S}_{\text{ABC}}}{9} = \frac{4 \cdot \frac{8\sqrt{8}\text{R}^2}{9}}{9} = \frac{32\sqrt{8}\text{R}^2}{81} \text{ (đvdt).}$$

Bài 5.

$$1. \text{ Với } m = 2, \text{ ta có hệ : } \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm : $(x; y) = (-1; 3)$.

$$2. \text{ Ta có : } \begin{cases} x + y = m \\ mx + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)x = 1-m \\ x + y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = m+1 \end{cases} \quad (m \neq 1)$$

Nghiệm $(x; y) = (-1; m+1)$, với $m \neq 1$ là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng có phương trình (1), (2) của hệ. Giao điểm này thuộc parabol $y = -2x^2$ nên ta có : $m+1 = -2(-1)^2 \Leftrightarrow m = -3$.

ĐỀ 10

Bài 1. Cho biểu thức $A = 1 : \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \right)$.

- Với điều kiện nào của x thì A xác định.
- Rút gọn biểu thức A .
- Chứng minh $A > 1$ với mọi $x > 0$ và $x \neq 1$.

Bài 2. Cho hàm số $y = -3x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x - 5$.

- Về đồ thị (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.
- Xác định tọa độ giao điểm A và B của đồ thị (P) và đường thẳng (d).
- Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác MAE có diện tích lớn nhất.

Bài 3. Hai người đi xe đạp khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A và B trên cùng một đường thẳng. Người đi này tới điểm xuất phát của người kia rồi trở về điểm xuất phát của mình. Lần gặp nhau thứ nhất cách A 8km và lần gặp nhau thứ hai cách B 5km. Tính quãng đường AB, biết vận tốc của hai người không đổi trong suốt thời gian đi và về.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O bán kính R và đường thẳng d nằm ngoài đường tròn, kẻ OH vuông góc với d tại H. Biết $OH = R\sqrt{2}$. Trên đường thẳng d lấy điểm A (A không trùng với H). Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến (O) (B, C là tiếp điểm).

- Chứng minh năm điểm A, B, O, C, H cùng thuộc một đường tròn. Hãy xác định tâm I.
- Tia OC cắt đường thẳng d tại E. Chứng minh $\triangle EHC$ và $\triangle EAO$ đồng dạng.
- Biết $OA = 2R$, trên đoạn AC lấy điểm F sao cho $\widehat{FOA} = 15^\circ$. Tính diện tích tam giác FAI theo R.
- Chứng minh rằng đường thẳng BC luôn đi qua điểm cố định K khi A chuyển động trên đường thẳng d.

Bài 5. Cho x, y thỏa mãn $4x + y = 1$. Chứng minh rằng : $4x^2 + y^2 \geq \frac{1}{5}$.

Lời giải

Bài 1. Ta có :
$$A = 1 : \frac{x+2+x-1-(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} = 1 : \frac{x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}$$
$$= 1 : \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)} = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{a) } A \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} + 1 \neq 0 \\ x - \sqrt{x} + 1 \neq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$(\text{vì } x - \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0).$$

$$\text{b) Ta có : } A = 1 : \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}.$$

c) Với điều kiện $x > 0$ và $x \neq 1$. Ta có :

$$A > 1 \Leftrightarrow \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} > 1 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} + 1 > \sqrt{x} \quad (\text{vì } \sqrt{x} > 0)$$

$$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0 \quad (\text{luôn đúng với } x > 0 \text{ và } x \neq 1).$$

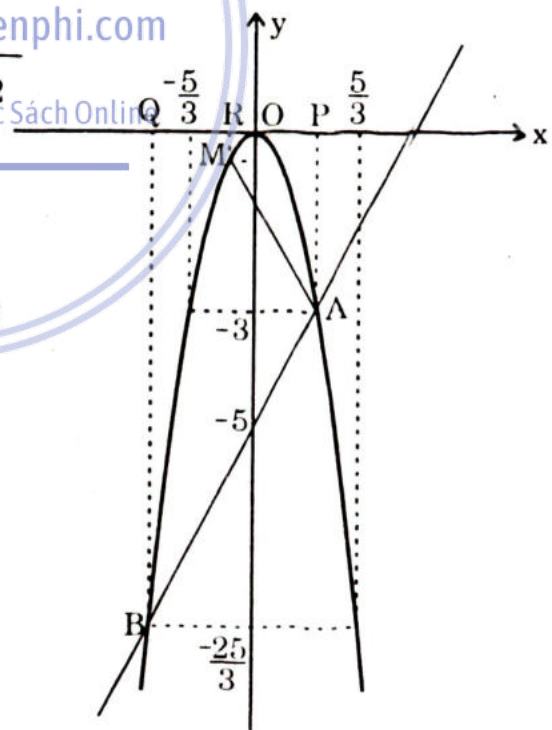
Bài 2.

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y = -3x^2$	-12	-3	0	-3	-12

x	0	2
$y = 2x - 5$	-5	-1



b) Xét phương trình hoành độ điểm chung của (P) và (d) :

$$-3x^2 = 2x - 5 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$(\text{vì } a + b + c = 3 + 2 - 5 = 0)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -3; \quad x = -\frac{5}{3} \Rightarrow y = -\frac{25}{3}$$

Vậy (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt : $A(1; -3)$, $B\left(-\frac{5}{3}; -\frac{25}{3}\right)$.

c) Giả sử $M(x_0; -3x_0^2)$ trên parabol (P) và thuộc cung AB $\Rightarrow -\frac{5}{3} \leq x_0 \leq 1$.

Ta có : $S_{AMB} = S_{APQB} - S_{APRM} - S_{BQRM}$ (xem hình vẽ)

$$= \left(\frac{25}{3} + 3 \right) \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{25}{3} + 3x_0^2 \right) \left| x_0 + \frac{5}{3} \right| - \frac{1}{2} (3x_0^2 + 3) |1 - x_0|$$

$$\text{vì } -\frac{5}{3} \leq x_0 \leq 1 \Rightarrow x_0 + \frac{5}{3} \geq 0 \text{ và } 1 - x_0 \geq 0.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } &= \frac{20}{3} - \frac{1}{2} \left(8x_0^2 + \frac{16}{3}x_0 \right) = \frac{20}{3} - 4 \left(x_0^2 + \frac{1}{3}x_0 + \frac{1}{9} \right) + \frac{4}{9} \\ &= \frac{64}{9} - 4 \left(x_0 + \frac{1}{3} \right)^2 \leq \frac{64}{9}. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x_0 + \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x_0 = -\frac{1}{3}.$$

Bài 3. Gọi x (km) là quãng đường AB ($x > 0$). Hai xe gặp nhau lần thứ nhất cách A 8km nên xe thứ nhất đi được 8km; cùng thời gian này xe thứ hai đi được : $x - 8$ (km); ($x > 8$).

Tỉ số vận tốc của xe đi từ B và xe đi từ A bằng tỉ số hai quãng đường là $\frac{x-8}{8}$.

$$(s_A = v_A t; s_B = v_B t \Rightarrow t = \frac{s_A}{v_A} = \frac{s_B}{v_B} \Rightarrow \frac{s_B}{s_A} = \frac{v_B}{v_A}; s_A, s_B \text{ là quãng đường}$$

xe đi từ A và xe đi từ B; v_A, v_B là vận tốc của xe đi từ A và xe đi từ B).

Lần gặp nhau thứ hai, xe đi từ A đi được $x - 8 + 5 = x - 3$ (km); xe đi từ B đi được : $8 + (x - 5) = x + 3$ (km).

Lí luận tương tự, ta có tỉ số vận tốc của xe đi từ B và xe đi từ A là $\frac{x+3}{x-3}$. Ta có phương trình : $\frac{x-8}{8} = \frac{x+3}{x-3}$

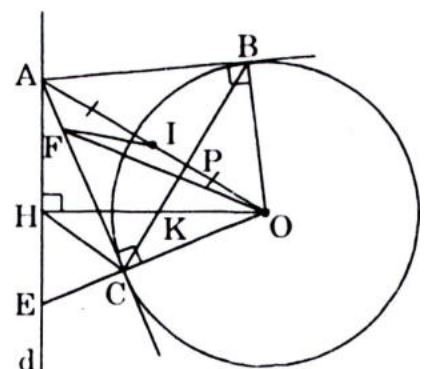
$$\Leftrightarrow x^2 - 11x + 24 = 8x + 24 \Leftrightarrow x^2 - 19x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 19 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy quãng đường AB là 19 (km).

Bài 4.

a) Ta có : $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow$ Tứ giác ABOC nội tiếp hay bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO.

Lại có : $OH \perp d$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHO} = 90^\circ$ nên điểm H cũng thuộc đường tròn đường kính AO. Tâm I là trung điểm đoạn AO.



b) Bốn điểm A, O, C, H cùng thuộc đường tròn đường kính AO (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{EHC} = \widehat{AOC}. \text{ Do đó } \triangle EHC \sim \triangle EOA \text{ (g.g).}$$

c) Xét tam giác vuông ACO có OA = 2R; OC = R

$$\Rightarrow \sin \widehat{OAC} = \frac{OC}{OA} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{OAC} = 30^\circ.$$

$$\text{Theo định lí Pytago : } AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

Ta có OFC là góc ngoài của $\triangle AFO$ nên

$$\widehat{OFC} = \widehat{OAC} + \widehat{FOA} = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ.$$

$\triangle OFC$ vuông cân $\Rightarrow CF = CO = R$

$$\Rightarrow AF = AC - CF = R\sqrt{3} - R = R(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{Khi đó : } S_{AOF} = \frac{1}{2} OC \cdot AF = \frac{1}{2} R \cdot R(\sqrt{3} - 1) = \frac{(\sqrt{3} - 1)R^2}{2}$$

I là trung điểm AO $\Rightarrow S_{FAI} = S_{FIO} = \frac{1}{2} S_{AFO}$ (hai tam giác FAI và FIO chung đường cao, đáy bằng nhau nên diện tích bằng nhau)

$$\Rightarrow S_{FAI} = S_{FIO} = \frac{1}{2} \frac{(\sqrt{3} - 1)R^2}{2} = \frac{(\sqrt{3} - 1)R^2}{4}.$$

d) Ta có : AB = AC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau), OB = OC (= R)).

Gọi P là giao điểm của BC và AO, ta có AO là đường trung trực của đoạn BC hay $AO \perp BC$ tại P.

$$\Rightarrow \widehat{APK} + \widehat{AHK} = 180^\circ \text{ hay tứ giác APKH nội tiếp.}$$

$$\Rightarrow \widehat{PKO} = \widehat{PAH}.$$

$$\text{Do đó } \triangle OPK \sim \triangle OHA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OP}{OH} = \frac{OK}{OA} \Rightarrow OA \cdot OP = OH \cdot OK \quad (1)$$

Lại có $\triangle ABO$ vuông và BP là đường cao :

$$AO \cdot OP = OB^2 = R^2 \quad (2) \quad (\text{hệ thức lượng}).$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow OH \cdot OK = R^2 \Rightarrow OK = \frac{R^2}{OH}$$

R không đổi; O, H cố định nên OK không đổi $\Rightarrow K$ cố định.

Bài 5. Ta có : $4x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 4x$. Khi đó bất đẳng thức $4x^2 + y^2 \geq \frac{1}{5}$

có dạng :

$$4x^2 + (1 - 4x)^2 \geq \frac{1}{5} \Leftrightarrow 20x^2 - 8x + 1 \geq \frac{1}{5} \Leftrightarrow 100x^2 - 40x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 - 10x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (5x - 1)^2 \geq 0, \text{ luôn đúng với mọi } x.$$

ĐỀ 11

Bài 1. Cho biểu thức $A = \sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{a^2}}{a}$.

- Tìm điều kiện đối với a, b để biểu thức A xác định.
- Rút gọn biểu thức A .

Bài 2.

1. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + 3y = 1 \\ 3x^2 - y = 1. \end{cases}$$

2. Giải bất phương trình : $x + |x - 1| > 5$.

Bài 3. Chứng minh rằng, nếu phương trình $x^2 + 2mx + n = 0$ (1)

có nghiệm thì phương trình $x^2 + 2\left(k + \frac{1}{k}\right)mx + n\left(k + \frac{1}{k}\right)^2 = 0$ (2)

cũng có nghiệm (với m, n, k là các tham số; $k \neq 0$).

Bài 4. Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị (D) và hàm số $y = kx^2$ có đồ thị (P).

- Tìm a, b biết rằng (D) đi qua $A(-1; 3)$ và $B(2; 0)$.
- Tìm $k \neq 0$ sao cho (P) tiếp xúc với đường thẳng (D) vừa tìm. Viết phương trình (P).

Bài 5. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi C là một điểm trên cung lớn AB của đường tròn (O) . Vẽ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Gọi I là trung điểm của AH , CI cắt (O) tại điểm thứ hai E . ME cắt (O) tại điểm thứ hai F , MO cắt AB tại K .

- Chứng tỏ : $MO \perp AB$ tại K .
- Chứng tỏ : $MA^2 = ME \cdot MF$.
- Chứng tỏ : $\widehat{AEK} = 90^\circ$.
- Chứng tỏ OM tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp $\triangle MEA$.

Lời giải

Bài 1.

1. Điều kiện để biểu thức A được xác định
$$\begin{cases} ab \geq 0 \\ a \neq 0. \end{cases}$$

2. Với $ab \geq 0$ và $a > 0$, ta có :

$$A = \sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{a^2}}{a} = \frac{\sqrt{ab}}{a} - \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{a^2}}{a} = \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{ab} + \sqrt{a^2}}{a} = 1$$

Với $ab \geq 0$ và $a < 0$ thì $b \leq 0$, nên :

$$A = \sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{a^2}}{a} = \frac{\sqrt{ab}}{|a|} - \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{a^2}}{a} = \frac{-2\sqrt{ab} - a}{a} = \frac{-2\sqrt{ab}}{a} - 1.$$

Bài 2.

$$1. \begin{cases} x^2 + 3y = 1 \\ 3x^2 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x^2 = 4 \\ x^2 + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = \frac{\sqrt{10}}{5} \\ \frac{2}{5} + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = \frac{\sqrt{10}}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình trên có hai nghiệm $(x; y) = \left(\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{1}{5}\right), \left(-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

$$2. \text{Ta có : } x + |x - 1| > 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x + 1 - x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

Bài 3. Phương trình : $x^2 + 2mx + n = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - n \geq 0$.

Xét phương trình : $x^2 + 2\left(k + \frac{1}{k}\right)mx + n\left(k + \frac{1}{k}\right)^2 = 0$. Ta có :

$$\Delta' = \left(k + \frac{1}{k}\right)^2 m^2 - n\left(k + \frac{1}{k}\right)^2 = \left(k + \frac{1}{k}\right)^2 (m^2 - n) \geq 0$$

Vậy phương trình $x^2 + 2\left(k + \frac{1}{k}\right)mx + n\left(k + \frac{1}{k}\right)^2 = 0$ cũng có nghiệm.

Bài 4.

$$1. \text{ Vì (D) đi qua } A(-1; 3) \text{ và } B(2; 0) \text{ nên } \begin{cases} -a + b = 3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2. \end{cases}$$

2. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (D) và (P) :

$$kx^2 = -x + 2 \Leftrightarrow kx^2 + x - 2 = 0 \quad (*) \quad (k \neq 0)$$

Đường thẳng (D) tiếp xúc với parabol (P) khi và chỉ khi phương trình

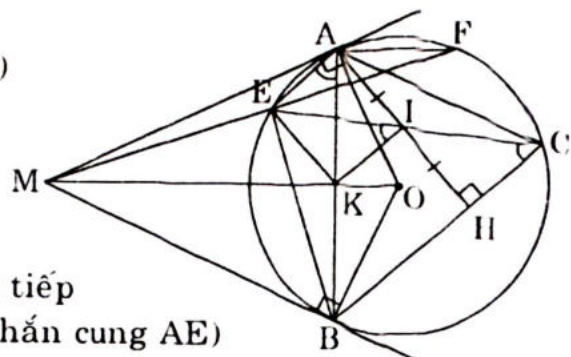
$$(*) \text{ có nghiệm kép } \Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 8k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{1}{8}.$$

Bài 5.

a) Ta có : $MA = MB$ (gt); $OA = OB$ ($= R$)
nên MO là đường trung trực của AB
 $\Rightarrow MO \perp AB$ tại K .

b) Xét $\triangle MAE$ và $\triangle MFA$ có :

$\widehat{AME}$ chung, $\widehat{MAE} = \widehat{MFA}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AE)



$$\Rightarrow \triangle MAE \sim \triangle MFA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{MA}{MF} = \frac{ME}{MA} \Rightarrow MA^2 = ME.MF.$$

- c) Ta có MO là đường trung trực của đoạn AB (cmt) nên K là trung điểm của AB, I là trung điểm của AH (gt) $\Rightarrow IK$ là đường trung bình của $\triangle AHB \Rightarrow IK \parallel HB \Rightarrow \widehat{EIK} = \widehat{ECB}$ (đồng vị) mà $\widehat{ECB} = \widehat{EAB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EB) $\Rightarrow \widehat{EIK} = \widehat{EAB}$.

Do đó tứ giác AEKI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KEI} = \widehat{KAI}$.

Lại có $\widehat{AEI} = \widehat{ABC}$ (góc nội tiếp chắn cung AC) mà $\widehat{KAI} + \widehat{ABC} = 90^\circ$ (do $\widehat{AHB} = 90^\circ$) $\Rightarrow \widehat{KEI} + \widehat{AEI} = 90^\circ$ hay $\widehat{AEK} = 90^\circ$.

- d) Ta có bốn điểm A, E, B, C cùng thuộc đường tròn (O)

$$\Rightarrow \widehat{AEB} + \widehat{ACB} = 180^\circ \text{ hay } \widehat{AEK} + \widehat{KEB} + \widehat{ACB} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + \widehat{KEB} + \widehat{ACB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{KEB} = 90^\circ - \widehat{ACB}.$$

Lại có $\widehat{KMB} = 90^\circ - \widehat{ABM}$ mà $\widehat{ABM} = \widehat{ACB}$. Do đó $\widehat{KEB} = \widehat{KMB}$

$\Rightarrow$ Tứ giác MEKB nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{EMK} = \widehat{EBK}$ mà $\widehat{EBK} = \widehat{EAM}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến một dây cùng chắn cung EA).

$\Rightarrow \widehat{EAM} = \widehat{EMK}$ chứng tỏ OM tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp $\triangle ME$.

ĐỀ 12

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Bài 1.

a) Giải phương trình : $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 49.$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} (x - y)^2 + 3(x - y) = 4 \\ 2x + 3y = 12. \end{cases}$$

c) Giải bất phương trình : $2 + \frac{3(x + 1)}{8} < 3 - \frac{x - 1}{4}.$

Bài 2.

a) Tìm giá trị của x để biểu thức $\frac{1}{x^2 - 2\sqrt{2}x + 5}$ có giá trị lớn nhất.

b) Cho biểu thức $P = \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} - \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{a + \sqrt{a^2 - b^2}} \right) : \frac{4\sqrt{a^4 - a^2b^2}}{b^2}$

với $|a| > |b| > 0$. Rút gọn biểu thức P.

- Bài 3.** Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì sau 1 giờ bể đầy. Hai vòi cùng chảy 8 giờ thì người ta khóa vòi I, còn vòi II tiếp tục chảy. Do tăng công suất vòi II lên gấp đôi, nên vòi II đã chảy

đầy phần bể còn lại của bể trong 3 giờ rưỡi. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình với công suất bình thường thì phải bao lâu mới đầy bể ?

Bài 4. Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn ($AB \neq AC$) nội tiếp trong đường tròn (O). H là giao điểm các đường cao AD, BE, CF và Q là điểm đối xứng của H qua trung điểm đoạn BC.

- Chứng minh $\widehat{BEF} = \widehat{BED} = \widehat{QBC}$.
- Chứng minh Q nằm trên đường tròn (O).
- Từ A kẻ $Ax \parallel EF$, đường thẳng Ax cắt đường thẳng BC ở K. Chứng minh Ax là tiếp tuyến của đường tròn (O) và $AK^2 = KB.KC$.
- Gọi I là điểm đối xứng của O qua BC. Chứng minh rằng $AO = HI$.

Bài 5. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} \geq 23$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $P = 8x + \frac{6}{x} + 18y + \frac{7}{y}$.

Lời giải

Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 49 &\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} = 49 \Leftrightarrow |x-2| = 49 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 49 \\ x-2 = -49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 51 \\ x = -47 \end{cases} \end{aligned}$$

b) Xét phương trình : $(x-y)^2 + 3(x-y) = 4$

Đặt $u = x - y$, ta có : $u^2 + 3u = 4 \Leftrightarrow u^2 + 3u - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ u = -4 \end{cases}$

• Nếu $u = 1$. Ta có hệ :

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 3 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

• Nếu $u = -4$. Ta có hệ :

$$\begin{cases} x - y = -4 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = -12 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 0 \\ x - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ có hai nghiệm : $(x; y) = (3; 2)$, $(x; y) = (0; 4)$.

$$\begin{aligned} \text{c) } 2 + \frac{3(x+1)}{8} &< 3 - \frac{x-1}{4} \Leftrightarrow 16 + 3(x+1) < 24 - 2(x-1) \\ &\Leftrightarrow 16 + 3x + 3 < 24 - 2x + 2 \\ &\Leftrightarrow 5x < 7 \Leftrightarrow x < \frac{7}{5} \end{aligned}$$

Bài 2.

a) Ta có : $x^2 - 2\sqrt{2}x + 5 = (x - \sqrt{2})^2 + 3 \geq 3$ (Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt{2}$).

Vậy $\frac{1}{x^2 - 2\sqrt{2}x + 5} \leq \frac{1}{3}$.

Vậy biểu thức $\frac{1}{x^2 - 2\sqrt{2}x + 5}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

b) Với điều kiện $|a| > |b| > 0$. Ta có :

$$\begin{aligned} P &= \frac{(a + \sqrt{a^2 - b^2})^2 - (a - \sqrt{a^2 - b^2})^2}{(a + \sqrt{a^2 - b^2})(a - \sqrt{a^2 - b^2})} : \frac{4\sqrt{a^2 - b^2}}{b^2} \\ &= \frac{a^2 + 2a\sqrt{a^2 - b^2} + a^2 - b^2 - a^2 + 2a\sqrt{a^2 - b^2} - a^2 + b^2}{a^2 - (a^2 - b^2)} \cdot \frac{b^2}{4|a|\sqrt{a^2 - b^2}} \\ &= \frac{4a\sqrt{a^2 - b^2}}{b^2} \cdot \frac{b^2}{4|a|\sqrt{a^2 - b^2}} = \begin{cases} 1; & \text{nếu } a > 0 \\ -1; & \text{nếu } a < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 3. Gọi x (h) là thời gian để vòi I chảy đầy bể một mình, y (h) là thời gian để vòi II chảy đầy bể một mình. Điều kiện : $x > 12, y > 12$.

Một giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ (bể). Một giờ vòi II chảy được $\frac{1}{y}$ (bể).

Một giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{12}$ (bể).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{12} + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{7}{y} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{21} = \frac{1}{12} \\ y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{28} \\ y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$$

Vây vôi I chảy đầy bể trong 28 giờ và vôi II chảy đầy bể trong 21 giờ.

Bài 4.

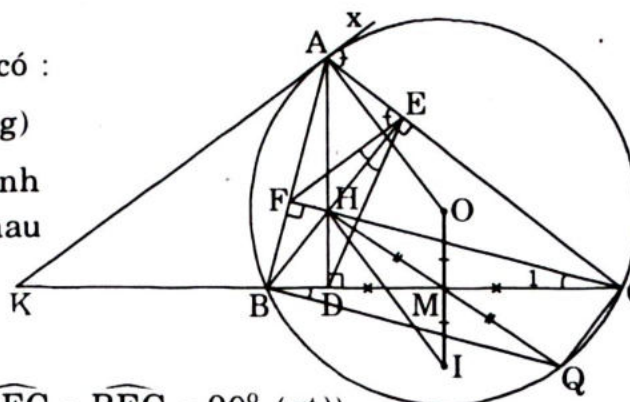
a) Gọi M là trung điểm của BC ta có :

$MH = MQ$ (tính chất đối xứng)

Do đó tứ giác BHCQ là hình bình hành (các đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường)

$$\Rightarrow \widehat{CBQ} = \hat{C}_1 \text{ (so le troing)} \quad (1)$$

Lại có tứ giác BFEC nội tiếp ($\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ (gt))



$$\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{C}_1 \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung FB)} \quad (2)$$

Để thấy tứ giác DHEC nội tiếp ($\widehat{HEC} + \widehat{HDC} = 180^\circ$ (gt))

$$\Rightarrow \widehat{BED} = \widehat{C}_1 \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung HD)} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{BEF} = \widehat{BED} = \widehat{QBC}$.

b) Ta có BHCQ là hình bình hành (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{BQC} = \widehat{BHC} \text{ (góc đối) mà } \widehat{BHC} = \widehat{FHE} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BQC} = \widehat{FHE} \quad (4)$$

Lại có tứ giác AFHE nội tiếp ($\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 180^\circ$ (gt))

$$\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{FHE} = 180^\circ \quad (5)$$

Từ (4) và (5) $\Rightarrow \widehat{BQC} + \widehat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác ABQC nội tiếp hay Q thuộc đường tròn (O).

c) * $Ax \parallel EF$ (gt) $\Rightarrow \widehat{xAC} = \widehat{AEF}$ (so le trong)

$$\text{Tứ giác BFEC nội tiếp (cmt)} \Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{xAC} = \widehat{ABC} \quad (6)$$

Gọi Ax' là tiếp tuyến của (O) (tia Ax' thuộc nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B), ta có $\widehat{x'AC} = \widehat{ABC}$ (7)

Từ (6) và (7) $\Rightarrow$ tia Ax và Ax' phải trùng nhau hay Ax là tiếp tuyến của đường tròn (O).

* Xét $\triangle AKB$ và $\triangle CKA$ có $\widehat{AKC}$ chung, $\widehat{BAK} = \widehat{KCA}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

$$\text{Do đó } \triangle AKB \sim \triangle CKA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{KB}{AK} \Rightarrow AK^2 = KB.KC.$$

d) Ta có M là trung điểm của BC (gt) $\Rightarrow OM \perp BC$ (định lí đường kính và dây cung).

Lại có I đối xứng với O qua BC $\Rightarrow M$ là trung điểm của OI.

Mặt khác M là trung điểm của HQ (gt) $\Rightarrow$ Tứ giác HOQI là hình bình hành (hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường) $\Rightarrow HI \parallel OQ$ và $HI = OQ$ mà $OQ = OA (= R) \Rightarrow OA = HI$.

Bài 5. Ta có : $P = \left(8x + \frac{2}{x}\right) + \left(18y + \frac{2}{y}\right) + \left(\frac{4}{x} + \frac{5}{y}\right)$

$$\text{Theo bất đẳng thức Côsi, với } x > 0, \text{ ta có : } 8x + \frac{2}{x} \geq 2 \cdot \sqrt{8x \cdot \frac{2}{x}} = 8 \quad (1)$$

$$\text{Tương tự : } 18y + \frac{2}{y} \geq 12 \quad (2)$$

$$\text{Theo giả thiết : } \frac{4}{x} + \frac{5}{y} \geq 23 \quad (3)$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được :

$$P \geq 8 + 12 + 23 = 43.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 43.

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = \frac{2}{x} \\ 18y = \frac{2}{y} \\ \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

ĐỀ 13

Bài 1. Rút gọn biểu thức $A = \frac{3(\sqrt{ab} - b)}{a - b} + \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}$

(với $a > 0$, $b > 0$ và $a \neq b$).

Bài 2. Cho phương trình : $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$.

- Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng 2 và tính nghiệm kia.
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{4}.$$

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

Bài 3.

- Tìm tọa độ giao điểm của parabol $y = \frac{1}{3}x^2$ và đường thẳng $y = \frac{1}{6}(x + 21)$.
- Với giá trị nào của k để đường thẳng $y = k(x - 1)$ tiếp xúc với parabol $y = \frac{1}{3}x^2$?

Bài 4. Một mặt phẳng đi qua trục OO' của một hình trụ, phần mặt phẳng bị giới hạn bởi hình trụ là một hình chữ nhật có diện tích là 72cm^2 . Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ, biết rằng đường kính đáy bằng một nửa đường cao.

Bài 5. Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B, C là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BD của đường tròn (O). AD cắt đường tròn (O) ở E.

- Chứng minh : $AB^2 = AE \cdot AD$.
- Kẻ đường kính EK của đường tròn (O), KC cắt DE ở I. Chứng minh I là trung điểm của DE.

- c) Gọi H là giao điểm của OA với BC. Chứng minh HC là tia phân giác của góc DHE.
- d) Gọi S là giao điểm của hai tia OI và BC. Chứng minh SD là tiếp tuyến của (O).

Lời giải

Bài 1. Với $a > 0$, $b > 0$ và $a \neq b$, ta có :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{3(\sqrt{ab} - b)}{a - b} + \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} \\
 &= \frac{3\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} + \frac{a\sqrt{a} - 3a\sqrt{b} + 3b\sqrt{a} - b\sqrt{b} + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)} \\
 &= \frac{3\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} + \frac{3a\sqrt{a} - 3a\sqrt{b} + 3b\sqrt{a}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)} \\
 &= \frac{3\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} + \frac{3\sqrt{a}(a - \sqrt{ab} + b)}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)} \\
 &= \frac{3\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{a} + 3\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{3(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = 3.
 \end{aligned}$$

Bài 2.

- a) Phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi :

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ [-(m - 1)]^2 - (m + 1)(m - 2) > 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m^2 - 2m + 1 - m^2 + 2m - m + 2 > 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ -m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

- b) Phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$ có một nghiệm bằng 2 nên ta có :

$$\begin{aligned}
 (m + 1)2^2 - 2(m - 1)2 + m - 2 &= 0 \Leftrightarrow 4m + 4 - 4m + 4 + m - 2 = 0 \\
 \Leftrightarrow m + 6 &= 0 \Leftrightarrow m = -6 \quad (\text{thỏa điều kiện } m < 3, m \neq -1)
 \end{aligned}$$

Vậy khi $m = -6$ thì phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$ có một nghiệm bằng 2.

Khi $m = -6$ phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Theo hệ thức Viét ta có :

$$x_1 + x_2 = \frac{2(m - 1)}{m + 1} = \frac{2(-6 - 1)}{-6 + 1} = \frac{14}{5}$$

trong đó $x_1 = 2$ nên $x_2 = \frac{14}{5} - 2 = \frac{4}{5}$.

Vậy nghiệm còn lại của phương trình trên là $x_2 = \frac{4}{5}$.

- c) Phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{4}$ khi và chỉ khi :

$$\begin{aligned} \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{4} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ \frac{2(m-1)}{m+1} : \frac{m-2}{m+1} = \frac{7}{4} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ \frac{2(m-1)}{m-2} = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \leq 3 \\ m \neq 2 \\ 8m - 8 = 7m - 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \leq 3 \\ m \neq 2 \\ m = -6 \end{cases} \Leftrightarrow m = -6. \end{aligned}$$

Do đó khi $m = -6$ thì phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{4}$.

Bài 3.

- a) Tọa độ giao điểm của parabol $y = \frac{1}{3}x^2$ và đường thẳng $y = \frac{1}{6}(x + 21)$ là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 \\ y = \frac{1}{6}(x + 21) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 \\ \frac{1}{3}x^2 = \frac{1}{6}(x + 21) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 \\ 2x^2 - x - 21 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 \\ x_1 = \frac{1-13}{4} = -3 \\ x_2 = \frac{1+13}{4} = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ y_1 = 3 \\ x_2 = \frac{7}{2} \\ y_2 = \frac{49}{12} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tọa độ giao điểm của parabol $y = \frac{1}{3}x^2$ và đường thẳng $y = \frac{1}{6}(x + 21)$ là $(-3; 3)$ và $(\frac{7}{2}; \frac{49}{12})$ (ta có thể xét phương trình hoành độ giao điểm).

- b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = k(x - 1)$ và parabol $y = \frac{1}{3}x^2$ là : $\frac{1}{3}x^2 = k(x - 1) \Leftrightarrow x^2 - 3kx + 3k = 0$

Đường thẳng $y = k(x - 1)$ tiếp xúc với parabol $y = \frac{1}{3}x^2$ khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 3kx + 3k = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0$

$$\Leftrightarrow (-3k)^2 - 4.3k = 0 \Leftrightarrow 9k^2 - 12k = 0 \Leftrightarrow 3k(3k - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ 3k - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = 0 \\ k_2 = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy khi $k = 0$ hoặc $k = \frac{4}{3}$ thì đường thẳng $y = k(x - 1)$ tiếp xúc với parabol $y = \frac{1}{3}x^2$.

Bài 5.

a) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADB$ có : $\widehat{BAE}$ chung,

$\widehat{ABE} = \widehat{ADB}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BE}$)

Do đó $\triangle ABE \sim \triangle ADB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD \quad (1)$$

b) BD và EK là hai đường kính của (O) (gt)

$\Rightarrow \widehat{BOE} = \widehat{DOK}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{DK}$.

Khi đó $s\widehat{ABC} = \frac{s\widehat{BE} + s\widehat{EC}}{2}$ (góc giữa tiếp tuyến và một dây).

Lại có : $s\widehat{AIC} = \frac{s\widehat{DK} + s\widehat{EC}}{2}$ (góc ở đỉnh nằm bên trong đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AIC}.$$

Do đó bốn điểm A, B, I, C cùng thuộc một đường tròn.

Mặt khác ta có $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ \Rightarrow$ Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO hay năm điểm A, B, O, I, C cùng thuộc một đường tròn đường kính $AO \Rightarrow \widehat{AIO} = 90^\circ$ hay $OI \perp ED \Rightarrow I$ là trung điểm của ED (định lý đường kính dây cung).

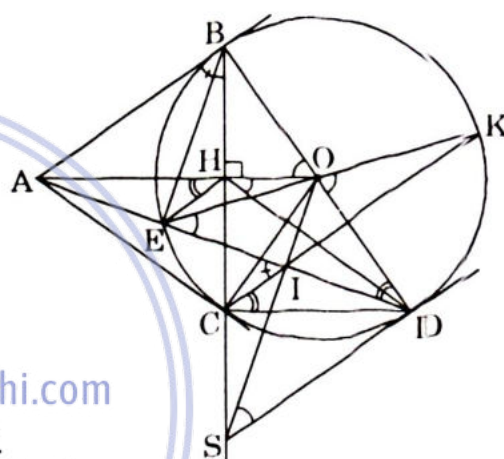
c) Ta có $AB = AC$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau); $OB = OC (= R)$ nên AO là đường trung trực của đoạn $BC \Rightarrow OA \perp BC$ tại H .

Xét tam giác vuông ABO có đường cao BH ta có :

$$AB^2 = AO \cdot AH \quad (2) \quad (\text{hệ thức lượng})$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AO \cdot AH = AE \cdot AD$.

Do đó $\triangle AHE \sim \triangle ADO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{ADO}$. Vậy tứ giác $EHOD$ nội tiếp



$\Rightarrow \widehat{OHD} = \widehat{OED}$ (góc nội tiếp chắn $\widehat{OD}$) mà $\widehat{OED} = \widehat{ODE}$ ($\triangle OED$ cân)

$\Rightarrow \widehat{OHD} = \widehat{ODE}$ mà $\widehat{ODE} = \widehat{AHE}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{OHD} = \widehat{AHE}$.

Lại có : $\widehat{OHD} + \widehat{DHC} = 90^\circ$ và $\widehat{AHE} + \widehat{EHC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DHC} = \widehat{EHC}$

Chứng tỏ HC là phân giác của góc DHE.

d) Ta có : $\widehat{BCD} = 90^\circ$ (BD là đường kính) $\Rightarrow \widehat{SCD} = \widehat{SID} = 90^\circ$.

Do đó tứ giác SCID nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ICD} = \widehat{ISD}$ mà $\widehat{ICD} = \widehat{KED}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung KD) $\Rightarrow \widehat{KED} = \widehat{ISD}$ chứng tỏ bốn điểm O, E, S, D cùng thuộc một đường tròn. Mà E, H, O, D cùng thuộc một đường tròn (cmt)

$\Rightarrow$ Năm điểm E, H, O, D, S cùng thuộc một đường tròn

$\Rightarrow \widehat{SDO} = \widehat{SHO} = 90^\circ$ hay SD là tiếp tuyến của đường tròn (O).

ĐỀ 14

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$.

1. Rút gọn P.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
3. Tìm x để biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm I(0; -1) có hệ số góc k.

1. Viết phương trình đường thẳng (d). Chứng minh với mọi giá trị k, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
2. Gọi hoành độ của A và B là x_1 và x_2 , chứng minh $|x_1 - x_2| \geq 2$.
3. Chứng minh tam giác OAB vuông.

Bài 3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O) ($AB < AC$). Đường tròn tâm O_1 tiếp xúc trong với đường tròn (O) tại M, tiếp xúc với hai cạnh AB, AC lần lượt tại L và K. Gọi E là giao điểm thứ hai của MK với đường tròn (O).

- a) Chứng minh ME là tia phân giác của góc AMC.
- b) Tia phân giác Mx của góc BMC cắt LK tại I. Chứng minh rằng bốn điểm M, I, K, C cùng thuộc một đường tròn.
- c) Chứng minh CI là tia phân giác của góc BCA.

Bài 4. Giả sử x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện :

$$x + y + z + xy + yz + zx = 6.$$

Chứng minh rằng : $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$.

Lời giải**Bài 1.**

1. Điều kiện : $x > 0$ và $x \neq 1$.

$$\text{Ta có : } P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}{x + \sqrt{x} + 1} - 2\sqrt{x} - 1 + 2(\sqrt{x} + 1) = x - \sqrt{x} + 1.$$

$$2. \quad P = x - \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{4}$ đạt được khi $x = \frac{1}{4}$.

$$3. \quad Q = \frac{2\sqrt{x}}{P} = \frac{2}{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 1} \quad \text{với } x > 0, x \neq 1$$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có :

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 > 1$$

Suy ra $0 < Q < 2$. Vì Q nguyên nên $Q = 1 \Rightarrow x = \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$.

Bài 2.

1. Phương trình đường thẳng (d) : $y = kx - 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $x^2 + kx - 1 = 0$.

Ta có : $\Delta = k^2 + 4 > 0$, $\forall k$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

$$2. \text{ Ta có : } x_1 x_2 = -1, \text{ từ đó : } |x_1 - x_2| = \left| x_1 + \frac{1}{x_1} \right|$$

Nhận xét rằng x_1 và $\frac{1}{x_1}$ cùng dấu nên :

$$\left| x_1 + \frac{1}{x_1} \right| = |x_1| + \left| \frac{1}{x_1} \right| \geq 2 \quad (\text{bất đẳng thức Côsi})$$

Vậy $|x_1 - x_2| \geq 2$ (đpcm).

3. Ta có : $A(x_1; kx_1 - 1), B(x_2; kx_2 - 1)$

$$\Rightarrow OA^2 = x_1^2 + (kx_1 - 1)^2 = (k^2 + 1)x_1^2 - 2kx_1 + 1$$

$$OB^2 = x_2^2 + (kx_2 - 1)^2 = (k^2 + 1)x_2^2 - 2kx_2 + 1$$

$$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (kx_2 - 1 - kx_1 + 1)^2$$

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^2 + k^2x_2^2 - 2k^2x_1x_2 + k^2x_1^2 \\
 &= (k^2 + 1)x_1^2 + (k^2 + 1)x_2^2 - 2(k^2 + 1)x_1x_2 \\
 &= (k^2 + 1)x_1^2 + (k^2 + 1)x_2^2 + 2(k^2 + 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có : } OA^2 + OB^2 &= (k^2 + 1)x_1^2 + (k^2 + 1)x_2^2 - 2k(x_1 + x_2) + 2 \\
 &= (k^2 + 1)x_1^2 + (k^2 + 1)x_2^2 + 2k^2 + 2 = AB^2
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \triangle OAB$ vuông tại O .

Giải 3.

- a) Gọi R là bán kính của đường tròn (O) và R_1 là bán kính của đường tròn (O_1) .

Ta có : $O_1M = O_1K (= R_1)$

hay $\triangle MO_1K$ cân tại O_1

$$\Rightarrow \widehat{O_1MK} = \widehat{O_1KM},$$

Tương tự $\triangle MOE$ cân tại O

$$\Rightarrow \widehat{OME} = \widehat{E} \Rightarrow \widehat{E} = \widehat{O_1KM}.$$

Do đó $O_1K \parallel OE$ mà $O_1K \perp AC$ (gt)

$\Rightarrow OE \perp AC \Rightarrow \widehat{EA} = \widehat{EC}$ hay ME là phân giác của $\widehat{AMC}$.

- b) Ta có tứ giác $ABMC$ nội tiếp (gt) $\Rightarrow \widehat{BMC} + \widehat{BAC} = 180^\circ$.

MI là phân giác của $\widehat{BMC}$ (gt)

$$\Rightarrow \widehat{IMC} = \frac{\widehat{BMC}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2} \quad (1)$$

Lại có tứ giác ALO_1K nội tiếp ($\widehat{ALO_1} + \widehat{AKO_1} = 180^\circ$)

$\Rightarrow \widehat{LAO_1} = \widehat{LKO_1}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung LO_1)

mà $\widehat{AKL} + \widehat{LKO_1} = 90^\circ$

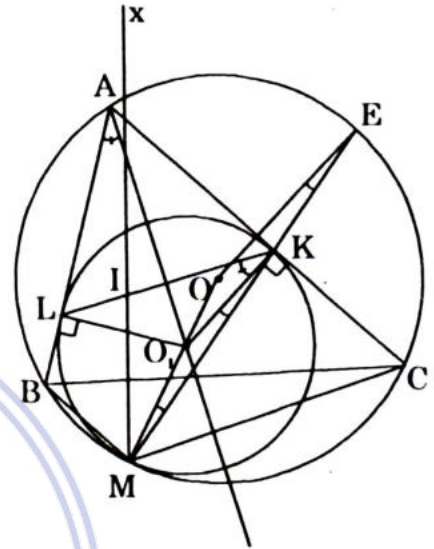
$$\Rightarrow \widehat{AKL} = 90^\circ - \widehat{LKO_1} = 90^\circ - \widehat{LAO_1} = 90^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{IMC} = \widehat{AKL}$.

Do đó tứ giác $MIKC$ nội tiếp hay bốn điểm M, I, K, C cùng thuộc một đường tròn.

- c) Ta có tứ giác $MIKC$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{KIC} = \widehat{KMC} = \widehat{EBC} = \frac{\widehat{ABC}}{2}$.

$$\text{Lại có } \widehat{IKC} = 90^\circ + \widehat{LKO_1} = 90^\circ + \frac{\widehat{BAC}}{2}$$



Xét $\triangle IKC$ ta có :

$$\begin{aligned}\widehat{ICK} &= 180^\circ - (\widehat{IKC} + \widehat{KIC}) = 180^\circ - \widehat{IKC} - \widehat{KIC} \\ &= 180^\circ - 90^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2} - \frac{\widehat{ABC}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2} - \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{\widehat{BCA}}{2}.\end{aligned}$$

Do đó CI là tia phân giác của góc BCA.

Bài 4. Ta có : $x^2 + 1 \geq 2x$; $y^2 + 1 \geq 2y$; $z^2 + 1 \geq 2z$;

$$2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + zx)$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên, ta được :

$$3(x^2 + y^2 + z^2) + 3 \geq 2(x + y + z + xy + yz + zx)$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) + 3 \geq 2.6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 3 \quad (\text{đpcm})$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$.

ĐỀ 15

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau :

$$1. P = \frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \frac{m+n+2\sqrt{mn}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} \quad \text{với } m \geq 0, n \geq 0 \text{ và } m \neq n.$$

$$2. Q = \frac{a^2b - ab^2}{ab} : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad \text{với } a > 0, b > 0.$$

Bài 2. Giải phương trình : $\sqrt{6-x} + \sqrt{x-2} = 2$.

Bài 3. Cho các đường thẳng : $(d_1) : y = 2x + 2$; $(d_2) : y = -x + 2$; $(d_3) : y = 0$.

Tìm tọa độ các giao điểm A, B theo thứ tự của (d_1) với (d_2) ; (d_1) với (d_3) .

Bài 4. Cho góc vuông xOy và hai điểm A, B trên cạnh Ox (A nằm giữa O và B), điểm M bất kì trên cạnh Oy. Đường tròn tâm O' đường kính AB cắt tia MA, MB lần lượt tại điểm thứ hai là C, E. Tia OE cắt đường tròn (O') tại điểm thứ hai F.

1. Chứng minh bốn điểm O, A, E, M nằm trên một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.
2. Tứ giác OCFM là hình gì ? Tại sao ?
3. Chứng minh hệ thức : $OE \cdot OF + BE \cdot BM = OB^2$.
4. Xác định vị trí của điểm M để tứ giác OCFM là hình bình hành. Tìm mối quan hệ giữa OA và AB để tứ giác là hình thoi.

Bài 5. Tính : $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ (không dùng máy tính bỏ túi).

Lời giải

Bài 1.

1. Với $m \geq 0, n \geq 0, m \neq n$, ta có :

$$\frac{m - n}{\sqrt{m} - \sqrt{n}} = \sqrt{m} + \sqrt{n};$$

$$\frac{m + n + 2\sqrt{mn}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} = \frac{(\sqrt{m} + \sqrt{n})^2}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$$

$$\Rightarrow P = 2(\sqrt{m} + \sqrt{n}).$$

$$\begin{aligned} 2. \quad Q &= \frac{a^2b - ab^2}{ab} : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = (a - b) : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \\ &= (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2. \end{aligned}$$

Bài 2. Ta có : $\sqrt{6-x} + \sqrt{x-2} = 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6-x+x-2+2\sqrt{(6-x)(x-2)} = 4 \\ 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(6-x)(x-2)} = 0 \\ 2 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6. \end{cases}$

Bài 3. Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 0 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 2).$$

Toạ độ điểm B thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 0).$$

Bài 4.

1. Ta có : $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (AB là đường kính) $\Rightarrow \widehat{AEM} = 90^\circ$ (kề bù)

$$\text{Do dó} : \widehat{\text{AEM}} + \widehat{\text{AOM}} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

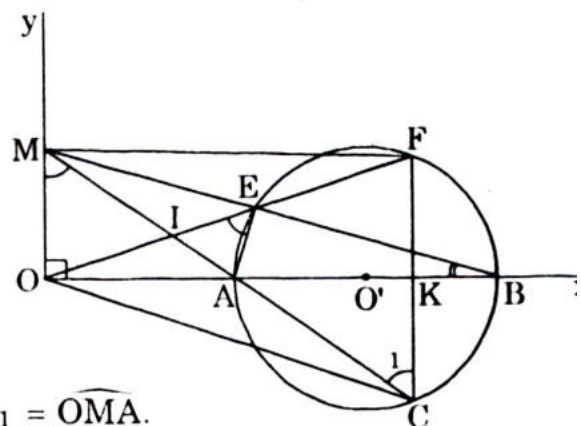
⇒ Tứ giác OAEM nội tiếp hay bốn điểm O, A, E, M cùng nằm trên một đường tròn đường kính MA và tâm là trung điểm của MA.

2. Tứ giác OAEM nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{OMA} = \widehat{OEA}$$

Mặt khác tứ giác AEFC nội tiếp đường tròn đường kính AB nên

$$\widehat{OEA} = \widehat{C}_1 \text{ (cùng bù với } \widehat{AEF}) \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{OMA}.$$



Do đó $OM \parallel CF$ (cặp góc so le trong bằng nhau) $\Rightarrow$ OCFM là hình thang.

3. Xét $\triangle OBE$ và $\triangle OFA$ có $\widehat{AOF}$ chung, $\widehat{OBE} = \widehat{OFA}$

$$\Rightarrow \triangle OBE \sim \triangle OFA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OE}{OA} = \frac{OB}{OF} \Rightarrow OE \cdot OF = OA \cdot OB \quad (1)$$

Lại có hai tam giác vuông AEB và MOB có chung góc B

$$\Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle MOB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{BE}{OB} = \frac{AB}{BM} \Rightarrow BE \cdot BM = AB \cdot OB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OE \cdot OF + BE \cdot BM = OB(OA + AB) = OB^2$.

4. Gọi giao điểm của CM với OF là I; của CF với AB là K.

Hình thang OCFM là hình bình hành $\Leftrightarrow$ I là trung điểm của OF.

$\Leftrightarrow A$ là trọng tâm $\triangle COF \Leftrightarrow AK = \frac{1}{2}OA$. Khi đó ta có cách dựng điểm M

như sau:

– Dựng điểm K thuộc tia OA sao cho: $AK = \frac{1}{2}OA$

– Dựng đường thẳng qua K và vuông góc với AB cắt đường tròn đường kính AB tại F và C.

– Nối C với A

– Lấy M là giao điểm của CA với tia Oy.

Ta có M là điểm cần dựng.

* Hình bình hành OCFM là hình thoi

$\Leftrightarrow CI \perp OF \Leftrightarrow \triangle COF$ đều $\Leftrightarrow A$ là tâm tam giác đều COF

$\Leftrightarrow \widehat{CAO'} = 60^\circ \Leftrightarrow OA = AC = AO' = \frac{AB}{2}$.

(phần đảo xin bạn tự chứng minh).

Bài 5. Đặt $x = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$. Ta có :

$$\begin{aligned} x^3 &= 20 + 14\sqrt{2} + 20 - 14\sqrt{2} + 3\left(\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} + \\ &\quad + 3\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}\right)^2 \\ &= 40 + 3\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} \cdot \underbrace{\left(\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}\right)}_x \\ &= 40 + 3\sqrt[3]{20^2 - (14\sqrt{2})^2} \cdot x = 40 + 6x \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x - 40 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 4x^2 - 16x + 10x - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x - 4) + 4x(x - 4) + 10(x - 4) = 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x^2 + 4x + 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \\ x^2 + 4x + 10 = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

Vậy : $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = 4$.

Phần III

CÁC ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2010 – 2011

A. ĐỀ BÀI

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HÀ NỘI

Bài 1. (2,5đ) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x + 9}{x - 9}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$.
3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Bài 2. (2,5đ) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình :

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài 3. (1đ) Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - 1$.

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.
2. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm giá trị của m để : $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$.

Bài 4. (3,5đ) Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

1. Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh : $DA \cdot DE = DB \cdot DC$.
3. Chứng minh : $\triangle CFD = \triangle OCB$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).
4. Cho biết $DF = R$, chứng minh : $\tan \widehat{AFB} = 2$.

Bài 5. (0,5đ) Giải phương trình : $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HỒ CHÍ MINH**Hàì 1. (2đ)** Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b)
$$\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 6x - 2y = 9 \end{cases}$$

c) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$

d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0.$

Hàì 2. (1,5đ)a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (D) : $y = \frac{1}{2}x - 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Hàì 3. (1,5đ) Thu gọn các biểu thức sau :

$$A = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$$

$$B = 5\left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2 + 2\left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2.$$

Hàì 4. (1,5đ) Cho phương trình $x^2 - (3m + 1)x + 2m^2 + m - 1 = 0$ (x là ẩn số).

a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm m để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất : $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2.$ **Hàì 5. (3,5đ)** Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc đường tròn (O) khác A và B. Các tiếp tuyến của (O) tại A và M cắt nhau tại E. Vẽ MP vuông góc với AB (P thuộc AB), vẽ MQ vuông góc với AE (Q thuộc AE).

a) Chứng minh rằng AEMO là tứ giác nội tiếp đường tròn và APMQ là hình chữ nhật.

b) Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh O, I, E thẳng hàng.

c) Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh hai tam giác EAO và MPB đồng dạng. Suy ra K là trung điểm của MP.

d) Đặt $AP = x$. Tính MP theo R và x. Tìm vị trí của M trên (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH VINH PHÚC****HÀì I : TRẮC NGHIỆM (2đ)** Trong bốn câu từ câu 1 đến câu 4, mỗi câu đều có bốn lựa chọn, trong đó có duy nhất lựa chọn đúng. Em hãy viết vào tờ giấy làm bài thi chữ cái A, B, C hoặc D đứng trước lựa chọn mà em cho là đúng (ví dụ : nếu câu 1 em chọn lựa chọn A thì viết là 1.A).

Bài 1. (0,5đ) Giá trị của $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$ bằng :

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 40.

Bài 2. (0,5đ) Cho hàm số $y = (m - 2)x + 1$ (x là biến, m là tham số) đồng biến, khi đó giá trị của m thỏa mãn :

- A. $m = 2$ B. $m < 2$ C. $m > 2$ D. $m = 1$.

Bài 3. (0,5đ) Nếu một hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau và độ dài một cạnh của hình chữ nhật đó bằng 0,5cm thì diện tích của nó bằng :

- A. $0,25\text{cm}^2$ B. 1cm^2 C. $0,5\text{cm}^2$ D. $0,15\text{cm}^2$.

Bài 4. (0,5đ) Tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{x+2}$ có nghĩa là :

- A. $x < -2$ B. $x < 2$ C. $x \in \mathbb{R}$ D. $x \geq -2$.

PHẦN II : TỰ LUẬN (8đ)

Bài 5. (2đ) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 4x - 5y = -5 \\ 4x - 7y = -1 \end{cases}$$

Bài 6. (1,5đ) Cho phương trình : $x^2 - 2(m - 1)x + m - 5 = 0$ (x là ẩn, m là tham số).

1. Chứng minh rằng phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
2. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 7. (1,5đ) Cho một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3m và cạnh đáy giảm đi 2m thì diện tích của tam giác tăng thêm 9m^2 . Tính cạnh đáy và chiều cao của tam giác đã cho.

Bài 8. (2đ) Cho đường tròn (O), M là một điểm nằm ngoài đường tròn (O). Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) với A, B là các tiếp điểm; MPQ là một cát tuyến không đi qua tâm của đường tròn (O), P nằm giữa M và Q. Qua P kẻ đường thẳng vuông góc với OA và AB, AQ tương ứng tại R, S. Gọi trung điểm đoạn PQ là N.

Chứng minh rằng :

1. Các điểm M, A, N, O, B cùng thuộc một đường tròn, chỉ rõ bán kính của đường tròn đó.
2. $PR = RS$.

Bài 9. (1đ) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 15abc$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH PHÚ THỌ**Bài 1. (2đ)**

- a) Tính $2\sqrt{4} + 3\sqrt{25}$.
- b) Giải bất phương trình : $2x - 10 > 0$.
- c) Giải phương trình : $(3x - 1)(x - 2) - 3(x^2 - 4) = 0$.

Bài 2. (2đ) Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 20m và diện tích là 2400m^2 . Tính chu vi khu vườn đó.

Bài 3. (2đ) Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ x + my = 4 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

- a) Giải hệ phương trình khi $m = 2$.
- b) Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m .

Bài 4. (3đ) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB, AC tại D và E. Gọi H là giao điểm của BE và CD.

- a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp được đường tròn.
- b) Gọi I là trung điểm của AH. Chứng minh IO vuông góc với DE.
- c) Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

Bài 5. (1đ) Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $x + y \leq \frac{4}{3}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

downloaadsachmienphi.com

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NAM ĐỊNH

HẦN I : TRẮC NGHIỆM (2đ) Mỗi câu sau có nêu bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Hãy chọn phương án đúng (viết vào bài làm chữ cái đứng trước phương án được lựa chọn).

Bài 1. (0,25đ) Phương trình $(x - 1)(x + 2) = 0$ tương đương với phương trình :

- A. $x^2 + x - 2 = 0$ B. $2x + 4 = 0$
- C. $x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 + x + 2 = 0$.

Bài 2. (0,25đ) Phương trình nào sau đây có tổng hai nghiệm bằng 3 ?

- A. $x^2 - 3x + 14 = 0$ B. $x^2 - 3x - 3 = 0$
- C. $x^2 - 5x + 3 = 0$ D. $x^2 - 9 = 0$.

Bài 3. (0,25đ) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -5x^2$ B. $y = 5x^2$ C. $y = (\sqrt{3} - 2)x$ D. $y = x - 10$.

Bài 4. (0,25đ) Phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi :

- A. $m \geq -4$ B. $m < 4$ C. $m \leq 4$ D. $m > -4$.

Bài 5. (0,25đ) Phương trình $\sqrt{3x+4} = x$ có tập nghiệm là :

- A. $\{1; -4\}$ B. $\{4; 5\}$ C. $\{1; 4\}$ D. $\{4\}$.

Bài 6. (0,25đ) Nếu một hình vuông có cạnh bằng 6cm thì đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó có bán kính bằng :

- A. $6\sqrt{2}$ cm B. $\sqrt{6}$ cm C. $3\sqrt{2}$ cm D. $2\sqrt{6}$ cm.

Bài 7. (0,25đ) Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ có $R = 6$ cm, $R' = 2$ cm, $OO' = 3$ cm. Khi đó, vị trí tương đối của hai đường tròn đã cho là :

- A. cắt nhau B. $(O; R)$ đựng $(O'; R')$
C. ở ngoài nhau D. tiếp xúc trong.

Bài 8. (0,25đ) Cho một hình nón có bán kính đáy bằng 3cm, có thể tích bằng 18cm^3 . Hình nón đã cho có chiều cao bằng :

- A. $\frac{6}{\pi}$ cm B. 6cm C. $\frac{2}{\pi}$ cm D. 2cm.

PHẦN II : TỰ LUẬN (8đ)

Bài 1. (1,5đ) Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Chứng minh rằng khi $x = 3 + 2\sqrt{2}$ thì $P = \frac{1}{2}$.

Bài 2. (1,5đ)

1. Cho hàm số $y = 2x + 2m + 1$. Xác định m, biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm A(1; 4).

2. Tìm tọa độ điểm của đồ thị hàm số $y = x^2$ và đồ thị hàm số $y = 2x + 3$.

Bài 3. (1đ) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{x+y+1}{x+2y} + \frac{x+2y}{x+y+1} = 2 \\ 3x+y=4. \end{cases}$$

Bài 4. (3đ) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M nằm ngoài đường tròn sao cho $OM = 2R$. Đường thẳng d đi qua M và tiếp xúc với đường tròn $(O; R)$ tại A. Gọi N là giao điểm của đường thẳng MO với đường tròn $(O; R)$.

1. Tính độ dài đoạn thẳng AN theo R. Tính số đo góc NAM.

2. Kẻ hai đường kính AB và CD khác nhau của đường tròn $(O; R)$. Các đường thẳng BC, BD cắt đường thẳng d lần lượt tại P, Q.

a) Chứng minh tứ giác PQDC nội tiếp.

b) Chứng minh : $3BQ - 2AQ > 4R$.

Bài 5. (1đ) Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện :

$$2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HƯNG YÊN**Bài 1. (2đ)**

a) Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$.

b) Tính $B = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt{3}$.

Bài 2. (2đ)

a) Giải phương trình $x^4 - 13x^2 - 30 = 0$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases}$$

Bài 3. (2,5đ) Cho hai hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P) và $y = x + 3$ có đồ thị (d).

- Vẽ các đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
- Gọi A là giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) có hoành độ âm. Viết phương trình của đường thẳng (Δ) đi qua A và có hệ số góc bằng -1.
- Đường thẳng (Δ) cắt trục tung tại C, cắt trục hoành tại D. Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại B. Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABC và tam giác ABD.

Bài 4. (3,5đ) Cho hai đường tròn (C) tâm O, bán kính R và đường tròn (C') tâm O', bán kính R' ($R > R'$) cắt nhau tại hai điểm A và B. Vẽ tiếp tuyến chung MN của hai đường tròn ($M \in (C)$, $N \in (C')$). Đường thẳng AB cắt MN tại I (B nằm giữa A và I).

- Chứng minh rằng: $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$.
- Chứng minh rằng: $IN^2 = IA \cdot IB$.
- Đường thẳng MA cắt đường thẳng NB tại Q; đường thẳng NA cắt đường thẳng MB tại P. Chứng minh rằng MN song song với QP.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THÁI BÌNH**Bài 1. (2đ)**

1. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{3}{x - 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) \cdot \frac{x - 9}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$, $x \neq 9$.

2. Chứng minh rằng: $\sqrt{5} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5} - 2} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} \right) = 10$.

Bài 2. (2đ) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = (k - 1)x + n$ và hai điểm A(0; 2), B(-1; 0).

- Tìm các giá trị của k và n để:

a) Đường thẳng (d) đi qua hai điểm A và B.

b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(\Delta) : y = x + 2 - k$.

2. Cho $n = 2$. Tìm k để đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm C sao cho diện tích tam giác OAC gấp hai lần diện tích tam giác OAB.

Bài 3. (2đ) Cho phương trình bậc hai : $x^2 - 2mx + m - 7 = 0$ (1)

(với m là tham số).

- Giải phương trình (1) với $m = -1$.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 16.$$

Bài 4. (3,5đ) Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm K khác A, hai dây MN và BK cắt nhau ở E.

- Chứng minh AHEK là tứ giác nội tiếp; $\triangle CAE$ đồng dạng với $\triangle CHK$.
- Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh $\triangle NFK$ cân.
- Giả sử $KE = KC$. Chứng minh : $OK \parallel MN$ và $KM^2 + KN^2 = 4R^2$.

Bài 5. (0,5đ) Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 3$.

Chứng minh rằng : $(a - 1)^3 + (b - 1)^3 + (c - 1)^3 \geq -\frac{3}{4}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH HẢI DƯƠNG

Bài 1. (2đ) Rút gọn các biểu thức sau :

a) $A = \sqrt{25} - \sqrt{16} + \sqrt{81}$

b) $B = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \sqrt{3}$

c) $C = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$, với $x > 2$.

Bài 2. (2đ) Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$ có đồ thị là đường thẳng (d).

- Xác định hệ số a , biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x$. Vẽ (d) với hệ số a vừa tìm được.
- Đường thẳng (d') có dạng $y = x + 1$ cắt đường thẳng (d) ở câu a) tại điểm M. Xác định tọa độ điểm M.

Bài 3. (2,5đ)

- a) Cho hai phương trình $x^2 + 7x - 4 = 0$. Chứng tỏ phương trình trên có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính $x_1 + x_2$ và $x_1 x_2$.
- b) Giải phương trình : $\frac{1}{x+2} = \frac{1+x}{2}$.
- c) Giải bài toán bằng cách lập phương trình :
Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 13cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7cm. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác đó.

Bài 4. (3,5đ) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Vẽ bán kính OC vuông góc với AB. Gọi K là điểm nằm giữa hai điểm B và C. Tia AK cắt đường tròn (O) ở M.

- a) Tính số đo các góc : ACB, AMC.
- b) Vẽ CI vuông góc AM (I thuộc AM). Chứng minh tứ giác AOIC là tứ giác nội tiếp.
- c) Chứng minh hệ thức : $AI \cdot AK = AO \cdot AB$.
- d) Nếu K là trung điểm của CB. Tính $\tan \angle MAB$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HẢI PHÒNG

PHẦN I : TRẮC NGHIỆM (2đ)

Bài 1. Căn bậc hai số học của 5 là :

- A. $-\sqrt{5}$ B. $\pm\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 25.

Bài 2. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất ?

- A. $y = \sqrt{3x} - 3$ B. $y = -\sqrt{3x} - 3$
C. $y = -3$ D. $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - 3$.

Bài 3. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 2x - 3$?

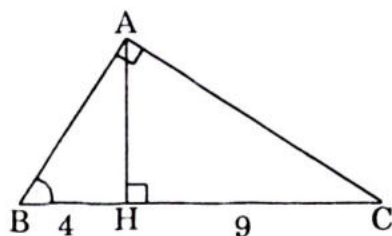
- A. $y = 3x - 3$ B. $y = \frac{1}{2}x + 1$
C. $y = -2(1 - x)$ D. $y = 2(1 - x)$.

Bài 4. Nếu phương trình $x^2 - ax + 1 = 0$ có nghiệm thì tích hai nghiệm số là :

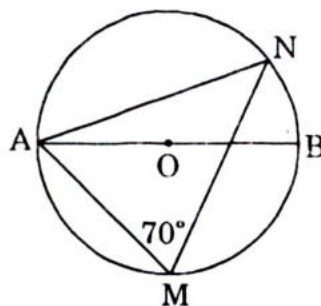
- A. 1 B. a C. -1 D. -a.

Bài 5. Đường tròn là hình :

- A. không có trục đối xứng. B. có hai trục đối xứng.
C. có một trục đối xứng. D. có vô số trục đối xứng.



Hình 1



Hình 2

Bài 6. Trong hình 1, tam giác ABC vuông tại A, $AH \perp BC$. Độ dài của đoạn thẳng AH bằng :

- A. 6,5 B. 6 C. 5 D. 4,5.

Bài 7. Trong hình 2 biết AB là đường kính của đường tròn (O), góc $AMN = 70^\circ$. Số đo góc BAN là :

- A. 20° B. 30° C. 40° D. 25° .

Bài 8. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 3\text{cm}$, $CB = 4\text{cm}$. Quay hình chữ nhật đó một vòng quanh cạnh AB được một hình trụ. Thể tích hình trụ có là :

- A. 48cm^3 B. 36cm^3 C. $36\pi\text{cm}^3$ D. $48\pi\text{cm}^3$.

PHẦN I : TỰ LUẬN (8đ)

Bài 1. (1,5đ) Cho biểu thức $M = (\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + \sqrt{40})\sqrt{2}$ và $N = \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2}$.

1. Rút gọn biểu thức M và N. 2. Tính $M + N$.

Bài 2. (2đ)

1. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -3x + 2y = 5. \end{cases}$$

2. Giải phương trình $3x^2 - 5x = 0$.

3. Cho phương trình $3x^2 - 5x - 7m = 0$. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm dương.

Bài 3. (3,75đ) Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB < AC$, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt AB ở P, cắt AC ở Q.

1. Chứng minh $\widehat{PHQ} = 90^\circ$.
2. Chứng minh tứ giác BPQC nội tiếp.
3. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của HB và HC. Tứ giác EPQF là hình gì ?
4. Tính diện tích tứ giác EPQF trong trường hợp tam giác vuông ABC có cạnh huyền $BC = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$.

Bài 4. (0,75đ) Cho $x \geq xy + 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{3xy}{x^2 + y^2}.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NINH**Bài 1. (1,5đ)**a) So sánh hai số : $3\sqrt{5}$ và $\sqrt{29}$.b) Rút gọn biểu thức $A = \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} + \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$.**Bài 2. (2đ)** Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ (m là tham số).a) Giải hệ phương trình với $m = 1$.b) Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn : $x^2 - 2y^2 = 1$.**Bài 3. (2,5đ)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình và hệ phương trình :

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ bể đầy. Nếu từng vòi chảy riêng thì thời gian vòi thứ nhất làm đầy bể sẽ ít hơn vòi thứ hai làm đầy bể là 10 giờ. Hỏi nếu chảy riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu đầy bể ?

Bài 4. (3đ) Cho đường tròn $(O; R)$, dây cung BC cố định ($BC < 2R$) và điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Các đường cao BD và CE của tam giác cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp.

b) Giả sử góc $BAC = 60^\circ$, hãy tính khoảng cách từ tâm O đến cạnh BC theo R.

c) Chứng minh đường thẳng kẻ qua A và vuông góc với DE luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (1đ) Cho biểu thức $P = xy(x - 2)(y + 6) + 12x^2 - 24x + 3y^2 + 18y + 36$.Chứng minh P luôn dương với mọi x, y thuộc $\mathbb{R}$.**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH LÀO CAI****Bài 1. (2đ)**

1. Thực hiện phép tính :

a) $\sqrt{\frac{36}{9}}$

b) $\sqrt{25 - 9} : 2$.

2. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}$.

a) Tìm giá trị của x để A có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức A.

Bài 2. (2đ)

1. Cho hai đường thẳng d và d' có phương trình lần lượt là :

$$d : y = ax + a - 1 \text{ (với } a \text{ là tham số), } d' : y = x + 1$$

- a) Tìm các giá trị của a để hàm số $y = ax + a - 1$ đồng biến, nghịch biến.
 b) Tìm giá trị của a để $d // d'$; $d \perp d'$.
2. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = 2x + m - 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ tại hai điểm phân biệt.

Bài 3. (2đ)

1. Giải phương trình : $x^2 - 4x + 3 = 0$.
2. Tìm giá trị của m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất. Biết rằng x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 4x + m = 0$.

Bài 4. (1đ)

1. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$$
2. Tìm các giá trị của a để hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Bài 5. (3đ) Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của AC. Đường tròn đường kính CM cắt BC ở điểm thứ hai là N. BM kéo dài gặp đường tròn tại D.

1. Chứng minh bốn điểm B, A, D, C nằm trên một đường tròn.
 2. Chứng minh : $MN \cdot BC = AB \cdot MC$.
 3. Chứng minh rằng tiếp tuyến tại M của đường tròn đường kính MC đi qua tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BADC.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THANH HÓA

Bài 1. (2đ) Cho phương trình : $x^2 + px - 4 = 0$ (1) (với p là tham số).

1. Giải phương trình (1) khi $p = 3$.
 2. Giả sử x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1), tìm p để :

$$x_1(x_2^2 + 1) + x_2(x_1^2 + 1) > 6.$$

Bài 2. (2đ) Cho biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{c} + 3}{\sqrt{c} - 3} - \frac{\sqrt{c} - 3}{\sqrt{c} + 3} \right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{c}} \right)$ với $c > 0$; $c \neq 9$.

1. Rút gọn C .
 2. Tìm c để C nhận giá trị nguyên.

Bài 3. (2đ) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và các điểm C, D thuộc (P) với $x_C = 2$; $x_D = -1$.

1. Tìm tọa độ các điểm C, D và viết phương trình đường thẳng CD.
2. Tìm q để đường thẳng (d) : $y = (2q^2 - q)x + q + 1$ (với p là tham số) song song với đường thẳng CD.

Bài 4. (3đ) Cho tam giác BDC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, các đường cao CM, DN cắt nhau tại H.

1. Chứng minh CDMN là tứ giác nội tiếp.
2. Kéo dài BO cắt đường tròn (O) tại K. Chứng minh tứ giác CHDK là hình bình hành.
3. Cho cạnh CD cố định, B thay đổi trên cung lớn CD sao cho tam giác BCD luôn nhọn. Xác định vị trí điểm B để diện tích tam giác CDH lớn nhất.

Bài 5. (1đ) Cho u, v là các số dương thỏa mãn : $u + v = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = u^2 + v^2 + \frac{33}{uv}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NGHỆ AN

Bài 1. (3đ) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{x-1}$.

1. Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
3. Khi x thỏa mãn điều kiện xác định. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B, với $B = A(x - 1)$.

Bài 2. (2đ) Cho phương trình bậc hai sau, với tham số m :

$$x^2 - (m + 1)x + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm giá trị của tham số m để $x = -2$ là một nghiệm của phương trình (1).

Bài 3. (1,5đ) Hai người cùng làm chung một công việc thì sau 4 giờ 30 phút họ làm xong công việc. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 4 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 3 giờ thì cả hai người làm được 75% công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc ? (Biết rằng năng suất làm việc của mỗi người là không thay đổi).

Bài 4. (3,5đ) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Điểm H cố định thuộc đoạn thẳng AO (H khác A và O). Đường thẳng đi qua điểm H và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn (O) tại C. Trên cung BC lấy điểm D bất kì (D khác B và C). Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại D cắt đường thẳng HC tại E. Gọi I là giao điểm của AD và HC.

1. Chứng minh tứ giác HBDI nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh tam giác DEI là tam giác cân.
3. Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ICD. Chứng minh góc ABF có số đo không đổi khi D thay đổi trên cung BC (D khác B và C).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH HÀ TĨNH

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau :

1. $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2}$

2. $\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$.

Bài 2. Cho phương trình : $x^2 - 5x + m + 1 = 0$ (1) (m là tham số).

1. Giải phương trình (1) khi $m = 5$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn đẳng thức : $(x_1 x_2 - 1)^2 = 20(x_1 + x_2)$.

Bài 3.

1. Trên hệ trục tọa độ Oxy, đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm M(0; 1) và N(2; 4). Tìm hệ số a và b.
2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ xy = 1. \end{cases}$$

Bài 4. Cho hình vuông ABCD, điểm M thuộc cạnh BC ($M \neq B$ và $M \neq C$). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với tia DM, cắt các đường thẳng DM, DC theo thứ tự tại E và F.

1. Chứng minh các tứ giác ABED và BDCE nội tiếp đường tròn.
2. Tính góc CEF.
3. Đường thẳng AM cắt đường thẳng DC tại N. Chứng minh đẳng thức :

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}.$$

Bài 5. Tìm x để y đạt giá trị lớn nhất thỏa mãn :

$$x^2 + 2y^2 + 2xy - 8x - 6y = 0.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG BÌNH

PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2đ)

Trong các câu từ 1 đến 8 đều có bốn phương án trả lời A, B, C, D trong đó có một phương án đúng. Chọn chữ cái đứng trước phương án đúng.

Bài 1. Cho hàm số $y = (m - 2)x + 3$ (biến x). Với giá trị nào của m hàm số đồng biến :

- A. $m < 2$ B. $m > 2$ C. $m > -2$ D. $m \neq 2$.

Bài 2. Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số :

- A. Q(2; 1) B. N(-2; 1) C. P $\left(1; -\frac{1}{4}\right)$ D. M $\left(1; \frac{1}{4}\right)$.

Bài 3. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-4}$ là :

- A. $x \geq 4$ B. $x \in \mathbb{R}$ C. $x \neq 4$ D. $x < 4$.

Bài 4. Diện tích hình quạt tròn có số đo cung 90° , bán kính R là :

- A. $\frac{\pi R^2}{4}$ B. $\frac{\pi R^2}{5}$ C. $\frac{\pi R^2}{6}$ D. $\frac{\pi R^2}{3}$.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 3cm, BC = 6cm. Khi đó $\cos B$ bằng :

- A. 2 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}$.

Bài 6. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - 5 = 0$.

Khi đó tổng của hai nghiệm là :

- A. $x_1 + x_2 = -2$ B. $x_1 + x_2 = 5$
C. $x_1 + x_2 = 2$ D. $x_1 + x_2 = -5$.

Bài 7. Cho tam giác ABC có AB = 6cm, AC = 8cm, BC = 10cm. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là :

- A. 6cm B. 5cm C. 4cm D. 3cm.

Bài 8. Diện tích của tam giác đều có ba cạnh bằng a (cm) là :

- A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ (cm²) B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ (cm²)
C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ (cm²) D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (cm²).

I. PHẦN TỰ LUẬN (8đ)

Bài 9. (1,5đ) Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{b}+2} - \frac{1}{\sqrt{b}-2} + \frac{2\sqrt{b}}{b-4}$ (với $b \geq 0, b \neq 4$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm b để $P = \frac{2}{3}$.

Bài 10. (2,5đ) Cho phương trình : $x^2 - 2(n-1)x + 2n - 3 = 0$ (1)

(n là tham số).

a) Giải phương trình khi $n = 3$.

- b) Chứng minh phương trình (1) có nghiệm với mọi n .
- c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$.

Bài 11. (3đ) Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Dây cung CD vuông góc với AB tại P. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M (M khác C, B), đường thẳng AM cắt CD tại Q.

- a) Chứng minh tứ giác PQMB nội tiếp được trong một đường tròn.
- b) Chứng minh $\triangle AQP \sim \triangle ABM$, suy ra : $AC^2 = AQ \cdot AM$.
- c) Gọi giao điểm của CB với AM là S, MD với AB là T. Chứng minh $ST \parallel CD$.

Bài 12. (1đ) Cho hai số dương x, y có $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG TRỊ

Bài 1. (1,5đ) Rút gọn biểu thức (không dùng máy tính cầm tay) :

- $\sqrt{8} + \sqrt{18} - 2\sqrt{2}$.
- $\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} : \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ với $a > 0, b > 0, a \neq b$.

Bài 2. (2đ)

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

- Giải phương trình (không dùng máy tính cầm tay) : $x^2 - 3x + 2 = 0$.
- Giải hệ phương trình (không dùng máy tính cầm tay) : $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2. \end{cases}$

Bài 3. (2đ) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số $y = -x + 4$ có đồ thị là đường thẳng (d). Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với trục tung và trục hoành.

- a) Tìm tọa độ các điểm A và B.
- b) Hai điểm A, B và gốc tọa độ O tạo thành tam giác vuông AOB. Quay tam giác vuông AOB một vòng quanh cạnh góc vuông OA cố định ta được một hình gì ? Tính diện tích xung quanh hình đó.

Bài 4. (1,5đ) Một xe ô tô tải và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ thành phố A đến thành phố B. Xe du lịch có vận tốc lớn hơn vận tốc ô tô tải là 20km/h, do đó nó đến trước xe ô tô tải 15 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết rằng khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 100km.

Bài 5. (3đ) Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ đường cao AH và phân giác BE của góc ABC (H thuộc BC, E thuộc AC). Kẻ AD vuông góc với BE (D thuộc BE).

- Chứng minh rằng tứ giác ADHB là tứ giác nội tiếp, xác định tâm O đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADHB (gọi là đường tròn (O)).
- Chứng minh $\widehat{EAD} = \widehat{HBD}$ và OD song song với HB.
- Cho biết số đo góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $AB = a$ ($a > 0$ cho trước). Tính theo a diện tích phần tam giác nằm ngoài đường tròn (O).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HUẾ

Bài 1. (2,25đ) Không sử dụng máy tính cầm tay :

- Giải phương trình và hệ phương trình sau :

$$1. 5x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$2. \begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9. \end{cases}$$

- Rút gọn biểu thức : $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 2\sqrt{5}$.

Bài 2. (2,5đ) Cho hàm số $y = ax^2$.

- Xác định hệ số a biết rằng đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $M(-2; 8)$.
- Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị (P) của hàm số đã cho với giá trị a vừa tìm được và đường thẳng (d) đi qua $M(-2; 8)$ có hệ số góc bằng -2. Tìm tọa độ giao điểm khác M của (P) và (d).

Bài 3. (1,25đ) Hai người đi xe đạp cùng xuất phát từ A để đến B với vận tốc bằng nhau. Đi được $\frac{2}{3}$ quãng đường AB, người thứ nhất bị hỏng xe nên dừng lại 20 phút và đón ô tô quay về A, còn người thứ hai không dừng lại mà tiếp tục đi với vận tốc cũ để tới B. Biết rằng khoảng cách từ A đến B là 60km, vận tốc ô tô hơn vận tốc xe đạp là 48km/h và khi người thứ hai tới B thì người thứ nhất đã về A trước đó 40 phút. Tính vận tốc của xe đạp.

Bài 4. (2,5đ) Cho tam giác ABC vuông tại A và $AC > AB$, D là một điểm trên cạnh AC sao cho $CD < AD$. Vẽ đường tròn (D) tâm D và tiếp xúc với BC tại E. Từ B vẽ tiếp tuyến thứ hai của đường tròn (D) với F là tiếp điểm khác E.

- Chứng minh rằng năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc một đường tròn.
- Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng BF lần lượt cắt AM, AE, AD theo thứ tự tại các điểm N, K, I.

Chứng minh : $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$. Suy ra : $IF \cdot BK = IK \cdot BF$.

- Chứng minh rằng tam giác ANF là tam giác cân.

Bài 5. (1,5đ) Từ một tấm thiếc hình chữ nhật ABCD có chiều rộng $AB = 3,6\text{dm}$ chiều dài $AD = 4,85\text{dm}$, người ta cắt một phần thiếc để làm mặt xung quanh của một hình nón với đỉnh là A và đường sinh bằng $3,6\text{dm}$, sao cho diện tích mặt xung quanh này lớn nhất. Mặt đáy của hình nón được cắt trong phần còn lại của tấm thiếc hình chữ nhật ABCD.

- Tính thể tích của hình nón được tạo thành.
- Chứng tỏ rằng có thể cắt được nguyên vẹn hình tròn đáy mà chỉ sử dụng phần còn lại của tấm thiếc ABCD sau khi đã cắt xong mặt xung quanh hình nón nói trên.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. ĐÀ NẴNG

Bài 1. (2đ)

a) Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$.

b) Tính $B = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt{3}$.

Bài 2. (2đ)

a) Giải phương trình : $x^4 - 13x^2 - 30 = 0$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 8 \end{cases}$$

Bài 3. (2,5đ) Cho hai hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P) và $y = x + 3$ có đồ thị (d).

- Vẽ các đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
- Gọi A là giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) có hoành độ âm. Viết phương trình của đường thẳng (Δ) đi qua A và có hệ số góc bằng -1 .
- Đường thẳng (Δ) cắt trục tung tại C, cắt trục hoành tại D. Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại B. Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABC và tam giác ABD.

Bài 4. (3,5đ) Cho hai đường tròn (C) tâm O, bán kính R và đường tròn (C') tâm O', bán kính R' ($R > R'$) cắt nhau tại hai điểm A và B. Vẽ tiếp tuyến chung MN của hai đường tròn ($M \in (C)$, $N \in (C')$). Đường thẳng AB cắt MN tại I (B nằm giữa A và I).

- Chứng minh rằng : $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$.
- Chứng minh rằng : $IN^2 = IA \cdot IB$.
- Đường thẳng MA cắt đường thẳng NB tại Q; đường thẳng NA cắt đường thẳng MB tại P. Chứng minh rằng MN song song với QP.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NAM**Bài 1. (2đ)** Rút gọn các biểu thức sau :

a) $A = \sqrt{25} - \sqrt{16} + \sqrt{81}$

b) $B = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \sqrt{3}.$

c) $C = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}, \text{ với } x > 2.$

Bài 2. (2đ) Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$ có đồ thị là đường thẳng (d).a) Xác định hệ số a, biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x$. Vẽ (d) với hệ số a tìm được.b) Đường thẳng (d') có dạng $y = x + 1$ cắt đường thẳng (d) ở câu a) tại điểm M. Xác định tọa độ điểm M.**Bài 3. (2,5đ)**a) Cho phương trình $x^2 + 7x - 4 = 0$. Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ; không giải phương trình hãy tính $x_1 + x_2$ và $x_1 x_2$.

b) Giải phương trình : $\frac{1}{x+2} = \frac{1+x}{2}$

c) Giải bài toán bằng cách lập phương trình :

Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 13cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7cm. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

Bài 4. (3,5đ) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Vẽ bán kính OC vuông góc với AB. Gọi K là điểm nằm giữa hai điểm B và C. Tia AK cắt đường tròn (O) ở M.

a) Tính số đo của các góc ACB và AMC.

b) Vẽ CI vuông góc với AM ($I \in AM$). Chứng minh AOIC là tứ giác nội tiếp.c) Chứng minh hệ thức : $AI \cdot AK = AO \cdot AB$.d) Nếu K là trung điểm của CB. Tính $\tan \widehat{MAB}$.**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÌNH ĐỊNH****Bài 1. (1,5đ)** Giải phương trình :

a) $3(x - 1) = 2 + x$

b) $x^2 + 5x - 6 = 0.$

Bài 2. (2đ)a) Cho phương trình $x^2 - x + 1 - m = 0$ (m là tham số). Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Xác định a, b biết rằng hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ bx - ay = 4 \end{cases}$$

có nghiệm $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Bài 3. (2,5đ) Một công ti vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng khi đến kho hàng có 2 xe bị hỏng nên để chở hết số lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe vận tải được điều đến chở hàng là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng hàng chở mỗi xe là như nhau.

Bài 4. (3đ) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. K các đường cao BB' và CC' (B' thuộc AC; C' thuộc AB). Đường thẳng B'C' cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (theo thứ tự N, C', B', M).

- Chứng minh tứ giác BC'B'C là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh : $AM = AN$.
- Chứng minh : $AM^2 = AC' \cdot AB$.

Bài 5. (1đ) Cho a, b, c là các số thỏa mãn điều kiện $0 < a < b$ và phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm. Chứng minh rằng : $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH KHÁNH HÒA

Bài 1. (3đ) (Không dùng máy tính cầm tay)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{5}(\sqrt{20} - 3) + \sqrt{45}$.

2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

3. Giải phương trình : $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Bài 2. (1đ) Cho phương trình bậc hai ẩn x, tham số m :

$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0.$$

Tính giá trị của m, biết rằng phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện : $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 1$.

Bài 3. (2đ) Cho hàm số : $y = mx - m + 2$, có đồ thị là đường thẳng (d_m).

- Khi $m = 1$, vẽ đường thẳng (d_1).
- Tìm tọa độ điểm cố định mà đường thẳng (d_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m. Tính khoảng cách lớn nhất điểm M(6; 1) đến đường thẳng (d_m) khi m thay đổi.

Bài 4. (4đ) Cho hình vuông ABCD cạnh a, lấy điểm M bất kì trên cạnh BC (M khác B và C). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng DM tại H, kéo dài BH cắt đường thẳng DC tại K.

- Chứng minh BHCD là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh : $KM \perp DB$.
- Chứng minh : $KC \cdot KD = KH \cdot KB$.

4. Ký hiệu S_{ABM} , S_{DCM} lần lượt là diện tích của tam giác ABM, DCM. Chứng minh rằng $(S_{ABM} + S_{DCM})$ không đổi. Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để $(S_{ABM}^2 + S_{DCM}^2)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo a.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÌNH THUẬN

Bài 1. (1đ) Rút gọn biểu thức : $A = (28\sqrt{3} - 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) : 5$.

Bài 2. (2đ) Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 2$.

1. Xác định hệ số góc a, biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm A(3; 4).
2. Vẽ đồ thị của hàm số kia khi $a = 2$.

Bài 3. (3đ) Giải các phương trình :

$$1. x^2 - 4x + 2 = 0 \qquad 2. 4x^4 + x^2 - 5 = 0 \qquad 3. \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{4}{3}$$

Bài 4. (4đ) Cho đường tròn tâm O bán kính R. Từ điểm S với $OS = 3R$ kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm).

1. Chứng minh tứ giác S.AOB nội tiếp.
2. Gọi H là giao điểm của SO và AB. Tính theo R.
a) Diện tích tam giác SAO và diện tích tứ giác SAOB.
b) Độ dài đoạn thẳng AH.
3. C và D là hai điểm trên cung lớn AB sao cho AD song song với BC, gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh OM vuông góc với BC.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH ĐẮKLẮK

Bài 1. (2đ)

1. Giải phương trình : $2x^2 + \sqrt{3}x = x^2 + 2\sqrt{3}x$.
2. Xác định a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A(2; 8) và B(3; 2).

Bài 2. (2đ)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 2) + (\sqrt{2} + 1)^2$.
2. Cho biểu thức $B = \left(\frac{2}{1-\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.
a) Rút gọn biểu thức.
b) Tìm giá trị của x để biểu thức $B = 5$.

Bài 3. (1,5đ) Cho phương trình : $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + \frac{1}{2} = 0$ (1)

(m là tham số).

1. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt ?
2. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $M = (x_1 - 1)(x_2 - 1)$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

Bài 4. (3,5đ) Cho nửa đường tròn có tâm O và đường kính AB. Gọi M là điểm chính giữa của cung AB, P là điểm thuộc cung MB (P không trùng với M và B); đường thẳng AP cắt đường thẳng OM tại C, đường thẳng OM cắt đường thẳng BP tại D.

1. Chứng minh OBPC là một tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh hai tam giác BDO và CAO đồng dạng.
3. Tiếp tuyến thứ hai của nửa đường tròn ở P cắt CD tại I. Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng CD.

Bài 5. (1đ) Chứng minh rằng phương trình :

$$(a^4 - b^4)x^2 - 2(a^6 - ab^5)x + a^8 - a^2b^6 = 0$$

luôn luôn có nghiệm với mọi a, b.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH LÂM ĐỒNG

Bài 1. (0,75đ) Tính : $\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \frac{2}{3}\sqrt{75}$.

Bài 2. (0,75đ) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x - 3y = -5 \\ 2x + 4y = 0. \end{cases}$$

Bài 3. (0,75đ) Tìm m để đồ thị của hàm số : $y = 2x + m - 4$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Bài 4. (1đ) Từ điểm A ngoài đường tròn (O), kẻ tiếp tuyến AB (B là tiếp điểm) và cát tuyến AMN với đường tròn, sao cho tia AO nằm giữa hai tia AB và AM. Gọi I là trung điểm của dây MN. Chứng minh :

- a) Tứ giác ABOI nội tiếp.
- b) $AB^2 = AM \cdot AN$.

Bài 5. (1,25đ) Cho hàm số : $y = x^2$ có đồ thị là (P).

- a) Vẽ (P).
- b) Bằng phép tính hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d) : $y = -x + 2$.

Bài 6. (0,75đ) Một hình cầu có thể tích bằng 288π (cm³). Tính diện tích mặt cầu.

Bài 7. (0,75đ) Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH = $\sqrt{3}$ cm, BH = 1cm. Tính HC và $\widehat{ACB}$.

Bài 8. (1đ) Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 26cm, hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 14cm. Tính các cạnh góc vuông.

Bài 9. (1đ) Lập phương trình có hai nghiệm là x_1 và x_2 thỏa :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1^2 - x_2^2 = -12 \end{cases}$$

Bài 10. (1đ) Cho phương trình : $x^2 - (m - 1)x + m - 3 = 0$ (*)

(x là ẩn, tham số m).

a) Giải phương trình (*) khi $m = 3$.

b) Chứng minh phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Bài 11. (0,5đ) Rút gọn : $(1 - \sqrt{3})\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

Bài 12. (0,5đ) Cho đường tròn (O; R), hai dây cung AB và CD vuông góc với nhau (AB, CD không đi qua O). Chứng minh : $AC^2 + BD^2 = 4R^2$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÌNH DƯƠNG

Bài 1. (1đ) Rút gọn $M = \sqrt{16x^2 + 8x + 1}$. Tính giá trị của M tại $x = 2$.

Bài 2. (1,5đ)

1. Vẽ đồ thị của các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ :

$$(P) : y = x^2; \quad (d) : y = 2x + 3$$

2. Tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của (d) và (P).

Bài 3. (2đ)

1. Giải phương trình $x^2 + 5x + 6 = 0$.

2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$$

Bài 4. (2đ)

1. Một người dự định đi xe gắn máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 90km. Vì có việc gấp phải đến B trước giờ dự định là 45 phút nên người ấy phải tăng vận tốc lên mỗi giờ 10km. Hãy tính vận tốc mà người đó dự định đi.

2. Chứng minh rằng phương trình $x^2 - 2(2m - 1)x + 4m - 8 = 0$ (m là tham số) luôn có hai nghiệm phân biệt và khác 1 với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Bài 5. (3,5đ) Một hình vuông ABCD nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R. Một điểm M di động trên cung ABC, M không trùng với A, B và C, MD cắt AC tại H.

1. Chứng minh tứ giác MBOH nội tiếp được trong đường tròn và $DH \cdot DM = 2R^2$.

2. Chứng minh tam giác MDC đồng dạng với tam giác MAH.

3. Hai tam giác MDC và MAH bằng nhau khi M ở một vị trí đặc biệt M'. Xác định điểm M'. Khi đó M'D cắt AC tại H'. Đường thẳng qua M' và vuông góc với AC và cắt AC tại I. Chứng minh rằng I là trung điểm của H'C.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÀ RỊA - VŨNG TÀU

Bài 1. (3đ)

- Giải phương trình : $2x^2 + 3x - 5 = 0$.
- Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7. \end{cases}$
- Rút gọn: $M = \frac{1}{4}\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + \sqrt{\frac{22}{11}}$

Bài 2. (1,5đ) Cho phương trình : $x^2 - mx - 2 = 0$.

- Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.
- Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình. Tìm các giá trị của m sao cho :

$$x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 14.$$

Bài 3. (1,5đ) Một ca nô chạy với vận tốc không đổi trên một khúc sông dài 30km, cả đi và về hết 4 giờ. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4km/h.

Bài 4. (3,5đ) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Trên cạnh AC lấy điểm M khác A và C. Đường tròn đường kính MC cắt BC tại E và cắt đường thẳng BM tại D (E khác C và D khác M).

- Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp.
- Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{MED}$.
- Đường thẳng AD cắt đường tròn đường kính MC tại N (N khác D). Đường thẳng MD cắt CN tại K, MN cắt CD tại H. Chứng minh KH song song với NE.

Bài 5. (0,5đ) Tìm giá trị nhỏ nhất của : $y = \frac{x + 3\sqrt{x-1} + 1}{x + 4\sqrt{x-1} + 2} \quad (x \geq 1)$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH ĐỒNG THÁP

Bài 1. (2đ)

- a) Rút gọn các biểu thức :

$$A = (\sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{3}).\sqrt{3} + \sqrt{18}$$

$$B = \sqrt{x}.(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + \sqrt{y}.(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \quad \text{với } x \geq 0 \text{ và } y \geq 0.$$

- b) Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

$$C = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 4} \quad \text{với } x > 0 \text{ và } x \neq 4.$$

Bài 2. (2đ) Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình trên.
- Tìm giá trị của m để nghiệm của hệ phương trình trên cũng là nghiệm của phương trình : $mx - 2y = 3m + 8$.

Bài 3. (2đ) Cho phương trình bậc hai : $x^2 - 2mx - 3 = 0$ (1)

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
- Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) đã cho. Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình (1) theo m .
- Tính giá trị của biểu thức $D = x_1^2 + x_2^2$ khi $m = -1$.

Bài 4. (2đ) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$); biết $BH = 4\text{cm}$, $CH = 9\text{cm}$. Kẻ $HD \perp AB$, $HE \perp AC$ (với $D \in AB$, $E \in AC$).

- Tứ giác ADHE là hình gì ? Giải thích.
- Tính độ dài đoạn DE.
- Đường thẳng vuông góc với DE tại E cắt BC tại M. Tính $\sin \widehat{DME}$.

Bài 5. (2đ) Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AM và BN cắt nhau tại S.

- Chứng minh rằng CMSN là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh bốn điểm A, B, M, N cùng thuộc một đường tròn.
- Nếu tam giác ABC cân tại A có $AM = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Hãy tính chu vi và diện tích hình tròn ngoại tiếp tứ giác ABMN.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH VĨNH LONG

Bài 1. (2đ) Giải các phương trình sau :

- $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = x + 1$
- $2x^2 - 9x + 7 = 0$
- $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$.

Bài 2. (1,5đ) Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + 2y = 1 \\ x + my = 5 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 1$.
- Tìm m để hệ phương trình trên nhận cặp $(-1; 2)$ làm nghiệm.

Bài 3. (2đ)

- Vẽ đồ thị các hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = x$ trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phép tính.

Bài 4. (1đ) Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{\sqrt{69 + 16\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$.

Bài 5. (1đ) Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 4$; $BC = 8$. Tính độ dài cạnh AC, bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC , số đo góc B.

Bài 6. (2,5đ) Cho đường tròn tâm O, bán kính 3, A là một điểm nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = 5$. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm).

- Chứng minh OA vuông góc với BC.
- Đường thẳng OC cắt đường tròn (O) tại D. Chứng minh $BD \parallel OA$.
- Tính chu vi tam giác ABC.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH AN GIANG

Bài 1. (2,5đ)

- Tính giá trị của biểu thức : $A = \sqrt{169} + \sqrt{49} - \sqrt{36} - \sqrt{25}$.
- Giải phương trình và hệ phương trình sau :
 - $x^2 - 5x + 6 = 0$
 - $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1. \end{cases}$

Bài 2. (1,5đ) Cho phương trình : $x^2 + (m + 1)x + m - 2 = 0$, m là tham số.

- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 độc lập với m.

Bài 3. (1,5đ)

- Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho ba điểm A(1; 4), B(-1; 2), C(2; 5). Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- Cho đường thẳng d có phương trình $y = 2x + 1$. Tìm m để đường thẳng d tiếp xúc với parabol (P) : $y = mx^2$ ($m \neq 0$) và tìm tọa độ tiếp điểm.

Bài 4. (1đ) Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$.

- Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại A.
- Tính số đo của góc B (làm tròn đến độ) và đường cao AH.

Bài 5. (3,5đ) Cho tam giác ABC vuông tại A, tia Cx nằm giữa hai tia CA và CB. Vẽ đường tròn (O) có tâm O thuộc AB, tiếp xúc với CB tại M, tiếp xúc với Cx tại N. Gọi E là giao điểm của AM và CO. Chứng minh rằng

- Tứ giác ONAC nội tiếp được trong một đường tròn.
- $EA \cdot EM = EC \cdot EO$.
- Tia AO là phân giác của góc MAN.

B. LỜI GIẢI

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HÀ NỘI

Bài 1.

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9} \quad \text{với } x \geq 0, x \neq 9 \\
 &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (3x+9)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2x + 6\sqrt{x} - 3x - 9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{3\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3}.
 \end{aligned}$$

$$2. \quad A = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 36 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$3. \quad A = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy A đạt giá trị lớn nhất là 1, khi $x = 0$.

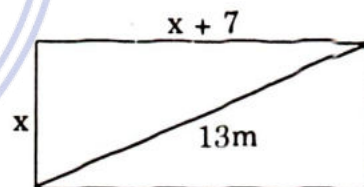
Bài 2. Gọi x (m), $x > 0$ là chiều rộng của hình chữ nhật thì $x + 7$ (m) là chiều dài của hình chữ nhật.

Từ giả thiết bài toán và áp dụng định lý Pytago, ta có phương trình :

$$\begin{aligned}
 x^2 + (x+7)^2 &= 13^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0
 \end{aligned}$$

$\Delta = 289 > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = \frac{-7+17}{2} = 5; \quad x_2 = \frac{-7-17}{2} = -12 < 0 \text{ (loại)}$$



Vậy hình chữ nhật có chiều rộng là 5m, chiều dài 12m.

Bài 3.

1. Hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình : $-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0$

Ta có : $\Delta = m^2 + 4 > 0$ với mọi m .

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Vậy đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2. Theo câu 1, phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là :

$$x^2 + mx - 1 = 0.$$

Với mọi m phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 . Áp dụng định lý

Viết ta có : $x_1 + x_2 = -m; \quad x_1 x_2 = -1$.

$$\begin{aligned}\text{Biểu thức : } x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 &= 3 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 3 \\ &\Leftrightarrow x_1 x_2 [(x_1 + x_2) - 1] = 3 \\ &\Leftrightarrow -(-m - 1) = 3 \Leftrightarrow m = 2.\end{aligned}$$

Bài 4.

1. Trong đường tròn (O) ta có :

$$\widehat{ACB} = 90^\circ \text{ (AB là đường kính)}$$

$$\text{và } \widehat{AEB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{FCD} + \widehat{FED} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$$

Vậy tứ giác FCDE nội tiếp đường tròn.

2. Hai tam giác vuông DCA và DEB có :

$$\widehat{CDA} = \widehat{EDB} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle DCA \sim \triangle DEB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{DC}{DA} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow DA \cdot DE = DB \cdot DC.$$

3. Trong đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE ta có :

$$\widehat{CFD} = \widehat{CED} \quad (1) \quad \text{(góc nội tiếp cùng chắn cung CD).}$$

Mặt khác trong đường tròn (O) :

$$\widehat{CED} = \widehat{CBA} \quad (2) \quad \text{(góc nội tiếp cùng chắn cung AC)}$$

$$\text{mà } \triangle OCB \text{ cân tại O} \Rightarrow \widehat{CBA} = \widehat{OCB} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \Rightarrow \widehat{CFD} = \widehat{OCB} \quad (4)$$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE thì I là trung điểm của FD.

$$\text{Ta có : } \widehat{CFD} = \widehat{FCI} \text{ (do } \triangle FIC \text{ cân tại I)}$$

$$\text{mà } \widehat{FCI} + \widehat{ICD} = \widehat{FCD} = 90^\circ \text{ (FD là đường kính)} \Rightarrow \widehat{CFD} + \widehat{ICD} = 90^\circ$$

$$\text{Từ (4)} \Rightarrow \widehat{OCB} + \widehat{ICD} = 90^\circ \Rightarrow IC \perp OC.$$

4. Ta có $\triangle CFB$ vuông tại C $\Rightarrow \tan \widehat{AFB} = \tan \widehat{CFB} = \frac{CB}{CF}$

$$\text{mà } \triangle CBA \sim \triangle CFD \text{ (hai tam giác vuông có hai góc nhọn } \widehat{CBA} = \widehat{CFD})$$

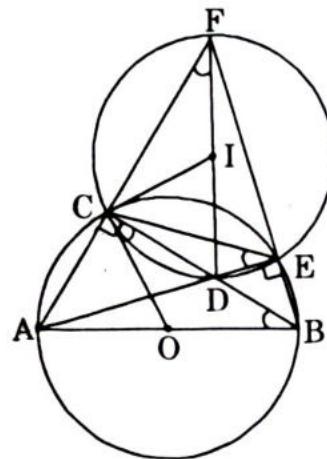
$$\Rightarrow \frac{CB}{CF} = \frac{AB}{DF} = \frac{2R}{R} = 2 \Rightarrow \tan \widehat{AFB} = 2.$$

Bài 5. Đặt $t = \sqrt{x^2 + 7}$ thì $t \geq \sqrt{7}$.

$$\text{Ta có phương trình : } t^2 + 4x = (x + 4)t \Leftrightarrow t^2 - 4t + 4x - tx = 0$$

$$t(t - 4) - x(t - 4) = 0 \Leftrightarrow (t - x)(t - 4) = 0$$

$$\text{– TH1 : } t = x \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 7} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 7 = x^2 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$



- TH2 : $t = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 7} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 7 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

* Cách khác : $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7 + 4x + 16 - 16 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$$

$$\Leftrightarrow [(\sqrt{x^2 + 7})^2 - 4^2] + 4(x + 4) - (x + 4)\sqrt{x^2 + 7} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 7} - 4)(\sqrt{x^2 + 7} + 4) - (x + 4)(\sqrt{x^2 + 7} - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 7} - 4)(\sqrt{x^2 + 7} - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 7} = 4 \\ \sqrt{x^2 + 7} = x \end{cases}$$

Tương tự trên ta suy ra $x = \pm 3$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HỒ CHÍ MINH

Bài 1.

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$ có $a = 2$; $b = -3$; $c = -2$

$$\Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = \frac{3-5}{4}$; $x_2 = \frac{3+5}{4}$ hay $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = 2$.

b) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 6x - 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 2y = -2 \\ 6x - 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x = 7 \\ 4x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; -3\right)$.

c) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$. Đặt $u = x^2$; $u \geq 0$.

Ta có phương trình : $4u^2 - 13u + 3 = 0$ (*) có $a = 4$; $b = -13$; $c = 3$

$$\Rightarrow \Delta = (-13)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 169 - 48 = 121 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 11$$

$$\text{Vậy (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{13-11}{8} \\ u = \frac{13+11}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{4} \text{ (nhận)} \\ u = 3 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Ta tìm được $x = \pm \frac{1}{2}$; $\pm \sqrt{3}$.

d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ có $a = 2$; $b = -2\sqrt{2}$; $c = -1$

$$\Rightarrow \Delta' = (-\sqrt{2})^2 - 2 \cdot (-1) = 4 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 2$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = \frac{\sqrt{2} - 2}{2}$; $x_2 = \frac{\sqrt{2} + 2}{2}$.

Bài 2.

a) Vẽ đồ thị $y = -\frac{x^2}{2}$. Bảng một số giá trị đặc biệt :

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2

Đồ thị hàm số là một parabol ($\mathcal{P}$) có đỉnh là $O(0; 0)$ và nằm bên dưới trục hoành.

Vẽ đường thẳng (D) : $y = \frac{1}{2}x - 1$.

Bảng một số giá trị :

x	0	2
y	-1	0

Đường thẳng (D) qua hai điểm $A(0; -1)$, $B(2; 0)$.

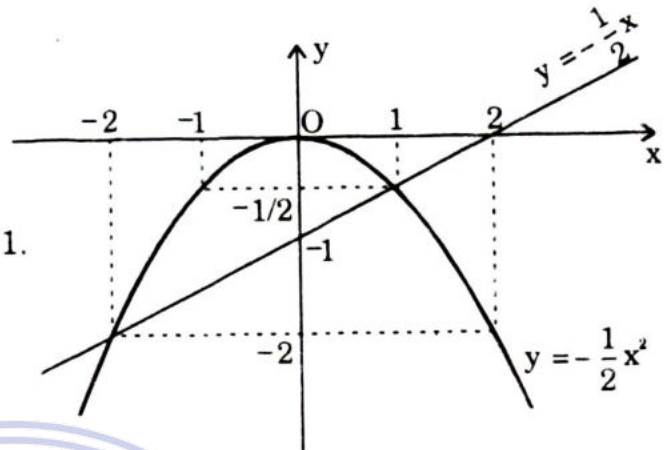
b) Phương trình hoành độ giao điểm của ($\mathcal{P}$) và (D) :

$$-\frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \quad (\text{vì } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0)$$

nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{-1}{a} = -2$

$$x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}; \quad x = -2 \Rightarrow y = -2.$$

Tọa độ giao điểm của ($\mathcal{P}$) và (D) : $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$, $B(-2; -2)$.



Bài 3. Ta có :

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(3 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{3})^2} = |3 - \sqrt{3}| + |3 - 2\sqrt{3}| \\ &= 3 - \sqrt{3} - (3 - 2\sqrt{3}) = \sqrt{3} \quad (\text{vì } 3 - \sqrt{3} > 0; 3 - 2\sqrt{3} < 0) \\ B &= \frac{5}{2} \left(\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} \right)^2 + \left(\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{3} \right)^2 \\ &= 5 \left(\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} - \sqrt{5} \right)^2 + \left(\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{3} \right)^2 \\ &= 5(|\sqrt{3} + 1| + |\sqrt{5} - 1| - \sqrt{5})^2 + (|1 - \sqrt{3}| + |1 + \sqrt{5}| - \sqrt{3})^2 \\ &= 5(\sqrt{3} + 1 + \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5})^2 + (\sqrt{3} - 1 + 1 + \sqrt{5} - \sqrt{3})^2 \\ &= 5(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 = 5 \cdot 3 + 5 = 20. \end{aligned}$$

Lại có : $\widehat{EAO} = \widehat{MPB} = 90^\circ$ (gt) nên $\triangle EAO \sim \triangle MPB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AO}{PB} = \frac{AE}{MP} \Rightarrow AO.MP = AE.PB \quad (2)$$

Mặt khác : $KP \parallel AE$ ($\perp BC$). Theo hệ quả của định lí Talét, ta có :

$$\frac{KP}{AE} = \frac{BP}{AB} \Rightarrow KP.AB = AE.BP \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3)} \Rightarrow AO.MP = KP.AB \text{ mà } AB = 2AO$$

$$\Rightarrow AO.MP = KP.2AO \Rightarrow MP = 2KP$$

Điều này chứng tỏ K là trung điểm của MP.

* *Cách khác* : Gọi D là giao điểm của tia BM và tiếp tuyến tại A. Ta có OI là đường trung bình của $\triangle MAB$ nên $OI \parallel MB$ hay $OE \parallel BD$.

Do đó E là trung điểm của AD hay $EA = ED$.

Mặt khác $MP \parallel AD$ ($\perp BC$) theo hệ quả của định lí Talét ta có :

$$\frac{MK}{ED} = \frac{KP}{EA} \left(= \frac{BK}{BE} \right) \text{ mà } EA = ED \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow MK = KP$ hay K là trung điểm của MP.

d) – Trong tam giác vuông ABM, ta có :

$$MP^2 = PA.PB, \text{ trong đó : } PA = x; PB = AB - PA = 2R - x$$

$\Rightarrow MP = \sqrt{x(2R - x)}$; $0 < x < 2R$ (vì M thuộc đường tròn (O) và M khác A, B).

– Diện tích hình chữ nhật APMQ :

$$S = MP.PA = x\sqrt{x(2R - x)} = \sqrt{x^3(2R - x)}$$

Ta chứng minh bổ đề sau : Nếu a, b, c, d không âm, ta có :

$$abcd \leq \left(\frac{a + b + c + d}{4} \right)^4. \text{ Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow a = b = c = d.$$

$$\text{Ta có : } a + b \geq 2\sqrt{ab} \quad (1) \quad \forall a, b \geq 0$$

$$(\text{vì } a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \text{ luôn đúng } \forall a, b \geq 0)$$

$$\text{Tương tự : } c + d \geq 2\sqrt{cd} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow a + b + c + d \geq 2(\sqrt{ab} + \sqrt{cd})$$

$$\text{Ta còn có : } \sqrt{ab} + \sqrt{cd} \geq 2\sqrt{\sqrt{ab}.\sqrt{cd}}$$

$$\text{Do đó : } a + b + c + d \geq 4\sqrt{\sqrt{ab}.\sqrt{cd}}$$

$$\Rightarrow (a + b + c + d)^4 \geq 4^2(abcd) \Rightarrow abcd \leq \left(\frac{a + b + c + d}{4} \right)^4$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = d$.

– Áp dụng bất đẳng thức trên với bốn số $\frac{x}{3}; \frac{x}{3}; \frac{x}{3}$ và $2R - x$, ta có :

$$x^3(2R - x) = 27 \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{3} \cdot (2R - x) \leq 27 \left(\frac{\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x}{3} + 2R - x}{4} \right)^4 = 27 \frac{R^4}{16}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{x}{3} = \frac{x}{3} = 2R - x \Leftrightarrow x = \frac{3R}{2}.$$

Khi đó M là giao điểm của đường tròn và đường vuông góc với AB, vẽ qua điểm P_0 , với $AP_0 = \frac{3R}{2}$ (P_0 là trung điểm OB). Ta có hai điểm M_1, M_2 (xem hình vẽ).

* Cách khác : Tương tự như trên, ta có :

$$S = x\sqrt{x(2R - x)} = x\sqrt{3} \sqrt{\frac{x}{3}(2R - x)} \leq x\sqrt{3} \cdot \frac{\frac{x}{3} + 2R - x}{2} = x\sqrt{3} \left(R - \frac{x}{3} \right)$$

$$= 3\sqrt{3} \cdot \frac{x}{3} \cdot \left(R - \frac{x}{3} \right) \leq 3\sqrt{3} \left(\frac{\frac{x}{3} + R + \frac{x}{3}}{2} \right)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = 2R - x \\ \frac{x}{3} = R - \frac{x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3R}{2}.$$

Từ đó xác định được M.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH VINH PHÚC

HẦN I : TRẮC NGHIỆM (2 điểm, mỗi câu 0,5 điểm)

Bài 1. $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{400} = 20$. Đáp án B.

Bài 2. Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$. Đáp án C.

Bài 3. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc thì nó là hình vuông.

Diện tích hình vuông là $0,5^2 = 0,25 \text{ (cm}^2\text{)}$. Đáp án A.

Bài 4. $\sqrt{x+2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$. Đáp án D.

HẦN II : TỰ LUẬN

Bài 5. Ta có :
$$\begin{cases} 4x - 5y = -5 \\ 4x - 7y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4x - 7y) - (4x - 5y) = (-1) - (-5) \\ 4x - 5y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y = -4 \\ 4x - 5y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 4x - 5(-2) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 4x = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{15}{4} \\ y = -2 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm : $(x; y) = \left(-\frac{15}{4}; -2\right)$.

Bài 6.

1. Ta có : $a = 1; b = -2(m - 1) \Rightarrow b' = -(m - 1); c = m - 5$

$$\Delta' = (1 - m)^2 - (m - 5) = m^2 - 3m + 6 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \quad \forall m$$

vì $\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall m$. Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .

2. Theo hệ thức Viét, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m - 1) \\ x_1 x_2 = m - 5 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó : } x_1^2 + x_2^2 = 10 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10 \\ &\Leftrightarrow 4(m - 1)^2 - 2(m - 5) = 10 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 10m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $m = 2$ hoặc $m = \frac{1}{2}$.

Bài 7. Gọi x (m) là độ dài cạnh đáy của tam giác đã cho ($x > 0$). Khi chiều cao của tam giác là $\frac{3x}{4}$ (m). Diện tích là $S = \frac{3}{8}x^2$ (m²).

Khi tăng chiều cao thêm 3m và giảm cạnh đáy đi 2m thì diện tích của tam giác mới là $S' = \frac{1}{2}(x - 2) \cdot \left(\frac{3x}{4} + 3\right)$ (m²).

Theo bài ra, ta có phương trình :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4}x + 3 \right) (x - 2) &= \frac{3}{8}x^2 + 9 \Leftrightarrow \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}x - 3 = \frac{3}{8}x^2 + 9 \\ &\Leftrightarrow \frac{3}{4}x = 12 \Leftrightarrow x = 16. \end{aligned}$$

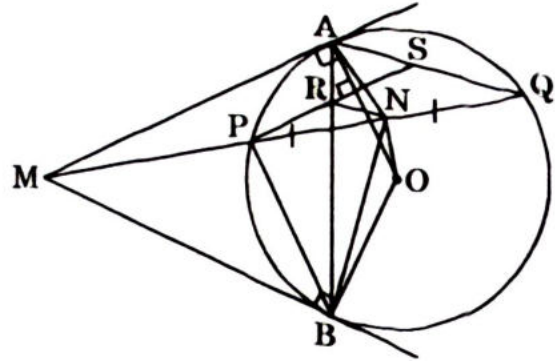
Vậy cạnh đáy của tam giác là 16 (m); chiều cao là 12 (m).

Bài 8.

a) Ta có : $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$. Do đó bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO.

Mặt khác N là trung điểm của PQ $\Rightarrow ON \perp PQ$ (định lý đường kính dây cung) hay $\widehat{MNO} = 90^\circ$ chứng tỏ N cũng thuộc đường tròn đường kính MO.



Vậy năm điểm M, A, N, O, B cùng thuộc đường tròn bán kính $R = \frac{MO}{2}$.

b) Ta có : $PS \perp AO$ (gt); $MA \perp AO$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow MA \parallel PS$

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{RPN}$ (đồng vị). Lại có :

$\widehat{AMN} = \widehat{ABN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AN)

$\Rightarrow \widehat{RPN} = \widehat{ABN}$. Do đó tứ giác PRNB nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{BPN} = \widehat{BRN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BN)

mà $\widehat{BPN} = \widehat{BAQ}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BQ)

$\Rightarrow \widehat{BAQ} = \widehat{BRN} \Rightarrow RN \parallel AQ$ (cặp góc đồng vị).

Xét $\triangle SPQ$ có N là trung điểm của PQ (gt), $NR \parallel QS$ (cmt) nên RN là đường trung bình $\Rightarrow R$ là trung điểm của PS hay $PR = RS$.

Bài 9. Ta có : $a^2 \geq a^2 - (b - c)^2 = (a - b + c)(a + b - c)$ (1)

Tương tự : $b^2 \geq (b - c + a)(b + c - a)$ (2)

$c^2 \geq (c - a + b)(c + a - b)$ (3)

Vì trong một tam giác tổng độ dài hai cạnh luôn lớn hơn cạnh thứ ba nên các vế phải của (1), (2), (3) đều dương.

Nhân vế với vế (1), (2) và (3), ta được :

$$a^2 b^2 c^2 \geq [(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b)]^2$$

$$\Rightarrow abc \geq (a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) \quad (*)$$

Vì $a + b + c = 2$ nên $(*) \Leftrightarrow abc \geq (2 - 2a)(2 - 2b)(2 - 2c)$

$$\Leftrightarrow 8 - 8(a + b + c) + 8(ab + bc + ca) - 9abc \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 8 + 9abc - 8(ab + bc + ca) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 9abc - 8(ab + bc + ca) \geq -8$$

Ta lại có : $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 - 3(a + b + c)(ab + bc + ca) + 3abc$
 $= 8 - 6(ab + bc + ca) + 3abc$

Vậy : $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 15abc = 27abc - 24(ab + bc + ca) + 32$
 $= 3[9abc - 8(ab + bc + ca)] + 32 \geq 3 \cdot (-8) + 32 = 8$ (đpcm).

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2}{3}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 8, đạt được tại $a = b = c = \frac{2}{3}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH PHÚ THỌ

Bài 1.

a) $2\sqrt{4} + 3\sqrt{25} = 2\sqrt{2^2} + 3\sqrt{5^2} = 2.2 + 3.5 = 19.$

b) $2x - 10 > 0 \Leftrightarrow 2x > 10 \Leftrightarrow x > \frac{10}{2} = 5.$

c) $(3x - 1)(x - 2) - 3(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow (3x - 1)(x - 2) - 3(x + 2)(x - 2) = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 2)[(3x - 1) - 3(x + 2)] = 0$
 $\Leftrightarrow -7(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$

Bài 2. Gọi x (m) là chiều rộng của khu vườn ($x > 0$), thì $x + 20$ (m) là chiều dài

Theo giả thiết ta có : $x(x + 20) = 2400 \Leftrightarrow x^2 + 20x - 2400 = 0$

$\Delta' = 100 + 2400 = 2500 = 50^2 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm :

$x_1 = -10 + 50 = 40; x_2 = -10 - 50 = -60 < 0$ (loại)

$\Rightarrow$ Hình chữ nhật có chiều rộng là 40m, chiều dài là 60m.

$\Rightarrow$ Chu vi của khu vườn là $2(40 + 60)\text{m} = 200\text{m}.$

Bài 3.

a) $m = 2$, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2y \\ 5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất : (2; 1).

b) $\begin{cases} mx - y = 3 \\ x + my = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 3 & (1) \\ x + my = 4 & (2) \end{cases}$

Thế y từ (1) vào (2) ta có : $x + m(mx - 3) = 4$

$$\Leftrightarrow (1 + m^2)x - 3m = 4 \quad (*)$$

Vì $1 + m^2 \neq 0 \forall m$ nên phương trình (*) luôn có nghiệm duy nhất với mọi m , suy ra hệ có nghiệm duy nhất với mọi m .

Bài 4.

a) Ta có $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 1v$ (góc nội tiếp chắn đường kính BC)

$\Rightarrow \widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 1v \Rightarrow$ Tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn.

b) Trong $\triangle ADH$, theo giả thiết I là trung điểm của AH $\Rightarrow DI = \frac{AH}{2}$ (1)

Tương tự với tam giác vuông AEH ta cũng có : $EI = \frac{AH}{2}$ (2)

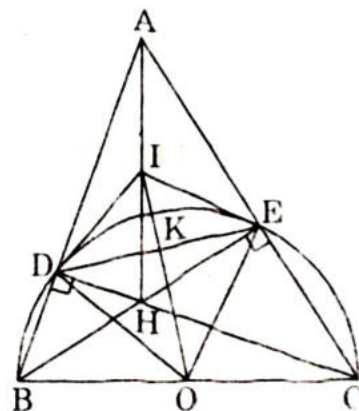
Từ (1) và (2) $\Rightarrow DI = EI$

Xét $\triangle IDO$ và $\triangle IEO$, ta có :

$$\left. \begin{array}{l} DI = EI \\ IO \text{ chung} \\ DO = EO \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle IDO = \triangle IEO \text{ (c.c.c)}$$

$\Rightarrow DK = EK$ (K là giao điểm của DE và OI)

Do tính chất của đường thẳng đi qua O và trung điểm của một dây ta có $OI \perp DE \Rightarrow \text{đpcm.}$



c) Ta có : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2}AC \cdot BE \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$ (3)

Mặt khác $\triangle EBA \sim \triangle DCA$ vì có : $\widehat{AEB} = \widehat{ADC} = 1v$ và $\widehat{EBA} = \widehat{DCA}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung DE) $\Rightarrow \frac{BE}{CD} = \frac{AE}{AD}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AD \cdot AB = AE \cdot AC$ ta có đpcm.

Bài 5. $A = x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \left(\frac{9}{4}x + \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{9}{4}y + \frac{1}{y}\right) - \frac{5}{4}(x + y)$
 $\geq 2\sqrt{\frac{9}{4}x \cdot \frac{1}{x}} + 2\sqrt{\frac{9}{4}y \cdot \frac{1}{y}} - \frac{5}{4}(x + y)$ (áp dụng BDT Côsi)
 $= 2 \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} - \frac{5}{4}(x + y)$

Vậy $A \geq 6 - \frac{5}{4}(x + y) \geq 6 - \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$ (vì $x + y \leq \frac{4}{3}$) và dấu "=" xảy ra khi :

$$\begin{cases} \frac{9}{4}x = \frac{1}{x} \\ \frac{9}{4}y = \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ thỏa mãn điều kiện.}$$

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là $6 - \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$ khi $x = y = \frac{2}{3}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NAM ĐỊNH

HẦN I : TRẮC NGHIỆM

- Bài 1. A. Bài 2. B. Bài 3. D. Bài 4. C.
 Bài 5. D. Bài 6. C. Bài 7. B. Bài 8. A.

PHẦN II : TỰ LUẬN**Bài 1.**

$$1. P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+2} = \left[\frac{2(\sqrt{x}+1) + \sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{x-1} \right] \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+2}$$

$$= \frac{x+\sqrt{x}+2}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$$

2. Thay $x = 3 + 2\sqrt{2}$ vào P ta có :

$$P = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{3+2\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}}{2(1+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{2})} = \frac{1}{2}$$

Bài 2.

1. Đồ thị đi qua A(1; 4) $\Rightarrow x = 1; y = 4$ thỏa mãn phương trình

$$y = 2x + 2m + 1 \Rightarrow 4 = 2 + 2m + 1 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

2. hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình :

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Phương trình có các hệ số thỏa mãn $a - b + c = 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm $x = -1; x = 3$.

Thay vào phương trình $y = 2x + 3 \Rightarrow y = 1; y = 9$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^2$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ tại hai điểm $(-1; 1), (3; 9)$.

Bài 3.
$$\begin{cases} \frac{x+y+1}{x+2y} + \frac{x+2y}{x+y+1} = 2 \\ 3x+y=4 \end{cases}$$
 Điều kiện : $(x+2y) \neq 0; x+y+1 \neq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y+1)^2 + (x+2y)^2 = 2(x+2y)(x+y+1) \\ 3x+y=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [(x+y+1) - (x+2y)]^2 = 0 \\ 3x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-y)^2 = 0 \\ x = \frac{4-y}{3} \end{cases}$$

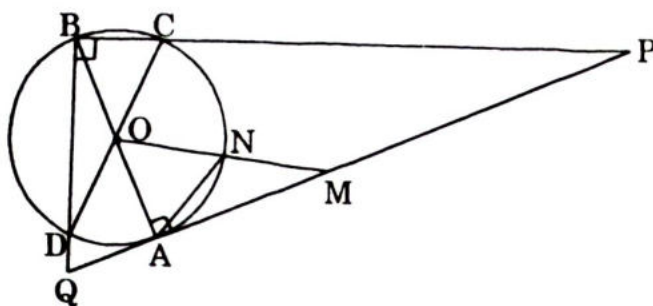
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=1 \end{cases} \text{ thỏa mãn điều kiện.}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất : $(x; y) = (1; 1)$.

Bài 4.

1. Theo giả thiết ΔOAM vuông tại A và N là trung điểm của OM

$$\Rightarrow AN = ON = OA = R \Rightarrow \Delta OAN \text{ đều} \Rightarrow \widehat{OAN} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{NAM} = 30^\circ.$$



2.a) Ta có : $\widehat{BQA} = \frac{\text{sd}\widehat{AB} - \text{sd}\widehat{DA}}{2}$ (góc có đỉnh ở ngoài đường tròn)

$$\text{và } \widehat{DCP} = 180^\circ - \widehat{BCD} = 180^\circ - \frac{\text{sd}\widehat{BD}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{BQA} + \widehat{DCP} = 180^\circ + \frac{\text{sd}\widehat{AB} - (\text{sd}\widehat{DA} + \text{sd}\widehat{BD})}{2} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác PQDC nội tiếp đường tròn.

b) $3BQ - 2AQ > 4R$ (1)

$$\Leftrightarrow 3BQ > 2AQ + 2AB \quad (AB = 2R)$$

$$\Leftrightarrow 9BQ^2 > 4(AQ^2 + AB^2) + 8AQ \cdot AB$$

$$\Leftrightarrow 9BQ^2 > 4BQ^2 + 8AQ \cdot AB \quad (\text{Theo Pytago : } AQ^2 + AB^2 = BQ^2)$$

$$\Leftrightarrow 5BQ^2 > 8AQ \cdot AB \quad (2)$$

Vậy để chứng minh (1), ta cần chứng minh (2).

Gọi H là trung điểm của PQ, ta có :

$$2BH \geq 2AB \quad (BH \text{ là cạnh huyền của } \triangle ABH)$$

$$\Leftrightarrow PQ \geq 2AB \quad (\triangle QBP \text{ vuông tại P})$$

$$\Leftrightarrow 4AQ \cdot PQ \geq 8AQ \cdot AB$$

$$\Leftrightarrow 4BQ^2 \geq 8AQ \cdot AB \quad (\text{hệ thức lượng trong tam giác vuông})$$

$$\Rightarrow 5BQ^2 > 4BQ^2 \geq 8AQ \cdot AB. \quad \text{Ta có đpcm.}$$

Bài 5. $2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy$ Điều kiện $x \geq 4; y \geq 4$

$$\Leftrightarrow 4x\sqrt{y-4} + 4y\sqrt{x-4} - xy - xy = 0$$

$$\Leftrightarrow -x(y-4-4\sqrt{y-4}+4) - y(x-4-4\sqrt{x-4}+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x(\sqrt{y-4}-2)^2 - y(\sqrt{x-4}-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(\sqrt{y-4}-2)^2 + y(\sqrt{x-4}-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-4}-2=0 \\ \sqrt{x-4}-2=0 \end{cases} \quad \text{vì } x > 0, y > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y-4=4 \\ x-4=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=8 \\ x=8 \end{cases} \quad \text{thỏa mãn điều kiện.}$$

Vậy có duy nhất một cặp số (8; 8) thỏa mãn phương trình.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH HƯNG YÊN

Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5})\sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 25} - \sqrt{9 \cdot 25} + 3\sqrt{25} \\ &= 2.5 - 3.5 + 3.5 = 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt{3} = |\sqrt{3} - 1| - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} \quad (\text{vì } \sqrt{3} - 1 > 0) \\ &= -1. \end{aligned}$$

Bài 2.

a) Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$. Ta có phương trình : $t^2 - 13t - 30 = 0$

$$\Delta = 169 + 120 = 289 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 17 \Rightarrow t_1 = \frac{13 + 17}{2} = 15;$$

$$t_2 = \frac{13 - 17}{2} = -2 < 0 \quad (\text{loại})$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \pm\sqrt{15}$.

$$\begin{aligned} \text{b) } \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases} & \quad \text{điều kiện } x \neq 0, y \neq 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = -1 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -2 - \frac{1}{y} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{10} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện}) \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất : $(x; y) = \left(-1; -\frac{1}{10}\right)$.

Bài 3.

a) Bảng giá trị của hàm số $y = 2x^2$:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

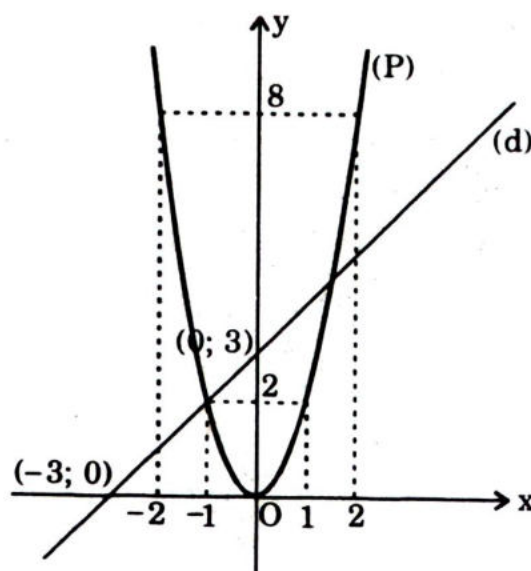
có đồ thị (P) trên hình vẽ.

Bảng giá trị của hàm số $y = x + 3$:

x	-3	0
y	0	3

Đồ thị hàm số là đường thẳng (d) đi qua hai điểm $(-3; 0)$ và $(0; 3)$.

b) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình :



$$2x^2 = x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) có hoành độ âm là A(-1; 2).

Phương trình đường thẳng (Δ) có hệ số góc bằng -1, có dạng $y = -x + b$

$$A(-1; 2) \in (\Delta) \Rightarrow 2 = 1 + b \Rightarrow b = 1.$$

Vậy (Δ) có phương trình $y = -x + 1$.

c) (Δ) : $y = -x + 1$

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow C(0; 1)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow D(1; 0)$$

Từ bảng giá trị của (d) $\Rightarrow B(-3; 0)$.

Ta có :

$$x_C = \frac{x_A + x_D}{2}; y_C = \frac{y_A + y_D}{2}$$

$\Rightarrow A, C, D$ thẳng hàng và C là điểm giữa của A, D.

Gọi E(-1; 0) ta có $AE \perp BD$ và $BE = ED \Rightarrow \triangle ABD$ cân tại A.

Mặt khác CD có hệ số góc là $-1 = \tan 135^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = 45^\circ$.

Vậy $\triangle ABD$ vuông tại A.

$\Rightarrow$ Hai tam giác ABC và ABD có chung đường cao BA.

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{\frac{1}{2}AB.AC}{\frac{1}{2}AB.AD} = \frac{1}{2}$$

Lưu ý : Ta cũng có thể chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A bằng cách tính độ dài của các cạnh và dùng định lý Pytago đảo.

Bài 4.

- a) Từ tính chất góc nội tiếp bằng góc giữa tiếp tuyến và một dây cùng chắn cung $\Rightarrow$ Trong đường tròn (C) ta có :

$$\widehat{BMN} = \widehat{MAB} \quad (1)$$

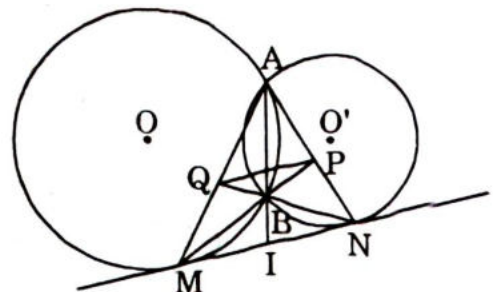
- b) Xét $\triangle INB$ và $\triangle IAN$. Ta có $\hat{I}$ chung.

Mặt khác cũng tương tự như câu a), ta cũng có

$$\widehat{INB} = \widehat{IAN} \quad (2) \quad (\text{cùng chắn cung BN})$$

$$\Rightarrow \triangle INB \sim \triangle IAN \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{IN}{IB} = \frac{IA}{IN} \text{ hay } IN^2 = IA \cdot IB.$$

- c) Xét tứ giác APBQ ta có :



$$\begin{aligned}\widehat{MAN} + \widehat{QBP} &= \widehat{MAI} + \widehat{IAN} + \widehat{QBP} \\ &= \widehat{BMN} + \widehat{INB} + \widehat{MBN} = 180^\circ \text{ (theo (1) và (2))}\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Tứ giác APBQ nội tiếp đường tròn.

$$\begin{aligned}\text{Từ đó ta có : } \widehat{QPB} &= \widehat{QAB} \text{ (cùng chắn cung QB)} \\ &= \widehat{BMN}\end{aligned}$$

mà $\widehat{QPB}$ và $\widehat{BMN}$ ở vị trí so le trong $\Rightarrow PQ \parallel MN$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THÁI BÌNH

Bài 1.

$$\begin{aligned}1. A &= \left(\frac{3}{x-3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x-9}{\sqrt{x}} = \left[\frac{3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right] \cdot \frac{x-9}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}+3) + x-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}} = \frac{x+9}{x}.\end{aligned}$$

2. Biến đổi vế trái, ta có :

$$\begin{aligned}VT &= \sqrt{5} \left(\frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2} \right) = \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5-4} = 10 \\ &= VP \text{ (đpcm).}\end{aligned}$$

Bài 2.

1.a) Đường thẳng (d) đi qua hai điểm A(0; 2), B(-1; 0) nên ta có hệ :

$$\begin{cases} n = 2 \\ (k-1)(-1) + n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ k = 3 \end{cases}$$

Vậy với $n = 2$, $k = 3$ thì đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B.

b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng (Δ) khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} k-1 = 1 \\ 2-k \neq n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n \neq 0 \end{cases}$$

Vậy với $k = 2$ và $n \neq 0$ thì (d) $\parallel$ (Δ).

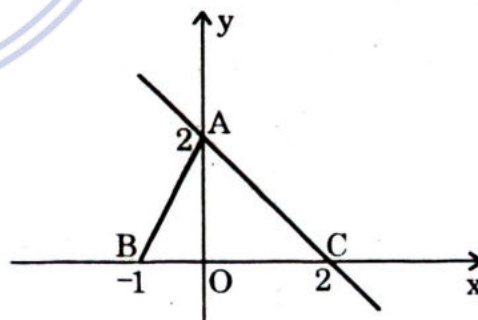
2. Với $n = 2$, phương trình đường thẳng (d) là : $y = (k-1)x + 2$

(d) và Ox cắt nhau khi $k-1 \neq 0 \Leftrightarrow k \neq 1$.

Khi đó giao điểm của (d) và Ox là $C\left(\frac{2}{1-k}; 0\right)$.

Tam giác OAB vuông tại O, ta có :

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ (đvdt)}.$$



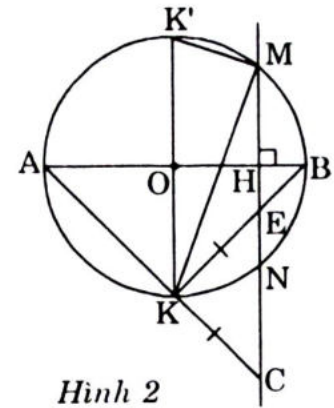
3.- Giả sử $KC = KE$, khi đó $\triangle KEC$ vuông cân tại K

$$\Rightarrow \widehat{KCE} = \widehat{KEC} = 45^\circ.$$

Lại có tứ giác AHEK nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{BAK} = \widehat{KEC} = 45^\circ.$$

Do đó $\triangle AKB$ cũng vuông cân tại K, có KO là trung tuyến nên đồng thời là đường cao hay $KO \perp AB$ mà $MN \perp AB$ (gt) $\Rightarrow KO \parallel MN$ (xem hình 2).



Hình 2

- Gọi K' là giao điểm của KO với đường tròn (O), ta có :

$$KK' \parallel MN \Rightarrow \widehat{MK'} = \widehat{NK} \Rightarrow MK' = NK.$$

Xét tam giác KMK' vuông tại M (KK' là đường kính).

$$\text{Ta có : } KM^2 + K'M^2 = KK'^2 \text{ (định lí Pytago)}$$

$$\text{hay } KM^2 + K'M^2 = (2R)^2 = 4R^2 \text{ mà } K'M = KN$$

$$\Rightarrow KM^2 + KN^2 = 4R^2.$$

Bài 5. Đặt $x = a - 1$; $y = b - 1$. Khi đó $a + b + c = 3 \Rightarrow c = 1 - x - y$.

Không mất tính tổng quát, ta có thể coi c là số nhỏ nhất trong ba số không âm a, b, c, ta có : $3c \leq a + b + c = 3 \Rightarrow c \leq 1$.

$$\text{Vậy } 0 \leq c \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x + y \leq 1.$$

$$\text{Ta có : } (a - 1)^3 + (b - 1)^3 + (c - 1)^3 = x^3 + y^3 + (-x - y)^3 = -3xy(x + y)$$

$$\text{Lại có : } (x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow xy \leq \frac{(x + y)^2}{4}$$

$$\Rightarrow xy(x + y) \leq \frac{(x + y)^3}{4} \leq \frac{1}{4} \quad (\text{vì } 0 \leq x + y \leq 1)$$

$$\Rightarrow -3xy(x + y) \geq -\frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy } (a - 1)^3 + (b - 1)^3 + (c - 1)^3 \geq -\frac{3}{4}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2} \quad (\text{khi đó } a = b = \frac{3}{2} \text{ và } c = 0).$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH HẢI DƯƠNG

Bài 1.

$$\text{a) } A = \sqrt{25} - \sqrt{16} + \sqrt{81} = \sqrt{5^2} - \sqrt{4^2} + \sqrt{9^2} = 5 - 4 + 9 = 10.$$

$$\text{b) } B = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \sqrt{3} = \frac{2 - \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} + 1} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = -1.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } C &= \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}, \text{ với } x > 2 \\ &= \frac{\sqrt{(x - 2)^2}}{x - 2} = \frac{|x - 2|}{x - 2} = \frac{x - 2}{x - 2} = 1 \quad (\text{vì } x > 2 \text{ hay } x - 2 > 0). \end{aligned}$$

Bài 2.

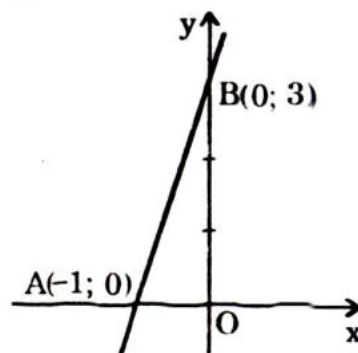
- a) Vì đường thẳng (d) : $y = ax + 3$ và đường thẳng $y = 3x$ không trùng nhau với mọi a . Do vậy để (d) song song với đường thẳng $y = 3x$ thì hệ số góc của hai đường thẳng này bằng nhau $\Rightarrow a = 3$.

Vậy (d) có phương trình : $y = 3x + 3$.

Bảng giá trị của (d) :

x	-1	0
y	0	3

Đồ thị qua hai điểm $A(-1; 0)$, $B(0; 3)$.



- b) Tọa độ giao điểm M của (d) và (d') là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} y = 3x + 3 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{Vậy } M(-1; 0).$$

Bài 3.

- a) Phương trình $x^2 + 7x - 4 = 0$ có $\Delta = 49 + 16 = 65 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

Theo định lý Viét ta có : $x_1 + x_2 = -7$; $x_1 x_2 = -4$.

- b) Phương trình : $\frac{1}{x+2} = \frac{1+x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 2 - (1+x)(x+2) = 0 \end{cases}$
- $$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x^2 + 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x(x+3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

- c) Gọi x và $x + 7$ là độ dài của hai cạnh góc vuông, $x > 0$. Từ giả thiết và áp dụng định lý Pytago ta có phương trình :

$$x^2 + (x + 7)^2 = 13^2 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Delta = 289 = 17^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-7 + 17}{2} = 5; \quad x_2 = \frac{-7 - 17}{2} = -12 < 0 \text{ (loại)}$$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông là 5cm và 12cm.

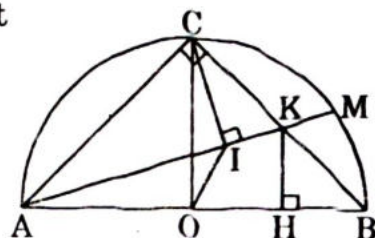
Bài 4.

- a) Do AB là đường kính $\Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ$. Từ giả thiết

$OC \perp AB \Rightarrow C$ là điểm giữa của cung AB.

$\Rightarrow \widehat{AOC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AMC} = 45^\circ$ (góc nội tiếp

có số đo bằng $\frac{1}{2}$ góc ở tâm cùng chắn cung).



- b) Ta có : $\widehat{AOC} = 90^\circ$ và $\widehat{AIC} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow$ Tứ giác AOIC có hai đỉnh liên tiếp O, I nhìn AC dưới một góc vuông $\Rightarrow$ AOIC là tứ giác nội tiếp.
- c) Xét tam giác vuông ABC : CO là đường cao hạ từ đỉnh C, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có :

$$AO \cdot AB = AC^2 \quad (1)$$

Tương tự đối với tam giác vuông ACK ta cũng có :

$$AI \cdot AK = AC^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có : $AI \cdot AK = AO \cdot AB$.

- d) Từ K ta kẻ $KH \perp AB$ ($K \in AB$) $\Rightarrow KH \parallel OC$ (vì cùng vuông góc với AB).

Nếu K là trung điểm của CB thì KH là đường trung bình của $\triangle OBC$.

$$\Rightarrow KH = \frac{OC}{2} = \frac{R}{2} \quad \text{và} \quad OH = \frac{OB}{2} = \frac{R}{2} \Rightarrow AH = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$\text{Suy ra : } \tan \widehat{MAB} = \frac{KH}{AH} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{1}{3}.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HẢI PHÒNG

PHẦN I : TRẮC NGHIỆM

- Bài 1. C. Bài 2. D. Bài 3. C. Bài 4. A.
 Bài 5. D. Bài 6. B. Bài 7. A. Bài 8. D.

PHẦN II : TỰ LUẬN

Bài 1.

$$\begin{aligned} 1. \quad M &= (\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + \sqrt{40})\sqrt{2} = \sqrt{16} - 4\sqrt{4} + \sqrt{80} \\ &= 4 - 4 \cdot 2 + 4\sqrt{5} = -4 + 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$N = \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2} = \frac{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} = \frac{9 - 4\sqrt{5}}{5 - 4} = 9 - 4\sqrt{5}.$$

$$2. \quad M + N = (-4 + 4\sqrt{5}) + (9 - 4\sqrt{5}) = 5.$$

Bài 2.

$$1. \quad \begin{cases} 3x - y = -1 \\ -3x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{y-1}{3} \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất : $(x; y) = (1; 4)$.

$$2. \quad 3x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{5}{3}.$$

3. Phương trình bậc hai có nghiệm dương : hoặc hai nghiệm dương hoặc hai nghiệm trái dấu hoặc một nghiệm dương và nghiệm kia bằng 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S = x_1 + x_2 > 0 \\ P > 0 \\ P < 0 \\ P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 + 84m \geq 0 \\ \frac{5}{3} > 0 \\ -\frac{7m}{3} > 0 \\ -\frac{7m}{3} < 0 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{25}{84} \leq m < 0 \\ m > 0 \\ m = 0 \left(x_1 = 0; x_2 = \frac{5}{3} \right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \geq -\frac{25}{84}.$$

Bài 3.

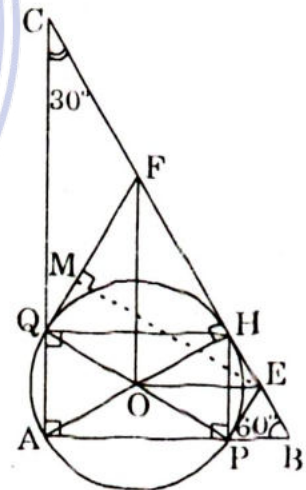
- Theo giả thiết tứ giác AQHP nội tiếp đường tròn đường kính AH mà $\widehat{QAP} = 90^\circ \Rightarrow$ góc đối của nó là $\widehat{PHQ} = 90^\circ$.
- Ta có : $\widehat{QPH} = \widehat{QAH}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung QH)
mà $\widehat{QAH} + \widehat{ACH} = 90^\circ$ ($\triangle CAH$ vuông tại H)
 $\Rightarrow \widehat{QPH} + \widehat{ACH} = 90^\circ$. Mặt khác : $\widehat{HPB} = \widehat{HPA} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{QPB} + \widehat{ACH} = \widehat{QPH} + \widehat{HPB} + \widehat{ACH} = 180^\circ$
 $\Rightarrow$ Tứ giác BPQC nội tiếp đường tròn.
- Gọi O là tâm đường tròn đường kính AH.
Ta có : $EH = EB$ (gt) mà $\triangle HPB$ vuông tại P
 $\Rightarrow EH = EP \Rightarrow \triangle OHE = \triangle OPH$ (c.c.c)
mà $\widehat{OHE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OPE} = 90^\circ$ (1)
Tương tự ta cũng có : $\triangle OHF = \triangle OQF$ (c.c.c)
 $\Rightarrow \widehat{FQO} = \widehat{FHO} = 90^\circ$ (2)
Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tứ giác EPQF là hình thang vuông.
- Ta có : $\widehat{ACB} = 30^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{CBA} = 60^\circ$ mà $\triangle PEB$ cân tại E ($EP = EB$)
 $\Rightarrow \triangle PEB$ đều $\Rightarrow \widehat{PEB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{QFE} = 60^\circ$ (hai góc đồng vị).
Từ E hạ đường vuông góc EM xuống QF.

Trong $\triangle MEF$ ta có :

$$EM = EF \cdot \sin \widehat{MFE} = \frac{a}{2} \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \quad (BC = a)$$

Diện tích hình thang EPQF là :

$$(EP + FQ) \frac{EM}{2} = (EH + FH) \frac{EM}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16} \quad (\text{dvdvt}).$$



Bài 4. Từ giả thiết $x \geq xy + 1$ thì $x \neq 0$.

- Nếu $y = 0$ thì $P = 0$.

- Nếu $y \neq 0$:

TH1 : x, y trái dấu thì $P < 0$.

TH2 : x, y cùng dấu.

1. $x < 0, y < 0 \Rightarrow xy + 1 > 0 \Rightarrow xy + 1 > x$ (vì $x < 0$) trái với giả thiết.

2. $x > 0, y > 0$. Từ giả thiết $x \geq xy + 1 \Rightarrow 1 \geq y + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{\frac{y}{x}}$ (BDT Côsi)

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{y}{x}} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} \leq \frac{1}{4} \quad (**)$$

$$\text{Đặt } t = \frac{y}{x}, \quad 0 < t \leq \frac{1}{4} \Rightarrow P = \frac{3t}{1+t^2}$$

$$\text{Ta có : } P - \frac{12}{17} = \frac{3t}{1+t^2} - \frac{12}{17} = \frac{3(17t - 4t^2 - 4)}{17(t^2 + 1)} = \frac{3(4-t)(4t-1)}{17(t^2 + 1)} \leq 0$$

$$\text{vì } 0 < t \leq \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P \leq \frac{12}{17} \text{ và dấu "=" xảy ra khi } t = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{4} \left. \begin{array}{l} \text{Từ (**)} \Rightarrow y = \frac{1}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2; y = \frac{1}{2}$$

Vậy P đạt giá trị lớn nhất là $\frac{12}{17}$ khi và chỉ khi $x = 2, y = \frac{1}{2}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NINH

Bài 1.

a) Ta có : $3\sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$; $45 > 29 \Rightarrow \sqrt{45} > \sqrt{29}$. Vậy $3\sqrt{5} > \sqrt{29}$.

$$\text{b) } A = \frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{(3 + \sqrt{5})^2 + (3 - \sqrt{5})^2}{3^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{14 + 6\sqrt{5} + 14 - 6\sqrt{5}}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

Bài 2.

a) Với $m = 1$, ta có hệ :

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất : $(x; y) = (2; 0)$.

b) Giải hệ :

$$\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10m - 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10m \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ y = m - 1 \end{cases}$$

Thay x, y vào hệ thức $x^2 - 2y^2 = 1$, ta có :

$$(2m)^2 - 2(m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow 4m^2 - 2m^2 + 4m - 2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 3 = 0 \quad (*)$$

Ta có : $a = 2; b = 4 \Rightarrow b' = 2; c = -3 \Rightarrow \Delta' = 2^2 - 2 \cdot (-3) = 10 > 0$.

Phương trình (*) có hai nghiệm : $m_1 = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}; m_2 = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2}$.

Vậy với $m = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$ hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ và thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$.

Bài 3. Gọi x (h) là thời gian để vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể ($x > 12$), vậy trong 1h vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể). Vòi thứ nhất chảy đầy bể ít hơn vòi thứ hai là 10h nên thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là $x + 10$ (h), nên trong 1h vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{x+10}$ (bể). Hai vòi chảy chung 12h đầy bể, nên 1h cả hai vòi chảy được $\frac{1}{12}$ (bể).

Ta có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow 12(x+10) + 12x = x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow 12x + 12x + 120 = x^2 + 10x \Leftrightarrow x^2 - 14x - 120 = 0 \quad (*)$$

Ta có : $a = 1; b = -14 \Rightarrow b' = -7; c = -120$

$$\Delta' = (-7)^2 + 120 = 169 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 13$$

Phương trình (*) có hai nghiệm : $x_1 = 7 + 13 = 20$ (nhận);

$$x_2 = 7 - 13 = -6 \text{ (loại)}.$$

Trả lời : Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 20 (h); vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong $20 + 10 = 30$ (h).

Bài 4.

a) Ta có $\widehat{AEH} = \widehat{ADH} = 90^\circ$ (gt)

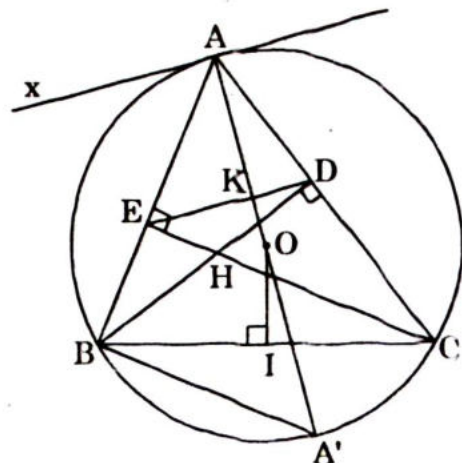
$$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 180^\circ.$$

Do đó tứ giác ADHE nội tiếp.

b) Ta có : $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn $\widehat{BC}$).

Gọi OI là khoảng cách từ tâm O đến BC ta có OI là phân giác của $\widehat{BOC}$ ($\triangle BOC$ cân tại O nên đường cao đồng thời là

đường phân giác) hay $\widehat{BOI} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OBI} = 30^\circ$. Do đó : $OI = \frac{1}{2}OB = \frac{R}{2}$.



c) Kẻ đường kính AA' ta có $\widehat{AA'B} = \widehat{ACB}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AB}$).

Khi đó $\widehat{BAA'} + \widehat{AA'B} = 90^\circ$.

Dễ thấy tứ giác $BEDC$ nội tiếp ($\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$) $\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AED}$
 $\Rightarrow \widehat{AED} + \widehat{BAA'} = 90^\circ$.

Gọi K là giao điểm của AA' và DE ta có $\widehat{AKE} = 90^\circ$ chứng tỏ $AO \perp DE$
 Qua điểm A chỉ có một đường thẳng duy nhất vuông góc với DE . Vậy đường thẳng qua A vuông góc với DE đi qua điểm O cố định.

* Cách 2. Vẽ tiếp tuyến qua A ta có $\widehat{xAB} = \widehat{ACB}$ (1) (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AB).

Mặt khác tứ giác $BEDC$ nội tiếp ($\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$) $\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ACB}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{xAB} = \widehat{AED}$. Do đó $Ax \parallel ED$ (so le trong) mà $Ax \perp O$. (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow ED \perp OA$. Qua điểm A chỉ có một đường thẳng vuông góc với DE .

Vậy đường thẳng qua A và vuông góc với DE đi qua điểm O cố định.

Bài 5. Ta có : $P = xy(x - 2)(y + 6) + 12x^2 - 24x + 3y^2 + 18y + 36$

$$= xy(x - 2)(y + 6) + 12x(x - 2) + 3y(y + 6) + 36$$

$$= x(x - 2)[y(y + 6) + 12] + 3[y(y + 6) + 12]$$

$$= (y^2 + 6y + 12)(x^2 - 2x + 3)$$

Trong đó : $y^2 + 6y + 12 = y^2 + 6y + 9 + 3 = (y + 3)^2 + 3 > 0, \forall y$

$$x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x - 1)^2 + 2 > 0, \forall x$$

Vậy $P > 0, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH LÀO CAI

Bài 1.

1.a) $\sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2.$

b) $\sqrt{25 - 9} : 2 = \sqrt{16} : 2 = 4 : 2 = 2.$

2.a) A có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1. \end{cases}$

b) $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} = \frac{x - (2x - \sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} = \frac{-x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} = \frac{-\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} = -$

Bài 2.

1.a) $a > 0$ thì hàm số $y = ax + a - 1$ đồng biến.

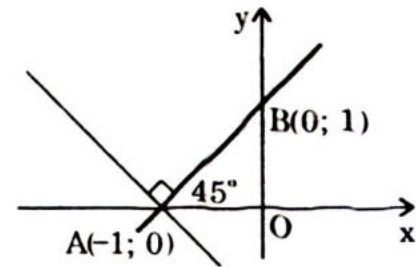
$a < 0$ thì hàm số $y = ax + a - 1$ nghịch biến.

$$b) \cdot d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a - 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.$$

• Vẽ đường thẳng $d' : y = x + 1$.

$$x = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$y = 0 \Rightarrow x = -1$$



Đồ thị đường thẳng d' cắt trục hoành tại $A(-1; 0)$, cắt trục tung tại $B(0; 1)$.

$$\Rightarrow \triangle AOB \text{ vuông cân tại } O \Rightarrow \widehat{BAO} = 45^\circ.$$

Từ A kẻ tia At vuông góc với AB , ta có góc giữa At và trục Ox là 135°
 $\Rightarrow$ hệ số góc của At là $\tan 135^\circ = -1$.

Để $d \perp d'$ thì $d' \parallel At \Rightarrow d'$ có hệ số góc là $-1 \Rightarrow a = -1$.

2. Đồ thị hàm số $y = 2x + m - 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ tại hai điểm

phân biệt $\Leftrightarrow$ hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x + m - 4 \\ y = \frac{1}{4}x^2 \end{cases}$ (*) có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Hệ (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + m - 4 \\ 2x + m - 4 = \frac{1}{4}x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + m - 4 \\ x^2 - 8x - 4m + 16 = 0 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Hệ (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 16 - (-4m + 16) > 0 \Leftrightarrow 4m > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Bài 3.

1. Phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có hệ số $a = 1$; $b = -4$; $c = 3$ thỏa mãn $a + b + c = 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 3$.

2. Phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm khi $\Delta' = 4 - m \geq 0$

$$\Leftrightarrow m \leq 4 \quad (1)$$

Theo định lý Viét, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$

$$\text{Vậy } A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2 = 16 + m$$

$\Rightarrow A$ lớn nhất khi m lớn nhất.

Kết hợp với (1) khi $m = 4$ thì A đạt giá trị lớn nhất bằng 20.

Bài 4.

$$1. \text{ Hệ phương trình : } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(3; -3)$.

$$2. \text{ Hệ phương trình : } \begin{cases} ax + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax + y = 3 & (3) \\ y = x - 6 & (4) \end{cases}$$

Thế (4) vào (3) ta được : $ax + x - 6 = 3 \Leftrightarrow (a + 1)x = 9 \quad (**)$

Hệ trên có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ Phương trình (**) có nghiệm duy nhất

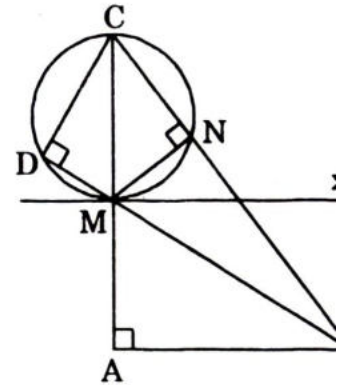
$$\Leftrightarrow a + 1 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -1.$$

Bài 5.

1. Ta có : $\widehat{BAC} = 1v$ (gt)

$\widehat{CDM} = 1v$ (góc nội tiếp chắn đường kính CM)

Tứ giác BADC có hai đỉnh liên tiếp A, D nhìn cạnh BC dưới một góc vuông $\Rightarrow$ Bốn điểm B, A, D, C nằm trên một đường tròn đường kính BC.



2. Ta có : $\widehat{CNM} = 1v$ (vì CM là đường kính) và $\widehat{ACB} = \widehat{NCM}$.

Suy ra hai tam giác vuông ABC và NMC đồng dạng với nhau

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{MN}{MC} \Leftrightarrow MN \cdot BC = AB \cdot MC.$$

3. Theo câu 1, đường tròn ngoại tiếp tứ giác BADC có tâm I là trung điểm của BC. Tiếp tuyến Mx tại M của đường tròn đường kính M vuông góc với AC $\Rightarrow Mx \parallel AB$ mà $MC = MA$ (gt)

$\Rightarrow Mx$ đi qua trung điểm I của BC.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THANH HÓA

Bài 1.

1. $p = 3$, ta có phương trình $x^2 + 3x - 4 = 0$.

Các hệ số $a = 1$; $b = 3$; $c = -4$ thỏa mãn $a + b + c = 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = -4$.

2. Ta có : $ac = -4 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm với mọi p .

Theo định lý Viét : $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 x_2 = -4$.

$$\text{Biểu thức : } x_1(x_2^2 + 1) + x_2(x_1^2 + 1) > 6 \Leftrightarrow x_1 x_2^2 + x_1 + x_2 x_1^2 + x_2 > 6$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) + x_1 + x_2 > 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 x_2 + 1) > 6$$

$$\Leftrightarrow -p(-4 + 1) > 6 \Leftrightarrow p > 2.$$

Bài 2.

$$1. C = \left(\frac{\sqrt{c} + 3}{\sqrt{c} - 3} - \frac{\sqrt{c} - 3}{\sqrt{c} + 3} \right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{c}} \right) \quad \text{với } c > 0, c \neq 9$$

$$= \left(\frac{(\sqrt{c} + 3)^2 - (\sqrt{c} - 3)^2}{(\sqrt{c} - 3)(\sqrt{c} + 3)} \right) \left(\frac{\sqrt{c} - 3}{3\sqrt{c}} \right) = \frac{(c + 6\sqrt{c} + 9) - (c - 6\sqrt{c} + 9)}{3\sqrt{c}(\sqrt{c} + 3)}$$

$$= \frac{12\sqrt{c}}{3\sqrt{c}(\sqrt{c} + 3)} = \frac{4}{\sqrt{c} + 3}.$$

2. Để C nhận giá trị nguyên thì $\sqrt{c} + 3$ phải là ước của 4 $\Rightarrow \sqrt{c} + 3$ nhận các giá trị $\pm 1, \pm 2, \pm 4$.

Với điều kiện $c > 0 \Rightarrow \sqrt{c} + 3 > 3$.

Do đó : $\sqrt{c} + 3 = 4 \Rightarrow \sqrt{c} = 1 \Rightarrow c = 1$.

lời 3.

1. C và D là hai điểm thuộc parabol (P) : $y = x^2$
mà $x_C = 2; x_D = -1 \Rightarrow y_C = 4; y_D = 1 \Rightarrow C(2; 4), D(-1; 1)$.

Phương trình đường thẳng CD có dạng $y = ax + b$.

C(2; 4), D(-1; 1) thỏa mãn phương trình.

$$\Rightarrow \text{Ta có : } \begin{cases} 4 = 2a + b \\ 1 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 3a \\ b = 1 + a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình của đường thẳng CD là $y = x + 2$.

$$2. d // CD \Leftrightarrow \begin{cases} 2q^2 - q = 1 \\ q + 1 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2q^2 - q - 1 = 0 \\ q \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = -\frac{1}{2} \\ q \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow q = -\frac{1}{2}.$$

lời 4.

1. Ta có : $\widehat{DNC} = 90^\circ$ (gt) và $\widehat{DMC} = 90^\circ$ (gt)
 $\Rightarrow$ Tứ giác CDMN có hai đỉnh liên tiếp M, N nhìn cạnh còn lại dưới một góc vuông.
 $\Rightarrow$ CDMN là tứ giác nội tiếp.

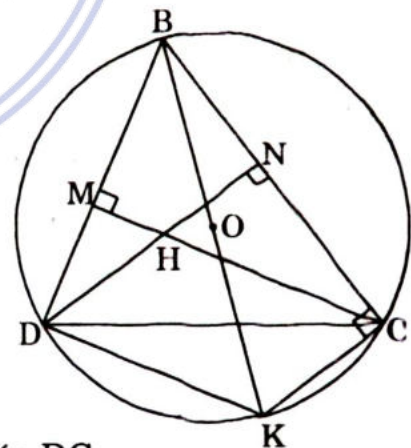
2. Ta có : $DN \perp BC$, $\widehat{KCB} = 90^\circ$ (BK là đường kính) $\Rightarrow DN \parallel KC$.
Chứng minh tương tự ta cũng có $CM \parallel DK$.
 $\Rightarrow$ Tứ giác CHDK là hình bình hành.

3. Tứ giác CHDK là hình bình hành có đường chéo DC

$$\Rightarrow S_{\triangle CDH} = S_{\triangle CDK} = \frac{1}{2}CD.h$$

(h là độ dài đường cao hạ từ K xuống cạnh CD)

Theo giả thiết CD cố định $\Rightarrow$ Diện tích của tam giác CDH lớn nhất khi h lớn nhất $\Rightarrow$ Khoảng cách từ K đến cạnh CD lớn nhất $\Rightarrow$ K là trung điểm của cung nhỏ CD, mà BK là đường kính $\Rightarrow$ B phải là điểm chính giữa của cung lớn DC.



Bài 5. Ta có : $(u - v)^2 \geq 0$ và dấu "=" xảy ra khi $u = v = 2$ (vì điều kiện $u + v = 4$)

$$\Rightarrow u^2 + v^2 \geq 2uv \Rightarrow (u + v)^2 \geq 4uv$$

$$\Rightarrow uv \leq \frac{(u + v)^2}{4} = \frac{4^2}{4} = 4 \Rightarrow \frac{33}{uv} \geq \frac{33}{4} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } u^2 + v^2 = (u + v)^2 - 2uv \geq 16 - 2.4 = 8 \quad (2)$$

Khi $u = v = 2$ thì dấu "=" cũng xảy ra.

$$\text{Từ (1) và (2) ta có : } P = u^2 + v^2 + \frac{33}{uv} \geq 8 + \frac{33}{4} = \frac{65}{4}$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{65}{4}$ khi $u = v = 2$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NGHỆ AN

Bài 1.

$$1. \text{ Điều kiện : } \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2}{x - 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - 2(\sqrt{x} - 1) - 2}{x - 1} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 2 - 2}{x - 1} = \frac{x - \sqrt{x}}{x - 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

$$2. \text{ Thay } x = 9 \text{ vào } A \text{ ta có } A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9} + 1} = \frac{3}{4}.$$

$$\begin{aligned} 3. B &= A(x - 1) = \frac{\sqrt{x}(x - 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) \\ &= x - \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow B \geq -\frac{1}{4}. \quad \text{Dấu "=" xảy ra khi } \sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của B là $-\frac{1}{4}$ khi $x = \frac{1}{4}$.

Bài 2.

$$1. m = 2 \text{ ta có phương trình : } x^2 - 3x + 2 = 0.$$

Các hệ số $a = 1$; $b = -3$; $c = 2$ thỏa mãn $a + b + c = 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 2$.

2. Nếu $x = -2$ là một nghiệm của phương trình thì :

$$4 + 2(m + 1) + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow 4m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

Bài 3. Gọi x là số giờ người thứ nhất làm một mình thì xong việc, $x > \frac{9}{2}$

y là số giờ người thứ hai làm một mình thì xong việc, $y > \frac{9}{2}$.

$\Rightarrow$ 1 giờ thì người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc và người thứ hai là $\frac{1}{y}$ công việc.

Cả hai người cùng làm chung thì 4h 30' (hay $\frac{9}{2}$ giờ) thì xong việc

$\Rightarrow$ trong 1 giờ thì cả hai cùng làm được $\frac{2}{9}$ công việc.

Ta có phương trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9}$ (1)

Nếu người thứ nhất làm trong 4 giờ, sau đó người thứ hai làm trong 3 giờ thì cả hai làm được 75% công việc $\Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9} \\ 4 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \cdot \frac{1}{x} + 4 \cdot \frac{1}{y} = \frac{8}{9} \\ 4 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{1}{x} = \frac{2}{9} - \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{36}{5} \text{ (nhận)} \\ x = 12 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy nếu làm một mình, người thứ nhất làm xong việc trong 12 giờ, người thứ hai làm xong việc trong $\frac{36}{5}$ giờ (hay 7 giờ 12 phút).

Bài 4. Xét tứ giác HBDE, ta có :

$$\widehat{IHB} = 90^\circ \text{ (gt),}$$

$$\widehat{ADB} = 90^\circ \text{ (AB là đường kính)}$$

$\Rightarrow$ Tứ giác HBDE nội tiếp đường tròn.

- Xét $\triangle DEI$, ta có : $\widehat{EDA} = \frac{s\widehat{AD}}{2}$ (1)

(góc giữa tiếp tuyến và dây cung)

Mặt khác $\widehat{EID} = \widehat{AIH} = 90^\circ - \widehat{DAB} = \frac{s\widehat{AB}}{2} - \frac{s\widehat{BD}}{2} = \frac{s\widehat{AD}}{2}$ (2)

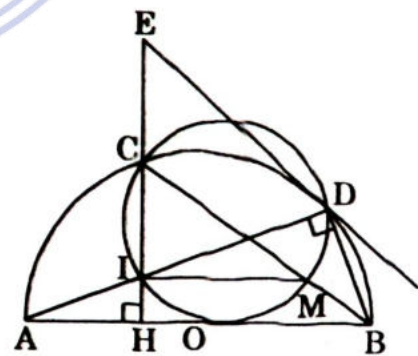
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle DEI$ cân tại E.

- Gọi M là giao điểm của BC và đường tròn tâm F.

Ta có : $\widehat{DIM} = \widehat{DCM}$ (cùng chắn cung DM)

mà $\widehat{DCM} = \widehat{DAB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung DB)

$$\Rightarrow \widehat{DIM} = \widehat{DAB}$$



Từ đó $\widehat{CIM} = \widehat{CID} + \widehat{DIM} = \widehat{AIH} + \widehat{DAB} = 90^\circ$

$\Rightarrow$ CM là đường kính của đường tròn tâm F hay $F \in BC$.

$\Rightarrow \widehat{ABF} = \widehat{ABC}$ không đổi khi D thay đổi trên $\widehat{BC}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH HÀ TĨNH

Bài 1.

$$1. \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$2. \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x} + 1 = 2\sqrt{x}.$$

Bài 2.

1. Khi $m = 5$. Ta có phương trình : $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$a = 1; b = -5; c = 6 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm : } x_1 = \frac{5+1}{2} = 3; x_2 = \frac{5-1}{2} = 2.$$

2. Phương trình (1) có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 25 - 4(m+1) \geq 0$

$$\Leftrightarrow 21 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow 4m \leq 21 \Leftrightarrow m \leq \frac{21}{4}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

$$\text{Theo hệ thức Viét, ta có : } \begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x_1 x_2 - 1)^2 = 20(x_1 + x_2) \Leftrightarrow m^2 = 100 \Leftrightarrow m = \pm 10.$$

$$\text{Vì } m \leq \frac{21}{4} \text{ nên ta lấy } m = -10.$$

Bài 3.

1. Điểm $M(0; 1)$ và $N(2; 4)$ thuộc đường thẳng $y = ax + b$ nên tọa độ M, N thỏa mãn phương trình $y = ax + b$.

$$\text{Ta có hệ : } \begin{cases} 1 = a \cdot 0 + b \\ 4 = a \cdot 2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$2. \text{ Xét hệ : } \begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \frac{5}{2} \\ xy = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x, y \text{ là nghiệm phương trình : } t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$a = 2; b = -5; c = 2 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3$$

$$\text{Vậy } t = \frac{5+3}{4} = 2; t = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Hệ có nghiệm : } (x; y) = \left(2; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; 2\right).$$

Bài 4. Hướng dẫn : Câu 3) của bài này đã rất quen thuộc với các bạn ta sẽ đưa về bài 9 trang 70 Sách Toán 9 tập 1.

- 1.- Ta có : $\widehat{DAB} + \widehat{DEB} = 180^\circ$. Do đó tứ giác ABED nội tiếp.
- Ta có : $\widehat{BCD} = \widehat{BED} = 90^\circ$ (gt). Do đó tứ giác BDCE nội tiếp.
2. Ta có tứ giác BDCE nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{BDC} + \widehat{BEC} = 180^\circ$$

$$\text{mà } \widehat{BEC} + \widehat{CEF} = 180^\circ \text{ (kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{CEF} = \widehat{BDC} = 45^\circ.$$

3. Kẻ tia $Ax \perp AN$ ta có :

$$\widehat{DAx} = \widehat{BAM} \text{ (cùng phụ với } \widehat{MAD})$$

Gọi P là giao điểm của Ax và đường thẳng CD.

Khi đó $\triangle ADP = \triangle ABM$ (g.c.g) $\Rightarrow AP = AM$.

Xét tam giác vuông ANP có đường cao AD (gt), ta có :

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AP^2} + \frac{1}{AN^2} \text{ mà } AP = AM \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}.$$

* Cách khác : Sử dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (Bài 14 trang 77 sách Toán 9 tập 1).

Đặt cạnh hình vuông là a. Ta có vẽ trái : $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2}$

Biến đổi vế phải : $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$

Đặt $\widehat{BAM} = \alpha$. Ta có : $\widehat{BAM} = \widehat{AND}$ (so le trong do $AB \parallel CD$)

Xét tam giác ABM ta có : $AM = \frac{a}{\cos \alpha} \Rightarrow AM^2 = \frac{a^2}{\cos^2 \alpha}$

Tương tự trong $\triangle NDA$ có : $AN = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow AN^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \alpha}$

$$\text{Do đó : } \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{\frac{a^2}{\cos^2 \alpha}} + \frac{1}{\frac{a^2}{\sin^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{a^2} = \frac{1}{a^2}.$$

Bài 5. Xét phương trình (ẩn x), ta có :

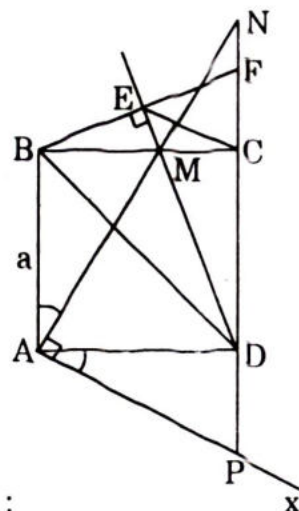
$$x^2 + 2y^2 + 2xy - 8x - 6y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2(y-4)x + 2y^2 - 6y = 0 \quad (*)$$

$$\text{Phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (y-4)^2 - (2y^2 - 6y) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 8y + 16 - 2y^2 + 6y \geq 0 \Leftrightarrow y^2 + 2y - 16 \leq 0 \Leftrightarrow (y+1)^2 \leq 17$$

$$\Leftrightarrow |y+1| \leq \sqrt{17} \Leftrightarrow -\sqrt{17} \leq y+1 \leq \sqrt{17} \Leftrightarrow -1-\sqrt{17} \leq y \leq -1+\sqrt{17}$$

Vậy giá trị lớn nhất của y bằng $-1 + \sqrt{17}$.



Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm kép (với $y = -1 + \sqrt{17}$) $\Rightarrow x = 4 - y = 4 - (-1 + \sqrt{17}) = 5 - \sqrt{17}$

Vậy khi $x = 5 - \sqrt{17}$ thì y đạt giá trị lớn nhất bằng $-1 + \sqrt{17}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG BÌNH

Bài 1. Hàm số $y = (m - 2)x + 3$ đồng biến $\Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Chọn đáp án B.

Bài 2. Thay hoành độ của từng điểm Q, N, P và M vào phương trình

$$y = -\frac{1}{4}x^2, \text{ ta thấy điểm P thuộc đồ thị hàm số, vì } -\frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{4}\right)1^2.$$

Chọn đáp án C.

Bài 3. $\sqrt{x - 4}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Chọn đáp án A.

Bài 4. Diện tích quạt tròn : $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi R^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi R^2}{4}$.

Chọn đáp án A.

Bài 5. Trong tam giác vuông ABC vuông tại A, ta có : $\cos B = \frac{AB}{BC}$

$$\text{trong đó } AB = 3\text{cm}; BC = 6\text{cm} \Rightarrow \cos B = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án D.

Bài 6. Ta có : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -2$.

Chọn đáp án A.

Bài 7. Ta có : $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = 10^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔABC có đường kính là BC, bán kính bằng

$$\frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5(\text{cm}).$$

Chọn đáp án B.

Bài 8. Đường cao của tam giác đều cạnh a là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2).$$

Chọn đáp án D.

Bài 9.

$$\text{a) Ta có : } P = \frac{\sqrt{b} - 2 - \sqrt{b} - 2 + 2\sqrt{b}}{b - 4} = \frac{2(\sqrt{b} - 2)}{b - 4} = \frac{2}{\sqrt{b} + 2}.$$

$$\text{b) } P = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{b} + 2} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \sqrt{b} + 2 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{b} = 1 \Leftrightarrow b = 1.$$

Bài 10.

a) Với $n = 3$, ta có phương trình : $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Vì $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = 1 \text{ và } x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3.$$

b) Ta có : $a = 1$; $b = -2(n - 1) \Rightarrow b' = -(n - 1) = 1 - n$; $c = 2n - 3$.

$$\Delta' = b'^2 - ac = (1 - n)^2 - 1(2n - 3) = n^2 - 4n + 4 = (n - 2)^2 \geq 0, \forall n.$$

Vậy phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi n .

c) Theo hệ thức Viét, ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(n - 1) \\ x_1 x_2 = 2n - 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(n - 1)^2 - 2(2n - 3)$$

$$= 4n^2 - 12n + 10 = (4n^2 - 12n + 9) + 1 = (2n - 3)^2 + 1 \geq 1, \forall n$$

$$(\text{vì } (2n - 3)^2 \geq 0, \forall n \in \mathbb{R})$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 2n - 3 = 0 \Leftrightarrow n = \frac{3}{2}.$$

Giá trị nhỏ nhất của P bằng 1, đạt được tại $n = \frac{3}{2}$.

Bài 11.

a) Ta có : $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (AB là đường kính)

$$\widehat{QPB} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMB} + \widehat{QPB} = 180^\circ.$$

Do đó tứ giác PQMB nội tiếp.

b) Dễ thấy hai tam giác vuông APQ và

AMB có $\widehat{BAM}$ chung nên

$$\Delta APQ \sim \Delta AMB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{AP}{AM}$$

$$\Rightarrow AQ \cdot AM = AB \cdot AP \quad (1)$$

Mặt khác ΔACB vuông có CP là đường cao ta có :

$$AC^2 = AB \cdot AP \quad (2) \quad (\text{hệ thức lượng})$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow AC^2 = AQ \cdot AM.$$

c) Ta có : $CD \perp AB$ tại P (gt) $\Rightarrow PC = PD$ (định lí đường kính dây cung)
hay ΔACD cân tại A (đường cao AP đồng thời là đường trung tuyến)

$$\Rightarrow AC = AD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AD} \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AMD} \text{ hay } \widehat{SMT} = \widehat{SBT}.$$

Do đó tứ giác SMBT nội tiếp $\Rightarrow \widehat{STB} + \widehat{SMB} = 180^\circ$ mà $\widehat{SMB} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{STB} = 90^\circ \text{ hay } ST \perp AB. \text{ Lại có } CD \perp AB \text{ (gt)} \Rightarrow ST \parallel CD.$$

$$\text{Bài 12. Ta có : } B = 1 - \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) + \frac{1}{x^2 y^2} = 1 - \frac{x^2 + y^2}{x^2 y^2} + \frac{1}{x^2 y^2}$$

$$= 1 - \frac{(x + y)^2 - 2xy}{x^2 y^2} + \frac{1}{x^2 y^2} = 1 - \frac{1 - 2xy}{x^2 y^2} + \frac{1}{x^2 y^2} = 1 + \frac{2}{xy}$$

Ta có : $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0 \quad \forall x > 0, y > 0$

$$\Rightarrow x - 2\sqrt{xy} + y \geq 0 \Rightarrow x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x+y} \leq \frac{1}{\sqrt{xy}} \Rightarrow \frac{4}{(x+y)^2} \leq \frac{1}{xy} \Rightarrow \frac{8}{(x+y)^2} \leq \frac{2}{x+y}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Leftrightarrow x = y$.

$$\text{Vậy } 1 + \frac{2}{xy} \geq 1 + \frac{8}{(x+y)^2} = 1 + \frac{8}{1} = 9.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$ (vì $x + y = 1$).

Vậy giá trị nhỏ nhất của B bằng 9, đạt được tại $x = y = \frac{1}{2}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG TRỊ

Bài 1.

$$1. \sqrt{8} + \sqrt{18} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2^3} + \sqrt{3^2 \cdot 2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} 2. \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} &: \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{(a+b-2\sqrt{ab})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \\ &= \frac{(a+b-2\sqrt{ab})(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{a-b} = \frac{(a+b-2\sqrt{ab})(a+b+2\sqrt{ab})}{a-b} \\ &= \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{a-b} = a-b \quad (\text{vì } a \neq b). \end{aligned}$$

Bài 2.

1. Phương trình bậc hai $x^2 - 3x + 2 = 0$ có $a = 1$; $b = -3$; $c = 2 \Rightarrow a + b + c = 0$
 $\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 2$.

$$2. \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 9 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + y \\ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có duy nhất nghiệm $(x; y) = (10; 7)$.

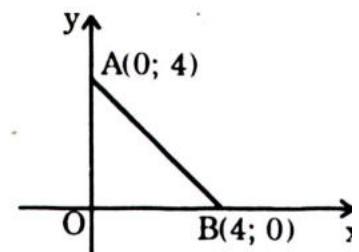
Bài 3.

a) $y = -x + 4$

$$\left. \begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow y = 4 \\ y = 0 &\Rightarrow x = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A(0; 4), B(4; 0).$$

b) Quay tam giác vuông AOB một vòng quanh OA

ta được một hình nón, có đường sinh là $AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$, có bán kính hình tròn đáy là $OB = 4 \Rightarrow S_{xq} = \pi \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4 = 16\sqrt{2}\pi$ (đvdt).



Bài 4. Gọi x (km/h) là vận tốc của ô tô tải ($x > 0$) thì $x + 20$ (km/h) là vận tốc xe du lịch.

Khoảng cách từ A đến B là 100km, do vậy thời gian để đi từ A đến B của ô tô tải là $\frac{100}{x}$ giờ, của xe du lịch là $\frac{100}{x + 20}$ giờ.

15 phút = $\frac{1}{4}$ giờ. Từ đó ta có phương trình :

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x + 20} = \frac{1}{4} \Rightarrow 400(x + 20) - 400x - x(x + 20) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 20x - 8000 = 0$$

$\Delta' = 100 + 8000 = 8100 = 90^2 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = -10 + 90 = 80; \quad x_2 = -10 - 90 = -100 < 0 \text{ (loại)}.$$

Vậy vận tốc của ô tô tải là 80km/h, vận tốc của xe du lịch là 100km/h.

Bài 5.

- a) Ta có : $\widehat{ADB} = \widehat{AHB} = 1v$ (gt) $\Rightarrow$ Tứ giác ADHB có hai đỉnh liên tiếp D và H nhìn cạnh còn lại AB dưới một góc vuông.

$\Rightarrow$ ADHB là tứ giác nội tiếp có đường kính AB, có tâm O là điểm giữa của đoạn AB.

- b) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADHB.

Ta có $AC \perp AB$ (gt)

$$\Rightarrow \widehat{EAD} = \frac{s\widehat{AD}}{2} \text{ (góc giữa tiếp tuyến và dây cung)}$$

$$\widehat{HBD} = \frac{s\widehat{DH}}{2} = \frac{s\widehat{AD}}{2}. \quad \text{Từ đó : } \widehat{EAD} = \widehat{HBD}.$$

Ta có : $\widehat{AOD} = 2\widehat{ABD}$ (góc ở tâm bằng 2 lần góc nội tiếp cùng chắn cung) $= \widehat{ABH}$

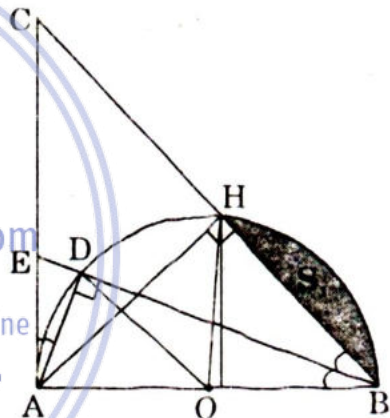
$\Rightarrow OD \parallel HB$ (hai góc ở vị trí đồng vị bằng nhau).

- c) Gọi S là diện tích phần $\triangle ABC$ nằm ngoài đường tròn (O), S_1 là phần diện tích của miền tròn nằm giữa cung HB và dây cung HB.

$$\text{Ta có : } S = S_{\triangle ABC} - \left(\frac{1}{2} S_{\text{tròn}} - S_1 \right)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2; \quad S_{\text{tròn}} = \pi \frac{a^2}{4}$$

Ta có $\triangle OBH$ cân tại O có $\widehat{B} = 60^\circ \Rightarrow \triangle OBH$ đều có cạnh là $\frac{a}{2}$



$$\Rightarrow S_{\Delta OBH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{16} a^2$$

$$S_{\text{quạt OBH}} = \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot \frac{60}{360} = \frac{\pi a^2}{24}$$

$$S_1 = S_{\text{quạt OBH}} - S_{\Delta OBH} = \frac{\pi a^2}{24} - \frac{\sqrt{3}}{16} a^2$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \left[\frac{\pi a^2}{8} - \left(\frac{\pi a^2}{24} - \frac{\sqrt{3} a^2}{16} \right) \right] = \frac{3\sqrt{3} a^2}{16} - \frac{\pi a^2}{12} = \frac{9\sqrt{3} - 4\pi}{48} a^2 \text{ (đvdt)}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HUẾ

Bài 1.

1.a) $a = 5; b = -7; c = -6 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 13 > 0$

Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \frac{7+13}{10} = 2; x_2 = \frac{7-13}{10} = -\frac{3}{5}$.

b) $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = -39 \\ 6x + 10y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19y = 57 \\ x = \frac{9-5y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -2 \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; 3)$.

2. $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 2\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5} - 2.5 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} = \frac{5\sqrt{5} - 2.5}{\sqrt{5}-2} = \frac{5(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2} = 5$.

Bài 2.

a) $M(-2; 8)$ nằm trên đường cong $y = ax^2 \Rightarrow 8 = a(-2)^2 \Rightarrow a = 2$.

Vậy $y = 2x^2$.

b) Bảng giá trị của hàm số $y = 2x^2$:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Đồ thị là parabol (P).

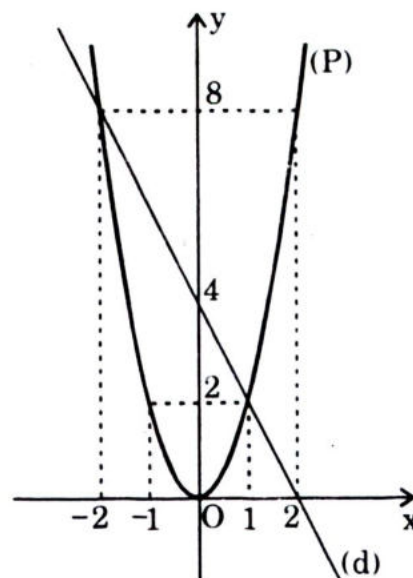
Phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc -2 có dạng $y = -2x + b$.

$M(-2; 8) \in (d) \Rightarrow 8 = -2(-2) + b \Rightarrow b = 4$

$\Rightarrow (d)$ có phương trình: $y = -2x + 4$.

Bảng giá trị của (d):

x	0	2
y	4	0

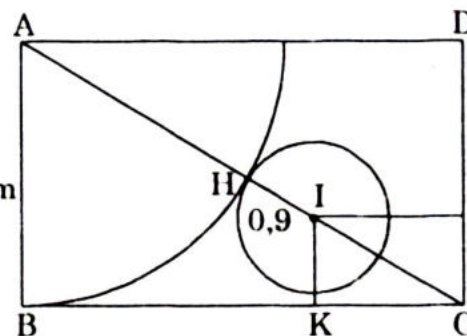


- c) M là điểm giữa của BC $\Rightarrow CM = AM \Rightarrow \triangle CMA$ cân tại M
 $\Rightarrow \widehat{IAN} = \widehat{ACM}$.

$$\begin{aligned}\text{Từ đó } \widehat{FAN} &= \widehat{FAI} + \widehat{IAN} = \widehat{IAK} + \widehat{ACM} \\ &= 180^\circ - \widehat{CEA} \text{ (tổng các góc trong } \triangle ACE \text{ bằng } 180^\circ) \\ &= \widehat{AEB} = \widehat{AFB} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)} \\ &\Rightarrow \triangle ANF \text{ cân tại N.}\end{aligned}$$

Bài 5.

- a) Để cắt một hình nón có đỉnh là A, đường sinh 3,6dm, ta cắt một hình quạt có bán kính AB và diện tích xung quanh của hình nón chính là diện tích của hình quạt, diện tích đó lớn nhất khi góc A lớn nhất (có thể được) và bằng 90° (theo hình dạng của tấm thiếc).



$$\text{Ta có: } S_{\text{quạt}} = \pi \cdot (AB)^2 \cdot \frac{90^\circ}{360} = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

$$S_{\text{xq nón}} = \pi \cdot AB \cdot r \quad (r \text{ là bán kính hình tròn đáy})$$

$$S_{\text{quạt}} = S_{\text{xq nón}} \Leftrightarrow \frac{\pi(AB)^2}{4} = \pi \cdot AB \cdot r$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{AB}{4} = \frac{3,6}{4} = 0,9 \text{ (dm).}$$

- b) Trên đường chéo AC vẽ đường tròn tâm I bán kính 0,9dm tiếp xúc với hình quạt tại H.

$$\text{Ta có: } CI = AC - AI = \sqrt{4,85^2 + 3,6^2} - (3,6 + 0,9) \approx 1,54 \text{ dm}$$

Từ I kẻ $IK \parallel AB$ ($K \in BC$), kẻ $IP \parallel AD$ ($P \in DC$).

$$\text{Ta có: } \frac{IK}{AB} = \frac{CI}{CA} \Rightarrow IK = \frac{CI \cdot AB}{CA} \approx \frac{1,54 \cdot 3,6}{\sqrt{4,85^2 + 3,6^2}} \approx 0,91 > 0,9$$

$$\text{Tương tự: } \frac{IP}{AD} = \frac{CI}{CA} \Rightarrow IP = \frac{CI \cdot AD}{CA} > IK > 0,9 \text{ (do } AD > AB \text{).}$$

Vậy sau khi cắt xong mặt xung quanh của hình nón, phần còn lại của tấm thiếc cắt được nguyên vẹn hình tròn đáy của nón.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. ĐÀ NẴNG

Bài 1.

$$\text{a) Ta có: } A = (\sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + 3\sqrt{5})\sqrt{5} = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5})\sqrt{5} = 10.$$

b) Ta có : $B = |\sqrt{3} - 1| - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -1$

(vì $\sqrt{3} > 1 \Rightarrow \sqrt{3} - 1 > 0 \Rightarrow |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$).

ài 2.

a) Đặt $t = x^2$; $t \geq 0$. Ta có phương trình : $t^2 - 13t - 30 = 0$

$a = 1$; $b = -13$; $c = -30 \Rightarrow \Delta = (-13)^2 - 4.1(-30) = 169 + 120 = 289 > 0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 17$. Phương trình có hai nghiệm :

$$u_1 = \frac{13 - 17}{2} = -2 \text{ (loại)}; \quad u_2 = \frac{13 + 17}{2} = 15 \text{ (nhận)}$$

Vậy $x^2 = 15 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{15}$.

b) Đặt $u = \frac{1}{x}$; $v = \frac{1}{y}$. Ta có hệ : $\begin{cases} 3u - v = 7 \\ 2u - v = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \\ 2u - v = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \\ v = -10 \end{cases}$

Từ đó, ta tìm được nghiệm của hệ : $(x; y) = \left(-1; -\frac{1}{10}\right)$.

ài 3.

a) Vẽ đồ thị ($\mathcal{P}$) : $y = 2x^2$ và (d) : $y = x + 3$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bảng một số giá trị :

x	-1	0	1
$y = 2x^2$	2	0	2

x	0	1
$y = x + 3$	3	4

Đồ thị (xem hình vẽ).

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của ($\mathcal{P}$) và (d) :

$$2x^2 = x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

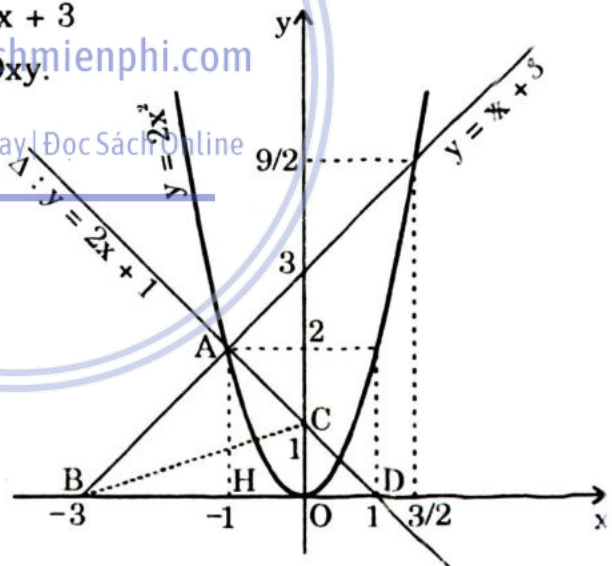
Với $x = -1 \Rightarrow y = 2$. Vậy $A(-1; 2)$.

Phương trình đường thẳng (Δ) qua A có hệ số góc bằng -1 :

$$y - 2 = (-1)(x + 1) \Leftrightarrow y = -x + 1.$$

c) Tọa độ giao điểm B của (d) và Ox là $B(-3; 0)$.

Tọa độ giao điểm C, D của (Δ) lần lượt với Oy, Ox là $C(0; 1)$, $D(1; 0)$.



Diện tích tam giác ABD : $S_1 = \frac{1}{2}AH.BD = \frac{1}{2}.2.4 = 4$ (dvd)

Diện tích tam giác CBD : $S' = \frac{1}{2}OC.BD = \frac{1}{2}.1.4 = 2$ (dvd)

Ta có : diện tích $\triangle ABC$ là S_2 và $S_2 = S_1 - S' = 4 - 2 = 2$ (dvd)

$$\Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}.$$

* *Cách khác* : Trên hình vẽ, ta thấy C là trung điểm AD $\Rightarrow AC = \frac{1}{2}AD$.

Hai tam giác ABC và ABD có chung đường cao hạ từ B đến (Δ)

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{AC}{AD} = \frac{1}{2}.$$

Bài 4.

a) Ta có : $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$ (góc giữa tiếp tuyến và một dây và góc nội tiếp cùng chắn BM).

b) Xét $\triangle INA$ và $\triangle INB$ có :

$\widehat{NIB}$ chung;

$\widehat{IAN} = \widehat{INB}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến một dây cùng chắn cung BN).

Do đó $\triangle INA \sim \triangle INB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{IN}{IB} = \frac{IA}{IN} \Rightarrow IN^2 = IA.IB$.

c) Xét $\triangle MBN$, ta có :

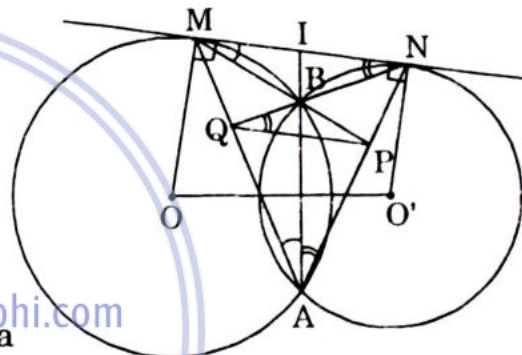
$$\widehat{BMN} + \widehat{BNM} + \widehat{MBN} = 180^\circ \text{ (tổng ba góc trong tam giác)}$$

mà $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$ (cmt), $\widehat{BNM} = \widehat{IAN}$ (cmt) và $\widehat{MBN} = \widehat{QBP}$ (đối đỉnh)

$$\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{BAN} + \widehat{QBP} = 180^\circ. \text{ Do đó tứ giác AQBP nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \widehat{BQP} = \widehat{BAP} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung BP) mà } \widehat{BAP} = \widehat{INB} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{INB} = \widehat{BQP} \Rightarrow PQ \parallel MN \text{ (cặp góc so le trong bằng nhau).}$$



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NAM

Bài 1.

a) Ta có : $A = 5 - 4 + 9 = 10$.

b) Ta có : $B = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -1$.

c) Ta có : $C = \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{x-2} = \frac{|x-2|}{x-2} = 1$ (vì $x > 2 \Rightarrow x-2 > 0 \Rightarrow |x-2| = x-2$)

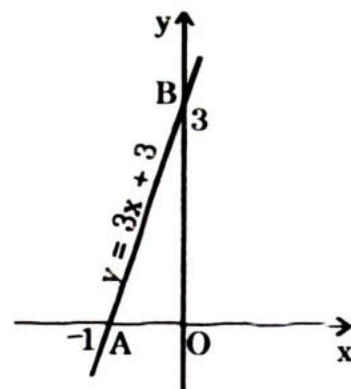
Bài 2.

- a) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x$ nên $a = 3$. Khi đó $y = 3x + 3$.

Bảng giá trị :

x	-1	0
$y = 3x + 3$	0	3

Đường thẳng (d) qua hai điểm $A(-1; 0)$ và $B(0; 3)$ (xem hình vẽ).



- b) Tọa độ giao điểm M của (d) và (d') thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} y = 3x + 3 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{Vậy } M(-1; 0).$$

Bài 3.

- a) Ta nhận thấy $a = 1$; $c = -4 \Rightarrow a$ và c trái dấu nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo hệ thức Viét, ta có : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -7$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -4$.

- b) Điều kiện : $x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$.

Quy đồng và khử mẫu, ta được :

$$2 = (1 + x)(x + 2) \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = -3 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

- c) Gọi x (cm) là độ dài cạnh góc vuông lớn, khi đó cạnh góc vuông ngắn hơn là $x - 7$ (cm). Điều kiện $x > 7$.

Theo định lý Pytago, ta có :

$$x^2 + (x - 7)^2 = 13^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 - 14x + 49 = 169 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$$

Giải phương trình bậc hai, ta được : $x_1 = 12$; $x_2 = -5$.

Vì $x > 7$ nên ta lấy $x = 12$.

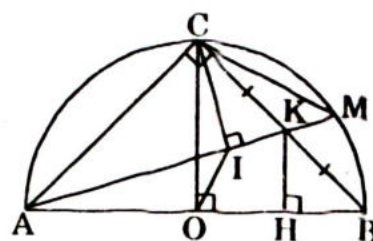
Trả lời : Độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác là 12 (cm) và 5 (cm).

Bài 4.

- a) Ta có : $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (AB là đường kính)

$$\widehat{AMC} = \frac{1}{2} \widehat{AOC} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

(số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung).



- b) Ta có : $\widehat{AOC} = \widehat{AIC} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow$ Tứ giác AOIC nội tiếp.

- c) Ta có $\triangle ACK$ vuông tại C có CI là đường cao nên

$$AC^2 = AI \cdot AK \quad (1) \quad (\text{hệ thức lượng}).$$

Tương tự $\triangle ACB$ vuông tại C có CO là đường cao : $AC^2 = AO \cdot AB$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AI \cdot AK = AO \cdot AB$.

d) Kẻ $KH \perp AB$. Ta có KH là đường trung bình của $\triangle COB$ (nếu K là trung điểm của BC) $\Rightarrow KH = \frac{1}{2}OC = \frac{R}{2}$ và H là trung điểm của OB

$$\text{hay } OH = HB = \frac{OB}{2} = \frac{R}{2} \Rightarrow AH = AO + OH = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$\triangle AHK \text{ vuông tại K} \Rightarrow \tan MAB = \frac{KH}{AH} = \frac{R}{2} : \frac{3R}{2} = \frac{1}{3}.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÌNH ĐỊNH

Bài 1.

a) $3(x - 1) = 2 + x \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$.

b) $x^2 + 5x - 6 = 0$. Vì $a + b + c = 1 + 5 - 6 = 0$ nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a} = -6$.

Bài 2.

a) Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 4(1 - m) \geq 0$

$$\Leftrightarrow -3 + 4m \geq 0 \Leftrightarrow 4m \geq 3 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}.$$

b) Hệ có nghiệm $(x; y) = (\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ nên ta có :

$$\begin{cases} \sqrt{2} \cdot a - 2\sqrt{2} = 2 \\ \sqrt{2} \cdot b + \sqrt{2}a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} + 2 \\ b = \sqrt{2} - 2. \end{cases}$$

Bài 3. Gọi x (xe) là số xe lúc đầu của công ti ($x > 0$).

Mỗi xe theo dự định phải chở $\frac{90}{x}$ (tấn).

Vì hai xe bị hỏng nên thực tế chỉ còn $x - 2$ (xe), $x > 2$ nên lúc này mỗi xe phải chở $\frac{90}{x - 2}$ (tấn).

Theo bài ra ta có phương trình :

$$\frac{90}{x - 2} - \frac{90}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 180x - 180(x - 2) = x(x - 2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 360 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (nhận)} \\ x = -18 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Trả lời : Số xe được điều đến là 20 (xe).

Bài 4.

a) Ta có : $\widehat{BB'C} = \widehat{BC'C} = 90^\circ$ (gt)
nên tứ giác $BC'B'C$ nội tiếp.

b) Tứ giác $BC'B'C$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AC'M}$

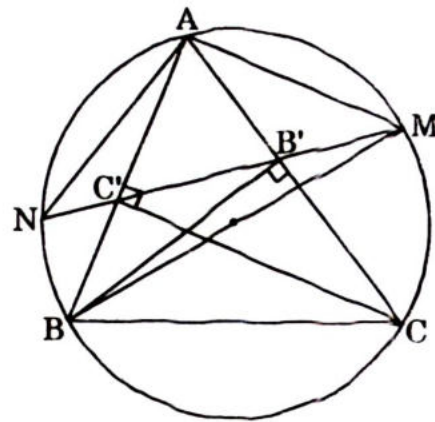
$$\text{mà } \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \text{sd}(\widehat{BN} + \widehat{NA})$$

$$\widehat{AC'M} = \frac{1}{2} \text{sd}(\widehat{BN} + \widehat{MA}) \text{ (góc có đỉnh}$$

bên trong đường tròn) $\Rightarrow \widehat{NA} = \widehat{MA} \Rightarrow NA = MA$.

c) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle AMC'$ có $\widehat{BAM}$ chung, $\widehat{AMB} = \widehat{ACB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB), $\widehat{ACB} = \widehat{AC'M}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AC'M}$.

$$\text{Vậy } \triangle ABM \sim \triangle AMC' \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AM}{AC'} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AM^2 = AC' \cdot AB.$$



Bài 5. Ta có : $(b - c)^2 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 \geq 2bc - c^2$ (1)

Mặt khác phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$

$$\Leftrightarrow b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4ac \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 2bc - c^2 < 4ac \Rightarrow 2b - c < 4a \Rightarrow a + b + c > 3b - 3a$$

$$\Rightarrow a + b + c > 3(b - a)$$

$$\Rightarrow \frac{a + b + c}{b - a} > 3 \text{ (vì } 0 < a < b \Rightarrow b - a > 0).$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH KHÁNH HÒA

Bài 1.

$$1. \text{ Ta có : } A = \sqrt{100} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 10.$$

$$2. \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1. \end{cases}$$

$$3. \text{ Đặt } t = x^2; t \geq 0. \text{ Ta có phương trình : } t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$a = 1; b = -5; c = 4 \text{ vì } a + b + c = 1 - 5 + 4 = 0 \Rightarrow t_1 = 1; t_2 = 4$$

$$\bullet t = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\bullet t = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Phương trình đã cho có bốn nghiệm : $x = \pm 1; \pm 2$.

$$\text{Bài 2. Ta có : } a = 1; b = -2(m + 1) \Rightarrow b' = -(m + 1); c = m^2 - 1$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = (m + 1)^2 - 1(m^2 - 1) = m^2 + 2m + 1 - m^2 + 1 = 2m + 2$$

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m + 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1.$$

Theo hệ thức Viét ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

Khi đó : $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow 2m + 2 + m^2 - 1 = 1$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \text{ (loại)} \\ m = 0 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

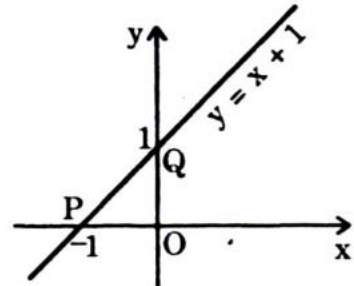
Vậy $m = 0$.

Bài 3.

1. Khi $m = 1$, ta có $(d_1) : y = x + 1$

Bảng một số giá trị :

x	-1	0
$y = x + 1$	0	1



Đồ thị hàm số $y = x + 1$ là đường thẳng qua hai điểm $P(-1; 0)$, $Q(0; 1)$.

2. Giả sử $A(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà họ đường thẳng (d_m) luôn đi qua khi m thay đổi.

Ta có : $y_0 = mx_0 - m + 2, \forall m \Leftrightarrow (x_0 - 1)m + 2 - y_0 = 0, \forall m$.

Phương trình (ẩn m) có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 0 \\ 2 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 2 \end{cases}$

Vậy họ đường thẳng (d_m) luôn đi qua điểm $A(1; 2)$ cố định.

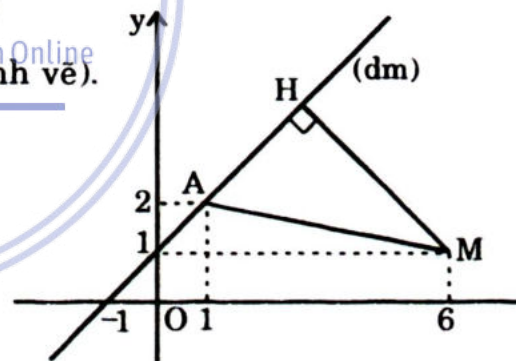
Ta có : $AM = \sqrt{(6-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{26}$

Từ M kẻ $MH \perp (d_m); H \in (d_m)$ (xem hình vẽ).

Ta luôn có $MH \leq AM = \sqrt{26}$

Vậy MH lớn nhất $\Leftrightarrow H$ trùng M .

Khoảng cách lớn nhất từ M đến (d_m) bằng $\sqrt{26}$ (đvdd).



Bài 4.

- Ta có : $\widehat{BHD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$ (gt). Do đó tứ giác BHCD nội tiếp.
- Xét tam giác BKD có $DH \perp BK$ (gt), $BC \perp DK$ (gt) mà DH cắt BC tại M nên M là trực tâm $\Rightarrow KM$ là đường cao thứ ba nên $KM \perp DB$.
- Ta có tứ giác BHCD nội tiếp (cmt)

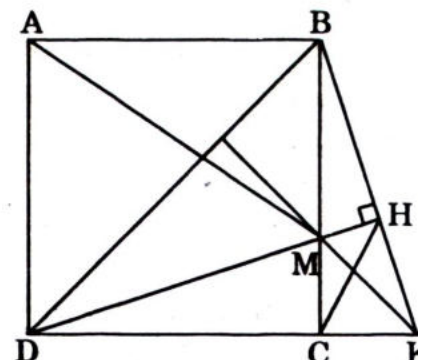
$$\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{CHK}.$$

Xét $\triangle KHC$ và $\triangle KDB$ có :

$$\widehat{BKD} \text{ chung và } \widehat{BDC} = \widehat{CHK} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle KHC \sim \triangle KDB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{KC}{KB} = \frac{KH}{KD} \Rightarrow KC \cdot KD = KH \cdot KB.$$



$$\begin{aligned}
 4. \text{ Ta có : } S_{ABM} + S_{DCM} &= \frac{1}{2}AB.BM + \frac{1}{2}DC.CM \\
 &= \frac{1}{2}a.BM + \frac{1}{2}a.CM = \frac{1}{2}a(BM + CM) \\
 &= \frac{1}{2}a.BC = \frac{1}{2}a^2 \text{ (không đổi).}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có : } S_{ABM}^2 + S_{DCM}^2 &= \left(\frac{1}{2}a.BM\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a.CM\right)^2 = \frac{1}{4}a^2BM^2 + \frac{1}{4}a^2CM^2 \\
 &= \frac{a^2}{4}(BM^2 + CM^2) = \frac{a^2}{4}[BM^2 + (a - BM)^2] \\
 &= \frac{a^2}{4}(2BM^2 - 2BM.a + a^2) \\
 &= \frac{2a^2}{4}\left[BM^2 - BM.a + \frac{a^2}{2}\right] \\
 &= \frac{a^2}{2}\left[BM^2 - 2BM.\frac{a}{2} + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}\right] \\
 &= \frac{a^2}{2}\left[\left(BM - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}\right] \\
 &= \frac{a^2}{2}\left(BM - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^4}{8} \geq \frac{a^4}{8} \text{ vì } \left(BM - \frac{a}{2}\right)^2 \geq 0.
 \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow BM - \frac{a}{2} = 0 \Leftrightarrow BM = \frac{a}{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $S_{ABM}^2 + S_{DCM}^2$ bằng $\frac{a^4}{8} \Leftrightarrow BM = \frac{a}{2}$ hay M là trung điểm của BC.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÌNH THUẬN

Bài 1. Ta có : $A = (28\sqrt{3} - 9\sqrt{3} - 4\sqrt{3}) : 5 = 15\sqrt{3} : 5 = 3\sqrt{3}$.

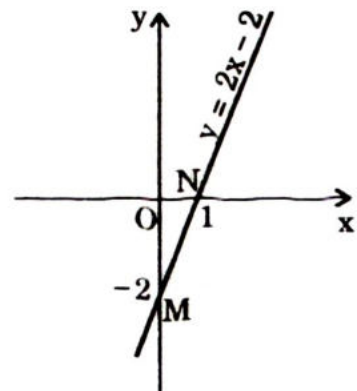
Bài 2.

a) Đồ thị hàm số $y = ax - 2$ ($a \neq 0$) qua $A(3; 4)$
 $\Rightarrow 3a - 2 = 4 \Rightarrow a = 2$ (nhận).

b) Bảng giá trị :

x	0	1
$y = 2x - 2$	-2	0

Đồ thị hàm số $y = 2x - 2$ là đường thẳng qua hai điểm $M(0; -2)$ và $N(1; 0)$ (xem hình vẽ).



Bài 3.

1. Ta có : $a = 1; b = -4 \Rightarrow b' = -2; c = 2$.

Ta có : $\Delta' = b'^2 - ac = (-2)^2 - 1.2 = 2 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 2 + \sqrt{2}; x_2 = 2 - \sqrt{2}$.

2. Đặt $t = x^2; t \geq 0$. Ta có phương trình : $4t^2 + t - 5 = 0$

Ta thấy : $a + b + c = 4 + 1 - 5 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm :

$$t_1 = 1; t_2 = -\frac{5}{4}. \text{ Vì } t \geq 0 \text{ nên ta lấy } t = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

3. Điều kiện : $\begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$

Quy đồng và khử mẫu, ta được :

$$3(x + 1) + 3(x - 1) = 4(x^2 - 1) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

Ta có : $a = 2; b = -3; c = -2 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4.2.(-2) = 25 > 0$.

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 2$ (nhận); $x_2 = -\frac{1}{2}$ (nhận).

Bài 4.

1. Ta có : $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \widehat{SAO} + \widehat{SBO} = 180^\circ.$$

Do đó tứ giác SAOB nội tiếp.

2.a) Xét tam giác vuông SAO :

$$SA^2 = SO^2 - AO^2 \text{ (định lý Pytago)}$$

$$= (3R)^2 - R^2 = 8R^2$$

$$\Rightarrow SA = 2\sqrt{2}R$$

$$\text{Vậy } S_{SAO} = \frac{1}{2}SA \cdot AO = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}R \cdot R = \sqrt{2}R^2$$

$$\text{Mặt khác } \triangle SAO = \triangle SBO \text{ (c.c.c)} \Rightarrow S_{SAO} = S_{SBO}$$

$$\text{Do đó : } S_{SAOB} = S_{SAO} + S_{SBO} = 2S_{SAO} = 2\sqrt{2}R^2.$$

b) Ta có : $SA = SB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OA = OB (= R)$$

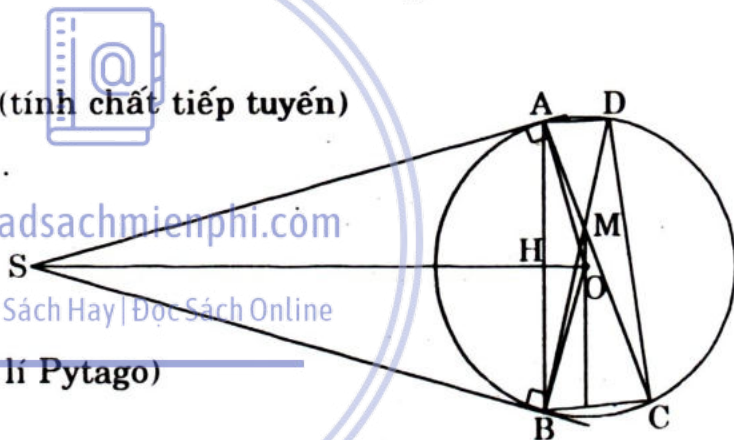
Do đó SO là đường trung trực của đoạn AB $\Rightarrow SO \perp AB$ tại H.

$\triangle SAO$ vuông có AH là đường cao theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có :

$$SO \cdot AH = SA \cdot OA \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot OA}{SO} = \frac{2\sqrt{2}R \cdot R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}R}{3}.$$

3. Ta có : $AD \parallel BC$ (gt) nên ABCD là hình thang nội tiếp đường tròn (O).

Do đó ABCD là hình thang cân và $\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{DBC}$ (hai góc nội



tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau) hay $\triangle MBC$ cân tại $M \Rightarrow MB = MC$.
Lại có $OB = OC (= R)$ nên MO là đường trung trực của đoạn BC hay $MO \perp BC$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH ĐẮKLẮK

Bài 1.

$$1. \text{ Ta có : } 2x^2 + \sqrt{3}x = x^2 + 2\sqrt{3}x \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{3}x = 0 \Leftrightarrow x(x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - \sqrt{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = 0$; $x_2 = \sqrt{3}$.

2. Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2; 8)$ và $B(3; 2)$ nên ta có hệ :

$$\begin{cases} 2a + b = 8 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ 2(-6) + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 20. \end{cases}$$

Bài 2.

1.a) Ta có : $A = 2 - 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 5$.

b) Với $x \geq 0$; $x \neq 1$. Ta có :

$$B = \frac{2 - \sqrt{x}(1 - \sqrt{x})}{1 - \sqrt{x}} : \frac{1 - \sqrt{x} + 2\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})} = \frac{x - \sqrt{x} + 2}{1 - \sqrt{x}} \cdot \frac{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}{1 + \sqrt{x}}$$

$$= x - \sqrt{x} + 2.$$

2. Ta có : $B = 5 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} + 2 = 5 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 3 = 0$

Đặt $t = \sqrt{x}$; $t \geq 0$ và $t \neq 1$ (vì $x \geq 0$; $x \neq 1$) $\Rightarrow t^2 = x$

Ta có phương trình : $t^2 - t - 3 = 0$ (*); $\Delta = 13 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{13}$

Vậy : (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \text{ (nhận)} \\ t = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$

Ta có : $\sqrt{x} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow x = \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}.$

Bài 3.

1. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m + 1)^2 - 4\left(m^2 + \frac{1}{2}\right) > 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

2. Với $m > \frac{1}{4}$ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Theo hệ thức Viét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = m^2 + \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } M &= (x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = m^2 + \frac{1}{2} - (2m + 1) + 1 \\ &= m^2 - 2m + \frac{1}{2} = (m^2 - 2m + 1) + \frac{1}{2} - 1 = (m - 1)^2 - \frac{1}{2} \geq -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng $-\frac{1}{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa điều kiện $m > \frac{1}{4}$).

Bài 4.

1. Ta có M là điểm chính giữa của cung AB

$\Rightarrow OM \perp AB$ tại O hay $\widehat{COB} = 90^\circ$.

Lại có $\widehat{APB} = 90^\circ$ (AB là đường kính)

$\Rightarrow \widehat{COB} + \widehat{APB} = 180^\circ$.

Do đó tứ giác $OBPC$ nội tiếp.

2. Dễ thấy hai tam giác vuông BDO và CAO có :

$\widehat{D} = \widehat{A}_1$ (cùng phụ với góc B)

$\Rightarrow \triangle BDO \sim \triangle CAO$ (g.g).

3. Ta có $\widehat{B} = \widehat{API}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến một dây cùng chắn cung AP), mà $\widehat{B} = \widehat{C}_1$ (do $\triangle BDO$ và $\triangle CAO$ đồng dạng (cmt))

$\Rightarrow \widehat{API} = \widehat{C}_1$ mà $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{CPI}$ hay $\triangle CIP$ cân tại $I \Rightarrow IP = IC$ (1)

Lại có $\widehat{API} + \widehat{IPD} = 90^\circ$ (do $\widehat{APB} = 90^\circ$), $\widehat{D} + \widehat{B} = 90^\circ$ (do $\widehat{DOB} = 90^\circ$)

mà $\widehat{API} = \widehat{B}$ (cmt)

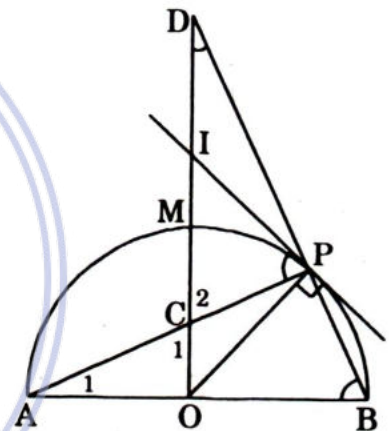
$\Rightarrow \widehat{IPD} = \widehat{D}$ hay $\triangle PID$ cân tại $I \Rightarrow IP = ID$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow IC = ID$ hay I là trung điểm đoạn CD .

Bài 5. Xét hệ số của x^2 : $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

$$\bullet \text{ Nếu } a^4 - b^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 0 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ a = \pm b \end{cases}$$

+ Nếu $a = b = 0$. Ta có phương trình: $0x = 0$. Phương trình có vô số nghiệm.



+ Nếu $a = b$. Ta có phương trình : $0x = 0$. Phương trình có vô số nghiệm.

+ Nếu $a = -b$. Ta có phương trình : $4a^6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ($a \neq 0$)
($a = 0$ đã xét ở trên).

- Nếu $a^4 - b^4 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq b \neq 0$

Ta có : $\Delta = a^6b^4(b - a)^2 > 0$. Vậy phương trình luôn có nghiệm.

- Kết luận : Phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi a, b .

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH LÂM ĐỒNG

Bài 1. $\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \frac{2}{5}\sqrt{75} = \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \frac{2}{5} \cdot 5\sqrt{3} = \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}.$

Bài 2.
$$\begin{cases} x - 3y = -5 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6y = -10 \\ 2x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ x - 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm $(x; y) = (-2; 1)$.

Bài 3. Đồ thị hàm số $y = 2x + m - 4$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2, đó là điểm $A(0; 2)$.

Vậy : $2 = 2 \cdot 0 + m - 4 \Rightarrow m = 6$.

Bài 4.

a) Ta có I là trung điểm của dây MN (gt)

$\Rightarrow OI \perp MN$ (định lí đường kính dây cung)

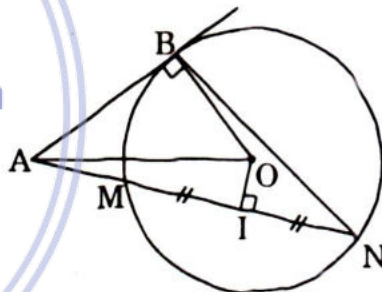
hay $\widehat{AIO} = 90^\circ$.

Lại có $\widehat{ABO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{AIO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Do đó tứ giác $ABOI$ nội tiếp.

b) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle ABN$ có $\widehat{BAM}$ chung, $\widehat{ABM} = \widehat{ANB}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn một cung BM)

$\Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle ABN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN$.



Bài 5.

a) Vẽ đồ thị ($\mathcal{P}$) của hàm số $y = x^2$.

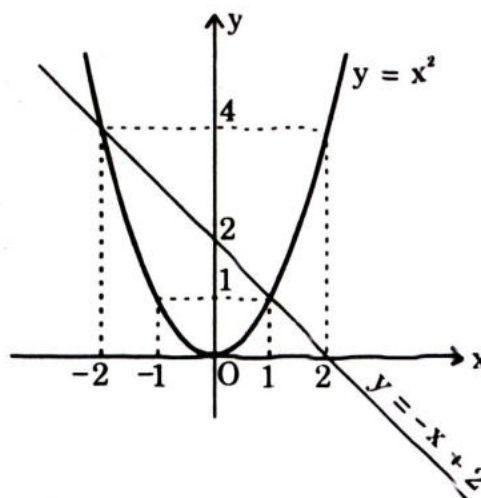
Bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị là một parabol.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của ($\mathcal{P}$) và (d) :

$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$



Vì $a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$ nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = -2$

- Nếu $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1$, tọa độ giao điểm $M_1(1; 1)$.
- Nếu $x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = 4$, tọa độ giao điểm $M_2(-2; 4)$.

Bài 6. Thể tích hình cầu : $V = \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow 288\pi = \frac{4\pi R^3}{3} \Leftrightarrow 72.3 = R^3$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ (cm)}$$

Vậy diện tích mặt cầu là : $S = 4\pi R^2 = 4.\pi.6^2 = 144\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Bài 7. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, ta có :

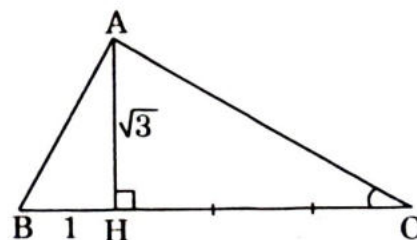
$$AH^2 = BH.CH,$$

trong đó $AH = \sqrt{3} \text{ (cm)}$, $BH = 1 \text{ (cm)}$

$$\Rightarrow (\sqrt{3})^2 = 1.CH \Rightarrow CH = 3 \text{ (cm)}$$

Trong tam giác vuông AHC, ta có :

$$\tan \hat{C} = \frac{AH}{CH} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ.$$



Bài 8. Gọi $x \text{ (cm)}$ là độ dài một cạnh góc vuông ($x > 0$), độ dài cạnh góc vuông dài hơn sẽ là $x + 14 \text{ (cm)}$.

Theo định lý Pytago, ta có phương trình :

$$x^2 + (x + 14)^2 = 26^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 28x + 196 = 676 \Leftrightarrow x^2 + 14x - 240 = 0$$

$$\text{Ta có : } \Delta' = 7^2 + 240 = 289 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 17$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = -7 - 17 = -24 \text{ (loại)}$

$$x_2 = -7 + 17 = 10 \text{ (nhận)}$$

Trả lời : Độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông là 10 (cm) và 24 (cm).

Bài 9. Ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1^2 - x_2^2 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = -12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 - x_2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 = 4 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Vậy x_1, x_2 là nghiệm phương trình :

$$(x - 2)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0.$$

* Cách khác : Theo trên : $x_1 = 2$; $x_2 = 4 \Rightarrow x_1 x_2 = 8 = P$; $x_1 + x_2 = 6$

Theo định lý Viét x_1, x_2 là nghiệm phương trình : $x^2 - 6x + 8 = 0$.

Bài 10.

a) Khi $m = 3$, phương trình (*) trở thành :

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

b) Xét $\Delta = (m - 1)^2 - 4(m - 3) = m^2 - 2m + 1 - 4m + 12$
 $= m^2 - 6m + 13 = m^2 - 6m + 9 + 4 = (m - 3)^2 + 4 \geq 4 > 0, \forall m$
 vì $(m - 3)^2 \geq 0, \forall m$.

Vậy phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Bài 11. Ta có : $(1 - \sqrt{3})\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{2(2 + \sqrt{3})}}{\sqrt{2}} = \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}$
 $= \frac{(1 - \sqrt{3})\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}{\sqrt{2}} = \frac{1 - 3}{\sqrt{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}.$

Bài 12. Kẻ đường kính BB' của đường tròn (O) , ta có $B'A \perp BA$ (BB' là đường kính).

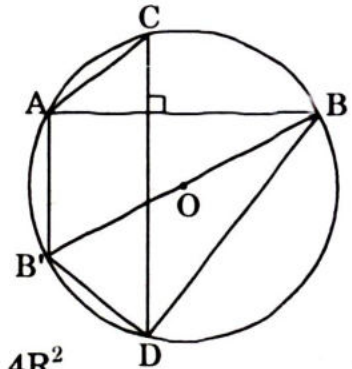
Lại có $CD \perp BA$ (gt) $\Rightarrow B'A \parallel CD$ hay $AB'DC$ là hình thang.

Mặt khác $AB'DC$ nội tiếp trong đường tròn (O) nên $AB'DC$ là hình thang cân $\Rightarrow AC = B'D$.

Ta có $\triangle BDB'$ vuông tại D (BB' là đường kính).

Theo định lý Pytago : $B'D^2 + BD^2 = B'B^2 = (2R)^2 = 4R^2$

Thay $B'D = AC$ ta có : $AC^2 + BD^2 = 4R^2$ (đpcm).



ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP VÀO 10 THPT TỈNH BÌNH DƯƠNG

Bài 1. Ta có : $M = \sqrt{(4x + 1)^2} = |4x + 1|$

Với $x = 2$, ta có : $M = |4 \cdot 2 + 1| = |9| = 9.$

Bài 2.

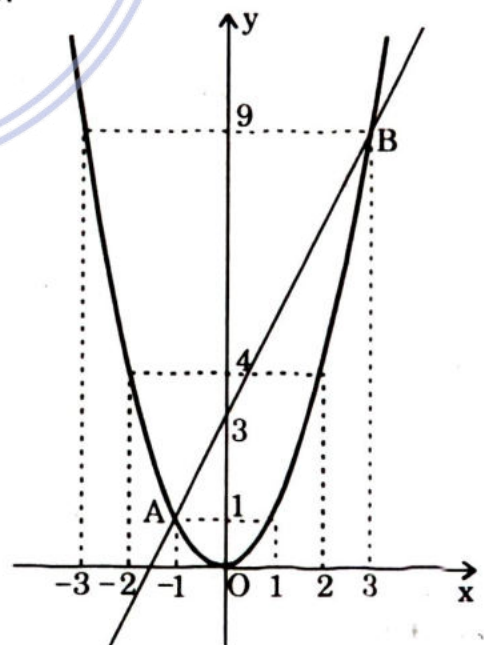
- Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$ (P) và $y = 2x + 3$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	1
$y = 2x + 3$	3	5

Đồ thị hàm số $y = x^2$ là một parabol, đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ là một đường thẳng qua hai điểm $(0; 3)$ và $(1; 5)$.



- Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (vì } a - b + c = 0) \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\bullet \quad x = -1 \Rightarrow y = 1$$

$$\bullet \quad x = 3 \Rightarrow y = 9$$

Vậy (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm A(-1; 1) và B(3; 9).

Bài 3.

1. $x^2 + 5x + 6 = 0$. Ta có : $a = 1; b = 5; c = 6$

$$\Rightarrow \Delta = 5^2 - 4.1.6 = 25 - 24 = 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = \frac{-5+1}{2} = -2; x_2 = \frac{-5-1}{2} = -3$.

2. Ta có : $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 6y = -8 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y = -1 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$

Hệ có nghiệm $(x; y) = (1; 1)$.

Bài 4. Gọi x (km/h) là vận tốc dự định ($x > 0$). Thời gian dự định là $\frac{90}{x}$ (h).

Vận tốc thực tế là $x + 10$ (km/h) nên thời gian đi từ A đến B lúc này là $\frac{90}{x+10}$ (h). Về đến trước giờ dự định 45 phút = $\frac{3}{4}$ (h), ta có phương trình :

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+10} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{30}{x} - \frac{30}{x+10} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 120(x+10) - 120x = x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0 \quad (*)$$

$a = 1; b = 10 \Rightarrow b' = 5; c = -1200$. Ta có :

$$\Delta' = 25 + 1200 = 1225 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 35$$

Vậy $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 + 35 \\ x = -5 - 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \text{ (nhận)} \\ x = -40 \text{ (loại)} \end{cases}$

Trả lời : Vận tốc dự định là 30 (km/h).

2. Ta có : $a = 1; b = -2(2m - 1) \Rightarrow b' = -2m + 1; c = 4m - 8$

$$\Rightarrow \Delta' = (-2m + 1)^2 - (4m - 8) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 8$$

$$= 4m^2 - 8m + 9 = 4(m^2 - 2m + 1) + 5$$

$$= 4(m - 1)^2 + 5 \geq 5 > 0, \forall m \text{ vì } (m - 1)^2 \geq 0, \forall m.$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, với mọi m .

Thay $x = 1$ vào phương trình, ta được :

$$1 - 2(2m - 1)1 + 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow 1 - 4m + 2 + 4m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5 = 0 \text{ (vô lí)}$$

Vậy $x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình.

Kết luận : Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt và khác 1 với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Bài 5.

1. Ta có : $\widehat{BMD} = 90^\circ$ (BD là đường kính), $BD \perp AC$ (tính chất đường chéo hình vuông) hay $\widehat{BOC} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{BMD} + \widehat{BOC} = 180^\circ.$$

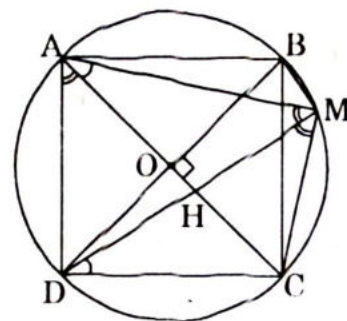
Do đó tứ giác MBOH nội tiếp.

Xét $\triangle DOH$ và $\triangle DMB$ có :

$$\widehat{BDM} \text{ chung và } \widehat{DOH} = \widehat{DMB} = 90^\circ \text{ (cmt)}$$

$$\text{Do đó } \triangle DOH \sim \triangle DMB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{DH}{DB} = \frac{DO}{DM}$$

$$\Rightarrow DH \cdot DM = DB \cdot DO = 2R \cdot R = 2R^2.$$



2. Xét $\triangle MDC$ và $\triangle MHA$ có $\widehat{DMC} = \widehat{AMH}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau $\widehat{DC} = \widehat{AD}$), $\widehat{MDC} = \widehat{MAH}$ (góc nội tiếp chắn cung MC).

Do đó $\triangle MDC \sim \triangle MAH$ (g.g).

3. Ta có $\triangle MDC = \triangle MAH \Rightarrow MD = MA$ hay $\triangle MAD$ cân tại M

$$\Rightarrow \widehat{MAD} = \widehat{MDA} \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MDC} \text{ (cùng phụ với hai góc bằng nhau)}$$

$$\Rightarrow MB = MC \text{ hay M là điểm chính giữa của cung BC.}$$

Vậy M' là điểm chính giữa của cung BC.

$\triangle M'DC = \triangle M'AH' \Rightarrow M'C = M'H'$ hay $\triangle M'HC$ cân tại M'. Do đó M'I là đường cao đồng thời cũng là đường trung tuyến $\Rightarrow H'I = CI$.

Vậy I là trung điểm của H'C.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÀ RỊA - VŨNG TÀU**Bài 1.**

1. $2x^2 + 3x - 5 = 0$. Ta thấy $a + b + c = 2 + 3 - 5 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{5}{2}$.

$$2. \text{ Ta có : } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

$$3. \text{ Ta có : } M = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 16} - 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 25} + \sqrt{\frac{22}{11}} = \sqrt{2} - 10\sqrt{2} + \sqrt{2} = -8\sqrt{2}.$$

Bài 2. Xét phương trình : $x^2 - mx - 2 = 0$.

1. Vì $a = 1 > 0$; $c = -2 < 0 \Rightarrow a$ và c trái dấu nên phương trình luôn có hai nghiệm (trái dấu), $\forall m$; tức là luôn có hai nghiệm phân biệt. (Bạn có thể tính $\Delta = (-m)^2 - 4 \cdot (-2) = m^2 + 8 > 0, \forall m$).
2. Theo trên, phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2, \forall m$.
Theo hệ thức Viét, ta có : $x_1 + x_2 = m$; $x_1 x_2 = -2$.

$$\text{Vậy } x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 14 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = 14$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 10 = 14 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

Bài 3. Gọi x (km/h) là vận tốc của canô lúc nước yên lặng. Điều kiện $x > 4$.
Do đó vận tốc của canô khi xuôi dòng là $x + 4$ (km/h); vận tốc của canô khi ngược dòng là $x - 4$ (km/h). Thời gian cả đi và về hết 4 giờ, nên ta có phương trình :

$$\frac{30}{x+4} + \frac{30}{x-4} = 4 \Leftrightarrow 30(x-4) + 30(x+4) = 4(x^2 - 16)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 30x - 32 = 0$$

Vì $a - b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm : $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{c}{a} = 16$

Vì $x > 4$, ta lấy $x_2 = 16$.

Đáp số : Vận tốc của canô lúc nước yên lặng là 16 (km/h).

Bài 4.

1. Ta có : $\widehat{MDC} = 90^\circ$ (MC là đường kính)

$$\Rightarrow \widehat{MDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ.$$

Do đó tứ giác ABCD nội tiếp.

2. Tứ giác ABCD nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACD} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AD),}$$

$$\text{mà } \widehat{ACD} = \widehat{MED} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung MD)} \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{MED}$$

3. Ta có : $\widehat{MDC} = 90^\circ$ (MC là đường kính) $\Rightarrow \widehat{KDC} = 90^\circ$.

$$\text{Tương tự } \widehat{MNC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{KNH} = 90^\circ. \text{ Do đó } \widehat{KDC} + \widehat{KNH} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác KDHN nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{KDN} = \widehat{KHN} \text{ (góc nội tiếp chắn cung KN).}$$

$$\text{Lại có : } \widehat{KDN} = \widehat{ADB} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACB} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{MNE} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung ME)}$$

$$\text{Do đó : } \widehat{KHN} = \widehat{MNE} \Rightarrow HK \parallel NE \text{ (cặp góc so le trong bằng nhau).}$$

Bài 5. Đặt $u = \sqrt{x-1}$; $u \geq 0$ (khi $x \geq 1$) $\Rightarrow x = u^2 + 1$.

$$\text{Ta có : } y = \frac{u^2 + 3u + 2}{u^2 + 4u + 3} \Leftrightarrow y = \frac{(u+1)(u+2)}{(u+1)(u+3)} \Leftrightarrow y = \frac{u+2}{u+3}$$

$$\Leftrightarrow y = 1 - \frac{1}{u+3}$$

y đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \frac{1}{u+3}$ đạt giá trị lớn nhất

$\Leftrightarrow u+3$ đạt giá trị nhỏ nhất

Vì $u \geq 0 \Rightarrow u+3 \geq 3$. Vậy $\min y = \frac{2}{3}$ (khi $u = 0 \Leftrightarrow x = 1$).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH ĐỒNG THÁP

Bài 1.

a) $A = (2\sqrt{3} - \sqrt{6} + \sqrt{3})\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 6 - 3\sqrt{2} + 3 + 3\sqrt{2} = 9$.

$B = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y \quad (x \geq 0; y \geq 0)$.

b) $C = \frac{\sqrt{x} - 2 + \sqrt{x} + 2}{x - 4} \cdot \frac{x - 4}{\sqrt{x}} \quad (x > 0; x \neq 4) \Leftrightarrow C = 2$.

Vậy giá trị của C không phụ thuộc vào x .

Bài 2.

a) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

Hệ có nghiệm : $(x; y) = (1; -2)$.

b) Nghiệm $(x; y) = (1; -2)$ là nghiệm của phương trình :

$mx - 2y = 3m + 8 \Leftrightarrow m \cdot 1 - 2(-2) = 3m + 8$

$\Leftrightarrow 2m = -4 \Leftrightarrow m = -2$.

Bài 3.

a) Ta có : $\Delta' = m^2 + 3 > 0, \forall m$ vì $m^2 \geq 0, \forall m$.

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1), theo hệ thức Viét, ta có :

$x_1 + x_2 = 2m; \quad x_1 x_2 = -3$.

c) Theo trên : $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1 x_2 = -3$

Với $m = -1 \Rightarrow x_1 + x_2 = -2$.

Vậy $D = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4 - 2(-3) = 10$.

Bài 4.

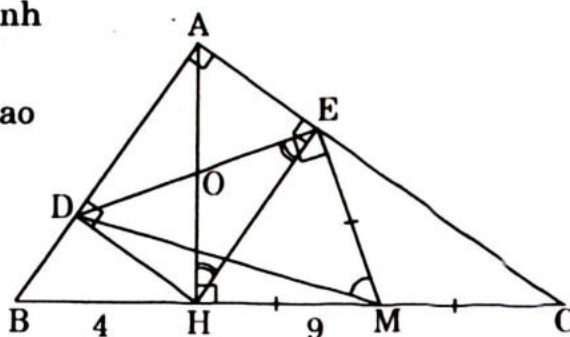
a) Tứ giác ADHE là hình chữ nhật (có 3 góc vuông).

b) Ta có : $DE = AH$ (hai đường chéo hình chữ nhật).

Xét tam giác vuông ABC có đường cao AH, ta có :

$AH^2 = HB \cdot HC$ (hệ thức lượng)
 $= 4 \cdot 9 = 36$

$\Rightarrow DE = AH = \sqrt{36} = 6\text{cm}$.



- c) Gọi O là giao điểm hai đường chéo AH và DE của hình chữ nhật ADHE ta có : $\widehat{OH} = \widehat{OE} \Rightarrow \triangle OHE$ cân $\Rightarrow \widehat{OHE} = \widehat{OEH}$
 mà $\widehat{OHE} + \widehat{EHM} = 90^\circ$ và $\widehat{OEH} + \widehat{HEM} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{EHM} = \widehat{HEM}$ hay $\triangle MHE$ cân tại M $\Rightarrow MH = ME$.
 Mặt khác $\widehat{C} + \widehat{MHE} = 90^\circ$ ($\widehat{HEC} = 90^\circ$) và $\widehat{MEC} + \widehat{MEH} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{MEC}$ hay $\triangle MEC$ cân tại M $\Rightarrow ME = MC$.
 Do đó : $MH = ME = MC$ hay $ME = \frac{1}{2}HC = \frac{1}{2}.9 = \frac{9}{2}$
 $\triangle DEM$ vuông tại E (gt) : $DM^2 = DE^2 + ME^2$ (định lí Pytago)

$$= 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 56,25 \Rightarrow DM = 7,5\text{cm}$$

Vậy $\sin \widehat{DME} = \frac{DE}{DM} = \frac{6}{7,5} = 0,8$.

Bài 5.

- a) Ta có : $\widehat{SNC} = \widehat{SMC} = 90^\circ$ (gt)
 $\Rightarrow \widehat{SNC} + \widehat{SMC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Do đó tứ giác CMSN nội tiếp.

- b) Ta có : $\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = 90^\circ$ (gt)
 $\Rightarrow$ Tứ giác ABMN nội tiếp hay bốn điểm A, B, M, N cùng thuộc một đường tròn.

- c) (Xem hình vẽ bên)

Ta có hình tròn ngoại tiếp tứ giác ABMN có đường kính là AB và tâm I là trung điểm đoạn thẳng AB.

Xét tam giác cân ABC có AM là đường cao (gt) nên đồng thời là đường trung tuyến $\Rightarrow MB = MC = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6\text{cm}$.

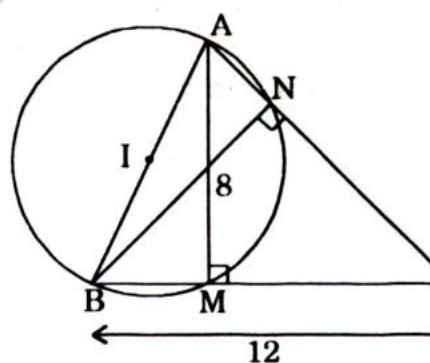
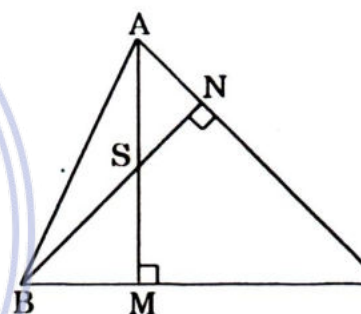
Xét tam giác vuông AMB ta có :

$$\begin{aligned} AB^2 &= AM^2 + BM^2 \text{ (định lí Pytago)} \\ &= 8^2 + 6^2 = 100 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AB = 10 \Rightarrow IA = IB = 5\text{cm}.$$

Gọi p là chu vi và S là diện tích hình tròn (I) ta có :

$$p = 2\pi R = 2\pi.5 = 10\pi \text{ (cm)} \quad \text{và} \quad S = \pi R^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH VĨNH LONG

Bài 1.

a) $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = x + 1 \Leftrightarrow 3x + 4x = 6(x + 1) \Leftrightarrow 7x = 6x + 6 \Leftrightarrow x = 6.$

b) $2x^2 - 9x + 7 = 0$. Vì $a + b + c = 2 - 9 + 7 = 0$ nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{7}{2}$.

c) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$. Đặt $t = x^2$; $t \geq 0$, ta có phương trình: $t^2 - 2t - 8 = 0$

$a = 1$; $b = -2 \Rightarrow b' = -1$; $c = -8 \Rightarrow \Delta' = 1 + 8 = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 3$

Phương trình có nghiệm: $t_1 = 1 + 3 = 4$ (nhận),

$t_2 = 1 - 3 = -2$ (loại)

Vậy $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bài 2.

a) Với $m = 1$. Ta có hệ:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -4 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (9; -4)$.

b) Cặp số $(-1; 2)$ là nghiệm nên ta có:

$$\begin{cases} m(-1) + 2 \cdot 2 = 1 \\ -1 + m \cdot 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 4 = 1 \\ 2m = 6 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

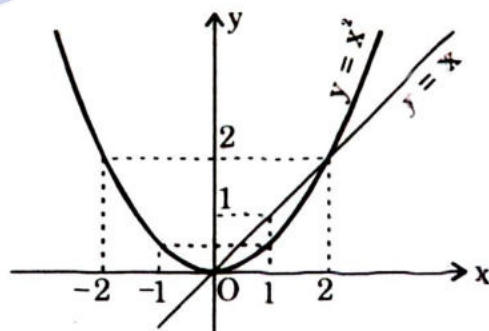
Bài 3.

a) Vẽ đồ thị các hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = x$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

x	0	1
$y = x$	0	1



Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là một parabol (P), đồ thị hàm số $y = x$ là đường thẳng (d) qua hai điểm $(0; 0)$ và $(1; 1)$ (xem hình vẽ).

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d):

$$\frac{1}{2}x^2 = x \Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0; \quad x = 2 \Rightarrow y = 2.$$

Tọa độ giao điểm của $(\mathcal{P})$ và (d) : $O(0; 0)$ và $A(2; 2)$.

lài 4. Ta có :

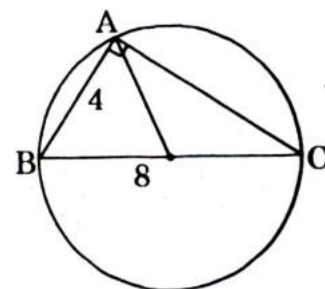
$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\sqrt{(8 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} \\ &= \sqrt{|8 + \sqrt{5}| - |\sqrt{5} - 1|} = \sqrt{(8 + \sqrt{5}) - (\sqrt{5} - 1)} \quad (\text{vì } 8 + \sqrt{5} > 0; \sqrt{5} - 1 > 0) \\ &= \sqrt{8 + \sqrt{5} - \sqrt{5} + 1} = \sqrt{9} = 3. \end{aligned}$$

lài 5. Ta có : $AC^2 = BC^2 - AB^2$ (định lí Pytago)

$$= 8^2 - 4^2 = 48$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$\triangle ABC$ vuông tại A có cạnh góc vuông $AB = 4$, cạnh huyền $BC = 8$ nên $\triangle ABC$ là nửa tam giác đều. Do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp là 4 và $\hat{B} = 60^\circ$.



lài 6.

a) Ta có $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OB = OC (= R)$$

Do đó OA là đường trung trực của BC

hay $OA \perp BC$. [Download Sách Hay | Đọc Sách Online](https://downloaadsachmienphi.com)

b) Ta có $\widehat{CBD} = 90^\circ$ (CD là đường kính)

$$\left. \begin{array}{l} \text{hay } DB \perp BC \\ \text{mà } OA \perp BC \text{ (cmt.)} \end{array} \right\} \Rightarrow BD \parallel OA.$$

c) Ta có $\triangle ABO$ vuông tại B (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow AB^2 = AO^2 - OB^2 = 5^2 - 3^2 \text{ (định lí Pytago)}$$

$$\Rightarrow AB^2 = 16 \Rightarrow AB = \sqrt{16} = 4$$

Gọi H là giao điểm của OA và BC ta có $\triangle ABO$ vuông có đường cao BH .

$$BO^2 = OA.OH \text{ (hệ thức lượng)}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{BO^2}{OA} = \frac{3^2}{5} = 1,8 \Rightarrow AH = AO - OH = 5 - 1,8 = 3,2$$

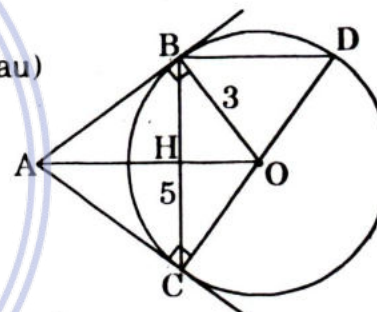
Ta lại có : $BH^2 = AH.OH = 3,2.1,8 = 5,76$ (hệ thức lượng)

$$\Rightarrow BH = 2,4$$

$$\Rightarrow BC = 2BH = 4,8$$

Gọi p_{ABC} là chu vi của $\triangle ABC$ ta có :

$$p_{ABC} = AB + AC + BC = 4 + 4 + 4,8 = 12,8 \text{ (dvd).}$$



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH AN GIANG**lời 1.**

1. $A = 13 + 7 - 6 - 5 = 9.$

2.a) $x^2 - 5x + 6 = 0. \quad \Delta = 25 - 24 = 1 > 0$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = \frac{5+1}{2} = 3; x_2 = \frac{5-1}{2} = 2.$

b) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Hệ có nghiệm : $(x; y) = (2; 1).$

lời 2.

1. Ta có : $\Delta = (m + 1)^2 - 4(m - 2) = m^2 + 2m + 1 - 4m + 8$
 $= m^2 - 2m + 1 + 8 = (m - 1)^2 + 8 \geq 8 > 0$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

2. Theo hệ thức Viét, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m - 1 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$

Cộng vế với vế hai đẳng thức trên, ta được : $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = -3.$

Đó chính là một hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 độc lập với m .

lời 3.

1. Phương trình đường thẳng qua hai điểm A, B có dạng : $y = ax + b \quad (*)$

Tọa độ A, B thỏa phương trình (*), ta có hệ :

$$\begin{cases} 4 = a + b \\ 2 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 6 \\ a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng AB là : $y = x + 3.$

Thay tọa độ C(2; 5) vào phương trình trên, ta được : $5 = 2 + 3$ (đúng).

Vậy C nằm trên đường thẳng AB hay A, B, C thẳng hàng.

2. Xét phương trình hoành độ điểm chung (nếu có) của (P) và (d) :

$$mx^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow mx^2 - 2x - 1 = 0 \quad (*)$$

(P) và (d) tiếp xúc nhau khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

Với $m = -1$, phương trình (*) trở thành :

$$\begin{aligned} -x^2 - 2x - 1 = 0 &\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \end{aligned}$$

Khi $x = -1 \Rightarrow y = -1$. Tọa độ tiếp điểm : $(-1; -1).$

Bài 4.

1. Ta có : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ($6^2 + 8^2 = 10^2$).

Theo định lí Pytago đảo $\triangle ABC$ vuông tại A.

2. Ta có : $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = 0,8 \Rightarrow \hat{B} \approx 53^\circ 8'$

Ta có $\triangle AHB$ vuông tại H (gt)

$$\Rightarrow AH = AB \cdot \sin B \approx 6 \cdot \sin 53^\circ 8' \approx 4,8 \text{ cm.}$$

* Cách khác : $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH, ta có :

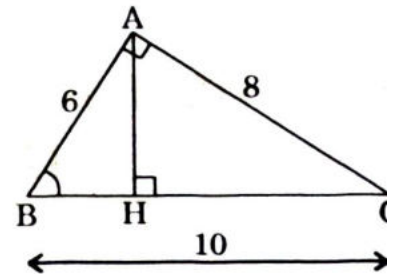
$$AB^2 = BH \cdot BC \text{ (hệ thức lượng)}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = 3,6 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow HC = BC - BH = 10 - 3,6 = 6,4 \text{ cm.}$$

Lại có : $AH^2 = HB \cdot HC$ (hệ thức lượng)

$$\Rightarrow AH^2 = 3,6 \cdot 6,4 = 23,04 \Rightarrow AH = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ cm.}$$



Bài 5. Hướng dẫn : Phần lớn các bạn học sinh từ trung bình trở xuống không xác định được đường tròn (O) thỏa mãn hai điều kiện :

- có tâm O thuộc AB.
- tiếp xúc với Cx tại N, tiếp xúc với CB tại M.

Để thỏa mãn đồng thời hai điều kiện trên thì tâm O phải là giao điểm của AB và phân giác Ct của góc BCx. Mặt khác đường tròn (O) có bán kính bằng OM (hoặc ON), trong đó M (hoặc N) là chân đường vuông góc kẻ từ O đến CB (hoặc Cx).

1. Ta có : $\widehat{ONC} = \widehat{OAC} = 90^\circ$ (gt). Do đó tứ giác ONAC nội tiếp.
2. Dễ thấy tứ giác OACM nội tiếp ($\widehat{OMA} + \widehat{OAC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$)

$\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MOC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MC), tương tự
 $\widehat{OCA} = \widehat{OMA}$.

Do đó $\triangle EAC \sim \triangle EOM$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{EA}{EO} = \frac{EC}{EM}$$

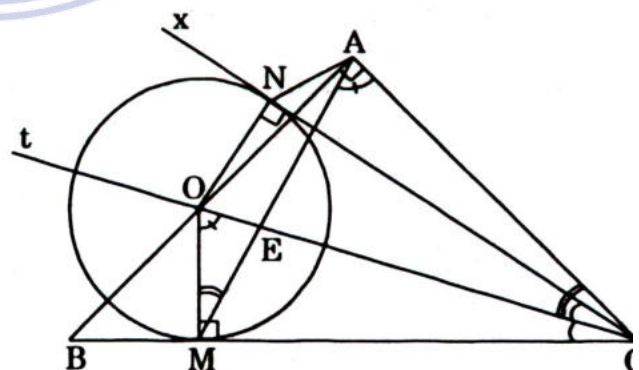
$$\Rightarrow EA \cdot EM = EC \cdot EO.$$

3. Ta có tứ giác ONAC nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \widehat{NAO} = \widehat{NCO}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NO).

Lại có tứ giác OACM nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{OCM}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OM) mà $\widehat{NCO} = \widehat{OCM}$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{NAO} = \widehat{OAM}$ chứng tỏ AO là tia phân giác của góc MAN.



Phần IV

CÁC ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2009 – 2010

A. ĐỀ BÀI

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HÀ NỘI

Bài 1. (2,5đ) Cho biểu thức $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
3. Tìm giá trị của x để $A = -\frac{1}{3}$.

Bài 2. (2,5đ) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Bài 3. (1,0đ) Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 1$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 4. (3,5đ) Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

1. Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.
2. Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE \cdot OA = R^2$.
3. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O; R) lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của đường tròn (O; R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P, Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.
4. Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại các điểm M, N. Chứng minh $PM + QN \geq MN$.

Bài 5. (0,5đ) Giải phương trình :

$$\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1).$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HỒ CHÍ MINH

Bài 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $8x^2 - 2x - 1 = 0$

b)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x - 6y = 12 \end{cases}$$

c) $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

d) $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$.

Bài 2.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (D) : $y = x + 4$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Bài 3. Thu gọn các biểu thức sau :

$$A = \frac{4}{3 + \sqrt{5}} - \frac{8}{1 + \sqrt{5}} + \frac{15}{\sqrt{5}}$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(\frac{x + xy}{1 - xy} \right).$$

Bài 4. Cho phương trình : $x^2 - (5m - 1)x + 6m^2 - 2m = 0$ (m là tham số).

a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 1$.

Bài 5. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) có tâm O, bán kính R. Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC. Gọi S là diện tích tam giác ABC.

a) Chứng minh rằng AEHF và AEDB là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Vẽ đường kính AK của đường tròn (O). Chứng minh tam giác ABD và tam giác AKC đồng dạng với nhau.

Suy ra : $AB.AC = 2R.AD$ và $S = \frac{AB.BC.CA}{4R}$.

c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh EFDM là tứ giác nội tiếp đường tròn.

d) Chứng minh rằng OC vuông góc với DE và $(DE + EF + FD).R = 2S$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH VINH PHÚC**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)**

Trong mỗi bài dưới đây đều có 4 lựa chọn, trong đó có duy nhất một lựa chọn đúng. Em hãy chọn lựa chọn đúng.

Bài 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{1-x}$ là :

- A. $x \in \mathbb{R}$ B. $x \leq -1$ C. $x < 1$ D. $x \leq 1$.

Bài 2. Cho hàm số $y = (m-1)x + 2$ (biến x) nghịch biến, khi đó giá trị của m thỏa mãn :

- A. $m < 1$ B. $m = 1$ C. $m > 1$ D. $m > 0$.

Bài 3. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình : $2x^2 + 3x - 10 = 0$. Khi đó tích x_1, x_2 bằng :

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. -5 D. 5 .

Bài 4. Cho ΔABC có diện tích bằng 1. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA và X, Y, Z tương ứng là trung điểm của các cạnh PM, MN, NP . Khi đó diện tích tam giác XYZ bằng :

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{1}{32}$ D. $\frac{1}{8}$.

B. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1. Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + 2y = 1 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases} \quad (1)$$

(m là tham số có giá trị thực).

- Giải hệ (1) với $m = 1$.
- Tìm tất cả các giá trị của m để hệ (1) có nghiệm duy nhất.

Bài 2. Rút gọn biểu thức : $A = 2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$.

Bài 3. Một người đi bộ từ A đến B với vận tốc 4km/h, rồi đi ô tô từ B đến C với vận tốc 40km/h. Lúc về anh đi xe đạp trên cả quãng đường CA với vận tốc 16km/h. Biết rằng quãng đường AB ngắn hơn quãng đường BC là 24km, và thời gian lúc đi bằng thời gian về. Tính quãng đường AC.

Bài 4. Trên đoạn thẳng AB cho điểm C nằm giữa A và B. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là AB kẻ hai tia Ax và By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm I, tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P (P khác I).

- Chứng minh tứ giác CPKB nội tiếp một đường tròn, chỉ rõ đường tròn này.

b) Chứng minh : $\widehat{CIP} = \widehat{PBK}$.

c) Giả sử A, B, I cố định. Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho diện tích tứ giác ABKI lớn nhất.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NAM ĐỊNH

Bài 1. (2đ) Trong mỗi câu từ câu 1 đến câu 8 đều có bốn phương án trả lời A, B, C, D; trong đó chỉ có một phương án đúng. Hãy chọn phương án đúng và viết vào bài làm.

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị các hàm số $y = x^2$ và $y = 4x + m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi :

- A. $m > -1$ B. $m > -4$ C. $m < -1$ D. $m < -4$.

Câu 2. Cho phương trình $3x - 2y + 1 = 0$. Phương trình nào sau đây cùng với phương trình đã cho lập thành một hệ phương trình vô nghiệm ?

- A. $2x - 3y - 1 = 0$ B. $6x - 4y + 2 = 0$
C. $-6x + 4y + 1 = 0$ D. $-6x + 4y - 2 = 0$.

Câu 3. Phương trình nào sau đây có ít nhất một nghiệm nguyên ?

- A. $(x - \sqrt{5})^2 = 5$ B. $9x^2 - 1 = 0$
C. $4x^2 - 4x + 1 = 0$ D. $x^2 + x + 2 = 0$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, góc tạo bởi đường thẳng $y = \sqrt{3}x + 5$ và trục Ox bằng :

- A. 30° B. 120° C. 60° D. 150° .

Câu 5. Cho biểu thức : $P = a\sqrt{5}$, với $a < 0$. Đưa thừa số ra vào trong dấu căn, ta được P bằng :

- A. $\sqrt{5a^2}$ B. $-\sqrt{5a}$ C. $\sqrt{5a}$ D. $-\sqrt{5a^2}$.

Câu 6. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào có hai nghiệm dương ?

- A. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ B. $x^2 - 4x + 5 = 0$
C. $x^2 + 10x + 1 = 0$ D. $x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$.

Câu 7. Cho đường tròn (O; R) ngoại tiếp tam giác MNP vuông cân ở M. Khi đó MN bằng :

- A. R B. 2R C. $2\sqrt{2}R$ D. $R\sqrt{2}$.

Câu 8. Cho hình chữ nhật MNPQ có MN = 4cm, MQ = 3cm. Khi quay hình chữ nhật đã cho một vòng quanh cạnh MN ta được một hình trụ có thể tích bằng :

- A. $48\pi \text{ cm}^3$ B. $36\pi \text{ cm}^3$ C. $24\pi \text{ cm}^3$ D. $72\pi \text{ cm}^3$.

Bài 2. (2đ)

1. Tìm x , biết : $\sqrt{(2x-1)^2} = 9$.
2. Rút gọn biểu thức : $M = \sqrt{12} + \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$.
3. Tìm điều kiện xác định của biểu thức : $A = \sqrt{-x^2 + 6x - 9}$.

Bài 3. (1,5đ) Cho phương trình : $x^2 + (3 - m)x + 2(m - 5) = 0$ (1), với m là tham số.

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , phương trình (1) luôn có nghiệm $x_1 = 2$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm $x_2 = 1 + 2\sqrt{2}$.

Bài 4. (3đ) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Đường tròn đường kính AO cắt đường tròn $(O; R)$ tại M và N . Đường thẳng d qua A cắt $(O; R)$ tại B và C (d không qua O ; điểm B nằm giữa hai điểm A và C). Gọi H là trung điểm của BC .

1. Chứng minh AM là tiếp tuyến của $(O; R)$ và H thuộc đường tròn đường kính AO .
2. Đường thẳng qua B vuông góc với OM cắt MN ở D . Chứng minh rằng :
 - a) $\widehat{AHN} = \widehat{BDN}$.
 - b) Đường thẳng DH song song với đường thẳng MC .
 - c) $HB + HD > CD$.

Bài 5. (1,5đ)

1. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y - 2xy = 0 \\ x + y - x^2y^2 = \sqrt{(xy - 1)^2 + 1} \end{cases}$$
2. Chứng minh rằng với mọi x ta luôn có :

$$(2x + 1)\sqrt{x^2 - x + 1} > (2x - 1)\sqrt{x^2 + x + 1}.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THÁI BÌNH

Bài 1. (2,5đ) Cho biểu thức $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$, với $x \geq 0$, $x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
3. Tìm giá trị của x để $A = -\frac{1}{3}$.

Bài 2. (2đ) Cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = mx - 2$ (m là tham số, $m \neq 0$).

- a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ xOy .
- b) Khi $m = 3$, hãy tìm tọa độ giao điểm (P) và (d) .

- c) Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (P) và (d). Tìm các giá trị của m sao cho : $y_A + y_B = 2(x_A + x_B) - 1$.

Bài 3. (1,5đ) Cho phương trình : $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 2 = 0$ (ẩn x).

1. Giải phương trình đã cho với $m = 1$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức : $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 4. (3,5đ) Cho đường tròn $(O; R)$ và A là một điểm nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

1. Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.
2. Gọi E là giao điểm của BC và OA . Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE \cdot OA = R^2$.
3. Trên cung nhỏ BC của đường tròn $(O; R)$ lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của đường tròn $(O; R)$ cắt AB, AC theo thứ tự tại các điểm P và Q . Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC .
4. Đường thẳng qua O , vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại các điểm M, N . Chứng minh : $PM + QN \geq MN$.

Bài 5. (0,5đ) Giải phương trình : $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$.

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HẢI PHÒNG

PHẦN I : TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Bài 1. Giá trị biểu thức $M = (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ bằng :

- A. 1 B. -1 C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

Bài 2. Giá trị của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^2$ tại $x = -\sqrt{3}$ là :

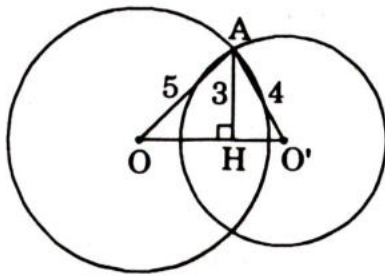
- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. -1 D. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

Bài 3. Có đẳng thức $\sqrt{x(1-x)} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x}$ khi:

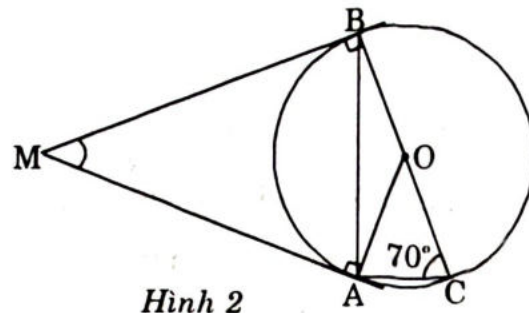
- A. $x \geq 0$ B. $x \leq 1$ C. $0 < x < 1$ D. $0 \leq x \leq 1$

Bài 4. Đường thẳng đi qua điểm $M(1; 1)$ và song song với đường thẳng $y = 3$ có phương trình là :

- A. $3x - y = -2$ B. $3x + y = 4$ C. $3x - y = 2$ D. $3x + y = -2$



Hình 1



Hình 2

Bài 5. Trong hình 1, cho biết $OA = 5\text{cm}$, $O'A = 4\text{cm}$, $AH = 3\text{cm}$. Độ dài OO' bằng :

- A. 9cm B. $(4 + \sqrt{7})\text{cm}$ C. 13cm D. $\sqrt{41}\text{cm}$.

Bài 6. Trong hình 2, cho biết MA , MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) , BC là đường kính, $\widehat{BCA} = 70^\circ$. Số đo $\widehat{AMB}$ bằng :

- A. 70° B. 60° C. 50° D. 40° .

Bài 7. Cho đường tròn $(O; 2\text{cm})$, hai điểm A , B thuộc đường tròn sao cho $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Độ dài cung nhỏ AB là :

- A. $\frac{4\pi}{3}\text{cm}$ B. πcm C. $\frac{8\pi}{3}\text{cm}$ D. $\frac{\pi}{3}\text{cm}$.

Bài 8. Một hình nón có bán kính đường tròn đáy 6cm , chiều cao 9cm thì thể tích là :

- A. $36\pi\text{cm}^3$ B. $162\pi\text{cm}^3$ C. $108\pi\text{cm}^3$ D. $182\pi\text{cm}^3$.

PHẦN II : TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Bài 1. (2đ) 1. Tính $A = \frac{1}{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{2 - \sqrt{5}}$.

2. Giải phương trình $(2 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x}) = -x + \sqrt{5}$.

3. Tìm m để đường thẳng $y = 3x - 6$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + m$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Bài 2. (2đ) Cho phương trình $x^2 + mx + n = 0$ (1)

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$ và $n = 2$.

2. Xác định m , n biết phương trình (1) có hai nghiệm x_1 , x_2 thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 \end{cases}$$

Bài 3. (3đ) Cho tam giác ABC vuông góc tại A . Một đường tròn (O) đi qua B và C cắt các cạnh AB , AC của tam giác ABC lần lượt tại D và E (BC không là đường kính của đường tròn tâm O). Đường cao AH của tam giác ABC cắt DE tại K .

1. Chứng minh : $\widehat{ADE} = \widehat{ACB}$.

2. Chứng minh K là trung điểm của DE.
3. Trường hợp K là trung điểm của AH. Chứng minh rằng đường thẳng DE là tiếp tuyến chung ngoài của đường tròn đường kính BH và đường tròn đường kính CH.

Bài 4. (1đ) Cho 361 số tự nhiên $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{361}$ thỏa mãn điều kiện :

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{361}}} = 37.$$

Chứng minh rằng trong 361 số tự nhiên đó, tồn tại ít nhất hai số bằng nhau.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NINH

Bài 1. (2đ) Rút gọn các biểu thức sau :

a) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{27} - \sqrt{300}$

b) $\left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}$

Bài 2. (1,5đ)

a) Giải phương trình : $x^2 + 3x - 4 = 0$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

Bài 3. (1,5đ) Cho hàm số : $y = (2m - 1)x + m + 1$ với m là tham số và $m \neq \frac{1}{2}$.

Hãy xác định m trong mỗi trường hợp sau :

- a) Đồ thị hàm số đi qua điểm M(-1; 1).
- b) Đồ thị hàm số cắt trục tung, trục hoành lần lượt tại A, B sao cho tam giác OAB cân.

Bài 4. (2đ) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một ca nô chuyển động xuôi dòng từ bến A đến bến B sau đó chuyển động ngược dòng từ B về A hết tổng thời gian là 5 giờ. Biết quãng đường sông từ A đến B dài 60km và vận tốc dòng nước là 5km/h. Tính vận tốc thực của ca nô (vận tốc của ca nô khi nước đứng yên).

Bài 5. (3đ) Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O; R) (A, B là hai tiếp điểm).

- a) Chứng minh MAOB là tứ giác nội tiếp.
- b) Tính diện tích tam giác AMB nếu cho OM = 5cm và R = 3cm.
- c) Kẻ tia Mx nằm trong góc AMO cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm C và D (C nằm giữa M và D). Gọi E là giao điểm của AB và OM. Chứng minh rằng EA là tia phân giác của góc CED.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THANH HÓA**Bài 1. (1,5đ)** Cho phương trình : $x^2 - 4x + n = 0$ (1) với n là tham số.

1. Giải phương trình (1) khi $n = 3$.
2. Tìm n để phương trình (1) có nghiệm.

Bài 2. (1,5đ) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$
Bài 3. (2,5đ) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và điểm $B(0; 1)$.

1. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $B(0; 1)$ và có hệ số k .
2. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt E và F với mọi k .
3. Gọi hoành độ của E và F lần lượt là x_1 và x_2 . Chứng minh rằng $x_1 \cdot x_2 = -1$, từ đó suy ra tam giác EOF là tam giác vuông.

Bài 4. (3,5đ) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm G (khác với điểm B). Từ các điểm G; A; B kẻ các tiếp tuyến với đường tròn (O). Tiếp tuyến kẻ từ G cắt hai tiếp tuyến kẻ từ A và B lần lượt tại C và D.

1. Gọi N là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ G tới nửa đường tròn (O). Chứng minh tứ giác BDNO nội tiếp được.
2. Chứng minh tam giác BGD đồng dạng với tam giác AGC, từ đó suy ra

$$\frac{CN}{CG} = \frac{DN}{DG}.$$

3. Đặt $\angle BOD = \alpha$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BD theo R và α . Chứng tỏ rằng tích $AC \cdot BD$ chỉ phụ thuộc R, không phụ thuộc α .

Bài 5. (1,0đ) Cho số thực m, n, p thỏa mãn : $m^2 + mn + n^2 = 1 - \frac{3p^2}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức : $B = m + n + p$.**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NGHỆ AN****Bài 1. (3đ)** Cho biểu thức $A = \frac{x\sqrt{x} + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1}$.

1. Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{9}{4}$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để $A < 1$.

Bài 2. (2,5đ) Cho phương trình bậc hai, với tham số m :

$$2x^2 - (m + 3)x + m = 0 \quad (1)$$

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn : $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}x_1x_2$.
3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |x_1 - x_2|$.

Bài 3. (1,5đ) Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài 45m. Tính diện tích thửa ruộng, biết rằng nếu chiều dài giảm 2 lần và chiều rộng tăng 3 lần thì chu vi thửa ruộng không thay đổi.

Bài 4. (3đ) Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB cố định và CD là một đường kính thay đổi không trùng với AB . Tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại B cắt các đường thẳng AC và AD lần lượt tại E và F .

1. Chứng minh rằng : $BE \cdot BF = 4R^2$.
2. Chứng minh tứ giác $CEFD$ nội tiếp được đường tròn.
3. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CEFD$. Chứng minh rằng tâm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

downloadsachmienphi.com

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH HÀ TĨNH

Bài 1. Giải phương trình : $x^2 + x - 6 = 0$.

Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đường thẳng $y = ax - 2$ đi qua điểm $M(2; -1)$. Tìm hệ số a .

Bài 2. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x^2}{x\sqrt{x}-x} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2 \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm giá trị của x để $P = 0$.

Bài 3. Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 10 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì một xe phải điều đi làm công việc khác, nên mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 0,5 tấn hàng so với dự định. Hỏi đoàn xe lúc đầu có bao nhiêu chiếc. (Biết rằng khối lượng hàng mỗi xe chở là như nhau).

Bài 4. Cho đường tròn tâm O có các đường kính MN, PQ (PQ không trùng với MN).

1. Chứng minh tứ giác $MPNQ$ là hình chữ nhật.
2. Các tia NP, NQ cắt tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) theo thứ tự E, F .

- a) Chứng minh 4 điểm E, F, P, Q cùng thuộc một đường tròn.
 b) Khi MN cố định, PQ thay đổi. Tìm vị trí của E và F khi diện tích tam giác NEF đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. Các số $a, b, c \in [-2; 5]$ thỏa mãn điều kiện $a + 2b + 3c \leq 2$. Chứng minh bất đẳng thức : $a^2 + 2b^2 + 3c^2 \leq 66$. Đẳng thức xảy ra khi nào ?

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NAM

Bài 1. (2đ)

1. Tìm x để mỗi biểu thức sau có nghĩa : a) $\sqrt{x}$ b) $\frac{1}{x-1}$.
 2. Trục căn thức ở mẫu : a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$.
 3. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x-1=0 \\ x+y=3 \end{cases}$

Bài 2. (3đ) Cho hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$.

- a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
 b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của đồ thị hai hàm số trên bằng phép tính.
 c) Tính diện tích tam giác OAB.

Bài 3. (1đ) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 3$ có hai nghiệm x_1, x_2 (với m là tham số). Tìm m để biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (4đ) Cho đường tròn tâm (O), đường kính AC. Vẽ dây BD vuông góc với AC tại K (K nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ CD (E không trùng C và D), AE cắt BD tại H.

- a) Chứng minh rằng tam giác CBD cân và tứ giác CEHK nội tiếp.
 b) Chứng minh rằng : $AD^2 = AH.AE$.
 c) Cho $BD = 24\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Tính chu vi của hình tròn (O).
 d) Cho góc BCD bằng α . Trên mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A, vẽ tam giác MBC cân tại M. Tính góc MBC theo α để M thuộc đường tròn (O).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NGÃI

Bài 1. (1,5đ)

1. Thực hiện phép tính : $A = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{9.2}$.
 2. Cho biểu thức $P = \left(\frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right)$ với $a \geq 0$; $a \neq 1$.

a) Chứng minh $P = a - 1$.

b) Tính giá trị của P khi $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$.

Bài 2. (2,5đ)

1. Giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$.

2. Tìm m để phương trình $x^2 - 5x - m + 7 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

3. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) : $y = -x + 2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép tính hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .

Bài 3. (1,5đ) Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ hai chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể?

Bài 4. (3,5đ) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm S nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua S (không đi qua tâm O) cắt đường tròn $(O; R)$ tại hai điểm M và N với M nằm giữa S và N . Gọi H là giao điểm của SO và AB . I là trung điểm MN . Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E .

a) Chứng minh $IHSE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $OI.OE = R^2$.

c) Cho $SO = 2R$ và $MN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM theo R .

Bài 5. (1đ) Giải phương trình: $\sqrt{2010 - x} + \sqrt{x - 2008} = x^2 - 4018x + 4036083$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÌNH ĐỊNH

Bài 1. (1,5đ) Cho $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a) Rút gọn P .

b) Chứng minh $P < 1/3$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Bài 2. (2đ) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$.

c) Tìm hệ thức giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m .

lời 3. (2,5đ) Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu ?

lời 4. (3đ) Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD tại Q và cắt DC tại P.

a) Chứng minh : $DM.AI = MP.IB$.

b) Tính tỉ số $\frac{MP}{MQ}$.

lời 5. (1đ) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng : $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH KHÁNH HÒA

lời 1. (2đ) (Không dùng máy tính cầm tay)

a) Cho biết $A = 5 + \sqrt{15}$ và $B = 5 - \sqrt{15}$. Hãy so sánh : $A + B$ và tích $A.B$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

lời 2. (2,5đ) Cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - 2$ (m là tham số, $m \neq 0$).

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Khi $m = 3$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

c) Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (P) và (d). Tìm các giá trị của m sao cho : $y_A + y_B = 2(x_A + x_B) - 1$.

lời 3. (1,5đ) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6m và bình phương độ dài đường chéo gấp 5 lần chu vi. Xác định chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật.

lời 4. (4đ) Cho đường tròn (O; R). Từ một điểm M ở ngoài (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm). Lấy một điểm C trên cung nhỏ AB (C khác A và B). Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên AB, AM, BM.

a) Chứng minh AECD là một tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh : $\widehat{CDE} = \widehat{CBA}$.

- c) Gọi I là giao điểm của AC và DE; K là giao điểm của BC và DF. Chứng minh : $IK \parallel AB$.
- d) Xác định vị trí điểm C trên cung nhỏ AB để $(AC^2 + CB^2)$ nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó khi $OM = 2R$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH LÂM ĐỒNG

- Bài 1.** (0,5đ) Phân tích thành nhân tử : $ab + b\sqrt{a} + \sqrt{a} + 1$ ($a \geq 0$).
- Bài 2.** (0,5đ) Đơn giản biểu thức : $A = \tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \tan^2 \alpha$ (α là góc nhọn).
- Bài 3.** (0,5đ) Cho hai đường thẳng $d_1 : y = (2 - a)x + 1$ và $d_2 : y = (1 + 2a)x + 1$. Tìm a để $d_1 \parallel d_2$.
- Bài 4.** (0,5đ) Tính diện tích hình tròn biết chu vi của nó bằng 31,4cm. (Cho $\pi = 3,14$).
- Bài 5.** (0,75đ) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Vẽ phân giác BD ($D \in AC$). Biết $AD = 1\text{cm}$; $DC = 2\text{cm}$. Tính số đo góc C.
- Bài 6.** (0,5đ) Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị parabol (P). Biết điểm A nằm trên (P) có hoành độ bằng $-\frac{1}{2}$. Hãy tính tung độ của điểm A.
- Bài 7.** (0,75đ) Viết phương trình đường thẳng MN, biết $M(1; -1)$ và $N(2; 1)$.
- Bài 8.** (0,75đ) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, biết $AB = 7\text{cm}$; $AC = 24\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón được sinh ra khi quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh AC.
- Bài 9.** (0,75đ) Rút gọn biểu thức $B = (\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}})^2$.
- Bài 10.** (0,75đ) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Vẽ đường cao AH, biết $HC = 11\text{cm}$; $AB = 2\sqrt{3}\text{cm}$. Tính độ dài cạnh BC.
- Bài 11.** (0,75đ) Một hình trụ có diện tích toàn phần là $90\pi\text{ cm}^2$, chiều cao 12cm. Tính thể tích của hình trụ.
- Bài 12.** (1đ) Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cắt nhau tại A và B. Một đường thẳng đi qua A cắt (O) tại C và cắt (O') tại D. Chứng minh rằng : $\frac{R'}{R} = \frac{BD}{BC}$.
- Bài 13.** (1đ) Cho phương trình bậc hai (ẩn x, tham số m) : $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$. (Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 3x_2$?)
- Bài 14.** (1đ) Trên nửa đường tròn tâm O đường kính AB lấy hai điểm E và F sao cho $\widehat{AE} < \widehat{AF}$ ($E \neq A$ và $F \neq B$), các đoạn thẳng AF và BE cắt nhau tại H. Vẽ $HD \perp OA$ ($D \in OA$; $D \neq O$). Chứng minh tứ giác DEFO nội tiếp được đường tròn.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÀ RỊA - VŨNG TÀU**Bài 1. (2đ)**

a) Giải phương trình : $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

2. (2đ) Cho hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = x + m$ có đồ thị là đường thẳng (D).

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm giá trị của m để (D) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.**Bài 3. (2,5đ)**

a) Rút gọn biểu thức : $M = \frac{(3 + \sqrt{x})^2 - (2 - \sqrt{x})^2}{1 + 2\sqrt{x}}; (x \geq 0).$

b) Tìm giá trị của k để phương trình $x^2 - (5 + k)x + k = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện : $x_1^2 + x_2^2 = 18$.

Bài 4. (3đ) Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Qua điểm M thay đổi trên nửa đường tròn (M khác A, B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn lần lượt cắt Ax, By tại C và D.

a) Chứng minh tứ giác ACMO nội tiếp.

b) Chứng minh : $OC \perp OD$ và $\frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{R^2}$.

c) Xác định vị trí của M để $(AC + BD)$ đạt giá trị nhỏ nhất.Bài 5. (0,5đ) Cho $a + b, 2a$ và x là các số nguyên.Chứng minh $y = ax^2 + bx + 2009$ nhận giá trị nguyên.**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. CẦN THƠ**

Bài 1. (1,5đ) Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{x\sqrt{x} - x}{1 - \sqrt{x}}$.

1. Rút gọn biểu thức A.

2. Tìm giá trị của x để $A > 0$.

Bài 2. (2đ) Giải bất phương trình và các phương trình sau :

1. $6 - 3x \geq -9$

2. $\frac{2}{3}x + 1 = x - 5$

3. $36x^4 - 97x^2 + 36 = 0$

4. $\frac{2x^2 - 3x - 2}{2x + 1} = 3$.

Bài 3. (1đ) Tìm hai số a, b sao cho $7a + 4b = -4$ và đường thẳng $ax + by = -1$ đi qua điểm $A(-2; -1)$.

Bài 4. (1,5đ) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P).

1. Tìm a , biết rằng (P) cắt đường thẳng (d) có phương trình $y = -x - \frac{3}{2}$ tại điểm A có hoành độ bằng 3. Vẽ đồ thị (P) ứng với a vừa tìm được.
2. Tìm tọa độ giao điểm thứ hai B (B khác A) của (P) và (d).

Bài 5. (4đ) Cho tam giác ABC vuông ở A, có $AB = 14$, $BC = 50$. Đường phân giác của góc ABC và đường trung trực của cạnh AC cắt nhau tại E.

1. Chứng minh tứ giác ABCE nội tiếp được trong một đường tròn. Xác định tâm O của đường tròn này.
2. Tính BE.
3. Vẽ đường kính EF của đường tròn tâm (O), AE và BF cắt nhau tại P. Chứng minh các đường thẳng BE, PO, AF đồng quy.
4. Tính diện tích phần hình tròn tâm (O) nằm ngoài ngũ giác ABFCE.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH AN GIANG

Bài 1. (1,5đ)

1. Không dùng máy tính, hãy tính giá trị biểu thức sau :

$$A = \left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

2. Hãy rút gọn biểu thức : $B = \frac{x}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2x - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$, điều kiện $x > 0$ và $x \neq 1$.

Bài 2. (1,5đ)

1. Cho hai đường thẳng $d_1 : y = (m + 1)x + 5$; $d_2 : y = 2x + n$. Với giá trị nào của m, n thì d_1 trùng với d_2 ?
2. Trên cùng mặt phẳng tọa độ, cho hai đồ thị (P) : $y = \frac{x^2}{3}$; d : $y = 6 - x$.
Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d bằng phép toán.

Bài 3. (2đ) Cho phương trình : $x^2 + 2(m + 3)x + m^2 + 3 = 0$.

1. Tìm m để phương trình có nghiệm kép ? Hãy tính nghiệm kép đó.
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 - x_2 = 2$?

Bài 4. (1,5đ) Giải các phương trình sau :

$$1. \frac{1}{x-2} + \frac{3}{6-x} = 2$$

$$2. x^4 + 3x^2 - 4 = 0.$$

Bài 5. (3,5đ) Cho đường tròn (O; R) đường kính AB và dây CD vuông góc với nhau ($CA < CB$). Hai tia BC và DA cắt nhau tại E. Từ E kẻ EH vuông góc với AB tại H; EH cắt CA ở F.

Chứng minh rằng :

1. Tứ giác CDFE nội tiếp được trong một đường tròn.
2. Ba điểm B, D, F thẳng hàng.
3. HC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH KIÊN GIANG

Bài 1. (1,5đ) Giải hệ phương trình và phương trình sau :

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 5x + 3y = -4 \end{cases}$$

b) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0.$

Bài 2. (2,0đ) Cho biểu thức : $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \right).$

- a) Với những điều kiện được xác định của x hãy rút gọn A.
- b) Tìm tất cả các giá trị của x để A nhỏ hơn 1.

Bài 3. (3đ)

- a) Cho hàm số $y = -x^2$ và hàm số $y = x - 2$. Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ trục tọa độ. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phương pháp đại số.
- b) Cho parabol (P) : $y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D) : $y = mx - \frac{3}{2}m - 1.$

Tìm m để (D) tiếp xúc với (P). Chứng minh rằng hai đường thẳng (D_1) và (D_2) tiếp xúc với (P) và hai đường thẳng ấy vuông góc với nhau.

Bài 4. (3,5đ) Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$. Trên tia đối của BA lấy điểm C sao cho $BC = R$, trên đường tròn lấy điểm D sao cho $BD = R$, đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt tia AD ở M.

- a) Chứng minh tứ giác BCMD là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh tam giác ABM là tam giác cân.
- c) Tính tích $AM \cdot AD$ theo R.
- d) Cung BD của (O) chia tam giác ABM thành hai phần. Tính diện tích phần của tam giác ABM nằm ngoài (O).

B. LỜI GIẢI

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HÀ NỘI

Bài 1.

1. Với $x \geq 0$ và $x \neq 4$. Ta có :

$$A = \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{x - 4} = \frac{x + 2\sqrt{x}}{x - 4} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$$

2. Khi $x = 25 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25} - 2} = \frac{5}{3}$.

3. Ta có : $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = -(\sqrt{x} - 2) \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$.

Bài 2. Gọi x (chiếc áo) mà tổ thứ hai may được trong một ngày ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó số áo tổ thứ nhất may được trong một ngày là $x + 10$ (chiếc áo).

Trong 3 ngày tổ thứ nhất may được $3(x + 10)$ (chiếc áo); trong 5 ngày tổ thứ hai may được $5x$ (chiếc áo).

Theo bài ra, ta có phương trình :

$$3(x + 10) + 5x = 1310 \Leftrightarrow 8x + 30 = 1310$$

$$\Leftrightarrow 8x = 1280 \Leftrightarrow x = 160 \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Trả lời : Một ngày tổ thứ nhất và tổ thứ hai lần lượt may được :

$$160 + 10 = 170 \text{ (chiếc áo) và } 160 \text{ (chiếc áo).}$$

Bài 3.

1. Khi $m = 1$, ta có phương trình : $x^2 - 4x + 3 = 0$

Vì $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 3$.

2. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m + 1)^2 - (m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$$

Theo hệ thức Viét, ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m + 1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$$

Khi đó : $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$

$$\Leftrightarrow 4(m + 1)^2 - 2(m^2 + 2) = 10 \Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0$$

Vì $a + b + c = 2 + 8 - 10 = 0$, nên phương trình (ẩn m) có hai nghiệm :

$$m_1 = 1; \quad m_2 = -5.$$

Vì $m > \frac{1}{2}$ nên ta lấy $m = 1$.

Bài 4.

1. Ta có $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$$

Do đó tứ giác ABOC nội tiếp.

2. Ta có : $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OB = OC (= R)$$

Do đó OA là trung trực của đoạn BC $\Rightarrow OA \perp BC$ tại E.

Ta có $\triangle ABO$ vuông tại B có đường cao BE nên

$$OE.OA = OB^2 \text{ (hệ thức lượng) hay } OE.OA = R^2.$$

3. Ta có : $PK = PB$ và $QC = QK$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Gọi p_{APQ} là chu vi của tam giác APQ khi đó :

$$\begin{aligned} p_{APQ} &= AP + PK + KQ + QA = AP + PB + QC + QA \\ &= 2AB \text{ (không đổi vì (O) và A cố định).} \end{aligned}$$

4. Ta có : $MN \perp OA$ (gt) mà $OA \perp BC$ (cmt) $\Rightarrow MN \parallel BC$.

Do đó $\triangle AMN$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{M} = \widehat{N}$ và $AM = AN$.

Lại có : $AB = AC \Rightarrow AM - AB = AN - AC$ hay $BM = CN$.

Do đó $\triangle OBM = \triangle OCN$ (g.c.g) $\Rightarrow \widehat{MOB} = \widehat{NOC}$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có :

$$\widehat{BOP} = \widehat{POK} \text{ và } \widehat{KOQ} = \widehat{QOC}$$

$$\text{mà } \widehat{MOB} + \widehat{BOP} + \widehat{POK} + \widehat{KOQ} + \widehat{QOC} + \widehat{NOC} = 180^\circ$$

$$\text{hay } 2(\widehat{MOB} + \widehat{BOP} + \widehat{QOC}) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{MOB} + \widehat{BOP} + \widehat{QOC} = 90^\circ \text{ (mà } \widehat{MOB} + \widehat{BOP} = \widehat{MOP})$$

$$\Rightarrow \widehat{MOP} + \widehat{QOC} = 90^\circ$$

Mặt khác $\triangle OCQ$ vuông tại C nên $\widehat{OQC} + \widehat{QOC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MOP} = \widehat{OQC}$

Xét $\triangle OMP$ và $\triangle OQN$ có $\widehat{M} = \widehat{N}$ (cmt), $\widehat{MOP} = \widehat{OQC}$ (cmt)

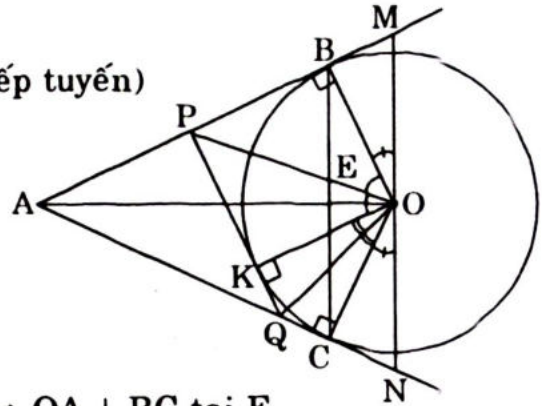
$$\text{Do đó } \triangle OMP \sim \triangle OQN \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{PM}{NO} = \frac{OM}{QN}$$

$$\Rightarrow PM.QN = OM.ON = \frac{MN}{2} \cdot \frac{MN}{2} = \frac{MN^2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{2} = \sqrt{OM.ON} \Rightarrow MN = 2\sqrt{OM.ON} \text{ mà } OM.ON = PM.QN \text{ nên}$$

$$MN = 2\sqrt{PM.QN} \leq PM + QN \text{ (Áp dụng BĐT Côsi cho hai số dương).}$$

$$\text{Vậy } PM + QN \geq MN.$$



Bài 5. Phương trình được biến đổi thành :

$$2\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2} = x^2(2x + 1) + (2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{4x^2 - 1 + 4\left|x + \frac{1}{2}\right|} = (2x + 1)(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4x^2 - 1 + 4\left(x + \frac{1}{2}\right)} = (2x + 1)(x^2 + 1) \\ 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(2x + 1)^2} = (2x + 1)(x^2 + 1) \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x + 1)(x^2 + 1 - 1) = 0 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ x = 0 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HỒ CHÍ MINH

Bài 1.

a) $8x^2 - 2x - 1 = 0$. Ta có : $a = 8$; $b = -2$; $c = -1 \Rightarrow b' = -1$

và $\Delta' = 1 - 8(-1) = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 3$

Phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = \frac{1-3}{8}; x_2 = \frac{1+3}{8} \text{ hay } x_1 = -\frac{1}{4}; x_2 = \frac{1}{2}.$$

b) Ta có : $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x - 6y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 6 \\ 5x - 6y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 18 \\ 5x - 6y = 12 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 5x - 6y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{Hệ có nghiệm } (x; y) = \left(2; -\frac{1}{3}\right).$$

c) $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$. Đặt $t = x^2$; $t \geq 0$.

Ta có phương trình : $t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 3 \text{ (nhận)} \end{cases}$

Vậy : $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$. Phương trình đã cho có hai nghiệm : $x = \pm\sqrt{3}$.

d) $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$. Ta có : $a = 3$; $b = -2\sqrt{6}$; $c = 2$

$$\Rightarrow b' = -\sqrt{6}; \Delta' = (-\sqrt{6})^2 - 3 \cdot 2 = 0.$$

Phương trình có nghiệm kép : $x = -\frac{b'}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Bài 2.

- a) Trên cùng một hệ trục tọa độ, vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{x^2}{2}$.

Bảng một số giá trị :

x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8

Đồ thị (P) là một parabol.

Vẽ đường thẳng (D) : $y = x + 4$.

Bảng một số giá trị của $y = x + 4$.

x	-2	0
y	2	4

Đường thẳng (D) qua hai điểm A(-2; 2) và B(0; 4).

- b) Xét phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (D) :

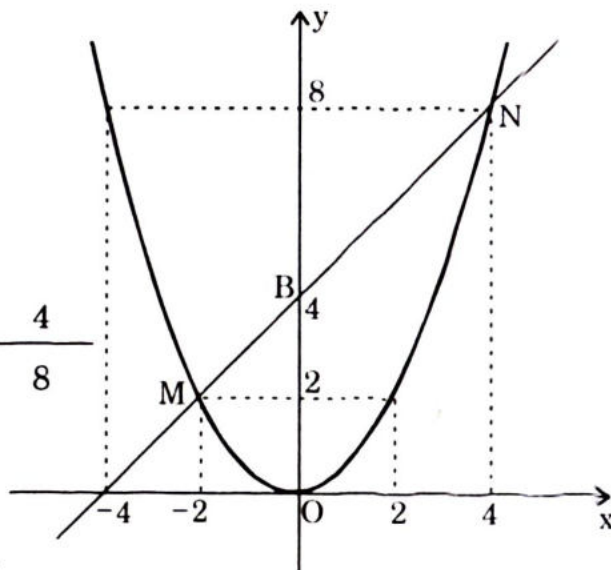
$$\frac{x^2}{2} = x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0.$$

$$a = 1; b = -2; c = -8 \Rightarrow b' = -1; \Delta' = (-1)^2 - 1(-8) = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 3$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 1 + 3 = 4$; $x_2 = 1 - 3 = -2$.

- $x_1 = 4 \Rightarrow y_1 = 8$; $x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = 2$

Vậy (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm M(-2; 2), N(4; 8).



Bài 3. Rút gọn : $A = \frac{4}{3 + \sqrt{5}} - \frac{8}{1 + \sqrt{5}} + \frac{15}{\sqrt{5}}$

Ta có thể quy đồng mẫu số hoặc trục căn thức ở mẫu số. Bài toán này ta nên trục căn thức ở mẫu số.

- Ta có : $A = \frac{4(3 - \sqrt{5})}{4} - \frac{8(\sqrt{5} - 1)}{4} + \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3 - \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 2 + 3\sqrt{5} = 5.$

(Bạn có thể kiểm tra lại kết quả bằng cách dùng máy tính bỏ túi).

Thu gọn : $B = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(\frac{x + xy}{1 - xy} \right)$

- Trục căn thức ở mẫu số hay quy đồng mẫu số của các phân thức trong ngoặc thứ nhất là hai việc giống nhau. Sau đó, cần chú ý đến phép chia phân thức.

$$B = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(\frac{x + xy}{1 - xy} \right)$$

$$\begin{aligned}
 B &= \left(\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{xy})}{1 - xy} + \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(1 - \sqrt{xy})}{1 - xy} \right) : \left(\frac{x + xy}{1 - xy} \right) \\
 &= \left(\frac{\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y} + y\sqrt{x} + \sqrt{x} - x\sqrt{y} - \sqrt{y} + y\sqrt{x}}{1 - xy} \right) \cdot \left(\frac{1 - xy}{x + xy} \right) \\
 &= \left(\frac{2\sqrt{x} + 2y\sqrt{x}}{1 - xy} \right) \cdot \left(\frac{1 - xy}{x + xy} \right) = \frac{2\sqrt{x}(1 + y)}{x(1 + y)} = \frac{2}{\sqrt{x}}.
 \end{aligned}$$

* *Cách khác* : Đặt $u = \sqrt{x}$; $v = \sqrt{y}$; $u \geq 0$; $v \geq 0 \Rightarrow x = u^2$; $y = v^2$. Rút gọn biểu thức chứa u, v .

Bài 4.

- a) Ta có : $a = 1$; $b = -(5m - 1)$; $c = 6m^2 - 2m$
 $\Rightarrow \Delta = (5m - 1)^2 - 4(6m^2 - 2m) = m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2 \geq 0, \forall m$
 Vậy phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

- b) Theo trên : $\Delta = (m - 1)^2$. Phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = \frac{5m - 1 - (m - 1)}{2}; x_2 = \frac{5m - 1 + (m - 1)}{2} \text{ hay } x_1 = 2m; x_2 = 3m - 1.$$

$$\text{Vậy } x_1^2 + x_2^2 = 1 \Leftrightarrow (2m)^2 + (3m - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow 13m^2 - 6m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{6}{13} \end{cases}$$

* *Cách khác* : Theo hệ thức Viét, ta có :

$$x_1 + x_2 = 5m - 1; \quad x_1 x_2 = 6m^2 - 2m.$$

$$\text{Vậy } x_1^2 + x_2^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (5m - 1)^2 - 2(6m^2 - 2m) = 1 \Leftrightarrow 13m^2 - 6m = 0$$

(Ta tìm được các giá trị m như trên)

- Bạn nên lưu ý rằng khi tính Δ , cho ta kết quả là một bình phương đúng, ta thường tính trực tiếp các nghiệm của phương trình bậc hai.

Bài 5.

- a)- Ta có : $\widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$ (gt) nên tứ giác AEHF nội tiếp.

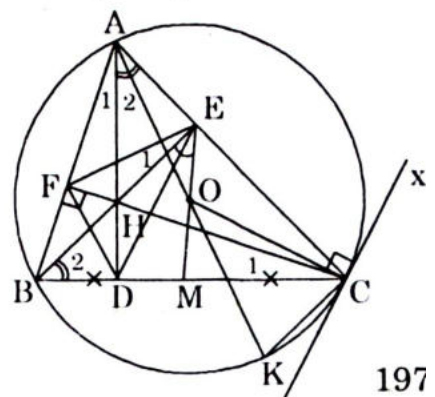
- Ta có : $\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$ (gt) nên tứ giác AEDB nội tiếp.

- b) Ta có : $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (gt),

$$\widehat{ACK} = 90^\circ \text{ (AK là đường kính)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ACK}.$$

Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{AKC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC).



$$\begin{aligned} \text{Do đó } \triangle ADB \sim \triangle ACK \text{ (g.g)} &\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC} \\ &\Rightarrow AB.AC = AK.AD \text{ hay } AB.AC = 2R.AD \\ &\Rightarrow AD = \frac{AB.AC}{2R}. \end{aligned}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AD.BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB.AC}{2R}.BC = \frac{AB.AC.BC}{4R}.$$

c) Ta có M là trung điểm của BC (gt) nên EM là trung tuyến của tam giác vuông BEC $\Rightarrow MB = ME = MC$ hay $\triangle BME$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{B}_2 = \widehat{BEM}$

$$\text{mà } \widehat{B}_2 = \widehat{DAC} \text{ (cùng phụ với } \widehat{ACB}) \Rightarrow \widehat{BEM} = \widehat{DAC} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác tứ giác AEHF nội tiếp (cmt) nên } \widehat{E}_1 = \widehat{A}_1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \widehat{E}_1 + \widehat{BEM} = \widehat{A}_1 + \widehat{DAC} \text{ hay } \widehat{FEM} = \widehat{BAC} \quad (3)$$

$$\text{Lại có tứ giác AFDC nội tiếp (} \widehat{AFC} = \widehat{ADC} = 90^\circ \text{)} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{FDB} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{FEM} = \widehat{FDB}$. Do đó tứ giác EFDM nội tiếp.

* *Cách khác* : Chắc hẳn các bạn đã từng gặp bài toán "Đường tròn Ôle" hay còn gọi là "Vòng tròn chín điểm" trong đó có ba điểm là chân ba đường cao, ba điểm là trung điểm của ba cạnh của tam giác nội tiếp và ba điểm nữa là trung điểm của ba đoạn thẳng nối trực tâm với ba đỉnh của tam giác. Rõ ràng bài toán này đã có chân ba đường cao E, F, D và trung điểm M của cạnh BC.

$$\text{d) Vẽ tiếp tuyến với đường tròn tại C. Khi đó } \widehat{BCx} = \widehat{BAC} \quad (5)$$

(góc giữa tiếp tuyến và một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

$$\text{Mặt khác tứ giác AEDB nội tiếp (} \widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ \text{)} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{EDC} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5) và (6) } \Rightarrow \widehat{BCx} = \widehat{EDC}.$$

Do đó $DE \parallel Cx$ (so le trong) mà $Cx \perp OC$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow DE \perp OC.$$

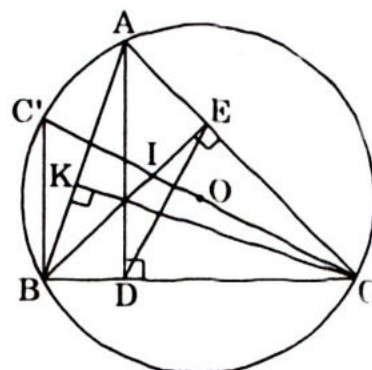
* *Cách khác* : (Khỏi kẻ tiếp tuyến tại C)

Vẽ đường kính CC' . Gọi I là giao điểm của CC' và DE (Xem hình vẽ bên). Ta có tứ giác AEDB nội tiếp ($\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$)

$$\Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{BAC} \text{ mà } \widehat{BAC} = \widehat{BC'C} \text{ (góc nội tiếp chắn cung BC)}$$

$$\Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{BC'C} \text{ mà } \widehat{BC'C} + \widehat{BCC'} = 90^\circ \text{ (} \widehat{CBC'} = 90^\circ \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{EDC} + \widehat{BCC'} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{DIC} = 90^\circ. \text{ Chứng tỏ } DE \perp OC.$$



- * Chứng minh tương tự ta có $EF \perp OA$ và $FD \perp OB$. Dễ thấy O nằm trong $\triangle ABC$ (vì $\triangle ABC$ có ba góc nhọn).

$$\begin{aligned} S &= S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEO} + S_{\triangle BFO} + S_{\triangle CEO} \\ &= \frac{1}{2}EF \cdot OA + \frac{1}{2}FD \cdot OB + \frac{1}{2}DE \cdot OC = \frac{1}{2}R(EF + FD + DE) \\ \Rightarrow 2S &= R(EF + FD + DE). \end{aligned}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH VINH PHÚC

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Bài 1. Biểu thức $\sqrt{1-x}$ xác định $\Leftrightarrow 1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$. Chọn đáp án D.

Bài 2. Hàm số $y = (m-1)x + 2$ nghịch biến $\Leftrightarrow m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

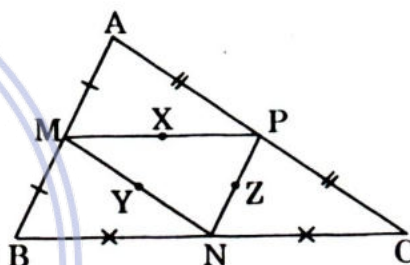
Chọn đáp án A.

Bài 3. Theo hệ thức Viét, ta có: $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{10}{2} = -5$. Chọn đáp án C.

Bài 4. Ta chứng minh được bốn tam giác AMP ; BMN ; MNP và PNC bằng nhau nên diện tích của chúng cũng bằng nhau và bằng

$$\frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4} \text{ (đvdt)} \Rightarrow S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4}.$$

Tương tự: $S_{\triangle XYZ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$. Chọn đáp án B.



B. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1.

a) Với $m = 1$, ta có hệ:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 5 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ \frac{5}{4} + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -\frac{1}{8} \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất: $(x; y) = \left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{8}\right)$.

b) Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi hai đường thẳng $mx + 2y = 1$ và

$$2x - 4y = 3 \text{ cắt nhau} \Leftrightarrow \frac{m}{2} \neq \frac{2}{-4} \Leftrightarrow m \neq -1.$$

* Cách khác: Ta có hệ: $\begin{cases} mx + 2y = 1 & (2) \\ 2x - 4y = 3 & (3) \end{cases}$

$$\text{Từ (3)} \Rightarrow y = \frac{2x-3}{4}.$$

$$\text{Thay vào (2), ta được : } mx + \frac{2x-3}{2} = 1 \Leftrightarrow 2(m+1)x = 5 \quad (4)$$

Phương trình (4) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \neq -1$.

Bài 2. Ta có : $A = 2\sqrt{16.3} - \sqrt{25.3} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$

$$= 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - |1-\sqrt{3}|$$

$$= 3\sqrt{3} - (\sqrt{3}-1) \quad (\text{vì } 1-\sqrt{3} < 0 \Leftrightarrow |1-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1)$$

$$= 2\sqrt{3} + 1.$$

Bài 3. Gọi x (km) là quãng đường AB ($x > 0$).

Ta có quãng đường BC là $x + 24$ (km). Thời gian đi từ A đến C là $\frac{x}{4} + \frac{x+24}{40}$; thời gian đi từ C về A là $\frac{x+x+24}{16}$

Theo bài ra, ta có phương trình :

$$\frac{x}{4} + \frac{x+24}{40} = \frac{x+x+24}{16} \Leftrightarrow \frac{11x+24}{40} = \frac{x+12}{8}$$

$$\Leftrightarrow 11x+24 = 5x+60 \Leftrightarrow 6x = 36 \Leftrightarrow x = 6.$$

Trả lời : Quãng đường AC dài : $2.6 + 24 = 36$ (km).

Bài 4.

a) Ta có $\widehat{CPK} = 90^\circ$ (IC là đường kính).

$$\widehat{CBK} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{IPC} + \widehat{IAC} = 180^\circ.$$

Do đó tứ giác $CPKB$ nội tiếp.

b) Ta có $\triangle CIP$ vuông tại P (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{CIP} + \widehat{PCI} = 90^\circ \text{ mà } CK \perp CI \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \widehat{PCI} + \widehat{PCK} = \widehat{ICK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CIP} = \widehat{PCK}$$

Mặt khác do tứ giác $CPKB$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{PCK} = \widehat{PBK} \Rightarrow \widehat{CIP} = \widehat{PBK}$.

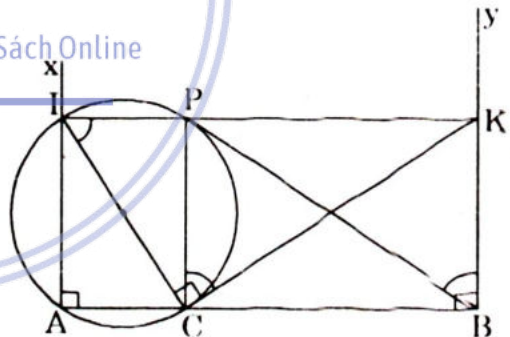
c) Ta có $AIKB$ là hình thang vuông ($AI \parallel BK \perp AB$) có AB là đường cao.

$$\text{Do đó : } S_{ABKI} = \frac{(AI + BK)AB}{2}$$

Vì A, B, I cố định $\Rightarrow AI, AB$ không đổi.

Vậy S_{ABKI} lớn nhất $\Leftrightarrow BK$ lớn nhất.

Để thấy hai tam giác vuông AIC và BCK có $\widehat{AIC} = \widehat{BCK}$ (cùng phụ với $\widehat{ACI}$).



$$\text{Do đó } \Delta AIC \sim \Delta BCK \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AI}{BC} = \frac{AC}{BK}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow BK &= \frac{1}{AI} \cdot BC \cdot AC = \frac{1}{AI} (AB - AC) \cdot AC = \frac{1}{AI} (AB \cdot AC - AC^2) \\ &= -\frac{1}{AI} \left(AC^2 - 2 \frac{AB}{2} AC + \frac{AB^2}{4} - \frac{AB^2}{4} \right) = -\frac{1}{AI} \left[\left(AC - \frac{AB}{2} \right)^2 - \frac{AB^2}{4} \right] \\ &= -\frac{1}{AI} \left(AC - \frac{AB}{2} \right)^2 + \frac{AB^2}{4AI} \leq \frac{AB^2}{4AI} \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow AC - \frac{AB}{2} = 0 \Leftrightarrow AC = \frac{AB}{2}$$

$\Leftrightarrow C$ là trung điểm của đoạn AB .

Vậy $S_{\Delta BCK}$ lớn nhất khi C là trung điểm của AB .

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NAM ĐỊNH

Bài 1.

Câu 1. Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của hai đồ thị :

$$x^2 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0 \quad (*)$$

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 + m > 0 \Leftrightarrow m > -4$.

Chọn đáp án B. [Download Sách Hay | Đọc Sách Online](#)

Câu 2. Hệ vô nghiệm khi và chỉ khi hai đường thẳng song song. Ta thấy hai đường thẳng $3x - 2y + 1 = 0$ và $-6x + 4y + 1 = 0$ là hai đường thẳng song song. Chọn đáp án C.

Câu 3. Ta có : $(x - \sqrt{5})^2 = 5 \Leftrightarrow x - \sqrt{5} = \pm \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{5} \\ x = 0 \end{cases}$

$0 \in \mathbb{Z}$. Vậy chọn đáp án A.

Câu 4. Ta có : $\tan \alpha = k = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$. Chọn đáp án C.

Câu 5. Ta có : $P = a\sqrt{5} \text{ (} a < 0 \text{)} \Rightarrow P = -\sqrt{5}a^2$. Chọn đáp án D.

Câu 6. Phương trình bậc hai có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

Xét phương trình $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$, ta có :

$$\Delta = 1 > 0; P = 1 > 0; S = 2\sqrt{2} > 0. \quad \text{Chọn đáp án A.}$$

âu 7. Canh huyền là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông

$$\text{cân MNP ở M} \Rightarrow NP = 2R \Rightarrow MN = \frac{2R}{\sqrt{2}} = R\sqrt{2}. \quad \text{Chọn đáp án D.}$$

âu 8. Ta có MN là chiều cao hình trụ, bán kính đáy là MQ.

$$\text{Vậy } V_t = \pi R^2 h = \pi \cdot 4 \cdot 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}. \quad \text{Chọn đáp án B.}$$

ài 2.

$$1. \text{ Ta có : } \sqrt{(2x-1)^2} = 9 \Leftrightarrow |2x-1| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=9 \\ 2x-1=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-4 \end{cases}$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 5$ và $x_2 = -4$.

$$2. \text{ Ta có : } M = 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} \\ = 2\sqrt{3} + 2(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = 2\sqrt{5}.$$

$$3. \text{ Biểu thức A xác định (có nghĩa)} \Leftrightarrow -x^2 + 6x - 9 \geq 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x-3=0 \quad (\text{vì } (x-3)^2 \geq 0) \\ \Leftrightarrow x=3.$$

ài 3.

1. Thay $x_1 = 2$ vào phương trình đã cho, ta được :

$$2^2 + (3-m)2 + 2(m-5) = 0 \\ \Leftrightarrow 4 + 6 - 2m + 2m - 10 = 0 \quad (\text{luôn đúng } \forall m).$$

2. Thay $x_2 = 1 + 2\sqrt{2}$ vào phương trình đã cho, ta được :

$$(1 + 2\sqrt{2})^2 + (3-m)(1 + 2\sqrt{2}) + 2(m-5) = 0 \\ \Leftrightarrow 9 + 4\sqrt{2} + 3 + 6\sqrt{2} - (1 + 2\sqrt{2})m + 2m - 10 = 0 \\ \Leftrightarrow (2\sqrt{2} - 1)m = 10\sqrt{2} + 2 \Leftrightarrow m = \frac{10\sqrt{2} + 2}{2\sqrt{2} - 1} = 6 + 2\sqrt{2}.$$

ài 4.

1.- Ta có M là giao điểm của đường tròn đường kính AO và đường tròn (O) nên

$$\widehat{AMO} = 90^\circ \quad (\text{AO là đường kính})$$

$$\Rightarrow AM \perp OM.$$

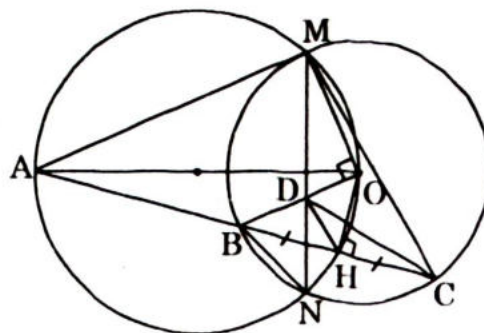
Chứng tỏ AM là tiếp tuyến của (O; R).

- Vì H là trung điểm BC (gt)

$$\Rightarrow OH \perp BC \text{ hay } \widehat{AHO} = 90^\circ \text{ hay H thuộc đường tròn đường kính AO.}$$

2.a) Ta có : $BD \parallel AM (\perp OM) \Rightarrow \widehat{BDN} = \widehat{AMN}$ (đồng vị)

$$\text{mà } \widehat{AMN} = \widehat{AHN} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung AN)} \Rightarrow \widehat{AHN} = \widehat{BDN}.$$



b) Ta có : $\widehat{AHN} = \widehat{BDN}$ (cmt) $\Rightarrow$ Tứ giác BDHN nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{DNB} = \widehat{DHB} \text{ hay } \widehat{MNB} = \widehat{DHB}$$

Lại có $\widehat{MNB} = \widehat{MCB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

$$\Rightarrow \widehat{DHB} = \widehat{MCB}. \text{ Do đó } DH \parallel MC \text{ (cặp góc đồng vị bằng nhau).}$$

c) Xét $\triangle CHD$ theo bất đẳng thức tam giác ta có :

$$HC + HD > CD \text{ mà } HC = HB \text{ (gt)} \Rightarrow HB + HD > CD.$$

Bài 5.

$$1. \text{ Hệ được viết lại thành : } \begin{cases} x + y = 2xy & (1) \\ 2xy - x^2y^2 = \sqrt{x^2y^2 - 2xy + 2} & (2) \end{cases}$$

Xét phương trình (2).

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x^2y^2 - 2xy + 2}; u \geq 0 \Rightarrow u^2 = x^2y^2 - 2xy + 2$$

$$\Rightarrow x^2y^2 - 2xy = u^2 - 2.$$

Phương trình (2) có dạng : $u^2 - 2 = -u$

$$\Leftrightarrow u^2 + u - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = -2 \text{ (loại)} \\ u = 1 \text{ (nhận)} \end{cases} \quad (\text{vì } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0)$$

$$\text{Vậy } \sqrt{x^2y^2 - 2xy + 2} = 1 \Leftrightarrow x^2y^2 - 2xy + 2 = 1 \\ \Leftrightarrow (xy - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow xy = 1.$$

Kết hợp với (1), ta có : $x + y = 2$.

$$\text{Vậy : } \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases}$$

Khi đó x, y là nghiệm phương trình bậc hai : $t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất : $(x; y) = (1; 1)$.

$$2. \text{ Ta có : } (2x + 1)\sqrt{x^2 - x + 1} > (2x - 1)\sqrt{x^2 + x + 1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 + x + 1} > 2x(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 + x + 1} \geq \frac{2x \cdot (2x)}{\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}} \\ (\text{trục căn thức ở tử số !})$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 + x + 1})^2 \geq 4x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 1 + 2\sqrt{(x^2 + 1)^2 - x^2} + x^2 + x + 1 \geq 4x^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^4 + x^2 + 1} \geq x^2 - 1 \quad (\text{luôn đúng vì ta có : } x^4 + x^2 + 1 \geq x^4 \\ \Rightarrow \sqrt{x^4 + x^2 + 1} \geq x^2 \geq x^2 - 1).$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THÁI BÌNH**Bài 1.**

1. Với
- $x \geq 0$
- và
- $x \neq 4$
- . Ta có :

$$A = \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$$

$$2. \text{ Khi } x = 25 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25} - 2} = \frac{5}{3}$$

$$3. \text{ Ta có : } A = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2 - \sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (thỏa điều kiện } x \geq 0; x \neq 4).$$

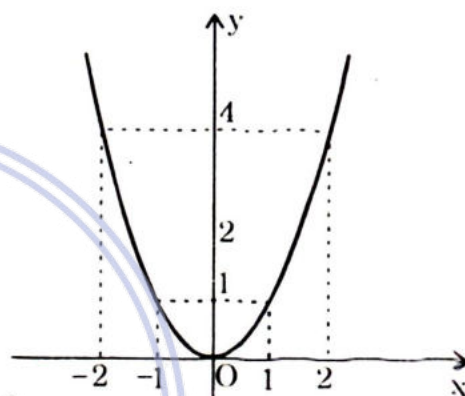
Bài 2.

- a) Vẽ đồ thị (P) :
- $y = x^2$
- .

Bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị là một parabol (P).



- b) Khi
- $m = 3$
- , ta có : (d) :
- $y = 3x - 2$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 & (1) \\ y = 3x - 2 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1), ta có : (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (vì } a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0)$$

Thay $x = 1$ vào (2), ta được : $y = 1$; thay $x = 2$ vào (2), ta được : $y = 4$.

Vậy tọa độ hai giao điểm là (1; 1) và (2; 4).

(Bạn có thể xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ (đó chính là phương trình (1)).}$$

- c) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = mx - 2 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2 = 0 \quad (*)$$

Phương trình (*) có nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8 > 0$

$$\Leftrightarrow |m| > 2\sqrt{2}$$

Theo hệ thức Viét, ta có : (x_A, x_B là hai nghiệm của (*))

$$x_A + x_B = m \Rightarrow y_A + y_B = (mx_A - 2) + (mx_B - 2) = m(x_A + x_B) - 4$$

$$\text{Vậy } y_A + y_B = 2(x_A + x_B) - 1 \Leftrightarrow m(x_A + x_B) - 4 = 2(x_A + x_B) - 1$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4 = 2m - 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \text{ (loại)} \\ m = 3 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Bài 3.

1. Với $m = 1$, ta có phương trình : $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Vì $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = 3$.

2. Phương trình đã cho có nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m + 1)^2 - (m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$$

Theo hệ thức Viet, ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m + 1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$$

Vậy $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$

$$\Leftrightarrow 4(m + 1)^2 - 2(m^2 + 2) = 10 \Leftrightarrow 2m^2 + 8m = 10$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (nhận)} \\ m = -5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $m = 1$.

Bài 4.

1. Ta có $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Do đó tứ giác ABOC nội tiếp.

2. Ta có : $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OB = OC (= R)$$

Do đó AO là đường trung trực của đoạn BC hay $BE \perp OA$.

Ta có $\triangle ABO$ vuông tại B có BE là đường cao :

$$OE \cdot OA = OB^2 = R^2 \text{ (hệ thức lượng).}$$

3. Gọi p_{APQ} là chu vi của tam giác APQ ta có :

$$p_{APQ} = AP + PK + KQ + AQ$$

mà $PK = PB$, $KQ = QC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow p_{APQ} = AP + PB + QC + AQ = AB + AC = 2AB \text{ (không đổi).}$$

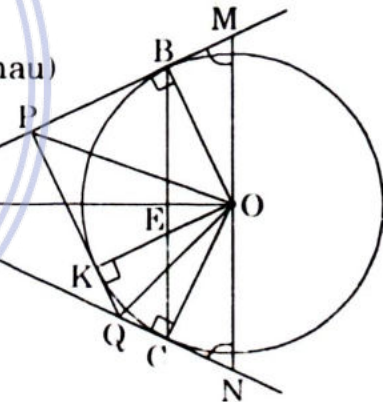
4. Ta có : $\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm). vì PB và PK là hai tiếp tuyến cắt nhau, nên OP là phân giác của góc BOK

$$\text{hay } \widehat{BOP} = \widehat{POK} = \frac{1}{2}\widehat{BOK}.$$

Tương tự với hai tiếp tuyến tại Q ta có :

$$\widehat{KOQ} = \widehat{QOC} = \frac{1}{2}\widehat{KOC} \quad \text{mà } \widehat{BOP} + \widehat{POK} + \widehat{KOQ} + \widehat{QOC} = \widehat{BOC}$$

$$\Rightarrow \widehat{POK} + \widehat{KOQ} = \frac{1}{2}\widehat{BOC} \quad \text{hay } \widehat{POQ} = \widehat{ABC}.$$



Lại có các tam giác ABC và AMN cân chung đỉnh (vì MN // BC ($\perp$ AO gt))

$$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM} = \widehat{ABC} = \widehat{POQ} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Xét } \triangle PMO \text{ ta có : } \widehat{MPO} &= 180^\circ - (\widehat{PMO} + \widehat{POM}) = 180^\circ - \widehat{PMO} - \widehat{POM} \\ &= 180^\circ - \widehat{POQ} - \widehat{POM} = \widehat{QON} \end{aligned}$$

$$\text{hay } \widehat{MPO} = \widehat{QON} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle POM \sim \triangle OQN$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{PM}{ON} = \frac{OM}{QN} \Rightarrow PM \cdot QN = OM \cdot ON = OM^2$$

Theo bất đẳng thức Côsi ta có : $PM + QN \geq 2\sqrt{PM \cdot QN} = 2OM = MN$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow PM = QN \Leftrightarrow K$ là điểm chính giữa của cung BC.

Bài 5. $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \left|x + \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}[x^2(2x + 1) + (2x + 1)]$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(2x + 1)(x^2 + 1) \quad (\text{vì } 2x + 1 \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}(2x + 1)(x^2 + 1) \Leftrightarrow 2\left(x + \frac{1}{2}\right) = (2x + 1)(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(x^2 + 1 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. HẢI PHÒNG

PHẦN I : TRẮC NGHIỆM

Bài 1. Ta có : $M = 2 + \sqrt{6} - \sqrt{6} - 3 = -1$.

Chọn đáp án B.

Bài 2. Khi $x = -\sqrt{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(-\sqrt{3})^2 = -1$.

Chọn đáp án C.

Bài 3. Điều kiện : $x \geq 0$ và $1 - x \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$

(không cần đặt thêm $x(1 - x) \geq 0$).

Chọn đáp án D.

Bài 4. Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 3x$ có phương trình :

$$y = 3x + m \quad (m \neq 0) \quad M \in (d) \Rightarrow 1 = 3.1 + m \Rightarrow m = -2$$

Vậy phương trình (d) là $y = 3x - 2 \Leftrightarrow 3x - y = 2$. Chọn đáp án C.

Bài 5. Trong tam giác vuông OHA, ta có :

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ (cm)}.$$

Tương tự : $O'H = \sqrt{7} \text{ (cm)} \Rightarrow OO' = 4 + \sqrt{7} \text{ (cm)}$. Chọn đáp án B.

Bài 6. Trong tam giác OAC cân tại O $\Rightarrow \widehat{AOB} = 2.70^\circ = 140^\circ$ (góc ngoài bằng tổng hai góc trong không kề nó)

Tứ giác AOBM nội tiếp vì $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = 360^\circ - (180^\circ + 140^\circ) = 40^\circ.$$

Chọn đáp án D.

Bài 7. Ta có độ dài cung nhỏ AB bằng : $\frac{2\pi.R.a}{360} = \frac{2\pi.2.120}{360} = \frac{4\pi}{3} \text{ (cm)}$.

Chọn đáp án A.

Bài 8. Ta có : $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}\pi.6^2.9 = 108\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Chọn đáp án C.

PHẦN II : TỰ LUẬN

Bài 1.

1. Ta có : $A = \frac{2 - \sqrt{5}}{4 - 5} - \frac{2 + \sqrt{5}}{4 - 5} = -(2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$.

2. $(2 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x}) = -x + \sqrt{5} \Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{x} - \sqrt{x} - x = -x + \sqrt{5}$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{5} - 2 \Leftrightarrow x = (\sqrt{5} - 2)^2$
 $\Leftrightarrow x = 9 - 4\sqrt{5}$.

3. Đường thẳng $y = 3x - 6$ giao với trục hoành tại M $\Rightarrow$ tung độ M bằng
 Ta có : $3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$

Điểm M(2; 0) thuộc đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + m \Rightarrow 0 = \frac{3}{2}.2 + m \Rightarrow m = -3$

Bài 2.

1. Khi $m = 3$ và $n = 2$, ta có phương trình : $x^2 + 3x + 2 = 0$

Vì $a - b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên phương trình có nghiệm :

$$x_1 = -1 \text{ và } x_2 = -\frac{c}{a} = -2.$$

2. Ta có : $x_1^3 - x_2^3 = 9 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) = 9$

Vì $x_1 - x_2 = 3 \Rightarrow x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = 3$

$$\Rightarrow (x_1 - x_2)^2 + 3x_1x_2 = 3 \Rightarrow x_1x_2 = -2.$$

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 & (1) \\ x_1x_2 = -2 & (2) \end{cases}$

Từ (1) $\Rightarrow x_1 = 3 + x_2$. Thay vào (2), ta được :

$$(3 + x_2)x_2 = -2 \Leftrightarrow x_2^2 + 3x_2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

- Nếu $x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = 2$

$$\begin{aligned} x_1, x_2 \text{ là nghiệm phương trình đã cho} &\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = n \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 2 + (-1) = -m \\ 2(-1) = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Thử lại : Với $m = -1$ và $n = -2$, ta có phương trình :

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm và lấy $x_1 = 2$; $x_2 = -1$ (thỏa mãn điều kiện đã cho).

- Nếu $x_2 = -2 \Rightarrow x_1 = 1$. Tương tự, ta tìm được $m = 1$; $n = -2$.

Đáp số : $(m; n) = (-1; -2)$ hoặc $(m; n) = (1; -2)$.

Bài 3.

a) Ta có tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn nên

$$\widehat{ACB} + \widehat{BDE} = 180^\circ$$

$$\text{mà } \widehat{BDE} + \widehat{ADE} = 180^\circ \text{ (kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{ACB}.$$

b) Ta có : $\widehat{ADE} = \widehat{ACB}$ (cmt),

$$\widehat{ACB} = \widehat{A_1} \text{ (cùng phụ với } \widehat{B} \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{A_1} \text{ hay } \triangle AKD \text{ cân tại K}$$

$$\Rightarrow KD = KA$$

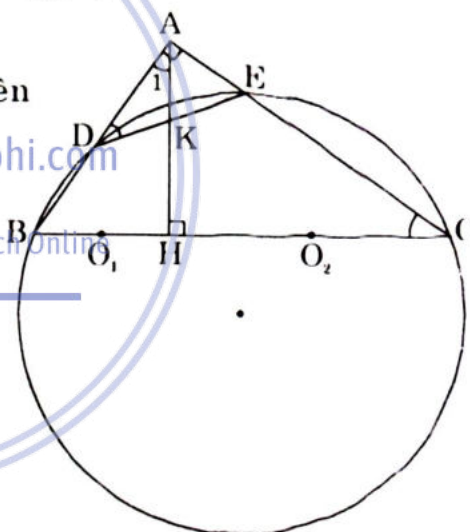
Chứng minh tương tự ta có : $KA = KE \Rightarrow KD = KE$ hay K là trung điểm của DE.

c) Ta có K là trung điểm của AH (gt) đồng thời K là trung điểm của DE (cmt) nên tứ giác AEHD là hình bình hành, lại có $\widehat{A} = 90^\circ$ nên AEHD là hình chữ nhật nên $\widehat{ADH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BDH} = 90^\circ$ (kề bù), chứng tỏ D thuộc đường tròn tâm O_1 đường kính BH.

Khi đó : $O_1B = O_1D = O_1H$.

Ta có : $\triangle KDO_1 = \triangle KHO_1$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{KDO_1} = \widehat{KHO_1} = 90^\circ$ hay $DE \perp O_1D$ tại D, chứng tỏ DE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BH. Với đường tròn đường kính CH chúng ta cũng chứng minh tương tự.

Vậy đường thẳng DE là tiếp tuyến chung ngoài của đường tròn đường kính BH và đường tròn đường kính CH.



Bài 4. Giả sử không có hai số nào trong các số tự nhiên $a_1; a_2; \dots; a_{361}$ bằng nhau và $a_1 < a_2 < \dots < a_{361}$. Vì các số này là số tự nhiên, ta có thể coi $a_1 \geq 1; a_2 \geq 2; \dots; a_{361} \geq 361$. Ta có :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{361}}} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{361}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{1} + \sqrt{1}} + \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{361} + \sqrt{361}} \\ &< 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{361} + \sqrt{360}} \right) \\ &= 2(\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{361} - \sqrt{360}) \\ &= 2(\sqrt{361} - 1) = 2(19 - 1) \\ &= 36 < 37. \text{ Điều này trái với giả thiết.} \end{aligned}$$

Vậy tồn tại ít nhất có hai số bằng nhau.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NINH

Bài 1.

a) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{27} - \sqrt{300} = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \sqrt{3}.$

b) Điều kiện : $x > 0$ và $x \neq 1$. Ta có :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} &= \left[\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right] \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) \\ &= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = 1 + \sqrt{x}. \end{aligned}$$

Bài 2.

a) Ta có : $a + b + c = 1 + 3 - 4 = 0$ nên phương trình có nghiệm :

$$x_1 = 1; \quad x_2 = -4.$$

b) Ta có : $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$

Bài 3.

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1; 1)$ nên ta có :

$$1 = -(2m - 1) + m + 1 \Leftrightarrow 1 = 1 - 2m + m + 1 \Leftrightarrow m = 1.$$

b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại A nên $A(0; m + 1)$

$$\Rightarrow OA = |m + 1|, \text{ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại B nên } \left(\frac{-m - 1}{2m - 1}; 0 \right)$$

$$\Rightarrow OB = \left| \frac{-m - 1}{2m - 1} \right| = \left| \frac{m + 1}{2m - 1} \right| \quad \left(m \neq \frac{1}{2} \right)$$

Tam giác OAB cân (tại O) $\Leftrightarrow OA = OB$

$$\Leftrightarrow |m+1| = \left| \frac{m+1}{2m-1} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+1}{2m-1} = m+1 \\ \frac{m+1}{2m-1} = -(m+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 0. \end{cases}$$

Bài 4. Gọi x (km/h) là vận tốc thực tế của ca nô ($x > 0$).

Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là $x + 5$ (km/h); vận tốc của ca nô khi ngược dòng là $x - 5$ (km/h); $x > 5$.

Thời gian của ca nô khi xuôi dòng là $\frac{60}{x+5}$ (h); khi ngược dòng là

$\frac{60}{x-5}$ (h). Ta có phương trình :

$$\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} = 5 \Leftrightarrow 60(x-5) + 60(x+5) = 5(x^2 - 25)$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 120x - 125 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 25 \text{ (nhận)} \end{cases} \quad (\text{vì } a - b + c = 0)$$

Trả lời : Vận tốc thực của ca nô là 25 (km/h).

Bài 5.

a) Ta có $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$$

Do đó tứ giác MAOB nội tiếp.

b) Ta có : $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OA = OB (= R)$$

nên MO là đường trung trực của đoạn AB hay $MO \perp AB$ tại E.

Xét $\triangle MAO$ vuông tại A có đường cao AE :

$$AO^2 = MO \cdot EO \text{ (hệ thức lượng)}$$

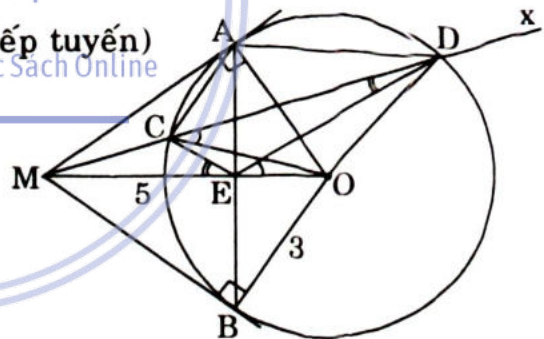
$$\Rightarrow EO = \frac{AO^2}{MO} = \frac{3^2}{5} = 1,8\text{cm} \Rightarrow ME = MO - EO = 5 - 1,8 = 3,2\text{cm}.$$

$$\text{Lại có } AE^2 = ME \cdot OE = 3,2 \cdot 1,8 = 5,76$$

$$\Rightarrow AE = \sqrt{5,76} = 2,4\text{cm}$$

$$\Rightarrow AB = 2AE = 2 \cdot 2,4 = 4,8\text{cm}$$

$$\text{Vậy } S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \cdot ME = \frac{1}{2} 4,8 \cdot 3,2 = 7,68\text{cm}^2.$$



- c) Ta có : $\widehat{MAC} = \widehat{ADC}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$$\text{Do đó } \triangle MAC \sim \triangle MDA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC.MD \quad (1)$$

$$\text{Lại có } \triangle MAO \text{ vuông có đường cao AE nên ta có : } MA^2 = MO.ME \quad (2) \text{ (hệ thức lượng).}$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow MC.MD = MO.ME$$

Do đó $\triangle MEC \sim \triangle MDO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{MDO} \Rightarrow$ Tứ giác DOCE nội tiếp
Mặt khác $\triangle COD$ cân tại O

$$\Rightarrow \widehat{MDO} = \widehat{DCO} \text{ mà } \widehat{DCO} = \widehat{DEO} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung OD)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{DEO} \text{ mà } \widehat{MEC} + \widehat{CEA} = 90^\circ \text{ (do AE } \perp \text{ MO)}$$

$$\text{và } \widehat{DEO} + \widehat{AED} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CEA} = \widehat{AED}. \text{ Chứng tỏ EA là tia phân giác của góc CED.}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH THANH HÓA

Bài 1.

1. Khi $n = 3$. Phương trình (1) có dạng :

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (vì } a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0).$$

2. Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4 - n \geq 0 \Leftrightarrow n \leq 4$.

Bài 2. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Bài 3.

1. Phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc k : $y = kx + b$.

$$\text{Điểm } B(0; 1) \in (d) \Rightarrow 1 = k.0 + b \Rightarrow b = 1.$$

$$\text{Vậy phương trình của (d) là : } y = kx + 1.$$

2. Tọa độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) thỏa mãn hệ : $\begin{cases} y = x^2 \\ y = kx + 1 \end{cases}$

$$\text{Trừ vế với vế hai phương trình, ta được : } x^2 - kx - 1 = 0 \quad (*)$$

Phương trình (*) có hệ số $a = 1$; $c = -1 \Rightarrow a.c < 0$, nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu.

Vậy (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm E, F có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình trên.

Bài 5. Ta có : $m^2 + mn + n^2 = 1 - \frac{3p^2}{2}$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 2mn + 2n^2 + 3p^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 2mn + 2n^2 + 2mp - 2mp + 2np - 2np + 3p^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow (m + n + p)^2 + (m - p)^2 + (n - p)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow (m - p)^2 + (n - p)^2 = 2 - (m + n + p)^2$$

Vì $(m - p)^2 + (n - p)^2 \geq 0 \Rightarrow 2 - (m + n + p)^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow 2 - B^2 \geq 0 \Leftrightarrow |B| \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq B \leq \sqrt{2}$$

Vậy :

Giá trị lớn nhất của B bằng $\sqrt{2}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = n = p = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Giá trị nhỏ nhất của B bằng $-\sqrt{2}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = n = p = -\frac{\sqrt{2}}{3}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH NGHỆ AN

Bài 1.

1. Biểu thức A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x - 1 \neq 0 \\ \sqrt{x} + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Khi đó, ta có :

$$\begin{aligned} A &= \frac{x\sqrt{x} + 1 - (x-1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x\sqrt{x} + 1 - (x\sqrt{x} - x - \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

2. Khi $x = \frac{9}{4} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{\frac{9}{4}}}{\sqrt{\frac{9}{4}} - 1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - 1} = 3$.

3. Ta có : $A < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - (\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} < 0$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1 \text{ (nhận).}$$

Chú ý : Nếu biến đổi : $A < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} < 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} < \sqrt{x}-1$

sẽ là sai lầm, vì khi đó bạn đã coi rằng $\sqrt{x}-1 > 0$, nhưng thực ra ta thấy $\sqrt{x}-1 < 0$!

Bài 2.

1. Khi $m = 2$, ta có phương trình : $2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$a = 2; b = -5; c = 2 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4.2.2 = 25 - 16 = 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm : } x_1 = \frac{5+3}{4} = 2; x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$$

2. Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow [-(m+3)]^2 - 4.2m \geq 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 9 \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + 8 \geq 0, \forall m \quad (\text{vì } (m-1)^2 \geq 0, \forall m)$$

$$\text{Khi đó ta có : } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m+3}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m}{2} \quad (\text{hệ thức Viet}) \end{cases}$$

$$\text{Vậy : } x_1 + x_2 = \frac{5}{2} x_1 x_2 \Leftrightarrow \frac{m+3}{2} = \frac{5m}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2m + 6 = 5m \Leftrightarrow 3m = 6 \Leftrightarrow m = 2.$$

3. Ta có : $P = |x_1 - x_2| \geq 0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P^2 &= (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = \left(\frac{m+3}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{m}{2} = \frac{1}{4}(m^2 + 6m + 9 - 8m) \\ &= \frac{1}{4}(m^2 - 2m + 9) = \frac{1}{4}[(m-1)^2 + 8] \geq 2 \quad (\text{vì } (m-1)^2 \geq 0, \forall m) \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P^2 bằng 2 $\Leftrightarrow$ giá trị nhỏ nhất của P bằng $\sqrt{2}$, đạt được khi $m = 1$.

Bài 3. Gọi x (m) là chiều rộng của thửa ruộng ($x > 0$). Chiều dài của thửa ruộng sẽ là : $x + 45$ (m).

Chu vi của thửa ruộng là : $2(x + x + 45)$ (m).

Tăng chiều rộng lên 3 lần nên chiều rộng lúc này sẽ là : $3x$ (m); giảm chiều dài đi 2 lần nên chiều dài lúc này sẽ là : $\frac{x+45}{2}$ (m).

$$\text{Khi đó, chu vi sẽ là : } 2\left[3x + \frac{x+45}{2}\right] \text{ (m)}$$

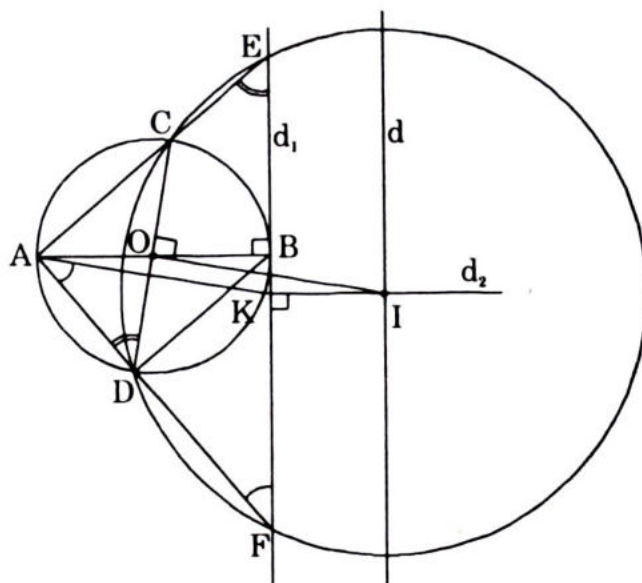
Theo bài ra, ta có phương trình :

$$2(x + x + 45) = 2\left[3x + \frac{x+45}{2}\right]$$

$$\Leftrightarrow 4x + 90 = 7x + 45 \Leftrightarrow 3x = 45 \Leftrightarrow x = 15$$

Vậy chiều rộng của thửa ruộng là 15 (m); chiều dài là : $15 + 45 = 60$ (m).

Trả lời : Diện tích của thửa ruộng là : $15.60 = 900$ (m²).

Bài 4.

1. Ta có : $\widehat{CAD} = 90^\circ$ (CD là đường kính) hay $\triangle EAF$ vuông tại A có AB là đường cao :

$$BE \cdot CF = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2 \quad (\text{hệ thức lượng}).$$

2. Nối B với D ta có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (AB là đường kính) nên $\triangle BDF$ vuông tại D

$$\Rightarrow \widehat{F} + \widehat{DBF} = 90^\circ \quad (1)$$

Mặt khác $\widehat{ACD} = \widehat{ABD}$ (2) (góc nội tiếp cùng chắn cung AD)

$$\text{mà } \widehat{ABD} + \widehat{DBF} = 90^\circ \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{F} = \widehat{ACD} (= \widehat{ABD})$. Do đó tứ giác CEFD nội tiếp.

3. Ta có I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CEFD (gt) nên I là giao điểm hai đường trung trực d_1, d_2 lần lượt của CD và EF.

Gọi K là trung điểm của EF ta có AK là trung tuyến của tam giác vuông AEF

$$\Rightarrow KA = KF \text{ hay } \triangle KAF \text{ cân} \Rightarrow \widehat{KAF} = \widehat{KFA} \left. \vphantom{\begin{matrix} \Rightarrow KA = KF \\ \text{hay } \triangle KAF \text{ cân} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow$$

Lại có tứ giác CEFD nội tiếp (cmt) nên $\widehat{ADC} = \widehat{AEF}$

$$\widehat{KAF} + \widehat{ADC} = \widehat{KFA} + \widehat{AEF} = 90^\circ \text{ hay } AK \perp CD \text{ mà } OI \perp CD \Rightarrow AK \parallel OI$$

Ta có $KI \parallel OA (\perp EF)$. Do đó AOKI là hình bình hành $\Rightarrow KI = OA = R$ (không đổi). Vì K cố định nên tâm I nằm trên đường thẳng d song song với EF và cách EF một đoạn bằng R.

Vậy d cố định.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH HÀ TĨNH

Bài 1.

1. $x^2 + x - 6 = 0$

$$a = 1; b = 1; c = -6 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4.1(-6) = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm : } x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2; x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3.$$

2. $M(2; -1)$ thuộc đường thẳng : $y = ax - 2 \Rightarrow -1 = a.2 - 2$

$$\Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Bài 2.

1. Với $x > 0; x \neq 1$, ta có :

$$\begin{aligned} P &= \left[\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x^2}{x(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot \frac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{x\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x(\sqrt{x}-1)(1-2\sqrt{x})}{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}} = \sqrt{x}(1-2\sqrt{x}). \end{aligned}$$

$$2. \text{ Ta có : } P = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}(1-2\sqrt{x}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ 1-2\sqrt{x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vì $x > 0$ và $x \neq 1$, nên ta lấy $x = \frac{1}{4}$.

Bài 3. Gọi x (xe) là số xe lúc đầu ($x \in \mathbb{N}; x \geq 1$). Khi đó, mỗi xe phải chờ : $\frac{10}{x}$ (tấn). Một xe đi làm công việc khác nên chỉ còn $x-1$ (xe) và lúc

này mỗi xe phải chờ $\frac{10}{x-1}$ (tấn).

Mỗi xe phải chờ nhiều hơn dự định là 0,5 (tấn) nên ta có phương trình :

$$\begin{aligned} \frac{10}{x-1} - \frac{10}{x} &= 0,5 \Leftrightarrow 20x - 20(x-1) = x(x-1) \\ &\Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (nhận)} \\ x = -4 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Trả lời : Đoàn xe lúc đầu có 5 chiếc.

Bài 4.

1. Ta có : $OM = ON = OP = OQ (= R)$

nên tứ giác $MPNQ$ là hình bình hành.

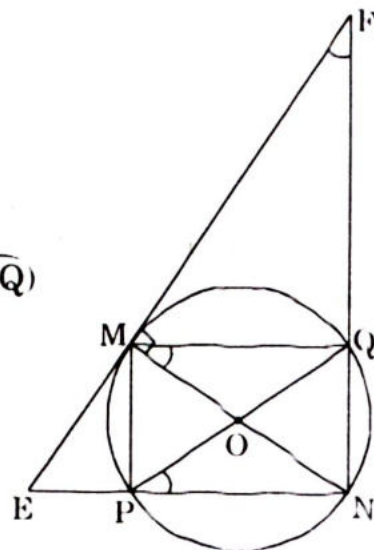
Lại có : $MN = PQ = 2R$ nên hình bình hành $MPNQ$ là hình chữ nhật.

2.a) Ta có : $\widehat{NPQ} = \widehat{NMQ}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{NQ}$)

mà $\widehat{NMQ} = \widehat{F}$ (cùng phụ với $\widehat{FNM}$)

$$\Rightarrow \widehat{NPQ} = \widehat{F}$$

Do đó tứ giác $EFQP$ nội tiếp hay bốn điểm E, F, Q, P cùng thuộc một đường tròn.



b) Ta có : $S_{NEF} = \frac{1}{2}MN.EF = \frac{1}{2}.2R(EM + MF) = R(EM + MF)$

Theo bất đẳng thức Côsi : $EM + MF \geq 2\sqrt{EM.MF}$ (*)

Tam giác NEF vuông có NM là đường cao :

$$EM.MF = NM^2 \quad (\text{hệ thức lượng})$$

Vậy (*) $\Leftrightarrow S_{NEF} \geq R.2\sqrt{NM^2} = 2R.MN = 2R.2R = 4R^2$ không đổi

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow EM = MF \Leftrightarrow \Delta NEF$ vuông cân tại N

$$\Leftrightarrow NM \text{ là tia phân giác của } \widehat{QNP}$$

$$\Leftrightarrow MPNQ \text{ là hình vuông} \Leftrightarrow PQ \perp MN$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của S_{NEF} bằng $4R^2 \Leftrightarrow PQ \perp MN$.

Bài 5. Ta có : $a \in [-2; 5] \Rightarrow -2 \leq a \leq 5 \Rightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 \geq 0 \\ a - 5 \leq 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow (a + 2)(a - 5) \leq 0 \Leftrightarrow a^2 - 3a - 10 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 \leq 3a + 10 \quad (1)$$

Chứng minh tương tự : $2b^2 \leq 6b + 20 \quad (2)$

và $3c^2 \leq 9c + 30 \quad (3)$

Cộng vế với vế (1), (2) và (3) ta được :

$$a^2 + 2b^2 + 3c^2 \leq 3a + 6b + 9c + 60 = 3(a + 2b + 3c) + 60$$

$$\leq 3.2 + 60 = 66 \quad (\text{vì } a + 2b + 3c \leq 2)$$

Vậy : $a^2 + 2b^2 + 3c^2 \leq 66$ (đpcm).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NAM

Bài 1.

1. a) $\sqrt{x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x \geq 0$.

b) $\frac{1}{x-1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

2. Trục căn thức ở mẫu.

a) $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

b) $\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{1(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

3. Giải hệ : $\begin{cases} x-1=0 \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 1+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

Hệ có nghiệm : (1; 2).

Bài 2.

- a) Trên hệ trục Oxy, vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$.

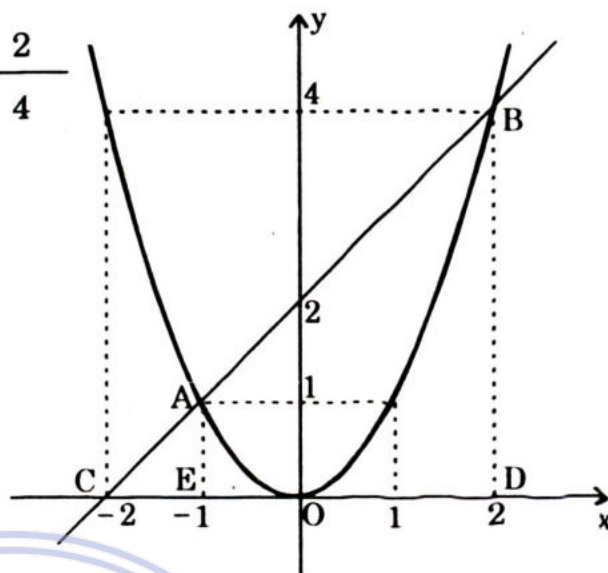
Bảng một số giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	-2	0
$y = x + 2$	0	2

Đồ thị của hàm số $y = x^2$ là parabol (P).

Đồ thị của hàm số $y = x + 2$ là một đường thẳng (d) qua hai điểm $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.



- b) Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) :

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \quad (\text{vì } a - b + c = 0 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a})$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 1; \quad x_2 = 2 \Rightarrow y = 4$$

Tọa độ giao điểm : A(-1, 1), B(2, 4).

- c) Gọi C(-2; 0), D(2; 0). Ta có :

$$S_{OAB} = S_{BCD} - (S_{OAC} + S_{OBD}) = \frac{1}{2}CD \cdot BD - \left(\frac{1}{2}CO \cdot AE + \frac{1}{2}OD \cdot BD \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 - \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \right) = 8 - (1 + 4) = 3 \text{ (đvdt)}.$$

Bài 3. Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - (m^2 - m + 3) \geq 0$
 $\Leftrightarrow m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3.$

Theo hệ thức Viét, ta có : $x_1 + x_2 = 2m$; $x_1 x_2 = m^2 - m + 3.$

$$\text{Vậy } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4m^2 - 2(m^2 - m + 3)$$

$$= 2m^2 + 2m - 6$$

$$= 2\left(m^2 + m + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} - 6 = 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{2}$$

$$\text{Ta có : } m \geq 3 \Rightarrow m + \frac{1}{2} \geq \frac{7}{2} \Rightarrow \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{2} \geq \frac{49}{2} - \frac{13}{2} = 18$$

Dấu "=" xảy ra khi $m = 3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $x_1^2 + x_2^2$ bằng 18, đạt được khi $m = 3$.

Bài 4.

a) Ta có : $BD \perp AC$ tại K (gt)

$\Rightarrow KB = KD$ (định lý đường kính dây cung)

$\triangle CBD$ có đường cao CK đồng thời là đường trung tuyến nên cân.

- Ta có : $\widehat{AEC} = 90^\circ$ (AC là đường kính)

$\Rightarrow \widehat{AEC} + \widehat{HKC} = 180^\circ$

Do đó tứ giác CEHK nội tiếp.

b) Xét $\triangle AKH$ và $\triangle AEC$ có $\widehat{KAH}$ chung; $\widehat{AHK} = \widehat{ACE}$ (do tứ giác CEHK nội tiếp)

$$\Rightarrow \triangle AHK \sim \triangle ACE \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AK}{AE} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH \cdot AE = AK \cdot AC \quad (1)$$

Lại có $\triangle ADC$ vuông tại D có DK là đường cao, ta có :

$$AD^2 = AC \cdot AK \text{ (hệ thức lượng)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AD^2 = AH \cdot AE$.

c) Ta có : $KB = KD = \frac{BD}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ (cm)},$

$\triangle BKC$ vuông tại K :

$$KC = \sqrt{BC^2 - KB^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16 \text{ (cm)}$$

Lại có $BC^2 = AC \cdot KC$ (hệ thức lượng)

$$\Rightarrow AC = \frac{BC^2}{KC} = \frac{20^2}{16} = 25 \text{ (cm)} \Rightarrow OA = OC = \frac{AC}{2} = \frac{25}{2} \text{ (cm)}$$

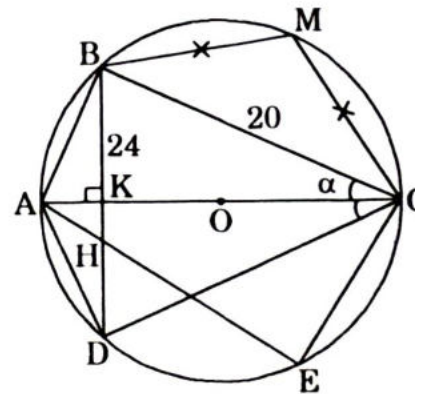
Vậy chu vi của đường tròn (O) là : $C = 2\pi R = 2\pi \cdot \frac{25}{2} = 25\pi \text{ (cm)}$.

d) $\triangle CBD$ cân tại C có CK là đường cao nên đồng thời cũng là phân giác

$$\text{hay } \widehat{ACB} = \widehat{ACD} = \frac{\widehat{BCD}}{2} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

M thuộc (O) khi $\widehat{BAC} + \widehat{BMC} = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{BMC} = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\alpha}{2} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$

$$\triangle BMC \text{ cân tại M nên } \widehat{MBC} = \frac{180^\circ - \widehat{BMC}}{2} = \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) : 2 = 45^\circ - \frac{\alpha}{4}$$



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH QUẢNG NGÃI**à i 1.**

1. Ta có : $A = 3\sqrt{2} - 4.3\sqrt{2} = -9\sqrt{2}$.

a) Ta có : $P = \left[\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right] \left[\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right] = (\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1) = a - 1$.

b) $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1 \Rightarrow P = \sqrt{3} + 1 - 1 = \sqrt{3}$.

à i 2.

1. Ta có : $a = 1; b = -5; c = 6 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4.1.6 = 1 > 0$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = \frac{5-1}{2}; x_2 = \frac{5+1}{2}$ hay $x_1 = 2; x_2 = 3$.

2. Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-5)^2 - 4(7-m) \geq 0$

$$\Leftrightarrow 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm, theo hệ thức Viét, ta có :

$$x_1 + x_2 = 5; \quad x_1 x_2 = 7 - m.$$

Vậy $x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow 5^2 - 2(7 - m) = 13$

$$\Leftrightarrow 11 + 2m = 13 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (nhận)}.$$

a) Vẽ parabol (P) : $y = x^2$

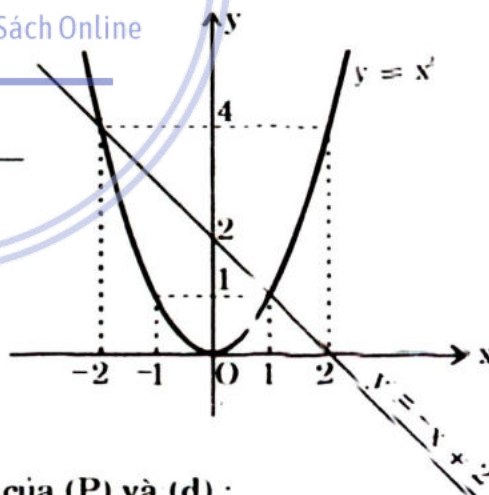
Bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Về đường thẳng (d) : $y = -x + 2$.

Bảng giá trị :

x	0	2
y	2	0



b) Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) :

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (= x_1) \\ x = -2 & (= x_2) \end{cases} \text{ (vì } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0)$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1; \quad x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = 4.$$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) : A(1; 1), B(-2; 4).

à i 3. Gọi x, y lần lượt là thời gian vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy một mình đầy bể (x, y tính bằng giờ; $x > 5, y > 5$).

Một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)

Theo bài ra, ta có hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ 3 \cdot \frac{1}{x} + 4 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Đặt $u = \frac{1}{x}$; $v = \frac{1}{y}$. Ta có hệ :

$$\begin{cases} u + v = \frac{1}{5} \\ 3u + 4v = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u + 4v = \frac{4}{5} \\ 3u + 4v = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{2}{15} \\ v = \frac{1}{15} \end{cases}$$

Ta tìm được : $x = \frac{15}{2}$; $y = 15$.

Trả lời : Vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể trong $\frac{15}{2} = 7$ giờ 30 phút
vòi thứ hai chảy một mình đầy bể trong 15 giờ.

Bài 4.

- a) Ta có $SA = SB$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau), $OA = OB$ ($= R$). Do đó SO là đường trung trực của đoạn AB hay $SO \perp AB$ tại H .

E là giao điểm của AB và OI (gt)
nên $\widehat{SHE} = 90^\circ$

Lại có I là trung điểm của MN

$\Rightarrow OI \perp MN$ (định lý đường kính dây cung)

hay $\widehat{SIE} = 90^\circ$

Ta có : $\widehat{SHE} = \widehat{SIE} = 90^\circ$. Do đó tứ giác $IHSE$ nội tiếp.

- b) Xét $\triangle OIH$ và $\triangle OSE$ có $\widehat{OIH} = \widehat{OSE}$ (do tứ giác $IHSE$ nội tiếp)

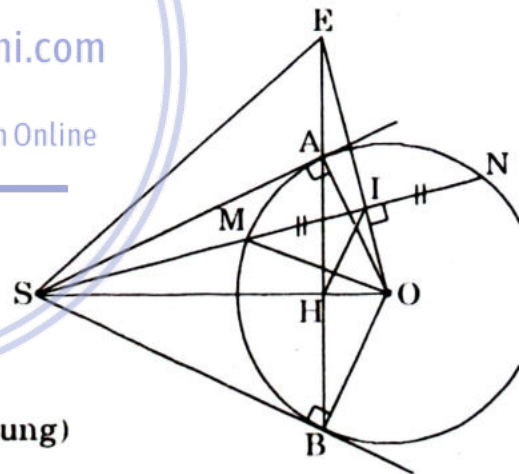
và $\widehat{IOH}$ chung $\Rightarrow \triangle OIH \sim \triangle OSE$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{OI}{OS} = \frac{OH}{OE} \Rightarrow OS.OH = OI.OE \quad (1)$$

Lại có $\triangle SAO$ vuông tại A có AH là đường cao :

$$OS.OH = OA^2 = R^2 \quad (2) \quad (\text{hệ thức lượng}).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OI.OE = R^2$.



c) Ta có : $IM = IN = \frac{MN}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ (gt).

Xét tam giác vuông OIM có :

$$OI^2 = OM^2 - IM^2 = R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4} \quad (\text{định lí Pytago})$$

$$\Rightarrow OI = \frac{R}{2}$$

Xét tam giác SIO vuông tại I ta có :

$$SI^2 = SO^2 - OI^2 = (2R)^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{15R^2}{4} \Rightarrow SI = \frac{R\sqrt{15}}{2}$$

$$\Rightarrow SM = SI - MI = \frac{R\sqrt{15}}{2} - \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{2}$$

Ta có : $OI.OE = R^2$ (cmt) $\Rightarrow OE = \frac{R^2}{OI} = \frac{R^2}{\frac{R}{2}} = 2R$

$$\Rightarrow EI = OE - OI = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

Vậy $S_{EMS} = \frac{1}{2}EI.SM = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{2} \cdot \frac{R\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{2} = \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{8} R^2$ (dvdđt).

Đề 5. Điều kiện : $\begin{cases} 2010 - x \geq 0 \\ x - 2008 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2008 \leq x \leq 2010$

Theo bất đẳng thức Bunhiacôpxki :

$$1\sqrt{2010 - x} + 1\sqrt{x - 2008} \leq \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2010 - x - 2008 + x} = 2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2010 - x}}{1} = \frac{\sqrt{x - 2008}}{1} \Leftrightarrow x = 2009.$

Mặt khác, $x^2 - 4018x + 4036083 = (x - 2009)^2 + 2 \geq 2$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 2009.$

Vậy : $\begin{cases} \sqrt{2010 - x} + \sqrt{x - 2008} \leq 2 \\ x^2 - 4018x + 4036083 \geq 2 \end{cases}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2010 - x} + \sqrt{x - 2008} = 2 \\ x^2 - 4018x + 4036083 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2009.$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÌNH ĐỊNH**Bài 1.**

$$\begin{aligned}
 \text{a) } P &= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3 - 1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{(x+2) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) - (x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^3 - 1} = \frac{x+2+x-1-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x})^3 - 1} \\
 &= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^3 - 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) Ta có: } P &< \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \frac{1}{3} \\
 &\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x+\sqrt{x}+1 \quad (\text{vì } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1 \Rightarrow x+\sqrt{x}+1 > 0) \\
 &\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2 > 0 \quad (\text{luôn đúng } \forall x \geq 0, x \neq 1).
 \end{aligned}$$

Bài 2.

$$\begin{aligned}
 \text{a) Ta có: } a &= 1; b = -2(m-1) \Rightarrow b' = -(m-1); c = m-3 \\
 \Rightarrow \Delta' &= [-(m-1)]^2 - (m-3) = m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall m
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt, với mọi m .

$$\begin{aligned}
 \text{b) Theo hệ thức Viet, ta có: } x_1 + x_2 &= 2(m-1); x_1 x_2 = m-3 \\
 \Rightarrow P &= x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-3)
 \end{aligned}$$

$$= 4m^2 - 10m + 10 = \left(2m - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 2m - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$$

$$\text{Vậy } \min P = \frac{15}{4} \quad (\text{đạt được khi } m = \frac{5}{4}).$$

$$\text{c) Theo trên, ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ 2x_1 x_2 = 2m-6 \end{cases}$$

Trừ vế cho vế hai đẳng thức trên, ta được: $x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = 4$

Hệ thức này rõ ràng không phụ thuộc vào m .

Bài 3. Gọi x là thời gian để vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể ($x > 6$ x tính bằng giờ). Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể); cả hai vòi cùng chảy được $\frac{1}{6}$ (bể), do đó 1 giờ vòi thứ hai chảy một mình đượ

$\frac{1}{6} - \frac{1}{x}$ (bể). Theo đề ra, ta có phương trình :

$$2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{x} \right) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{2}{x} - \frac{3}{x} = \frac{2}{5} - \frac{3}{6} \Leftrightarrow -\frac{1}{x} = -\frac{1}{10} \Leftrightarrow x = 10 \text{ (nhận)}.$$

Khi đó $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$.

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể trong 10 giờ, vòi thứ hai chảy một mình đầy bể trong 15 giờ.

Bài 4.

a) Ta có $\widehat{AIM} + \widehat{AIB} = 180^\circ$ (kề bù)

Tương tự : $\widehat{AMP} + \widehat{PMD} = 180^\circ$

mà $\widehat{AIM} = \widehat{AMP}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến và một dây cùng chắn $\widehat{AM}$)

$$\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{PMD}$$

Xét $\triangle AIB$ và $\triangle PMD$ có : $\widehat{AIB} = \widehat{PMD}$ (cmt)

$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Do đó $\triangle AIB \sim \triangle PMD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AI}{PM} = \frac{IB}{MD} \Rightarrow DM \cdot AI = MP \cdot IB$.

b) Xét $\triangle MDQ$ và $\triangle ICA$ có $\widehat{MDQ} = \widehat{ACI}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB),
 $\widehat{QMD} = \widehat{AIC} (= \widehat{AMP})$

Do đó $\triangle MDQ \sim \triangle ICA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MQ}{IA} = \frac{MD}{IC}$ (1) Lại có : $IB = IC$ (gt)

$$\Rightarrow \frac{MQ}{IA} = \frac{MD}{IB} \text{ mà } \frac{MP}{AI} = \frac{MD}{IB} \Rightarrow \frac{MQ}{IA} = \frac{MP}{IA} \Rightarrow \frac{MP}{MQ} = 1.$$

Bài 5. Ta chứng minh bổ đề sau : $\frac{1}{x^2 + 1} \geq 1 - \frac{x}{2}$ (*), $\forall x > 0$. Thật vậy :

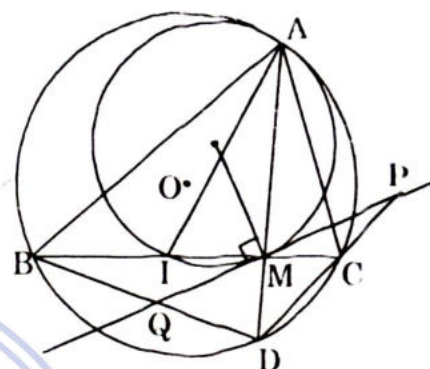
$$(*) \Leftrightarrow \frac{1}{x^2 + 1} \geq \frac{2 - x}{2} \Leftrightarrow 2 \geq (2 - x)(x^2 + 1) \Leftrightarrow 2 \geq 2x^2 + 2 - x^3 - x$$

$$\Leftrightarrow x(x - 1)^2 \geq 0, \text{ luôn đúng } \forall x > 0.$$

Áp dụng bổ đề, ta có : $\frac{1}{a^2 + 1} \geq 1 - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{c}{a^2 + 1} \geq c - \frac{ac}{2}$ (vì $a \geq 0; c > 0$)

Tương tự : $\frac{b}{c^2 + 1} \geq b - \frac{bc}{2}; \quad \frac{a}{b^2 + 1} \geq a - \frac{ab}{2}$

Vậy $\frac{a}{b^2 + 1} + \frac{b}{c^2 + 1} + \frac{c}{a^2 + 1} \geq (a + b + c) - \frac{ab + bc + ca}{2}$



Ta lại có : $a^2 + b^2 \geq 2ab$; $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $c^2 + a^2 \geq 2ac$
 $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$
 $\Rightarrow 3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2 = 9$
 $\Rightarrow ab + bc + ca \leq 3$

Vậy $\frac{a}{b^2 + 1} + \frac{b}{c^2 + 1} + \frac{c}{a^2 + 1} \geq a + b + c - \frac{3}{2} = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ (đpcm).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH KHÁNH HÒA

Bài 1.

a) Ta có : $A + B = 5 + \sqrt{15} + 5 - \sqrt{15} = 10$

$A.B = (5 + \sqrt{15})(5 - \sqrt{15}) = 25 - 15 = 10.$

Vậy $A + B = A.B.$

b) Ta có : $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 3x - 2(1 - 2x) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất : $(2; -3)$.

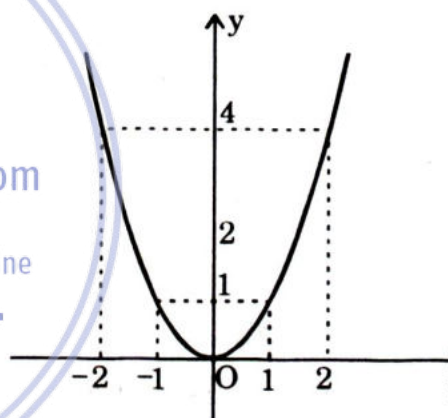
Bài 2.

a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2$.

Bảng một số giá trị.

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị là một parabol (P).



b) Khi $m = 3 \Rightarrow (d) : y = 3x - 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) :

$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ (vì $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$)

$x = 1 \Rightarrow y = 1$; $x = 2 \Rightarrow y = 4$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) : $A(1; 1)$, $B(2; 4)$.

c) Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) :

$x^2 = mx - 2 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2 = 0$ (*)

Phương trình (*) có nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8 > 0$

$\Leftrightarrow |m| > 2\sqrt{2}$

Khi đó x_A, x_B là nghiệm của (*), theo hệ thức Viét, ta có : $x_A + x_B = m$.

Ta cần có : $y_A + y_B = (mx_A - 2) + (mx_B - 2) = m(x_A + x_B) - 4$

$$\begin{aligned}
 \text{Vậy } y_A + y_B &= 2(x_A + x_B) - 1 \Leftrightarrow m(x_A + x_B) - 4 = 2(x_A + x_B) - 1 \\
 &\Leftrightarrow m^2 - 4 = 2m - 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases} \quad (\text{vì } a - b + c = 1 - (-2) - 3 = 0)
 \end{aligned}$$

Vì $|m| > 2\sqrt{2}$ nên ta lấy $m = 3$.

Bài 3. Gọi x là chiều rộng của hình chữ nhật ($x > 0$; x tính bằng mét), khi đó $x + 6$ (m) là chiều dài. Theo bài ra ta có phương trình :

$$x^2 + (x + 6)^2 = 5.2(x + x + 6) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$a = 1; b = -4 \Rightarrow b' = -2; c = -12 \Rightarrow \Delta' = (-2)^2 + 12 = 16 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 4.$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_1 = 2 + 4$; $x_2 = 2 - 4$ hay $x_1 = 6$, $x_2 = -2$.
Vì $x > 0$ nên ta chọn $x = 6$.

Vậy chiều rộng hình chữ nhật là 6 (m), chiều dài là 12 (m).

Bài 4.

a) Ta có $CD \perp AB$, $CE \perp AM$ (gt)

$$\Rightarrow \widehat{AEC} + \widehat{ADC} = 180^\circ$$

nên tứ giác AECD nội tiếp.

b) Ta có tứ giác AECD nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CAE} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{CE})$$

mà $\widehat{CAE} = \widehat{CBA}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây
bằng góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AC}$) $\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CBA}$.

c) (Xem B₅ phần bài tập về tứ giác nội tiếp)

Chứng minh tương tự ta có tứ giác CDBF nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{CDF} = \widehat{CBF} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } CF)$$

mà $\widehat{CBF} = \widehat{CAB}$ (góc giữa tiếp tuyến một dây và góc nội tiếp cùng
chắn cung CB) $\Rightarrow \widehat{CDF} = \widehat{CAB}$.

Xét $\triangle ACB$ theo định lí "Tổng ba góc trong tam giác" ta có :

$$\widehat{ACB} + \widehat{CAB} + \widehat{CBA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} + \widehat{CDF} + \widehat{CDE} = 180^\circ$$

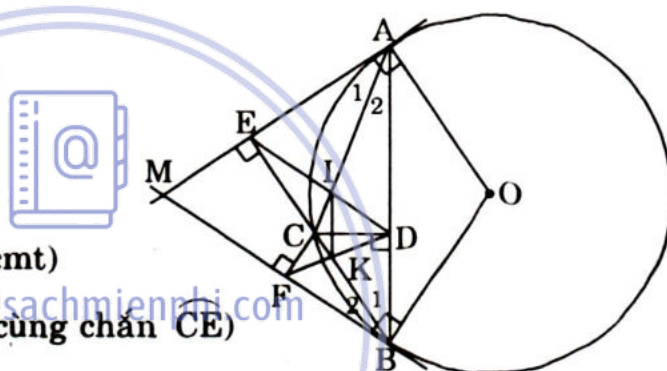
hay $\widehat{ACB} + \widehat{IDK} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác CIDK nội tiếp.

$$\Rightarrow \widehat{CIK} = \widehat{CDK} \text{ (góc nội tiếp chắn cung } CK)$$

$$\text{mà } \widehat{CDK} = \widehat{CBF} = \widehat{CAB} \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{CIK} = \widehat{CAB}$$

Do đó $IK \parallel AB$ (cặp góc đồng vị bằng nhau).

d) Gọi H là trung điểm của AB ta có $OH \perp AB$ (định lí đường kính dây
cung), vì O, A, B cố định $\Rightarrow$ H cố định $\Rightarrow$ OH không đổi.



Không mất tính tổng quát, giả sử D nằm giữa H và B.

Ta có $\triangle ADC$ vuông tại D theo định lý Pytago :

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \quad (1)$$

Tương tự $\triangle BDC$ vuông tại D :

$$BC^2 = DB^2 + CD^2 \quad (2)$$

Cộng vế với vế (1) và (2) ta có :

$$AC^2 + BC^2 = AD^2 + DB^2 + 2CD^2 \quad (*)$$

mà $AD = AH + HD$

và $BD = AH - HD$ (vì $HA = HB$)

$$\Rightarrow AD^2 = (AH + HD)^2 = \left(\frac{AB}{2} + HD\right)^2$$

$$\text{Tương tự : } BD^2 = \left(\frac{AB}{2} - HD\right)^2$$

$$\Rightarrow AD^2 + DB^2 = \left(\frac{AB}{2} + HD\right)^2 + \left(\frac{AB}{2} - HD\right)^2 = \frac{AB^2}{2} + 2HD^2$$

Lại có $\triangle HDC$ vuông tại D : $CH^2 = HD^2 + CD^2$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó } (*) \Leftrightarrow AC^2 + BC^2 &= \frac{AB^2}{2} + 2HD^2 + 2CD^2 = \frac{AB^2}{2} + 2(HD^2 + CD^2) \\ &= \frac{AB^2}{2} + 2CH^2 \end{aligned}$$

Xét ba điểm O, H, C ta có $HC \geq OC - OH$ (bất đẳng thức tam giác)
hay $HC \geq R - OH$

Do đó : $AC^2 + BC^2 \geq \frac{AB^2}{2} + 2(R - OH)^2$ không đổi.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ H nằm giữa O và C $\Leftrightarrow$ C là điểm chính giữa cung AB.

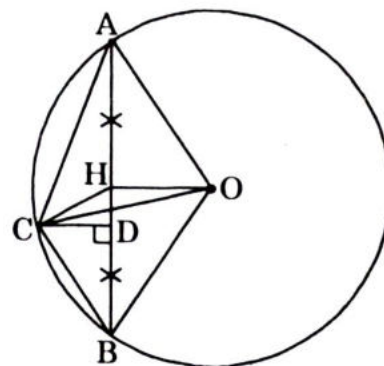
Ta có : $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau), M, O, H cùng thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB $\Rightarrow$ M, O, H thẳng hàng

Khi $OM = 2R$ thì $\cos \widehat{MOA} = \frac{OA}{OM} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MOA} = 60^\circ$

$$AH = OA \cdot \sin \widehat{AOM} = R \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} R \Rightarrow AB = 2AH = \sqrt{3} R$$

$$OH = OA \cdot \cos \widehat{AOH} = R \cos 60^\circ = \frac{R}{2}$$

Vậy $OM = 2R$ thì giá trị nhỏ nhất của $AC^2 + BC^2$ là $2R^2$.



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH LÂM ĐỒNG

Bài 1. Ta có : $ab + b\sqrt{a} + \sqrt{a} + 1 = b\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1) + (\sqrt{a} + 1) = (\sqrt{a} + 1)(b\sqrt{a} + 1)$.

Bài 2. $A = \tan^2\alpha(1 - \sin^2\alpha) = \tan^2\alpha\cos^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} \cdot \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$.

Bài 3. $(d_1) \parallel (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - a = 1 + 2a \\ 1 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 3a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$.

Bài 4. Ta có : $31,4 = \pi \cdot 2R \Rightarrow R = \frac{31,4}{2\pi} = \frac{31,4}{2 \cdot 3,14} = 5 \text{ (cm)}$

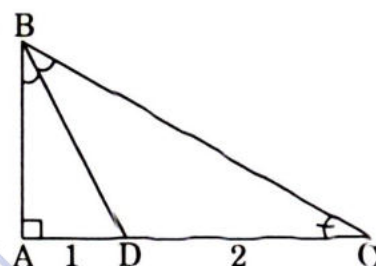
$$\Rightarrow S = \pi R^2 = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 5. Theo tính chất phân giác, ta có :

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$$

Trong tam giác vuông ABC, ta có :

$$\sin C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ.$$



Bài 6. Ta có $A \in (P) \Rightarrow y_A = 2x_A^2$; trong đó $x_A = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_A = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

Bài 7. Phương trình đường thẳng MN có dạng $y = ax + b$.

Ta có M thuộc đường thẳng $\Rightarrow -1 = a \cdot 1 + b$;

N thuộc đường thẳng $\Rightarrow 1 = 2a + b$

$$\text{Ta có hệ : } \begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy : $y = 2x - 3$.

Bài 8. Trong tam giác ABC, ta có : $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$.

Khi tam giác ABC quay xung quanh AC thì AB là bán kính đáy của hình nón và BC là đường sinh.

Ta có : $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot AB \cdot BC = \pi \cdot 7 \cdot 25 = 175\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$

Bài 9. Ta có : $B = 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} + 2 + \sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{4 - 3} = 6$.

Bài 10. Trong tam giác vuông ABC, ta có : $AB^2 = BH \cdot BC$.

Đặt $BH = x \Rightarrow BC = x + 11 \text{ (} x > 0 \text{)}$

Vậy $(2\sqrt{3})^2 = x(x + 11) \Leftrightarrow x^2 + 11x - 12 = 0$.

Vì $a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -12$. Vì $x > 0$ nên ta lấy $x = 1$.

Vậy $BC = 12 \text{ (cm)}.$

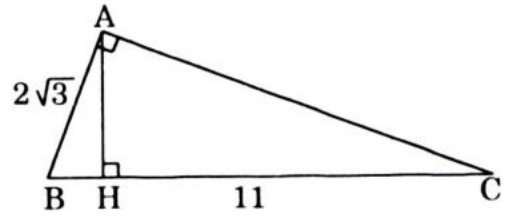
Bài 11. Ta có : $S_{tp} = 2\pi.Rh + 2\pi R^2 = 24\pi R + 2\pi R^2$

$$24\pi R + 2\pi R^2 = 90\pi$$

$$\Rightarrow R^2 + 12R - 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} R = -3 \text{ (loại)} \\ R = 15 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 h = \pi.15^2.12 = 2700\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Bài 12. Ta có (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B nên OO' là đường trung trực của đoạn AB $\Rightarrow$ OO' là đường phân giác của góc AOB hay $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$.

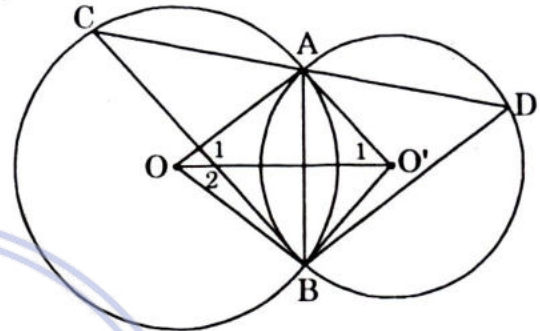
Khi đó $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$ (góc nội tiếp

và góc ở tâm) hay $\widehat{ACB} = \widehat{O}_1$

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{ADB} = \widehat{O}'_1$

$$\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle OAO' \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{OA} = \frac{BD}{OA'} \Rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{BD}{BC} \text{ hay } \frac{R'}{R} = \frac{BD}{BC}.$$



Bài 13. Ta có $a = 1$; $b = -2m$; $c = 2m - 1 \Rightarrow a + b + c = 0$

Phương trình có hai nghiệm : $x = 1$ và $x = \frac{c}{a} = 2m - 1$.

- Giả sử $x_1 = 1$ và $x_2 = 2m - 1$. Ta có :

$$x_1 = 3x_2 \Leftrightarrow 1 = 3(2m - 1) \Leftrightarrow 6m = 4 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}.$$

- Giả sử $x_1 = 2m - 1$ và $x_2 = 1$. Ta có :

$$x_1 = 3x_2 \Leftrightarrow 2m - 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$$

Đáp số : $m = \frac{2}{3}$ hoặc $m = 2$.

Bài 14. Ta có : $\widehat{EAF} = \frac{1}{2}\widehat{EOF}$ (góc nội tiếp và

góc ở tâm cùng chắn cung EF).

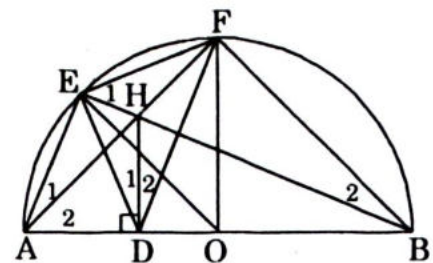
$$\text{Tương tự } \widehat{B}_2 = \frac{1}{2}\widehat{EOF} \Rightarrow \widehat{A}_1 + \widehat{B}_2 = \widehat{EOF}$$

Lại có tứ giác AEHD nội tiếp ($\widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 180^\circ$) $\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D}_1$

Chứng minh tương tự ta có :

$$\widehat{B}_2 = \widehat{D}_2 \text{ mà } \widehat{D}_1 + \widehat{D}_2 = \widehat{EDF} \Rightarrow \widehat{EDF} = \widehat{EOF}$$

Do đó tứ giác DEFO nội tiếp.



* Cách khác : Ta có tứ giác AEHD nội tiếp ($\widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 180^\circ$)

$\Rightarrow \widehat{A_2} = \widehat{DEH}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung DH), $\widehat{A_2} = \widehat{E_1}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BF)

$\Rightarrow \widehat{DEH} = \widehat{E_1} = \widehat{A_2}$ mà $\widehat{BOF} = 2\widehat{A_2}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung FB)

$\Rightarrow \widehat{DEH} + \widehat{E_1} = \widehat{BOF}$ hay $\widehat{DEF} = \widehat{BOF} \Rightarrow$ Tứ giác DEFO nội tiếp.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH BÀ RỊA - VŨNG TÀU

Bài 1.

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

$a = 2; b = -3; c = -2 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4.2(-2) = 9 + 16 = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5.$

Phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = \frac{3-5}{4}; x_2 = \frac{3+5}{4} \text{ hay } x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 2.$$

b) Ta có : $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 10 \\ 9x - 6y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 13 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất : $(x; y) = (1; 1).$

Bài 2.

a) Vẽ parabol (P) là đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$.

Bảng một số giá trị đặc biệt.

x	-2	-1	0	1	2
y	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6

Đồ thị : (xem hình vẽ).

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (D) và (P) :

$$\frac{3}{2}x^2 = x + m \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 2m = 0 \quad (*)$$

(D) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + 6m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{6}.$

Bài 3.

a) $M = \frac{(9 + 6\sqrt{x} + x) - (4 - 4\sqrt{x} + x)}{1 + 2\sqrt{x}} = \frac{5(1 + 2\sqrt{x})}{1 + 2\sqrt{x}} = 5.$

- b) Xét phương trình : $x^2 - (5 + k)x + k = 0$; $a = 1$; $b = -(5 + k)$; $c = k$
 Phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (5 + k)^2 - 4k > 0$
 $\Leftrightarrow 25 + 10k + k^2 - 4k \geq 0 \Leftrightarrow k^2 - 6k + 25 \geq 0$
 $\Leftrightarrow (k - 3)^2 + 16 > 0$ luôn đúng $\forall k$
 (vì $(k - 3)^2 \geq 0$; $\forall k \Rightarrow (k - 3)^2 + 16 \geq 16 > 0$).
 Theo hệ thức Viet, ta có : $x_1 + x_2 = 5 + k$; $x_1 x_2 = k$
 Khi đó : $x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 18$
 $\Leftrightarrow (5 + k)^2 - 2k = 18 \Leftrightarrow k^2 + 8k + 7 = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = -7 \end{cases}$ (vì $a - b + c = 1 - 8 + 7 = 0$).

Bài 4.

- a) Ta có : $\widehat{CAO} = \widehat{CMO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{CAO} + \widehat{CMO} = 180^\circ$
 $\Rightarrow$ Tứ giác ACMO nội tiếp.

- b) Ta có CA, CM là hai tiếp tuyến của (O) (gt)
 nên $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$.

Chứng minh tương tự ta có :

$$\widehat{O}_3 = \widehat{O}_4 \text{ mà } \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 + \widehat{O}_4 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = 90^\circ \text{ hay } OC \perp OD.$$

$\triangle COD$ vuông tại O có OM là đường cao ta có :

$$\frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{OM^2} \quad (\text{hệ thức lượng trong tam giác vuông})$$

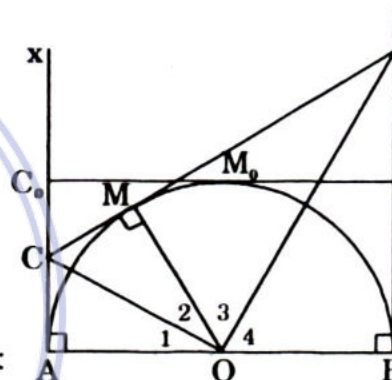
$$\text{hay } \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{R^2}.$$

- c) Ta có $AC = MC$, $BD = MD$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow AC + BD = MC + MD = CD$$

$$CD \text{ nhỏ nhất } \Leftrightarrow CD \perp Ax \Leftrightarrow CD \parallel AB$$

Vậy C_0D_0 là tiếp tuyến tại M_0 (M_0 là điểm chính giữa của nửa đường tròn đường kính AB).



Bài 5. Ta có : $(a + b) \in \mathbb{Z}$ và $2a \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2a - (a + b) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a - b) \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vậy : } (a + b) \in \mathbb{Z} \text{ và } (a - b) \in \mathbb{Z} \Rightarrow ((a + b) - (a - b)) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2b \in \mathbb{Z}$$

- Nếu $a, b \in \mathbb{Z}$ thì hiển nhiên $y \in \mathbb{Z}$ (khi $x \in \mathbb{Z}$).

- Nếu a có dạng : $a = \frac{m}{2}$ (m lẻ; $m \in \mathbb{Z}$) và $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b$ không nguyên

$$\text{Vậy } b = \frac{n}{2} \text{ và } n \text{ lẻ. Ta có : } a = \frac{2k + 1}{2}; b = \frac{2l + 1}{2}; k, l \in \mathbb{Z}$$

- Nếu $x \in \mathbb{Z}$ và x chẵn $\Rightarrow a(ax + b) \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z}$

- Nếu $x \in \mathbb{Z}$ và x lẻ : $x = 2h + 1; h \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow ax + b = \frac{2k+1}{2}(2k+1) + \frac{2l+1}{2} = (2hk + h + k) + 1 \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x(ax + b) \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z}.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TP. CẦN THƠ

Bài 1.

$$1. \text{ Ta có : } A = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}) - (\sqrt{x} + \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{x-1})^2} - \frac{-x(1 - \sqrt{x})}{1 - \sqrt{x}} = -2\sqrt{x-1} + x.$$

$$2. \text{ Điều kiện xác định của } A : \begin{cases} x \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ \sqrt{x} - \sqrt{x-1} \neq 0 \Leftrightarrow x > 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{x-1} \neq 0 \\ 1 - \sqrt{x} \neq 0 \end{cases}$$

Theo trên, ta có : $A = x - 2\sqrt{x-1} = (\sqrt{x-1} - 1)^2$

Vậy $A > 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x-1} - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 2$

Kết hợp các điều kiện, cho ta : $x > 1$ và $x \neq 2$.

Bài 2.

$$1. \text{ Ta có : } 6 - 3x \geq -9 \Leftrightarrow 3x \leq 6 + 9 \Leftrightarrow x \leq 5.$$

$$2. \text{ Ta có : } \frac{2}{3}x + 1 = x - 5 \Leftrightarrow x - \frac{2}{3}x = 1 + 5 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x = 6 \Leftrightarrow x = 18.$$

$$3. \text{ Đặt } t = x^2; t \geq 0. \text{ Ta có phương trình : } 36t^2 - 97t + 36 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 97^2 - 4.36^2 = 4225 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 65$$

Phương trình (ẩn t) có hai nghiệm :

$$t_1 = \frac{97 - 65}{72} = \frac{4}{9}; \quad t_2 = \frac{97 + 65}{72} = \frac{9}{4}$$

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm : $x_{1,2} = \pm \frac{2}{3}; x_{3,4} = \pm \frac{3}{2}.$

$$4. \text{ Ta có : } \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x + 1} = 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \neq 0 \\ \frac{2(x-2)\left(x + \frac{1}{2}\right)}{2x+1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{1}{2} \\ \frac{(x-2)(2x+1)}{2x+1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{1}{2} \\ x - 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Bài 3. Đường thẳng $ax + by = -1$ đi qua điểm $A(-2; -1)$, nên ta có :

$$-2a - b = -1 \Leftrightarrow 2a + b = 1$$

Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 7a + 4b = -4 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - 2a \\ 7a + 4(1 - 2a) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = -8 \\ b = -12a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -15. \end{cases}$$

Bài 4.

1. Điểm A có hoành độ $x = 3$ và A thuộc đường thẳng

$$y = -x - \frac{3}{2} \Rightarrow y = -3 - \frac{3}{2} = -\frac{9}{2}.$$

Vậy tọa độ của A là $A\left(3; -\frac{9}{2}\right)$.

$$\text{Lại có } A \in (P) \Rightarrow -\frac{9}{2} = a(3)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

Phương trình của (P) : $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Bảng một số giá trị.

x	-3	-2	0	2	3
$y = -\frac{1}{2}x^2$	$-\frac{9}{2}$	-2	0	-2	$-\frac{9}{2}$

Đồ thị (xem hình vẽ).

2. Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) :

$$-\frac{1}{2}x^2 = -x - \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

(vì $a - b + c = 1 - (-2) - 3 = 0$)

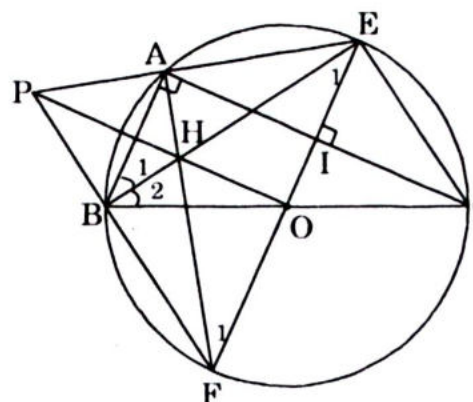
Điểm B có hoành độ $x = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$. Vậy $B\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

Bài 5.

1. Ta có $\triangle ABC$ vuông tại A (gt), gọi O là trung điểm của BC. AO là đường trung tuyến của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow OA = OB = OC.$$

Điều này chứng tỏ O cũng thuộc trung trực của đoạn AC hay $OE \perp AC$ mà $AB \perp AC \Rightarrow OE \parallel AB$.



$$\Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{E}_1 \text{ (so le trong) mà } \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \text{ (gt)} \Rightarrow \widehat{B}_2 = \widehat{E}_1$$

Do đó $\triangle BOE$ cân tại $O \Rightarrow OB = OE$.

Vậy ta có $OA = OB = OC = OE$ hay bốn điểm $ABCE$ cùng thuộc một đường tròn tâm O . Vậy tứ giác $ABCE$ nội tiếp đường tròn tâm O là trung điểm của BC .

2. Xét tam giác vuông ABC ta có :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 50^2 - 14^2 = 2304 \quad (\text{định lí Pytago})$$

$$\Rightarrow AC = 48.$$

Gọi I là trung điểm của AC ta có : $IA = IC = \frac{AC}{2} = \frac{48}{2} = 24.$

Xét tam giác vuông AIO ta có :

$$OI^2 = AO^2 - AI^2 = 25^2 - 24^2 = 49 \quad (\text{định lí Pytago})$$

$$\Rightarrow OI = 7$$

$$\Rightarrow IE = OE - OI = 25 - 7 = 18.$$

Xét tam giác vuông AIE theo định lí Pytago ta có :

$$AE^2 = AI^2 + IE^2 = 24^2 + 18^2 = 900 \Rightarrow AE = 30.$$

Mặt khác E thuộc trung trực đoạn AC nên $EC = EA = 30$.

Tứ giác $ABCE$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$ hay $\triangle BEC$ vuông tại E ta có :

$$\begin{aligned} BE^2 &= BC^2 - EC^2 = 50^2 - 30^2 \quad (\text{định lí Pytago}) \\ &= 1600 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow BE = 40.$$

3. Ta có $FA \perp PE$ (EF là đường kính), tương tự $EB \perp PF$.

Gọi H là giao điểm của FA và EB . Khi đó H là trực tâm của $\triangle PEF$

$$\Rightarrow PH \perp EF \quad (1) \quad (PH \text{ là đường cao thứ ba của } \triangle PEF).$$

Lại có $\widehat{B}_1 = \widehat{F}_1$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AE) và $\widehat{B}_1 = \widehat{E}_1$ (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{F}_1 = \widehat{E}_1$$

Do đó $\triangle FHE$ cân có HO là trung tuyến ($OE = OF = R$) nên đồng thời là đường cao hay $HO \perp EF$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow PH$ và HO trùng nhau hay ba điểm P, H, O thẳng hàng, nên PO là đường cao thứ ba của $\triangle PEF \Rightarrow BE, PO$ và AF đồng quy.

4. Ta có tứ giác $BECF$ nội tiếp đường tròn (O) có $\widehat{EBF} = 90^\circ$ nên là hình chữ nhật $\Rightarrow CF = BE = 40$

Mặt khác $ABFE$ là hình thang cân (vì là hình thang nội tiếp đường tròn (O)).

$$\text{Ta có : } S_{ABFE} = \frac{(AB + EF).AI}{2} = \frac{(14 + 50).24}{2} = 768 \text{ (dvd)}t$$

$$S_{ECF} = \frac{1}{2}CF.EC = \frac{1}{2}.40.30 = 600 \text{ (dvd)}t$$

Gọi S là diện tích cần tìm.

$$\begin{aligned} S &= S_{(O)} - S_{ABFCE} = S_{(O)} - (S_{ABFE} + S_{ECF}) = \pi R^2 - (768 + 600) \\ &= \pi 25^2 - 1368 = 625\pi - 1368 \text{ (dvd)}t. \end{aligned}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH AN GIANG

Bài 1.

$$\begin{aligned} 1. A &= \left[\frac{\sqrt{7}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} \right] : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = (\sqrt{7} + \sqrt{5}).(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \\ &= (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2 = 7 - 5 = 2. \end{aligned}$$

$$2. B = \frac{x}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x} - 1.$$

Bài 2.

$$1. \text{ Hai đường thẳng trùng nhau } \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=2 \\ 5=n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=5 \end{cases}$$

2. Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) :

$$\frac{x^2}{3} = 6 - x \Leftrightarrow x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$a = 1; b = 3; c = -18 \Rightarrow \Delta = 9 - 4.1.(-18) = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = \frac{-3-9}{2} = -6; \quad x_2 = \frac{-3+9}{2} = 3$$

$$x = -6 \Rightarrow y = 12; \quad x = 3 \Rightarrow y = 3$$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) : A(-6; 12), B(3; 3).

Bài 3.

1. Phương trình đã cho có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - (m^2+3) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 9 - m^2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

Khi đó phương trình có nghiệm kép : $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = -(m+3) = -2.$

2. Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 6m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$

Theo hệ thức Viet ta có : $x_1 + x_2 = -2m - 6$ (1)

$$x_1 x_2 = m^2 + 3 \quad (2)$$

Theo giả thiết, ta có : $x_1 - x_2 = 2$ (3)

Từ (1) và (3) $\Rightarrow x_1 = -m - 2$; $x_2 = -m - 4$. Thế x_1, x_2 vào (2), ta được

$$(-m - 2)(-m - 4) = m^2 + 3 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 8 = m^2 + 3 \Leftrightarrow 6m = -5$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{5}{6} \text{ (nhận). Vậy : } m = -\frac{5}{6}.$$

ài 4.

$$1. \frac{1}{x-2} + \frac{3}{6-x} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 6-x \neq 0 \\ 6-x+3(x-2) = 2(x-2)(6-x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 6 \\ 6-x+3x-6 = 2(6x-x^2-12+2x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 6 \\ 2x^2-14x+24 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Giải phương trình (*) : $a = 2$; $b = -14$; $c = 24 \Rightarrow b' = -7$

$$\text{và } \Delta' = (-7)^2 - 2 \cdot 24 = 1$$

$$\text{Phương trình (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7-1}{2} \\ x = \frac{7+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (nhận)} \\ x = 4 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm : $x_1 = 3, x_2 = 4$.

2. Đặt $t = x^2$; $t \geq 0$. Ta có phương trình :

$$t^2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (nhận)} \\ t = -4 \text{ (loại)} \end{cases} \quad (\text{vì } a + b + c = 1 + 3 - 4 = 0)$$

$$t = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm : $x_1 = 1, x_2 = -1$.

ài 5.

1. Ta có $\widehat{D}_1 = \widehat{B}_1$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AC}$)

$$\widehat{ACB} = 90^\circ \text{ (AB là đường kính)}$$

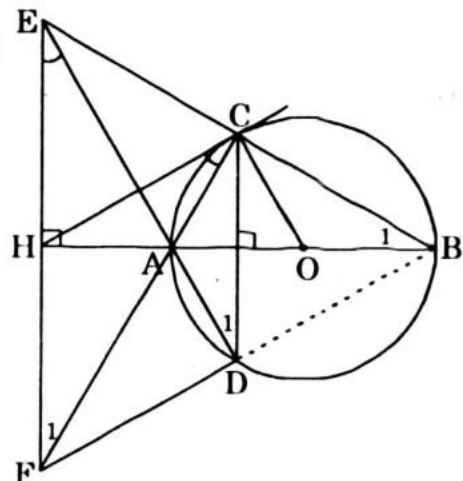
$\Rightarrow \triangle FCE$ vuông tại C.

Do đó $\widehat{F}_1 = \widehat{B}_1$ (cùng phụ với góc $\widehat{HEC}$)

$$\Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{F}_1$$

Vậy tứ giác CDFE nội tiếp.

2. Tứ giác CDFE nội tiếp (cmt)



$$\Rightarrow \widehat{EDF} = \widehat{ECF} = 90^\circ \text{ hay } ED \perp FD$$

Lại có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (AB là đường kính) hay $AD \perp DB$

$\Rightarrow$ FD và DB phải trùng nhau hay ba điểm F, D, B thẳng hàng.

3. Ta có tứ giác ECAH nội tiếp (vì $\widehat{EHA} + \widehat{ECA} = 180^\circ$)

$\Rightarrow \widehat{HCA} = \widehat{HEA}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung HA).

Lại có : $CD \parallel EF$ ($\perp AB$) $\Rightarrow \widehat{HEA} = \widehat{D_1}$ (so le trong),

$$\widehat{D_1} = \widehat{B_1} \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{HCA} \quad (1)$$

$$\Delta ACB \text{ vuông tại } C \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{B_1} + \widehat{OAC} = 90^\circ \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } \Delta AOC \text{ cân tại } O \Rightarrow \widehat{OAC} = \widehat{OCA} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \widehat{HCA} + \widehat{OCA} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{HCO} = 90^\circ$$

Chứng tỏ HC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TỈNH KIÊN GIANG

Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 5x + 3y = -4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 6y = 3 \\ -10x - 6y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 11 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ 3(-11) + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 17 \end{cases} \end{aligned}$$

Hệ có nghiệm duy nhất : $(-11, 17)$.

b) Đặt $t = x^2$; $t \geq 0$. Ta có phương trình :

$$9t^2 + 8t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = \frac{1}{9} \text{ (nhận)} \end{cases} \text{ (vì } a - b + c = 9 - 8 - 1 = 0)$$

$$\text{Ta có : } x^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{3}. \text{ Phương trình có hai nghiệm : } x = \pm \frac{1}{3}.$$

Bài 2.

$$\text{a) Biểu thức A xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} - 3 \neq 0 \\ \sqrt{x} - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 9 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } A &= \left[\frac{\sqrt{x} - (\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} \right] : \left[\frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) - (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \right] \\ &= \frac{3}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}{-5} = \frac{-3(\sqrt{x} - 2)}{5\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } A < 1 &\Leftrightarrow \frac{-3(\sqrt{x} - 2)}{5\sqrt{x}} < 1 \Leftrightarrow -3(\sqrt{x} - 2) < 5\sqrt{x} \quad (\text{vì } x > 0 \Rightarrow 5\sqrt{x} > 0) \\ &\Leftrightarrow -3\sqrt{x} + 6 < 5\sqrt{x} \Leftrightarrow 8\sqrt{x} > 6 \Leftrightarrow 4\sqrt{x} > 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} > \frac{3}{4} \Leftrightarrow x > \frac{9}{16} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện của câu a), ta được $A < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{9}{16} \\ x \neq 9 \\ x \neq 4. \end{cases}$

ài 3.

a) Vẽ đồ thị $y = -x^2$ và $y = x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.

Bảng một số giá trị.

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

x	0	2
$y = x - 2$	-2	0

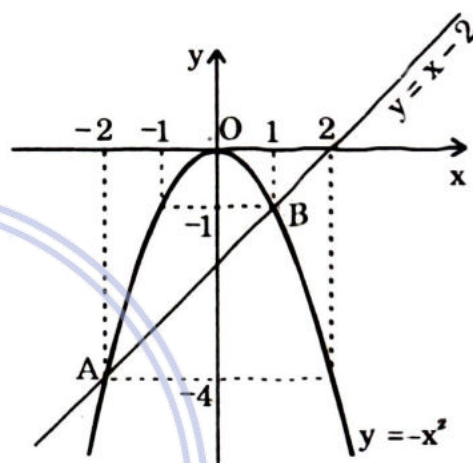
Đồ thị (xem hình vẽ).

Phương trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) :

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \quad (\text{vì } a + b + c = 0)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -1; \quad x = -2 \Rightarrow y = -4$$

Tọa độ hai giao điểm : A(-2; -4), B(1; -1).



b) Xét phương trình hoành độ điểm chung của (P) và (D) :

$$\frac{x^2}{4} = mx - \frac{3}{2}m - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4mx + 6m + 4 = 0 \quad (*)$$

(D) tiếp xúc với (P) khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (6m + 4) = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ m = 2 \end{cases} \quad (\text{bạn hãy tự giải})$$

$$m_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}; \quad m_2 = 2 \Rightarrow y = 2x - 4$$

Vậy có hai đường thẳng (D₁) : $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ và (D₂) : $y = 2x - 4$

$$\text{Khi đó : } m_1 \cdot m_2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1 \Rightarrow (D_1) \perp (D_2).$$

lần 4.

a) Ta có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (AB là đường kính)

$$\Rightarrow \widehat{MDB} = 90^\circ \text{ (kề bù)}$$

$$\text{Do đó } \widehat{MDB} + \widehat{MCB} = 180^\circ$$

Vậy tứ giác BCMD nội tiếp.

b) $\triangle ADB$ vuông tại D có $AB = 2R$, $BD = R$ (gt)

$$\Rightarrow \sin \widehat{BAD} = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABD} = 60^\circ \text{ và } \widehat{DBC} = 120^\circ$$

Xét hai tam giác vuông BDM và BCM có BM chung, $BD = BC$ (gt)

$$\Rightarrow \triangle BDM = \triangle BCM \text{ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)}$$

$$\Rightarrow \widehat{DBM} = \widehat{CBM} = \frac{\widehat{DBC}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \Rightarrow BM = \frac{DB}{\cos 60^\circ} = \frac{R}{\frac{1}{2}} = 2R$$

Khi đó $AB = BM = 2R$. Do đó $\triangle ABM$ cân tại B.

c) Xét tam giác vuông ADB có

$$AD = AB \cdot \sin \widehat{ABD} = 2R \sin 60^\circ = R\sqrt{3}$$

$\triangle ABM$ cân có đường cao BD đồng thời là trung tuyến hay $AD = MD$

$$\Rightarrow AM = 2AD = 2R\sqrt{3}$$

$$\text{Do đó : } MA \cdot AD = 2R\sqrt{3} \cdot R\sqrt{3} = 6R^2.$$

$$\text{d) Ta có : } S_{BDM} = \frac{1}{2} BD \cdot DM = \frac{1}{2} R \cdot R\sqrt{3} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\text{quat}} = \frac{\pi R^2 \cdot 60}{360} = \frac{\pi R^2}{6}$$

Tam giác OBD là tam giác đều, cạnh R nên đường cao là $\frac{R\sqrt{3}}{2}$

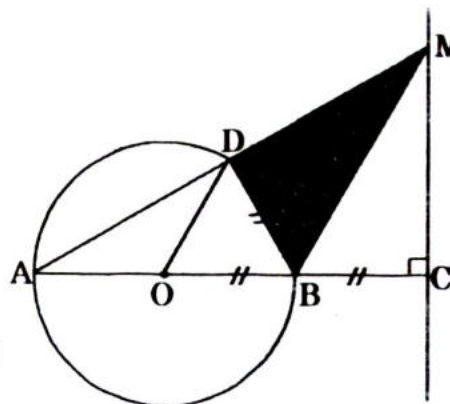
$$\Rightarrow S_{OBD} = \frac{1}{2} R \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$$

Vậy diện tích hình viên phân là S_{vp} , ta có :

$$S_{vp} = \frac{\pi R^2}{6} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12} R^2$$

Gọi diện tích cần tìm là S, ta có :

$$S = S_{BDM} - S_{vp} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{2} - \frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12} R^2 = \frac{9\sqrt{3} - 2\pi}{12} R^2 \text{ (đvdt).}$$



Phần V**CÁC ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
CÁC TRƯỜNG CHUYÊN****A. ĐỀ BÀI****ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HỒ CHÍ MINH
NĂM HỌC 2010 - 2011****Bài 1. (4đ)**

1. Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x+1} + y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases}$$

2. Giải phương trình : $(2x^2 - x)^2 + 2x^2 - x - 12 = 0$.

Bài 2. (3đ) Cho phương trình : $x^2 - 2(2m + 1)x + 4m^2 + 4m - 3 = 0$ (x là ẩn số).
Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa
 $|x_1| = 2|x_2|$.

Bài 3. (2đ) Thu gọn biểu thức : $A = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

Bài 4. (4đ) Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O) . Gọi P là điểm chính giữa của cung nhỏ AC . Hai đường thẳng AP và BC cắt nhau tại M . Chứng minh rằng :

a) $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$

b) $MA \cdot MP = BA \cdot BM$.

Bài 5. (3đ)

a) Cho phương trình : $2x^2 + mx + 2n + 8 = 0$ (x là ẩn số và m, n là các số nguyên). Giả sử phương trình có các nghiệm đều là số nguyên.

Chứng minh rằng : $m^2 + n^2$ là hợp số.

b) Cho hai số dương a, b thỏa : $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$.

Tính $P = a^{2010} + b^{2010}$.

Bài 6. (2đ) Cho tam giác OAB vuông cân tại O với $OA = OB = 2a$. Gọi (O) là đường tròn tâm O bán kính a . Tìm điểm M thuộc (O) sao cho $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 7. (2đ) Cho a, b là các số dương thỏa $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$. Chứng minh :

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{3}{c}.$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH NAM ĐỊNH

NĂM HỌC 2010 – 2011

PHẦN 1 : TRẮC NGHIỆM (1,0 điểm)

Mỗi câu sau có nêu 4 phương án trả lời A, B, C, D, trong đó chỉ có một phương án đúng. Hãy chọn phương án đúng (viết vào bài làm chữ cái đứng trước phương án được lựa chọn).

Bài 1. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x - 2$ và đồ thị hàm số $y = -x + 4$ là :

- A. (1; 3) B. (3; 1) C. (-1; -3) D. (-1; 5).

Bài 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến khi $x > 0$?

- A. $y = (\sqrt{82} - 9)x^2$ B. $y = (1,4 - \sqrt{2})x^2$
C. $y = (2 - \sqrt{5})x + 1$ D. $y = -x + 10$.

Bài 3. Cho hình chữ nhật MNPQ nội tiếp đường tròn (O; R). Biết $R = 5\text{cm}$ và $MN = 4\text{cm}$. Khi đó cạnh MQ có độ dài bằng :

- A. 3cm B. $\sqrt{21}\text{ cm}$ C. $\sqrt{41}\text{ cm}$ D. $\sqrt{84}\text{ cm}$.

Bài 4. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm, có thể tích bằng $20\pi\text{ cm}^3$. Khi đó, hình trụ đã cho có chiều cao bằng :

- A. $\frac{5}{\pi}\text{ cm}$ B. 10cm C. 5cm D. 15cm.

PHẦN 2 : TỰ LUẬN (9,0 điểm)

Bài 1. (1,5đ) Cho biểu thức : $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1}$.

Với điều kiện : $x > 0$ và $x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tìm x để $P = 10$.

Bài 2. (2đ) Cho phương trình bậc hai : $x^2 + 2x - m = 0$ (1)

1. Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
2. Xác định m để phương trình (1) có nghiệm. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x_1^4 + x_2^4$.

Bài 3. (1đ) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = 5 \\ (x+y)(x+y+1) + xy = 7. \end{cases}$$

Bài 4. (3,5đ) Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Trên đường tròn (O; R) lấy điểm M (khác A và B). Gọi H là trung điểm của MB. Tia OH cắt đường tròn (O; R) tại I. Gọi P là chân đường vuông góc kẻ từ I đến đường thẳng AM.

1. Chứng minh :
 - a) Tứ giác OHMA là hình thang.
 - b) Đường thẳng IP là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).
 2. Gọi N là điểm chính giữa cung nhỏ MA của đường tròn (O; R). Gọi K là giao điểm của NI và AM. Chứng minh $PK = PI$.
 3. Lấy điểm Q sao cho tứ giác APHQ là hình bình hành. Chứng minh $OQ = R$.
- Bài 5. (1đ)** Cho các số dương x và y thay đổi thỏa mãn điều kiện $x - y \geq 1$.
 Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{4}{x} - \frac{1}{y}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN TỈNH THÁI BÌNH NĂM HỌC 2010 – 2011

Bài 1. (2,5đ) Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x} - 7}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$

với $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$.

- a) Rút gọn A.
- b) Tính giá trị của A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 2. (2đ) Cho hai đường thẳng :

$$(d_1) : y = (m - 1)x - m^2 - 2m \quad (\text{với } m \text{ là tham số}) \text{ cắt nhau tại } G.$$

$$(d_2) : y = (m - 2)x - m^2 - m + 1$$

- a) Xác định tọa độ điểm G.
- b) Chứng tỏ rằng điểm G luôn thuộc một đường thẳng cố định khi m thay đổi.

Bài 3. (1,5đ) Giải các phương trình sau :

$$\text{a) } \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} = 0 \quad \text{b) } x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 1.$$

Bài 4. (3,5đ) Cho điểm M thuộc nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C thuộc đoạn OA. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm M kẻ tiếp tuyến Ax, By với đường tròn. Đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax, By tại P, Q. Gọi E là giao điểm của AM với CP, F là giao điểm của BM với CQ.

- a) Chứng minh rằng :
 - + Tứ giác APMC và tứ giác EMFC là tứ giác nội tiếp.
 - + $EF \parallel AB$.
- b) Giả sử có $EC \cdot EP = FC \cdot FQ$. Chứng minh rằng : $EC = FQ$ và $EP = FC$.

Bài 5. (0,5đ) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $B = x^2 - xy + 2y^2$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HẢI PHÒNG

NĂM HỌC 2010 – 2011

Bài 1. (1đ) Cho biểu thức :

$$M = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{3}} \right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{3}} \right)^2} \right] \cdot \frac{2010}{x + 1}$$

Tìm x để biểu thức có nghĩa, khi đó hãy rút gọn M và tìm giá trị lớn nhất của M .

Bài 2. (2đ)

- Giải phương trình : $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-4} = 3$.
- Tìm m để phương trình : $x^2 + (2m+3)x + 3m+11 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2 \neq 0$ thỏa mãn $\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| = \frac{1}{2}$.

Bài 3. (2đ)

- Cho các số thực a, b, c, d . Chứng minh rằng :

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

- Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c \leq 2$. Chứng minh rằng :

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}} \geq \frac{\sqrt{97}}{2}$$

Bài 4. (3đ) Cho đường tròn $(O; R)$ và đường tròn $(O'; R')$ cắt nhau tại A và B . Trên tia đối của tia AB lấy điểm C . Kẻ tiếp tuyến CD, CE với đường tròn tâm O , trong đó D, E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn (O') . Đường thẳng AD, AE cắt đường tròn (O') lần lượt tại M và N (M, N khác A). Tia DE cắt MN tại K . Chứng minh :

- Các tứ giác $BEKN, BDMK$ nội tiếp.
- $\triangle BKM \sim \triangle BEA$.
- $O'K \perp MN$.

Bài 5. (2đ)

- Giải hệ phương trình nghiệm nguyên :
$$\begin{cases} x + y = z \\ x^3 + y^3 = z^2 \end{cases}$$
- Có 2010 viên sỏi. Hai người chơi thay phiên nhau bốc sỏi, mỗi lượt đi người chơi được quyền bốc một số lượng viên sỏi là lũy thừa với số mũ tự nhiên bất kì của 2 (1, 2, 4, 8, ...). Ai bốc được viên sỏi cuối cùng là thắng cuộc. Giả sử cả 2 người chơi đều là người thông minh. Hỏi ai là người thắng cuộc ?

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
TỈNH NGHỆ AN
NĂM HỌC 2010 – 2011**

Bài 1. (7đ)

a) Giải phương trình : $x^2 + 8x - 3 = 2\sqrt{x(8+x)}$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 4x + 2y \\ x^2 - 1 = 3(1 - y^2) \end{cases}$$

Bài 2. (2đ) Tìm tất cả các số nguyên n để $n^4 + n^3 + n^2$ là số chính phương.

Bài 3. (4đ) Cho tam giác ABC và AD là đường phân giác trong. Trên đoạn AD lấy hai điểm M, N (M, N khác A và D) sao cho $\widehat{ABN} = \widehat{CBM}$. Đường thẳng BM cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ACM tại điểm thứ hai là E. Đường thẳng CN cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABN tại điểm thứ hai là F. Chứng minh ba điểm A, E, F thẳng hàng.

Bài 4. (3đ) Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O; R), M là một điểm bất kì trên cung nhỏ BC (M khác B, C). Đường tròn (O'; R') tiếp xúc trong với đường tròn (O; R) tại điểm M (với $R' < R$). Các đoạn thẳng MA, MB, MC lần lượt cắt đường tròn (O'; R') tại điểm thứ hai là D, E, F. Từ A, B, C kẻ các tiếp tuyến AI, BJ, CK với đường tròn (O'; R') trong đó I, J, K là các tiếp điểm. Chứng minh DE song song với AB và $AI = BJ + CK$.

Bài 5. (4đ)

a) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn : $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = a\sqrt{b} + b\sqrt{c} + c\sqrt{a} - \sqrt{abc}$.

b) Trong mặt phẳng cho 2010 điểm phân biệt sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng và không có 4 điểm nào cùng nằm trên một đường tròn. Chứng minh rằng trong 2010 điểm đã cho, có thể dựng được một đường tròn đi qua 3 điểm, chứa 1000 điểm và không chứa 1007 điểm còn lại.

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN QUỐC HỌC
TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
NĂM HỌC 2010 – 2011**

Bài 1. (1,5đ) Xác định tham số m để phương trình :

$$(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$$

có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn : $4(x_1 + x_2) = 7x_1x_2$.

Bài 2. (2đ) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 2010 \quad \text{khi các số thực } x, y \text{ thay đổi.}$$

Giá trị nhỏ nhất đó đạt được tại các giá trị nào của x và y .

Bài 3. (2,5đ)

a) Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 4 = 0 \\ xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 4. (2đ) Cho tam giác ABC có $BC = 5a$, $CA = 4a$, $AB = 3a$. Đường trung trực của đoạn AC cắt đường phân giác trong của góc BAC tại K.

- a) Gọi (K) là đường tròn có tâm K và tiếp xúc với đường thẳng AB. Chứng minh rằng đường tròn (K) tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
- b) Chứng minh rằng trung điểm của đoạn AK cũng là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

Bài 5. (2đ)

a) Với bộ số (6; 5; 2), ta có đẳng thức đúng : $\frac{65}{26} = \frac{5}{2}$.

Hãy tìm tất cả các bộ số (a; b; c) gồm các chữ số hệ thập phân a, b, c đôi một khác nhau và khác 0 sao cho đẳng thức $\frac{ab}{ca} = \frac{b}{c}$ đúng.

- b) Cho tam giác có số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại và độ dài các cạnh a, b, c của tam giác đó thỏa mãn :

$$\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}.$$

Chứng minh rằng tam giác này là tam giác đều.

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HỒ CHÍ MINH
NĂM HỌC 2008 – 2009**

Bài 1.

- a) Tìm m để phương trình : $x^2 + (4m+1)x + 2(m-4) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 17$.
- b) Tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x \geq m-1 \\ mx \geq 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Bài 2. Thu gọn các biểu thức sau :

a)
$$\frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \quad (a, b, c \text{ đôi một khác nhau}).$$

b)
$$\frac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} - \sqrt{x-\sqrt{2x-1}}} \quad \text{với } x \geq 2.$$

Bài 3. Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn $a \leq b \leq c \leq d$ và $a + d = b + c$.

Chứng minh rằng :

- a) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ là tổng của ba số chính phương.
- b) $bc \geq ad$.

Bài 4.

- a) Cho a, b là hai số thực thỏa $5a + b = 22$ và phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm là hai số nguyên dương. Tìm các nghiệm đó.
- b) Cho hai số thực x, y sao cho $x + y, x^2 + y^2, x^4 + y^4$ là các số nguyên. Chứng minh $x^3 + y^3$ cũng là số nguyên.

Bài 5. Cho đường tròn (O) đường kính AB . C là một điểm thuộc đường tròn, kẻ CH vuông góc với AB (C khác A, B và H thuộc AB). Kẻ đường tròn tâm C bán kính CH cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E . Chứng minh DE đi qua trung điểm của CH .

Bài 6. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 1. Trên cạnh AC lấy điểm D, E sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{CBE} = 20^\circ$. Gọi M là trung điểm của BE , N là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BN = BM$. Tính tổng diện tích hai tam giác BCE và BEN .

Bài 7. Cho a, b là hai số thực sao cho $a^3 + b^3 = 2$. Chứng minh :

$$0 < a + b \leq 2.$$

downloaadsachmienphi.com

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LAM SƠN TỈNH THANH HÓA NĂM HỌC 2009 – 2010

(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

Bài 1. (2đ)

1. Cho số x ($x \in \mathbb{R}; x > 0$) thỏa mãn điều kiện : $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$. Tính giá trị

các biểu thức : $A = x^3 + \frac{1}{x^3}$ và $B = x^5 + \frac{1}{x^5}$.

2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$$

Bài 2. (2đ) Cho phương trình : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện : $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $Q = \frac{2a^2 - 3ab + b^2}{2a^2 - ab + ac}$.

Bài 3. (2đ)

1. Giải phương trình : $\sqrt{x-2} + \sqrt{y+2009} + \sqrt{z-2010} = \frac{1}{2}(x+y+z)$.
2. Tìm tất cả các số nguyên tố p để $4p^2 + 1$ và $6p^2 + 1$ cũng là số nguyên tố.

Bài 4. (4đ)

1. Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại E. Một đường thẳng qua A, cắt cạnh BC tại M và cắt đường thẳng CD tại N. Gọi K là giao điểm của các đường thẳng EM và BN. Chứng minh rằng $CK \perp BN$.
2. Cho đường tròn (O) bán kính $R = 1$ và một điểm A sao cho $OA = \sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Một góc xOy có số đo bằng 45° , có cạnh Ox cắt đoạn thẳng AB tại D và cạnh Oy cắt đoạn thẳng AC tại E. Chứng minh rằng $2\sqrt{2} - 2 \leq DE < 1$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH
NĂM HỌC 2009 – 2010
ĐỀ CHUNG

Bài 1. (3,5đ)

1. Giải phương trình : $\sqrt{x+1} = x+1$.
2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x-3y = -5 \\ 8x+6y = 2010 \end{cases}$.
3. Đơn giản : $P = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{6}}$.
4. Giả sử đường thẳng có phương trình : $y = (m-1)x - m + 1$ (với m là tham số, cắt parabol có phương trình : $y = x^2$ tại hai điểm phân biệt A và B. Chứng minh hoành độ cả hai điểm này không thể cùng âm.

Bài 2. (2đ) Chủ nhật, hai anh em cùng làm một công việc giúp bố mẹ. Biết rằng, nếu người anh làm trước hết một nửa công việc, sau đó người em tiếp tục nửa công việc còn lại, thì tổng thời gian của hai anh em phải làm hết 6 giờ 15 phút; còn nếu hai anh em cùng làm thì sau 3 giờ công việc hoàn thành. Hỏi nếu chỉ người em làm một mình thì sau bao lâu công việc hoàn thành ? (Biết người anh làm nhanh hơn người em).

Bài 3. (3,5đ) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R, có góc A bằng 60° .

1. Tính góc OBC.
2. Gọi I là trung điểm của BC. Tính chu vi của tam giác BOI.
3. Từ điểm K trên đoạn IC, vẽ đường thẳng song song với đường thẳng AI, cắt cạnh AC tại M, cắt tia BA tại N. Chứng minh $KM + KN = 2AI$.

Bài 4. (1đ) Chứng minh : $Q = 4a^4 + 4a^3 - 3a^2 - 2a + 1 \geq 0$ (với a là số thực tùy ý).

ĐỀ CHUYÊN TOÁN

Bài 1. (1,5đ) Cho phương trình : $x^2 + 5x + 1 - \sqrt{5} = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho (với $x_1 > x_2$). Tính giá trị của biểu thức : $T = (x_1 + 2)(x_2 + 3)$.

Bài 2. (2đ) Giải các hệ phương trình sau :

$$1. \begin{cases} 2x + y = 3xy \\ 2x + y = 3 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3 \\ 4x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Bài 3. (2đ) Trên mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hai điểm $M(-4; -1)$, $N\left(5; \frac{7}{2}\right)$ và parabol (P) có phương trình : $y = \frac{1}{2}x^2$.

- Xác định tọa độ các giao điểm của E và F của đường thẳng MN với parabol (P) biết E có hoành độ âm, F có hoành độ dương.
- So sánh ME và NF.

Bài 4. (1đ) Tìm tất cả các số nguyên u và v sao cho : $u(u + 1) = v^2$.

Bài 5. (3,5đ) Cho tam giác vuông ABC có I là trung điểm của cạnh huyền BC. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D (D không trùng B). Gọi J là trung điểm của đoạn BD. Vẽ DH vuông góc với BC (với H thuộc đường thẳng BC). Gọi K là trung điểm của đoạn CD.

- Chứng minh : $BA \cdot BD = BC \cdot BH$.
- Chứng minh tứ giác AIJH là tứ giác nội tiếp được đường tròn.
- Chứng tỏ điểm K thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác AIJH.

B. LỜI GIẢI

ĐỀ THI THPT CHUYÊN TP. HỒ CHÍ MINH (2010 - 2011)

Bài 1.

1. Đặt $u = \frac{1}{x+1}$. Ta có hệ :

$$\begin{cases} u + y = 1 \\ 2u + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u + 2y = 2 \\ 2u + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 1 \\ u + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3} \\ u = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+1) = 3 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{Hệ có nghiệm : } \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right).$$

2. Đặt $t = 2x^2 - x$. Ta có phương trình: $t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$

$$t = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$t = -4 \Leftrightarrow 2x^2 - x = -4 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Phương trình có nghiệm: $x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{2}$.

Bài 2. Ta có: $a = 1; b = -2(2m + 1) \Rightarrow b' = -(2m + 1); c = 4m^2 + 4m - 3$
 $\Rightarrow \Delta' = (2m + 1)^2 - (4m^2 + 4m - 3) = 4 > 0, \forall m$

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Đặt $x_1 = 2m - 1; x_2 = 2m + 3$, ta có: $x_1 < x_2$ (hiển nhiên)

Ta có: $|x_1| = 2|x_2| \Leftrightarrow |2m - 1| = 2|2m + 3|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 2(2m + 3) \\ 2m - 1 = -2(2m + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{7}{2} \\ m = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

Bài 3. Xét $B = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}}$, nhận thấy $B > 0$, nên

$$B^2 = \frac{14 + 2\sqrt{44}}{7 + 2\sqrt{11}} = 2 \Rightarrow B = \sqrt{2}$$

Vậy $A = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = 1$.

Bài 4.

a) Ta có: $\widehat{ABP} = \frac{1}{2}\widehat{AP}$ (số đo của góc nội tiếp và cung bị chắn)

$$\begin{aligned} \widehat{AMB} &= \frac{1}{2}\widehat{sd}(\widehat{AB} - \widehat{PC}) \text{ (góc có đỉnh bên ngoài đường tròn)} \\ &= \frac{1}{2}\widehat{sd}(\widehat{AC} - \widehat{PC}) \text{ (vì } AB = AC \text{ (gt))} \\ &= \frac{1}{2}\widehat{sdAP} \end{aligned}$$

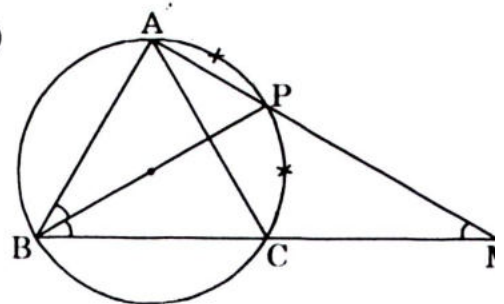
Do đó: $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$.

b) Ta có: $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$ (cmt)

mà $\widehat{ABP} = \widehat{CBP}$ (vì P là điểm chính giữa cung AC)

$\Rightarrow \widehat{CBP} = \widehat{AMB}$ hay ΔBPM cân tại P $\Rightarrow PB = PM$.

Mặt khác xét ΔMAB và ΔBAP có $\widehat{MAB}$ chung, $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$ (cmt).



$$\begin{aligned}\Rightarrow 2(MI + BM) &\geq 2IB = 2\sqrt{OB^2 + OI^2} \quad (\text{định lí Pytago}) \\ &= 2\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{17a^2}{4}} = a\sqrt{17}\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M$ trùng F .

Vậy $AM + 2BM$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $a\sqrt{17} \Leftrightarrow M$ trùng F .

Bài 7. Ta chứng minh bổ đề sau. Với a, b, c không âm, ta có :

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} \quad (\text{bất đẳng thức Côsi cho ba số})$$

$$\text{Ta có : } \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}; \quad \frac{c+d}{2} \geq \sqrt{cd} \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{2} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$$

$$\text{Lại có : } \sqrt{ab} + \sqrt{cd} \geq 2\sqrt{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{cd}} \Leftrightarrow \frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{cd}}$$

Từ kết quả trên, ta chứng minh :

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \Leftrightarrow a+b+c + \sqrt[3]{abc} \geq 4\sqrt[3]{abc}. \quad \text{Thật vậy :}$$

Đặt $d = \sqrt[3]{abc}$, ta có :

$$a+b+c + \sqrt[3]{abc} \geq 4\sqrt{\sqrt{abc} \sqrt[3]{abc}} = 4\sqrt[3]{abc} \quad (\text{đpcm})$$

Áp dụng bổ đề trên, ta có :

$$a + 2b = a + b + b \geq 3\sqrt[3]{ab^2}; \quad \frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{ab^2}}$$

$$\text{Các vế đều dương, ta có : } (a+2b)\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b}\right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{9}{a+2b} \quad (*)$$

Bạn có thể chứng minh trực tiếp bất đẳng thức (*) bằng cách biến đổi tương đương như sau :

$$(*) \Leftrightarrow (a+2b)(2a+b) \geq 9ab \Leftrightarrow 2a^2 - 4ab + 2b^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0, \text{ luôn đúng}$$

$$\text{Ta lại có : } a+b+b \leq \sqrt{1^2+1^2+1^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2+b^2}$$

(bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki)

$$\text{hay } a+2b \leq \sqrt{3(a^2+2b^2)} \quad (**)$$

(Bạn có thể chứng minh trực tiếp bất đẳng thức (**) bằng cách bình phương hai vế). Từ (*) và (**), ta có :

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{9}{a+2b} \geq \frac{9}{\sqrt{3(a^2+2b^2)}} \geq \frac{3}{c} \quad (\text{vì } a^2+2b^2 \leq 3c^2).$$

Từ đó ta có đpcm.

Bất đẳng thức Bunhiacôpxki (Bunyakovsky) :

$$\bullet \quad |ax + by| \leq \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}; \forall a, b, x, y \in \mathbb{R}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y}$$

$$\bullet \quad |ax + by + cz| \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \forall a, b, c, x, y, z \in \mathbb{R}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}.$$

(Chứng minh các bất đẳng thức này, bạn hãy bình phương hai vế và biến đổi thành một tổng bình phương).

ĐỀ THI THPT CHUYÊN TỈNH NAM ĐỊNH (2010 - 2011)

I. PHẦN 1 : TRẮC NGHIỆM

àì 1. Tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = -x + 4$ thỏa

$$\text{mãn hệ phương trình : } \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ta chọn đáp án B (dùng máy tính bỏ túi để tìm nghiệm).

àì 2. Hàm số $y = ax^2$ đồng biến với $x > 0 \Leftrightarrow a > 0 \Leftrightarrow \sqrt{82} - 9 > 0$

Ta chọn đáp án A. downloaadsachmienphi.com

àì 3. Ta có NQ là đường kính $\Rightarrow NQ = 10\text{cm}$.

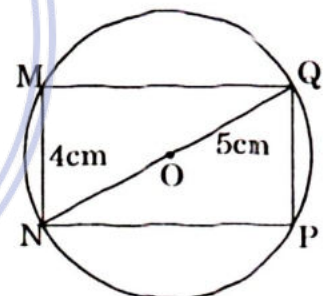
Trong Δ vuông MNQ, ta có :

$$MQ = \sqrt{NQ^2 - MN^2} = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84} \text{ (cm)}$$

Ta chọn đáp án D.

àì 4. Ta có : $V = \pi R^2 h \Leftrightarrow 20\pi = \pi 4h \Rightarrow h = 5 \text{ (cm)}$

Ta chọn đáp án C.



II. PHẦN 2 : TỰ LUẬN

àì 1.

1. Với $x > 0$ và $x \neq 1$, ta có :

$$P = \frac{x + 2 - (x - \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{1 + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$2. P = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = 10 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{11}{10} \Leftrightarrow x = \frac{121}{100}$$

àì 2.

1. Với $m = 4$, ta có phương trình : $x^2 + 2x - 4 = 0$

$$a = 1, b = 2 \Rightarrow b' = 1, c = -4. \text{ Ta có : } \Delta' = 1 + 4 = 5 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{5}$$

Phương trình có hai nghiệm : $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{5}$.

$$2. \text{ Phương trình có nghiệm } \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm, theo hệ thức Viét, ta có :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó : } M &= x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 = [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2 - 2x_1^2 x_2^2 \\ &= (4 + 2m)^2 - 2m^2 = 2m^2 + 16m + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Đặt } m + 1 = t \geq 0 \Rightarrow m = t - 1 \Rightarrow M &= 2(t - 1)^2 + 16(t - 1) + 16 \\ &= 2t^2 + 12t + 2 \geq 2 \quad \forall t \geq 0 \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $M = 2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M = 1$.

Bài 3. Đặt $S = x + y$; $P = xy \Rightarrow x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = S^2 - 2P$

$$\text{Ta có hệ : } \begin{cases} S^2 + P = 5 & (1) \\ S(S + 1) + P = 7 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) $\Rightarrow P = 5 - S^2$. Thay P vào (2), ta có :

$$S^2 + S + 5 - S^2 = 7 \Leftrightarrow S = 2$$

Từ đó, ta tìm được $P = 1$.

Vậy x, y là nghiệm phương trình : $X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1$

Hệ có nghiệm : $(x; y) = (1; 1)$.

Bài 4.

1.a) Ta có H là trung điểm của MB (gt)

$\Rightarrow OH \perp MB$ (định lý đường kính dây cung)

Lại có : $AM \perp MB$ (AB là đường kính)

$\Rightarrow OH \parallel AM$. Vậy OHMA là hình thang.

b) Ta có : $IP \perp AM$ (gt), $AM \parallel OI$ (cmt)

$\Rightarrow IP \perp OI$ tại I.

Chứng tỏ IP là tiếp tuyến của đường tròn (O).

2. N là điểm chính giữa của cung nhỏ AM

$\Rightarrow \widehat{NA} = \widehat{NM}$, $OH \perp MB$ (cmt)

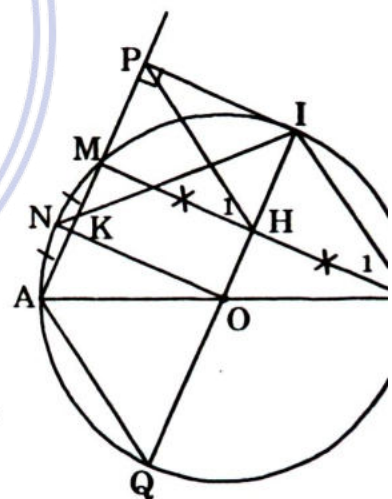
$\Rightarrow I$ là điểm chính giữa của cung MB $\Rightarrow \widehat{IM} = \widehat{IB}$.

Ta có $\widehat{MKI} = \frac{1}{2} \text{sd}(\widehat{NA} + \widehat{IM})$ (góc có đỉnh bên trong đường tròn)

$$\widehat{PIK} = \frac{1}{2} \text{sd}(\widehat{NM} + \widehat{IM}) \text{ (góc giữa tiếp tuyến và một dây).}$$

$\Rightarrow \widehat{MKI} = \widehat{PIK}$ hay ΔPKI vuông cân tại P $\Rightarrow PK = PI$.

3. Dễ thấy tứ giác PIHM là hình chữ nhật (có ba góc vuông)



$\Rightarrow PI \parallel MH$ và $PI = MH$ mà H là trung điểm của MB (g.g)

$\Rightarrow MH = BH \Rightarrow PI \parallel HB$ và $PI = HB$.

Do đó tứ giác $PIBH$ là hình bình hành $\Rightarrow PH \parallel IB$

$\Rightarrow \widehat{H_1} = \widehat{B_1}$ (đồng vị), các tam giác HMP và BHI vuông tại M và H

$\Rightarrow \widehat{MPH} = \widehat{HIB}$ (phụ với hai góc bằng nhau)

mà $\widehat{HIB} = \widehat{QAB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung QB)

$\Rightarrow \widehat{QAB} = \widehat{MPH}$.

Lại có $APHQ$ là hình bình hành (gt) $\Rightarrow \widehat{MPH} = \widehat{AQO}$ (hai góc đối)

$\Rightarrow \widehat{AQO} = \widehat{QAO}$ hay $\triangle AOQ$ cân tại $O \Rightarrow OQ = OA = R$.

ài 5. Vì $x - y \geq 1 \Rightarrow P \leq (x - y) \left(\frac{4}{x} - \frac{1}{y} \right) \Rightarrow P \leq 5 - \left(\frac{x}{y} + \frac{4y}{x} \right)$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có : $\frac{x}{y} + \frac{4y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{4y}{x}} = 4$

Vậy $P \leq 5 - 4 = 1$.

Giá trị lớn nhất của P bằng 1. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{4y}{x} \Leftrightarrow x = \pm 2y$.

Vì $x > 0; y > 0 \Rightarrow x = 2y$.

Download Sách Hay | Đọc Sách Online

ĐỀ THI THPT CHUYÊN TỈNH THÁI BÌNH (2010 - 2011)

ài 1.

a) Với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$. Ta có :

$$x - 5\sqrt{x} + 6 = x - 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 6 = \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) - 2(\sqrt{x} - 3) = (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } A &= \frac{\sqrt{x} - 7 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{\sqrt{x} - 7 - x + 9 + 2x - 4\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{x - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \end{aligned}$$

b) $x = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}}{\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} - 3} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1 - 3} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 4} = \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 4)}{(\sqrt{2} - 4)(\sqrt{2} + 4)} = \frac{2 - 3\sqrt{2}}{14}.$$

Bài 2.

a) Tọa độ giao điểm G của (d_1) và (d_2) thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} y = (m-1)x - m^2 - 2m \\ y = (m-2)x - m^2 - m + 1 \end{cases} \quad (*)$$

Trừ vế cho vế hai phương trình, ta được :

$$(m-1)x - m^2 - 2m - (m-2)x + m^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow x = m+1$$

Thay $x = m+1$ vào phương trình $(*)$:

$$y = (m-1)(m+1) - m^2 - 2m \Leftrightarrow y = -2m - 1$$

Vậy tọa độ G(m+1; -2m-1).

(Có thể xét phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2)).

b) Ta có : G(m+1; -2m-1) hay $\begin{cases} x_G = m+1 \\ y_G = -2m-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_G = 2m+2 \\ y_G = -2m-1 \end{cases}$

$$\Rightarrow 2x_G + y_G = 1 \Rightarrow y_G = -2x_G + 1$$

Vậy G thuộc đường thẳng cố định $y = -2x + 1$, khi m thay đổi.

Bài 3.

a) Điều kiện $x \neq \pm 1$. Quy đồng và khử mẫu, ta được :

$$x - 1 + x + 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ (nhận).}$$

b) Điều kiện : $x \neq -1$

Ta có : $x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x \cdot \frac{x}{x+1} + 2x \cdot \frac{x}{x+1} + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 1$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{x}{x+1}\right)^2 + \frac{2x^2}{x+1} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x^2}{x+1} - 1 = 0$$

Đặt $u = \frac{x^2}{x+1}$. Ta có phương trình : $u^2 + 2u - 1 = 0 \Leftrightarrow u = -1 \pm \sqrt{2}$.

• $u = -1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} = -1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + (1 - \sqrt{2})x + 1 - \sqrt{2} = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2} - 1 \pm \sqrt{2\sqrt{2} - 1}}{2}$$

• $u = -1 - \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} = -1 - \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + (1 + \sqrt{2})x + 1 + \sqrt{2} = 0$

Vì $\Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4(1 + \sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{2} - 4) = (1 + \sqrt{2})(-3 + \sqrt{2}) < 0$
nên phương trình vô nghiệm.

Bài 4.

a) Ta có : $Ax \perp AB$ (tính chất tiếp tuyến)

hay $\widehat{PAC} = 90^\circ$.

PQ qua M và $PQ \perp MC$ (gt) hay $\widehat{PMC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{PAC} + \widehat{PMC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Do đó tứ giác $APMC$ nội tiếp.

– Ta có tứ giác $APMC$ nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \widehat{MPC} = \widehat{MAC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MC).

Chứng minh tương tự ta có tứ giác $BQMC$ nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{MQC} = \widehat{MBC}$, ΔAMB vuông tại M (AB là đường kính)

$\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{MBA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MPC} + \widehat{MQC} = 90^\circ$

Trong $\Delta PCQ \Rightarrow \widehat{PCQ} = 90^\circ$.

Do đó : $\widehat{PCQ} + \widehat{AMB} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $EMFC$ nội tiếp.

– Ta có tứ giác $EMFC$ nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \widehat{MEF} = \widehat{MCQ}$ (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung MF).

Lại có $\widehat{MCQ} = \widehat{MBQ}$ (2) (góc nội tiếp cùng chắn cung MQ).

Vì BQ là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{MBQ} = \widehat{MAB}$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{MEF} = \widehat{MAB}$.

Do đó $EF \parallel AB$ (cặp góc đồng vị bằng nhau).

b) Xét ΔEPA và ΔEMC có $\widehat{AEP} = \widehat{MEC}$ (đối đỉnh); $\widehat{APE} = \widehat{AMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \Delta EPA \sim \Delta EMC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{EP}{EA} = \frac{EM}{EC} \Rightarrow EP \cdot EC = EA \cdot EM$.

Tương tự tứ giác $BQMC$ nội tiếp ta có : $FC \cdot FQ = FM \cdot FB$.

Lại có : $EP \cdot EC = FC \cdot FQ$ (gt) $\Rightarrow EA \cdot EM = FM \cdot FB$ (4)

Mặt khác : $EF \parallel AB$ (cmt).

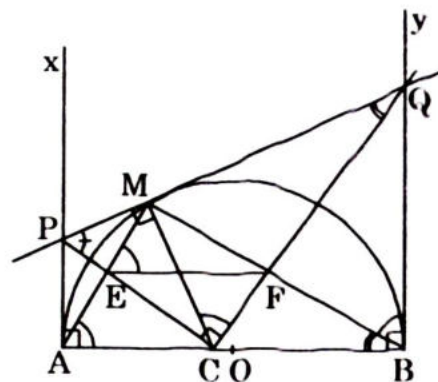
Theo định lí Talét : $\frac{EM}{EA} = \frac{FM}{FB} \Rightarrow EM \cdot FB = EA \cdot FM$ (5)

Nhân (4) và (5) vế với vế ta có :

$EM^2 \cdot EA \cdot FB = FM^2 \cdot EA \cdot FB \Rightarrow EM^2 = FM^2 \Rightarrow EM = FM$

Khi đó $\Delta EMC = \Delta FMQ$ (g.c.g) $\Rightarrow EC = FQ$.

Lại có : $EP \cdot EC = FC \cdot FQ$ (gt) $\Rightarrow EP = FC$ (dpcm).



Bài 5. Ta có : $B = \frac{x^2 - xy + 2y^2}{x^2 + y^2 + xy}$. Ta nhận thấy tử và mẫu thức là các đa thức bậc hai đẳng cấp của x và y , chia tử và mẫu cho y^2 .

- Nếu $y = 0 \Rightarrow B = 1$

- Nếu $y \neq 0 \Rightarrow B = \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 2}{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} + 1}$. Đặt $z = \frac{x}{y}$, ta có :

$$B = \frac{z^2 - z + 2}{z^2 + z + 1} \Leftrightarrow (B - 1)z^2 + (B + 1)z + B - 2 = 0 \quad (*)$$

$$(\text{vì } z^2 + z + 1 = \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0)$$

- Nếu $B \neq 1$: Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$
 $\Leftrightarrow (B + 1)^2 - 4(B - 1)(B - 2) \geq 0 \Leftrightarrow 3B^2 - 14B + 7 \leq 0$
 $\Leftrightarrow \left(B - \frac{7}{3}\right)^2 \leq \frac{28}{9} \Leftrightarrow \left|B - \frac{7}{3}\right| \leq \frac{2\sqrt{7}}{3} \Leftrightarrow \frac{7 - 2\sqrt{7}}{3} \leq B \leq \frac{7 + 2\sqrt{7}}{3} \quad (B \neq 1)$
- Nếu $B = 1$. Ta có : (*) $\Leftrightarrow 2z - 1 = 0$ (phương trình có nghiệm)
 Vậy $\frac{7 - 2\sqrt{7}}{3} \leq B \leq \frac{7 + 2\sqrt{7}}{3}$
- Giá trị nhỏ nhất của B bằng $\frac{7 - 2\sqrt{7}}{3}$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B}y \\ x^2 + xy + y^2 = 1 \\ B = \frac{7-2\sqrt{7}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B}y \\ y = \pm \frac{2(B-1)}{\sqrt{3B^2-6B+7}} \\ B = \frac{7-2\sqrt{7}}{3} \end{cases}$$

- Giá trị lớn nhất của B bằng $\frac{7 + 2\sqrt{7}}{3}$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B}y \\ x^2 + xy + y^2 = 1 \\ B = \frac{7+2\sqrt{7}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B}y \\ y = \pm \frac{2(B-1)}{\sqrt{3B^2-6B+7}} \\ B = \frac{7+2\sqrt{7}}{3} \end{cases}$$

ĐỀ THI THPT CHUYÊN TỈNH HẢI PHÒNG (2010 – 2011)**Bài 1.** Biểu thức M có nghĩa $\Leftrightarrow x \geq 0$ ($x \geq 0 \Rightarrow x + 1 \neq 0$)

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } M &= \frac{2}{3} \left[\frac{3}{4x + 4\sqrt{x} + 4} + \frac{3}{4x - 4\sqrt{x} + 4} \right] \cdot \frac{2010}{x+1} \\ &= \frac{x+1}{x^2 + x + 1} \cdot \frac{2010}{x+1} = \frac{2010}{x^2 + x + 1}. \end{aligned}$$

 $M = \frac{2010}{x^2 + x + 1}$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow x^2 + x + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất

$$\text{Ta có } x^2 + x + 1 = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow M \text{ đạt giá trị lớn nhất là } 2010 : \frac{3}{4} = 2680 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Bài 2.

$$\begin{aligned} 1. \quad \sqrt{x-1} + \sqrt{x-4} &= 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 2x - 5 + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4} = 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \sqrt{x^2 - 5x + 4} = 7 - x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq x \leq 7 \\ x^2 - 5x + 4 = 49 - 14x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq x \leq 7 \\ x = 5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow x &= 5. \end{aligned}$$

2. Phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \neq 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ 3m + 11 \neq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (2m+3)^2 - 4(3m+11) \geq 0 \\ m \neq -\frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 35 \geq 0 \\ m \neq -\frac{11}{3} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \geq \frac{\sqrt{35}}{2} \\ m \neq -\frac{11}{3} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{\sqrt{35}}{2} \\ m \neq -\frac{11}{3} \\ m \leq -\frac{\sqrt{35}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Theo hệ thức Viét, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m - 3 \\ x_1 x_2 = 3m + 11 \end{cases}$

$$\text{Vậy } \left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 x_2^2$$

$$\Leftrightarrow 4[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = x_1^2 x_2^2$$

$$\Leftrightarrow 4[(2m+3)^2 - 4(3m+11)] = (3m+11)^2$$

$$\Leftrightarrow 7m^2 - 66m - 261 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \text{ (nhận)} \\ m = \frac{87}{7} \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Bài 3.

1. Ta có : $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2\sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq (a+c)^2 + (b+d)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq ac + bd \quad (*)$$

• Nếu $ac + bd < 0$, ta có (*) luôn đúng.

• Nếu $ac + bd \geq 0$, ta có :

$$(*) \Leftrightarrow (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2 \Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0 \quad (\text{đúng}).$$

2. Áp dụng bất đẳng thức ở câu 1. Ta có :

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}} \geq \sqrt{(a+b+c)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2} \quad (1)$$

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có : $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ và

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \Rightarrow (a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} \geq \frac{9}{2}$$

Từ đó : $(a+b+c)^2 + \frac{16}{81}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \geq 2 \cdot \frac{4}{9}(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 8$

$$\Rightarrow (a+b+c)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 = (a+b+c)^2 + \frac{16}{81}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 + \frac{65}{81}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \geq 8 + \frac{65}{81} \cdot \frac{81}{4} = \frac{97}{4}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}} \geq \frac{\sqrt{97}}{2} \quad (\text{đpcm}).$

Bài 4.

1. Ta có bốn điểm AMNB cùng thuộc đường tròn (O') hay tứ giác AMNB nội tiếp

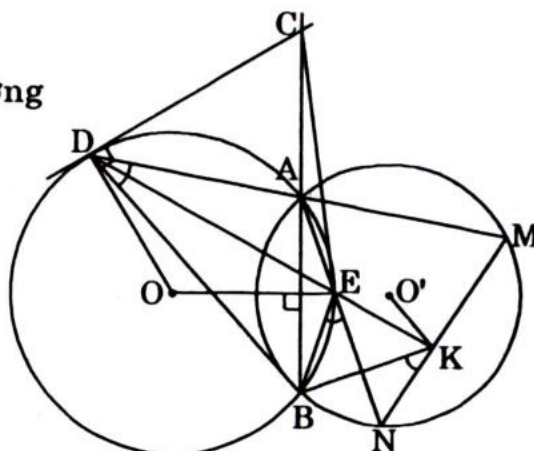
$$\Rightarrow \widehat{BNM} = \widehat{BAD} \quad (\text{cùng bù với } \widehat{BAM})$$

mà $\widehat{BAD} = \widehat{BED}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

$$\Rightarrow \widehat{BNM} = \widehat{BED}.$$

Do đó tứ giác BEKN nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{BKN} = \widehat{BEN} \quad (\text{góc nội tiếp cùng chắn cung BN})$$



mà $\widehat{BEN} = \widehat{BDA}$ (do tứ giác BEAD nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{BKN} = \widehat{BDA}$. Do đó tứ giác BDMK nội tiếp.

2. Ta có : $\widehat{BKN} = \widehat{BEN}$ (cmt) mà $\widehat{BKN} + \widehat{BKM} = 180^\circ$.

Tương tự : $\widehat{BEN} + \widehat{BEA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{BEA}$.

Lại có $\widehat{BMN} = \widehat{BAN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BN)

$\Rightarrow \triangle BKM \sim \triangle BEA$ (g.g).

3. Xét $\triangle CDA$ và $\triangle CBD$ có $\widehat{DCA}$ chung và $\widehat{CBD} = \widehat{CDA}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến một dây cùng chắn cung AD).

Do đó $\triangle CDA \sim \triangle CBD$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CD}{CA} = \frac{DB}{DA}$.

Chứng minh tương tự ta có : $\frac{CE}{CA} = \frac{EB}{EA}$ mà $CD = CE$ (tính chất tiếp

tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{EB}{EA}$

Xét $\triangle DBA$ và $\triangle KBN$ có $\widehat{DAB} = \widehat{BNK}$ (cmt), $\widehat{BDA} = \widehat{BKN} (= \widehat{BEN})$ (cmt)

Do đó $\triangle DBA \sim \triangle KBN$ (g.g) $\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{KB}{KN}$.

Lại có $\triangle BKM \sim \triangle BEA$ (cmt) ta có : $\frac{KB}{KM} = \frac{EB}{EA} \Rightarrow \frac{KB}{KM} = \frac{KB}{KN}$

$\Rightarrow KM = KN$ hay K là trung điểm dây MN của đường tròn (O')

$\Rightarrow O'K \perp MN$ (định lý đường kính dây cung).

Bài 5.

1. Nếu $z = 0$. Hệ có nghiệm : $(x; -x; 0)$, $x \in \mathbb{Z}$.

Nếu $z \neq 0$. Từ hai phương trình, ta có :

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^2 \Leftrightarrow (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 &= x + y \Leftrightarrow x^2 - (y + 1)x + y^2 - y = 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Ta coi đây là phương trình bậc hai của ẩn x. Ta có :

$$\begin{aligned} \Delta &= (y + 1)^2 - 4(y^2 - y) \geq 0 \Leftrightarrow -3y^2 + 6y + 1 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{12}}{3} \leq y \leq \frac{3 + \sqrt{12}}{3} \end{aligned}$$

Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y = 0$ hoặc $y = 1$ hoặc $y = 2$.

+ Nếu $y = 0$, từ hệ đã cho ta tìm được nghiệm $(1; 0; 1)$.

+ Nếu $y = 1$. Từ phương trình (*), ta tìm được $x = 0$ hoặc $x = 2$.

Từ đó, ta có các nghiệm : $(0; 1; 1)$, $(2; 1; 3)$.

+ Nếu $y = 2$. Từ phương trình (*), ta tìm được $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Từ đó, ta có các nghiệm : $(1; 2; 3)$, $(2; 2; 4)$.

2. Người đi trước bốc 2^k viên sỏi.

+ Nếu k chẵn thì 2^k chia cho 3 có dư là 1, người đi sau sẽ bốc 2 viên.

+ Nếu k lẻ thì 2^k chia cho 3 có dư là 2, người đi sau sẽ bốc 1 viên.

Sau lần đi này, người đi trước phải bốc số sỏi chia hết cho 3 và như vậy, người đi trước không thể bốc viên sỏi cuối cùng. Người đi sau sẽ thắng.

ĐỀ THI THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU, NGHỆ AN (2010 – 2011)

Bài 1.

a) Đặt $t = \sqrt{x^2 + 8x}$; $t \geq 0 \Rightarrow x^2 + 8x = t^2$.

Ta có phương trình: $t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 3 \text{ (nhận)} \end{cases}$

Vậy $x^2 + 8x = 9 \Leftrightarrow x^2 + 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -9 \end{cases}$

b) Ta có: $\begin{cases} x^3 - y^3 = 4x + 2y \\ x^2 - 1 = 3(1 - y^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - y^3 = 4x + 2y \\ x^2 + 3y^2 = 4 \end{cases}$

Chia vế cho vế hai phương trình, ta được:

$$\frac{x^3 - y^3}{x^2 + 3y^2} = \frac{4x + 2y}{4} \Leftrightarrow 2(x^3 - y^3) = (x^2 + 3y^2)(2x + y)$$

$$\Leftrightarrow 10y^3 + 12xy^2 + 2x^2y = 0$$

$$\Leftrightarrow y(x + y)(x + 5y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -y \\ x = -5y \end{cases}$$

Từ đó, ta tìm được các nghiệm của hệ:

$$(\pm 2; 0), (1; -1), (-1; 1), \left(\frac{5}{\sqrt{7}}; \frac{-1}{\sqrt{7}}\right), \left(\frac{-5}{\sqrt{7}}; \frac{1}{\sqrt{7}}\right).$$

Phương trình $10y^3 + 12xy^2 + 2x^2y = 0$ gọi là phương trình đẳng cấp thuần nhất bậc ba, ta thường chia hai vế cho y^3 (phải xét $y = 0$; $y \neq 0$).

Bài 2. Ta có: $P = n^4 + n^3 + n^2 = n^2(n^2 + n + 1)$

– Nếu $n = 0$, ta có số đã cho $P = 0$ (là số chính phương).

– Nếu $n \neq 0$, P là số chính phương $\Leftrightarrow n^2 + n + 1$ là số chính phương

$$\text{hay } n^2 + n + 1 = k^2 \quad (k \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow 4(n^2 + n + 1) = 4k^2$$

$$\Leftrightarrow (2n + 1)^2 - 4k^2 = -3$$

$$\Leftrightarrow (2n + 1 - 2k)(2n + 1 + 2k) = -3$$

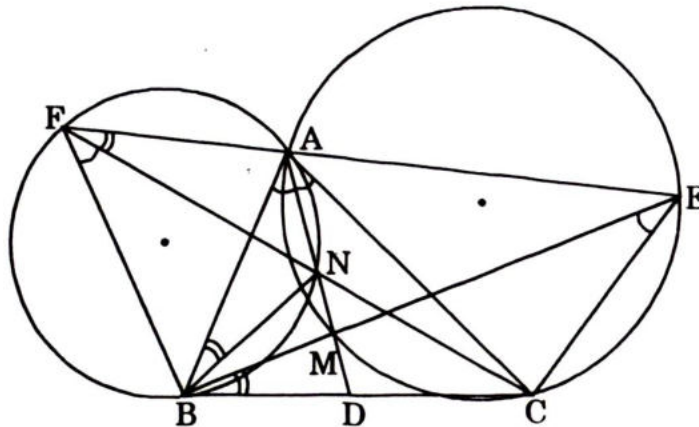
Vì $2n + 1 + 2k \geq 2n + 1 - 2k$, $\forall n \in \mathbb{Z}; k \in \mathbb{N}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2n + 1 - 2k = -1 \\ 2n + 1 + 2k = 3 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} 2n + 1 - 2k = -3 \\ 2n + 1 + 2k = 1 \end{cases}$$

Ta tìm được $n = 0$ hoặc $n = -1$. Vì $n \neq 0$ nên ta lấy $n = -1$.

Vậy : $n = 0$; $n = -1$.

Bài 3.



(Để chứng minh ba điểm A, E, F thẳng hàng ta chứng minh hai tia FA và FE trùng nhau).

Ta có bốn điểm A, N, B, F cùng nằm trên đường tròn (ABN)

$$\Rightarrow \widehat{NFB} = \widehat{NAB} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung BN)}$$

Tương tự đối với đường tròn (ACM), ta có :

$$\widehat{MEC} = \widehat{MAC} \text{ mà } \widehat{NAB} = \widehat{MAC} \text{ (do AD là phân giác của góc A)}$$

$$\Rightarrow \widehat{NFB} = \widehat{MEC} \text{ hay } \widehat{CFB} = \widehat{CEB}.$$

Do đó tứ giác BFEC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{CFE}$. Lại có $\widehat{CBE} = \widehat{NBA}$ (gt) mà $\widehat{NBA} = \widehat{NFA}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NA) $\Rightarrow \widehat{NFA} = \widehat{CFE}$.

Do đó hai tia FA và FE phải trùng nhau hay ba điểm A, E, F thẳng hàng.

Bài 4. Kẻ tiếp tuyến chung của đường tròn (O)

và (O') tại M ta có $\widehat{BAM} = \widehat{BMx}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến và một dây cùng chắn cung BM).

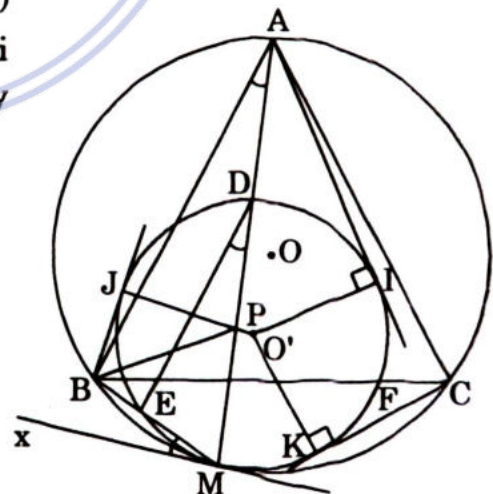
Tương tự với đường tròn (O') ta có :

$$\widehat{EDM} = \widehat{BMx} \Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{EDM}.$$

Do đó $DE \parallel AB$ (cặp góc đồng vị bằng nhau)

$$\Rightarrow \frac{BE}{BM} = \frac{AD}{AM}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{AD} = \frac{BM}{AM} \quad (1) \quad (\text{định lí Talét})$$



Xét $\triangle BEJ$ và $\triangle BJM$ có $\widehat{MBJ}$ chung, $\widehat{BMJ} = \widehat{BJE}$ (góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến một dây cùng chắn cung JE)

$$\Rightarrow \triangle BEJ \sim \triangle BJM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{BJ}{BM} = \frac{BE}{BJ} \Rightarrow BJ^2 = BE \cdot BM.$$

Chứng minh tương tự ta có : $AI^2 = AD \cdot AM \Rightarrow \frac{BJ^2}{AI^2} = \frac{BE \cdot BM}{AD \cdot AM}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{BJ^2}{AI^2} = \frac{BM^2}{AM^2} \Rightarrow \frac{BJ}{AI} = \frac{BM}{AM}$ (3)

Chứng minh tương tự ta có : $\frac{CK}{AI} = \frac{CM}{AM}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{BJ + CK}{AI} = \frac{BM + CM}{AM}$ (5)

Trên AM lấy P sao cho MP = MB.

Khi đó $\triangle BPM$ đều (cân có góc $\widehat{BMP} = \widehat{BCA} = 60^\circ$) $\Rightarrow BP = BM$.

Xét $\triangle APB$ và $\triangle CMB$ có : $AB = BC$ (gt), $\widehat{BAM} = \widehat{BCM}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BM), $PB = BM$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle APB = \triangle CMB$ (c.g.c) $\Rightarrow AP = CM$.

Mà $AM = AP + PM \Rightarrow AM = BM + CM$ (*)

Thế (*) vào (5) ta có : $\frac{BJ + CK}{AI} = \frac{AM}{AM} = 1 \Rightarrow AI = BJ + CK$ (đpcm).

Bài 5.

a) Đặt $x = \sqrt{a}$; $y = \sqrt{b}$; $z = \sqrt{c}$; $x, y, z \geq 0$. Ta có $a = x^2$, $b = y^2$, $c = z^2$.

Khi đó điều kiện $a + b + c = 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 3$

và $P = x^2y + y^2z + z^2x - xyz$.

Không mất tính tổng quát, ta coi rằng $y \leq x \leq z$

$$\Rightarrow y(x - y)(x - z) \leq 0 \Rightarrow x^2y + y^2z - xyz \leq xy^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2y + y^2z + z^2x - xyz &\leq xy^2 + z^2x = x(y^2 + z^2) = x(3 - x^2) \\ &= 2 - (x - 1)^2(x + 2) \leq 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P \leq 2.$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = 1$ hoặc $a = 1$; $b = 0$; $c = \sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 2, đạt được chẳng hạn : $a = b = c = 1$.

b) Giả sử A, B là hai điểm trong số 2010 điểm đã cho và 2008 điểm còn lại nằm về một phía của đường thẳng AB.

Gọi các điểm đó là $X_1, X_2, \dots, X_{2008}$, vì các điểm đã cho không có 4 điểm nào cùng nằm trên một đường tròn nên có thể giả sử :

$$\widehat{AX_1B} > \widehat{AX_2B} > \dots > \widehat{AX_{2008}B}.$$

Vẽ đường tròn qua ba điểm A, B, X_{1001} . Khi đó $X_1, X_2, \dots, X_{1000}$ nằm bên trong đường tròn và các điểm $M_{1002}, \dots, M_{2008}$ còn lại sẽ nằm bên ngoài đường tròn (đpcm).

ĐỀ THI THPT CHUYÊN QUỐC HỌC THỪA THIÊN HUẾ (2010 - 2011)**Bài 1.** Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ 3-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 3 \end{cases} \quad (*)$$

Theo hệ thức Viet, ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 4(x_1 + x_2) = 7x_1 x_2 \Leftrightarrow 4 \frac{2(m-1)}{m+1} = 7 \frac{m-2}{m+1} \Leftrightarrow 8(m-1) = 7(m-2)$$

$$\Leftrightarrow m = -6 \quad (\text{thỏa mãn điều kiện } (*)).$$

Bài 2. Ta có : $P = x^2 + (y-2)x + y^2 - 3y + 2010$

$$\Leftrightarrow P = \left(x + \frac{y-2}{2}\right)^2 - \frac{(y-2)^2}{4} + y^2 - 3y + 2010$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{1}{4}(2x + y - 2)^2 + \frac{3}{4}\left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{6023}{3}$$

$$\text{Vậy } P \geq \frac{6023}{3} \text{ vì } (2x + y - 2)^2 \geq 0 \text{ và } \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 \geq 0 \quad \forall x, y$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ y - \frac{4}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } P \text{ bằng } \frac{6023}{3}, \text{ đạt được khi } x = \frac{1}{3} \text{ và } y = \frac{4}{3}$$

Bài 3.

a) Ta có : $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2 \quad (*)$

$$\Rightarrow x+3 + 3\sqrt[3]{x+3} \cdot \sqrt[3]{5-x} (\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x}) + 5-x = 8$$

Thay $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$, ta được :

$$\sqrt[3]{(x+3)(5-x)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

Thử lại : $x = -3; x = 5$ nghiệm đúng phương trình (*).

b) Hệ được viết lại dưới dạng :

$$\begin{cases} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right) + 4 = 0 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right) = 4 \end{cases}$$

Đặt $u = x + \frac{1}{x}$; $v = y + \frac{1}{y}$, ta có hệ :
$$\begin{cases} u + v = -4 \\ uv = 4 \end{cases}$$

Vậy u, v là nghiệm phương trình : $X^2 + 4X + 4 = 0 \Leftrightarrow X = -2$

Hệ trên có nghiệm $(u; v) = (-2; -2)$.

Từ đó ta tìm được : $x = -1; y = -1$. Hệ đã cho có nghiệm : $(x; y) = (-1; -1)$.

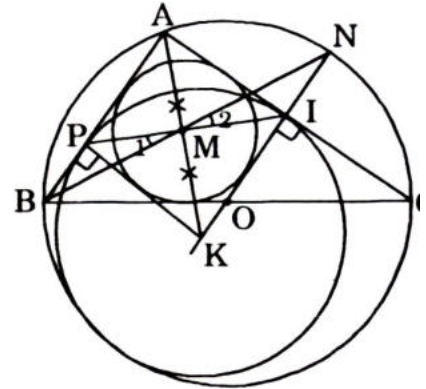
Bài 4.

a) Ta có : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$((5a)^2 = (3a)^2 + (4a)^2)$$

Theo định lí Pytago đảo ta có $\triangle ABC$ vuông tại A nên BC là đường kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Gọi R là bán kính

(ABC) ta có : $R = \frac{BC}{2} = \frac{5a}{2}$



Gọi I là giao điểm đường trung trực của đoạn AC với AC. Và P là tiếp điểm của đường tròn (K) với AB, ta có tứ giác AIKP là hình chữ nhật (có ba góc vuông). Lại có $KI = KP = r$ (r là bán kính đường tròn (K) nên AIKP là hình vuông (hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau)

$$\Rightarrow KI = KP = AI = \frac{AC}{2} = \frac{4a}{2} = 2a \text{ hay } r = 2a.$$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, vì O là trung điểm BC, I là trung điểm AC $\Rightarrow OI$ là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow OI = \frac{1}{2}AB = \frac{3a}{2}.$$

Khi đó $OK = KI - OI = \frac{4a}{2} - \frac{3a}{2} = \frac{a}{2} = \frac{5a}{2} - 2a$ ($d = R - r$)

Chúng tỏ (K) tiếp xúc với đường tròn (O) ngoại tiếp $\triangle ABC$.

- b) *Hướng dẫn* : Gọi M là trung điểm của AK. Để có M là tâm của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ ta chứng minh BM (chẳng hạn) là tia phân giác của góc ABC.

Thật vậy : Gọi M là trung điểm của AK và BM cắt OI tại N. Xét $\triangle MNI$ và $\triangle MPB$ có $\widehat{MIN} = \widehat{MPB}$ (so le trong do $AP \parallel OI$), $MP = MI$ (tính chất đường chéo của hình vuông), $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ (đối đỉnh).

Do đó $\triangle MIN = \triangle MPB$ (g.c.g) $\Rightarrow IN = BP = AB - AP = 3a - 2a = a$.

Khi đó : $ON = OI + IN = \frac{3a}{2} + a = \frac{5a}{2} = R$.

Chúng tỏ N thuộc (O) và IN là điểm chính giữa cung AC hay BM là phân giác của góc ABC. Do đó IM là tâm của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

ài 5.

a) Ta có : (1) $\Leftrightarrow (10a + b)c = (10c + a)b \Leftrightarrow 10c(a - b) = b(a - c)$ (2)
 $\Rightarrow b(a - c) : 5$. Ta xét các khả năng sau :

• $b = 5 : (2) \Rightarrow 2c(a - 5) = a - c \Rightarrow c = \frac{a}{2a - 9}$

$$\Rightarrow 2c = \frac{2a}{2a - 9} = 1 + \frac{9}{2a - 9}$$

$$\Rightarrow 2a - 9 = 3 \text{ hoặc } 2a - 9 = 9 \quad (\text{vì } a \neq 5 \text{ và } a \neq c).$$

Ta tìm được : $(a; b; c) = (6; 5; 2), (9; 5; 1)$.

• $a - c = 5 \Rightarrow a = c + 5$

$$(2) \Rightarrow 2c(c + 5 - b) = b \Rightarrow b = \frac{2c^2 + 10c}{2c + 1}$$

$$\Rightarrow 2b = 2c + 9 - \frac{9}{2c + 1}$$

$$\Rightarrow 2c + 1 = 3 \text{ hoặc } 2c + 1 = 9 \quad (\text{vì } c \neq 0)$$

Ta tìm được : $(a; b; c) = (6; 4; 1), (9; 8; 4)$.

• $a - c = -5 \Rightarrow c = a + 5$

$$(2) \Rightarrow 2(a + 5)(a - b) = -b \Rightarrow b = \frac{2a^2 + 10a}{2a - 9}$$

$$\Rightarrow 2b = 2a + 19 + \frac{9 \cdot 19}{2a - 9} \Rightarrow b > 19 \text{ (loại)}.$$

b) Giả sử $B + C = 2A \Rightarrow 3A = A + B + C = 180^\circ \Rightarrow A = 60^\circ$

Ta có : $\sqrt{a + b - c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$

$$\Rightarrow a + b - c = a + b + c + 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{ac} - 2\sqrt{bc}$$

$$\Rightarrow \sqrt{c}(\sqrt{c} - \sqrt{a}) + \sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{c}) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{c})(\sqrt{b} - \sqrt{c}) = 0 \Rightarrow a = c \text{ hoặc } b = c$$

ΔABC cân và có một góc 60° nên nó là tam giác đều.

ĐỀ THI THPT CHUYÊN TP. HỒ CHÍ MINH (2008 – 2009)

ài 1.

a) Ta có $a = 1; b = 4m + 1; c = 2(m - 4)$

$$\Rightarrow \Delta = (4m + 1)^2 - 4 \cdot 2(m - 4) = 16m^2 + 8m + 1 - 8m + 32$$

$$= 16m^2 + 33 > 0, \forall m \Rightarrow \text{Phương trình luôn có nghiệm, } \forall m$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Ta có :

$$x_1 + x_2 = -(4m + 1); x_1 x_2 = 2(m - 4) \quad (\text{hệ thức Viét})$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } |x_1 - x_2| = 17 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 289 \Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 289 \\ &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 289 \Leftrightarrow (4m + 1)^2 - 4(2m - 8) = 289 \\ &\Leftrightarrow 16m^2 + 8m + 1 - 8m + 32 = 289 \Leftrightarrow m^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 4. \end{aligned}$$

b) Ta có : $2x \geq m - 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{m-1}{2}$ (*)

Xét phương trình : $mx \geq 1$ (**)

• Nếu $m > 0$: (**) $\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{m}$

Kết hợp (*) và (**), ta suy ra hệ không thể có nghiệm duy nhất.

• Nếu $m = 0$: (**) vô nghiệm.

• Nếu $m < 0$: (**) $\Leftrightarrow x \leq \frac{1}{m}$

$$\text{Hệ có nghiệm duy nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{m} = \frac{m-1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 = 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$

Bài 2.

a) $S = \frac{a(c-b) + b(a-c) + c(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = \frac{ac - ab + ab - bc + bc - ac}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0.$

b) Xét tử số của P. Đặt $u = \sqrt{x-1}$; ($x \geq 2$) $\Rightarrow u^2 = x-1 \Rightarrow x = u^2 + 1$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \sqrt{u^2 + 2u + 1} + \sqrt{u^2 - 2u + 1} &= \sqrt{(u+1)^2} + \sqrt{(u-1)^2} \\ &= u+1 + |u-1| = u+1 + u-1 \\ &= 2u \quad (\text{vì } x \geq 2 \Rightarrow x-1 \geq 1 \Rightarrow u \geq 1) \end{aligned}$$

Xét mẫu số của P. Đặt $v = \sqrt{2x-1}$; ($x \geq 2$) $\Rightarrow v^2 = 2x-1 \Rightarrow x = \frac{v^2+1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \sqrt{\frac{v^2+1}{2}} + v - \sqrt{\frac{v^2+1}{2}} - v &= \frac{1}{\sqrt{2}}[(v+1) - (v-1)] = \sqrt{2} \\ &\quad (\text{vì } x \geq 2 \Rightarrow v > 1) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{2u}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}u = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x-1} = \sqrt{2(x-1)}.$$

Bài 3.

a) Ta có : $a + d = b + c \Rightarrow 2ac + 2cd = 2bc + 2c^2$
 $\Rightarrow 2bc + 2c^2 - 2ac - 2cd = 0$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } a^2 + b^2 + c^2 + d^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2bc + 2c^2 - 2ac - 2cd \\ &= (a^2 + c^2 - 2ac) + (b^2 + c^2 + 2bc) + (c^2 + d^2 - 2cd) \\ &= (a-c)^2 + (b+c)^2 + (c-d)^2 \end{aligned}$$

Đó là tổng của ba số chính phương vì $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ nên $a-c; b+c; c-d$ nguyên.

b) Theo trên ta có: $2ac + 2cd = 2bc + 2c^2$

$$\begin{aligned}\Rightarrow bc &= ac + cd - c^2 = ad - ad + ac + cd - c^2 \\ &= ad + c(dc - c) - a(d - c) = ad + (d - c)(c - a)\end{aligned}$$

Vì $a \leq b \leq c \leq d \Rightarrow d - c \geq 0; c - a \geq 0 \Rightarrow (d - c)(c - a) \geq 0$

$$\Rightarrow ad + (d - c)(c - a) \geq ad \Rightarrow bc \geq ad \text{ (đpcm).}$$

ài 4.

a) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên dương của phương trình đã cho và $x_1 \leq x_2$. Theo hệ thức Viét ta có: $x_1 + x_2 = -a; x_1 x_2 = b$

$$\Rightarrow a = -(x_1 + x_2); b = x_1 x_2$$

Từ giả thiết: $5a + b = 22 \Rightarrow -5(x_1 + x_2) + x_1 x_2 = 22$

$$\Rightarrow -5x_1 + x_1 x_2 - 5x_2 + 25 = 22 + 25$$

$$\Rightarrow x_1(x_2 - 5) - 5(x_2 - 5) = 47$$

$$\Rightarrow (x_2 - 5)(x_1 - 5) = 47.$$

Vì $x_1, x_2 \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x_1 - 5 \geq -4; x_2 - 5 \geq -4$ và $x_1 - 5 \leq x_2 - 5$

Vậy $x_1 - 5 = 1; x_2 - 5 = 47 \Rightarrow x_1 = 6; x_2 = 52.$

Ta tìm được: $a = -58; b = 312.$

b) Ta có: $2xy = (x + y)^2 - (x^2 + y^2)$, vì $x + y$ và $x^2 + y^2$ nguyên
 $\Rightarrow 2xy$ nguyên.

Lại có: $2x^2 y^2 = (x^2 + y^2)^2 - (x^4 + y^4)$, vì $x^2 + y^2$ và $y^4 + x^4$ nguyên
 $\Rightarrow 2x^2 y^2$ nguyên

$$\Rightarrow 2x^2 y^2 = \frac{(2xy)^2}{2} \text{ nguyên hay } (2xy)^2 : 2 \Rightarrow 2xy : 2 \Rightarrow xy \text{ nguyên.}$$

Vậy $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ là số nguyên (đpcm).

ài 5. Gọi I và K lần lượt là giao điểm của DE với CH và CO.

Ta có $OC \perp DE$ (tính chất đường nối tâm của hai đường tròn cắt nhau)

Do đó $\triangle CKI \sim \triangle CHO$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{CI}{CO} = \frac{CK}{CH} \Rightarrow CI \cdot CH = CK \cdot CO$$

$$\Rightarrow 2CI \cdot CH = CK \cdot 2CO$$

$$\Rightarrow 2CI \cdot CH = CK \cdot CF \quad (1) \quad (CF \text{ là đường kính của } (O))$$

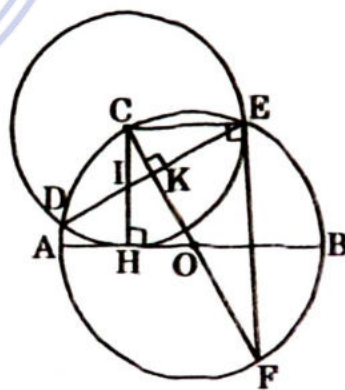
Mặt khác $\triangle CEF$ vuông có EK là đường cao ta có:

$$CE^2 = CK \cdot CF \quad (\text{vì } CH = CE)$$

$$\Rightarrow CH^2 = CK \cdot CF \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow CH^2 = 2CI \cdot CH \Rightarrow CH = 2CI$$

Điều này chứng tỏ I là trung điểm của CH. Hay DE đi qua trung điểm của CH.



Bài 6. Ta có : $\widehat{ABD} = \widehat{CBE} = 20^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{DBE} = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$

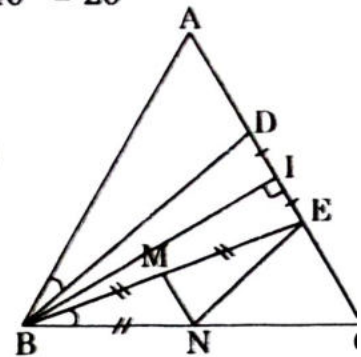
Do đó $\triangle ABD = \triangle CBE$ (g.c.g) $\Rightarrow BD = BE$ hay

$\triangle BDE$ cân tại B có góc ở đỉnh $\widehat{DBE} = 20^\circ$.

Lại có M là trung điểm của BE và $BM = BN$ (gt)

$$\Rightarrow BM = BN = \frac{1}{2}BE$$

$\Rightarrow \triangle MBN$ cũng cân tại B và có góc ở đỉnh $\widehat{MBN} = 20^\circ$



$$\text{Do đó } \triangle BMN \sim \triangle BDE \Rightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{BDE}} = \left(\frac{BM}{BE}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{4}S_{BDE}$$

Vì M là trung điểm của BE nên

$$S_{BMN} = S_{EMN} = \frac{1}{2}S_{BNE} \text{ (chung đường cao; } BM = ME)$$

$$\Rightarrow S_{BNE} = \frac{1}{2}S_{BDE}$$

Gọi I là trung điểm của DE, ta có :

$$S_{BIA} = S_{BIC} = \frac{1}{2}S_{ABC} \text{ mà } S_{ABC} = \frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ và } S_{BIE} = S_{BID} = \frac{1}{2}S_{BDE}$$

$$\Rightarrow S_{BNE} = S_{BIE}$$

$$\text{Vậy } S_{BCE} + S_{BNE} = S_{BCE} + S_{BIE} = S_{BIC} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

Bài 7. Vì $a^3 + b^3 = 2 \Rightarrow a^3 + b^3 > 0 \Rightarrow a^3 > -b^3 \Rightarrow a > -b \Rightarrow a + b > 0$ (

$$\text{Ta luôn có : } (a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow (a + b)(a - b)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 \geq 0 \Rightarrow a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$$

$$\Rightarrow 3(a^3 + b^3) \geq 3ab(a + b)$$

$$\Rightarrow 4(a^3 + b^3) \geq a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 2 \geq (a + b)^3 \Rightarrow (a + b)^3 \leq 8 \Rightarrow a + b \leq 2 \quad ($$

Từ (1), (2) $\Rightarrow 0 < a + b \leq 2$ (dpcm).

ĐỀ THI THPT CHUYÊN LAM SƠN, THANH HÓA (2009 – 2010)

Bài 1.

$$1. \text{ Ta có : } x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \text{ (vì } x > 0)$$

Ta có : $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 = 21$

$$\Rightarrow A = x^3 + \frac{1}{x^3} = 21 - 3 = 18.$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^5} = 7.18 - 3 = 123.$$

2. Trừ vế cho vế hai phương trình của hệ, ta được :

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} \quad (*)$$

Giả sử $\frac{1}{\sqrt{x}} > \frac{1}{\sqrt{y}} \Rightarrow \sqrt{2 - \frac{1}{y}} > \sqrt{2 - \frac{1}{x}}$. Khi đó phương trình (*) vô

nghiệm. Tương tự $\frac{1}{\sqrt{x}} < \frac{1}{\sqrt{y}}$, phương trình (*) vô nghiệm. Vậy $x = y$.

Thay vào một phương trình của hệ đã cho ta có : $\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \quad (**)$

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky :

$$|ax + by| \leq \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$1 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \cdot \sqrt{2 - \frac{1}{x}} \leq \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{x} + 2 - \frac{1}{x}} = 2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{2 - \frac{1}{x}} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy : $(**) \Leftrightarrow x = 1$. Hệ có nghiệm $(x, y) = (1; 1)$.

ài 2. Ta có : $Q = \frac{2 - \frac{3b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2}{2 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}} \quad (\text{vì } a \neq 0)$

Theo hệ thức Viét, ta có : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

$$\Rightarrow Q = \frac{2 + 3(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)^2}{2 + (x_1 + x_2) + x_1 x_2}; \quad \text{vì } 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2$$

$$\Rightarrow x_1^2 \leq x_1 x_2 \text{ và } x_2^2 \leq 4 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 \leq x_1 x_2 + 4 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 \leq 3x_1 x_2 + 4$$

$$\Rightarrow Q \leq \frac{2 + 3(x_1 + x_2) + 3x_1 x_2 + 4}{2 + (x_1 + x_2) + x_1 x_2} = 3$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x_1 = x_2 = 2$ hoặc $x_1 = 0, x_2 = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{a} = 4 \\ \frac{c}{a} = 4 \\ -\frac{b}{a} = 2 \\ \frac{c}{a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -b = 4a \\ b = -2a \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy giá trị lớn nhất của Q bằng 3.

Bài 3.

1. Điều kiện : $x \geq 2$; $y \geq -2009$; $z \geq 2010$

Phương trình đã cho được viết dưới dạng :

$$(\sqrt{x-2}-1)^2 + (\sqrt{y+2009}-1)^2 + (\sqrt{z-2010}-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}-1=0 \\ \sqrt{y+2009}-1=0 \\ \sqrt{z-2010}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2008 \\ z=2011 \end{cases}$$

2. Nếu p là số nguyên tố $\Rightarrow p \in \mathbb{N}$ và $p > 1 \Rightarrow 4p^2 + 1 > 5$; $6p^2 + 1 > 5$

- Nếu $p = 5k + 1$, $k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 4p^2 + 1 = 4(5k+1)^2 + 1 = 100k^2 + 40k + 5$

Số này rõ ràng chia hết cho 5 (trái giả thiết).

- Nếu $p = 5k + 2$, $k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 6p^2 + 1 = 6(5k+2)^2 + 1 = 150k^2 + 120k + 25$

Số này chia hết cho 5 (trái giả thiết).

- Nếu $p = 5k + 3$ hoặc $5k + 4$. Lí luận tương tự dẫn đến $4p^2 + 1$ hoặc $6p^2 + 1$ không phải là nguyên tố.

Vậy $p = 5k$ và p là nguyên tố $\Rightarrow p = 5$.

Bài 4.

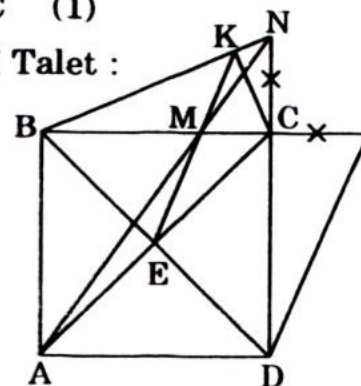
1. Trên tia BC lấy F sao cho $CF = CN$.

Khi đó ta có $\triangle DCF = \triangle BCN$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{F} = \widehat{BNC}$ (1)

$AB \parallel CD$ (gt) hay $AB \parallel CN$. Theo hệ quả định lí Talet :

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{CN} \text{ mà } AB = BC \text{ và } CN = CF \text{ (gt)} \\ \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{BC}{CN} \Rightarrow \frac{MB}{MB+MC} = \frac{BC}{BC+CF}$$

$$\text{hay } \frac{MB}{BC} = \frac{BC}{BF} \Rightarrow BC^2 = MB \cdot BF \quad (2)$$



$\triangle ABC$ vuông tại C có đường cao CE (tính chất hình vuông), theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có : $BC^2 = BD \cdot BE$ (3)

Từ (2) và (3) $\Rightarrow MB.BF = DB.BE$.

Do đó $\triangle BME \sim \triangle BDF$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BEM} = \widehat{F}$ (4)

Từ (1) và (4) $\Rightarrow \widehat{BNC} = \widehat{BEM}$

Do đó tứ giác DEKN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BKE} = \widehat{BDC} = 45^\circ$.

Vì AC là đường chéo hình vuông ABCD nên $\widehat{BCA} = 45^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BKE} = \widehat{BCA} = 45^\circ \Rightarrow$ Tứ giác BKCE nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{BKC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ hay $CK \perp BN$.

2. Ta có AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) nên $AB \perp OB$ và $AC \perp OC$

$\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$

Lại có $OB = OC = 1$ và $OA = \sqrt{2}$

$\Rightarrow$ ABOC là hình vuông. Lấy M trên cung nhỏ BC sao cho

$$\widehat{DOM} = \widehat{DOB} \quad (1)$$

$\Rightarrow \triangle DMO = \triangle DBO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{DMO} = \widehat{DBO} = 90^\circ$.

Lại có : $\widehat{DOE} = \widehat{DOM} + \widehat{MOE} = 45^\circ$ (gt) (2)

$\Rightarrow \widehat{DOB} + \widehat{COE} = 45^\circ$ (vì $\widehat{BOC} = 90^\circ$) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{MOE} = \widehat{COE}$

Do đó $\triangle EMO = \triangle ECO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{EMO} = \widehat{ECO} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{DMO} + \widehat{EMO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

hay ba điểm D, M, E thẳng hàng và DE là tiếp tuyến của (O)

$\Rightarrow DM = DB$ và $EM = EC$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau)

Xét $\triangle ADE$ theo bất đẳng thức tam giác ta có : $DE < AE + AD$

$$\Rightarrow DE + DB + EC < AE + AD + DB + EC$$

$$\Rightarrow DE + DE < \underline{AE + EC} + \underline{AD + DB}$$

$$\Rightarrow 2DE < AC + AB = 1 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow 2DE < 2 \Rightarrow DE < 1 \quad (*)$$

Đặt $DM = x$ và $EM = y \Rightarrow DB = DM = x$ và $EC = EM = y$.

Khi đó : $AD = AB - DB = 1 - x$ và $AE = AC - EC = 1 - y$

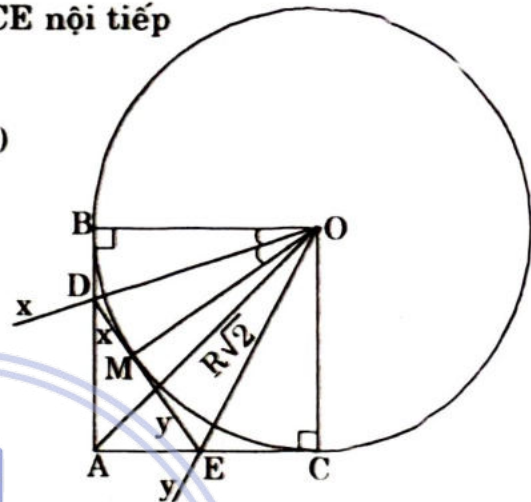
$\triangle ADE$ vuông tại A, theo định lí Pytago :

$$DE^2 = AD^2 + AE^2$$

$$\text{hay } (x + y)^2 = (1 - x)^2 + (1 - y)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 1 - 2x + x^2 + 1 - 2y + y^2$$

$$\Leftrightarrow 2xy = 2 - 2(x + y) \Leftrightarrow 2xy = 2[1 - (x + y)] \Leftrightarrow xy = 1 - (x + y)$$



Theo bất đẳng thức Côsi :

$$\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} \Leftrightarrow xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Rightarrow \frac{(x+y)^2}{4} \geq 1 - (x+y)$$

hay $\frac{DE^2}{4} \geq 1 - DE$ (vì $DE = x + y$)

$$\Leftrightarrow DE^2 + 4DE - 4 \geq 0 \Leftrightarrow DE^2 + 2DE \cdot 2 + 4 - 8 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (DE + 2)^2 \geq 8 \Leftrightarrow |DE + 2| \geq 2\sqrt{2} \Leftrightarrow DE + 2 \geq 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow DE \geq 2\sqrt{2} - 2 \quad (**)$$

Kết hợp (*) và (**) ta có : $2\sqrt{2} - 2 \leq DE < 1$.

Bài 5. Ta có : $(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 = a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 - 2abcd + b^2c^2$
 $= a^2(c^2 + d^2) + b^2(d^2 + c^2)$
 $= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$

Vì $ad - bc = 1$ nên $1 + (ac + bd)^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$ (1)

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có :

$$P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd \geq 2\sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} + ac + bd$$

$$\Rightarrow P \geq 2\sqrt{1 + (ac + bd)^2} + ac + bd \quad (\text{theo (1)})$$

Rõ ràng $P > 0$ vì : $2\sqrt{1 + (ac + bd)^2} > |ac + bd|^2$

Đặt $x = ac + bd$, ta có :

$$P \geq 2\sqrt{1 + x^2} + x$$

$$\Leftrightarrow P^2 \geq 4(1 + x^2) + 4x\sqrt{1 + x^2} + x^2 = (1 + x^2) + 4x\sqrt{1 + x^2} + 4x^2 + 3$$

$$= (\sqrt{1 + x^2} + 2x)^2 + 3 \geq 3$$

Vậy $P \geq 3$.

ĐỀ THI THPT CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH (2009 – 2010)

Đề chung

Bài 1.

$$1. \sqrt{x+1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+1 = (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ (x+1)(x+1-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 3y = -5 \\ 8x + 6y = 2010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 5 \\ 8(3y - 5) + 6y = 2010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y - 5 \\ 30y = 2050 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{205}{3} \\ x = 3 \cdot \frac{205}{3} - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = \frac{205}{3} \end{cases}$$

Hệ có nghiệm : $(x; y) = \left(200; \frac{205}{3}\right)$.

$$3. P = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{6}.$$

4. Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và parabol đã cho :

$$x^2 = (m - 1)x - m + 1 \Leftrightarrow x^2 - (m - 1)x + m - 1 = 0 \quad (*)$$

Giả sử phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 . Theo hệ thức Viet, ta có :

$$x_1 + x_2 = m - 1; \quad x_1 x_2 = m - 1$$

Nếu x_1 và x_2 cùng âm $\Rightarrow x_1 + x_2 < 0$ và $x_1 x_2 > 0$

hay $m - 1 < 0$ và $m - 1 > 0$ (vô lí)

Vậy x_1, x_2 không thể cùng âm.

lời 2. Gọi x (h) là thời gian người em làm xong công việc, ($x > 0$).

Gọi y (h) là thời gian người anh làm xong công việc ($x > y > 0$).

Mỗi người làm một nửa công việc và hết cả thấy $6\text{h } 15\text{mn} = \frac{25}{4}$ (h).

Ta có phương trình : $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{25}{4}$.

Một giờ mỗi người làm được $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$ (công việc), như vậy 1h cả hai làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc). Hai người làm chung sau 3h thì xong, ta có

phương trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$

$$\text{Ta có hệ : } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{25}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \frac{25}{2} \\ x + y = \frac{1}{3}xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \frac{25}{2} \\ xy = \frac{75}{2} \end{cases}$$

Vậy x, y là nghiệm phương trình : $X^2 - \frac{25}{2}X + \frac{75}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = \frac{15}{2} \\ X = 5 \end{cases}$

Vì $x > y > 0$, ta lấy $x = \frac{15}{2}; y = 5$

Vậy người em làm một mình xong công việc trong $\frac{15}{2}$ (h) = 7h 30mn.

lời 3.

1. Ta có : $\widehat{BOC} = 2\widehat{A} = 2.60^\circ = 120^\circ$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

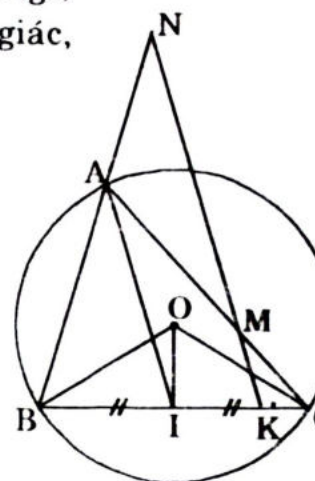
2. Ta có $\triangle BOC$ cân tại O có OI là đường trung tuyến (gt) nên OI đồng thời cũng là đường cao, đường phân giác, ta có $OI \perp BC$

$$\text{và } \widehat{BOI} = \widehat{IOC} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

Xét tam giác vuông BIO ta có :

$$BI = OB \cdot \sin \widehat{BOI} = R \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}R}{2}$$

$$\text{và } IO = OB \cdot \cos \widehat{BOI} = R \cdot \cos 60^\circ = \frac{R}{2}$$



Gọi p_{BOI} là chu vi $\triangle BOI$ ta có :

$$\begin{aligned} p_{BOI} &= OB + OI + BI = R + \frac{R}{2} + \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{2R + R + R\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3R + R\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{2} \end{aligned}$$

3. Ta có $KN \parallel AI$ (gt) theo hệ quả của định lý Talét : $\frac{KN}{AI} = \frac{KB}{IB}$

Tương tự với $\triangle AIC$ ta có :

$$\begin{aligned} \frac{KM}{AI} &= \frac{KC}{IC} \Rightarrow \frac{KN}{AI} + \frac{KM}{AI} = \frac{KB}{IB} + \frac{KC}{IC} \\ \text{hay } \frac{KN + KM}{AI} &= \frac{KB + KC}{IB} \quad (\text{vì } IB = IC) \\ &= \frac{BC}{IB} = 2. \quad \text{Do đó } KN + KM = 2AI. \end{aligned}$$

Bài 4. Ta có : $Q = (2a^2)^2 + 2(2a^2)a + a^2 - 4a^2 - 2a + 1$
 $= (2a^2 + a)^2 - 2(2a^2 + a) + 1 = (2a^2 + a - 1)^2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}.$

Đề chuyên Toán

Bài 1. Ta có : $a = 1; b = 5; c = 1 - \sqrt{5}$

$$\Rightarrow \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1 - \sqrt{5}) = 21 + 4\sqrt{5} = (2\sqrt{5} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{5} + 1$$

Phương trình có hai nghiệm :

$$x_1 = \frac{-5 + 2\sqrt{5} + 1}{2} = -2 + \sqrt{5}; \quad x_2 = \frac{-5 - 2\sqrt{5} - 1}{2} = -3 - \sqrt{5}$$

Theo hệ thức Viet, ta có : $x_1 + x_2 = -5; \quad x_1 x_2 = 1 - \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } T &= (x_1 + 2)(x_2 + 3) = x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + x_1 + 6 \\ &= 1 - \sqrt{5} - 10 - 2 + \sqrt{5} + 6 = -5. \end{aligned}$$

Bài 2.

$$\begin{aligned}
 1. \quad \begin{cases} 2x + y = 3xy \\ 2x + y = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 2x + 3 - 2x = 3x(3 - 2x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 6x^2 - 9x + 3 = 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \\ y = 3 - 2x \end{cases} \quad (\text{vì } a + b + c = 6 - 9 + 3 = 0)
 \end{aligned}$$

Ta tìm được nghiệm của hệ : $(x; y) = (1; 1), \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Bài 3.

1. Phương trình đường thẳng MN có dạng : $y = ax + b$. Thay tọa độ M, N vào phương trình trên, ta có hệ :

$$\begin{cases} -4a + b = -1 \\ 5a + b = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + b = -1 \\ 9a = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình của đường thẳng MN : $y = \frac{1}{2}x + 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của MN và (P) :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}x^2 &= \frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \quad (\text{vì } a - b + c = 1 + 1 - 2 = 0)
 \end{aligned}$$

Từ đó tìm được tọa độ hai giao điểm : $E\left(-1; \frac{1}{2}\right), F(2; 2)$.

$$\begin{aligned}
 2. \text{ Ta có : } ME &= \sqrt{(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2} = \sqrt{(-1 + 4)^2 + \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2} \\
 &= \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \\
 NF &= \sqrt{(x_F - x_N)^2 + (y_F - y_N)^2} = \sqrt{(2 - 5)^2 + \left(2 - \frac{7}{2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.
 \end{aligned}$$

Vậy $ME = NF$.

$$\begin{aligned}
 \text{Bài 4. Ta có : } u(u + 1) &= v^2 \Leftrightarrow 4u^2 + 4u = 4v^2 \Leftrightarrow 4u^2 + 4u + 1 = 4v^2 + 1 \\
 &\Leftrightarrow (2u + 1)^2 - (2v)^2 = 1 \\
 &\Leftrightarrow (2u + 1 - 2v)(2u + 1 + 2v) = 1
 \end{aligned}$$

Vì $u, v \in \mathbb{Z}$, ta xét các trường hợp sau :

- $\begin{cases} 2u + 1 - 2v = 1 \\ 2u + 1 + 2v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} 2u + 1 - 2v = -1 \\ 2u + 1 + 2v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1 \\ v = 0 \end{cases}$

Bài 5. Hướng dẫn : Câu 3 : Để chứng minh K thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác AIJH ta chứng minh năm điểm A, I, K, J, H cùng thuộc một đường tròn đưa về chứng minh hai tứ giác AIJH và AIKJ nội tiếp.

1. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle BHD$ có :

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHD} = 90^\circ \text{ (gt),}$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó $\triangle ABC \sim \triangle HBD$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BA}{BH} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow BA \cdot BD = BC \cdot BH.$$

2. Ta có $\triangle ABC$ vuông có AI là trung tuyến nên $IA = IB = IC = \frac{BC}{2}$ hay $\triangle AIB$ cân tại I $\Rightarrow \widehat{IAB} = \widehat{B}_1$.

Chứng minh tương tự với $\triangle BHD$ có HJ là trung tuyến (gt)

$$\Rightarrow \widehat{JHB} = \widehat{B}_2 \text{ mà } \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \widehat{JHB} = \widehat{IAB}. \text{ Do đó tứ giác AIJH nội tiếp.}$$

* Cách khác : Xét $\triangle AHB$ và $\triangle CDB$ có :

$$\widehat{ABH} = \widehat{CBD} \text{ (đối đỉnh), } \frac{AB}{BH} = \frac{BC}{BD} \text{ (cmt).}$$

$$\text{Do đó } \triangle AHB \sim \triangle CDB \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{ADC} \quad (1)$$

Xét $\triangle BCD$ có I là trung điểm của BC, J là trung điểm của BD (gt) nên

$$IJ \text{ là đường trung bình} \Rightarrow IJ \parallel CD \Rightarrow \widehat{AJI} = \widehat{ADC} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{AJI} \Rightarrow \text{Tứ giác AIJH nội tiếp.}$$

3. Ta có K là trung điểm của DC, I là trung điểm của BC (gt)

$$\Rightarrow KI \text{ là đường trung bình của } \triangle BCD \Rightarrow KI \parallel BD.$$

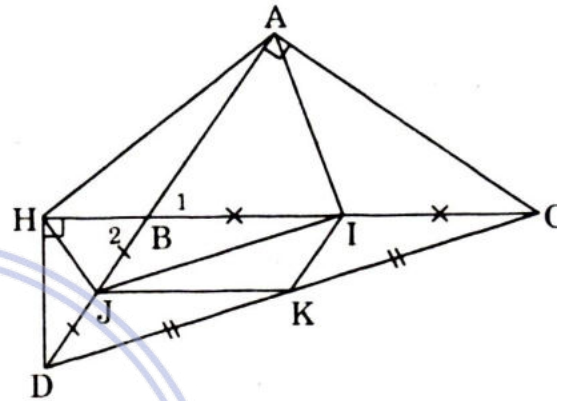
Chứng minh tương tự ta có JK là đường trung bình của $\triangle BCD$

$$\Rightarrow JK \parallel BC. \text{ Do đó tứ giác BIKJ là hình bình hành}$$

$$\Rightarrow \widehat{JKI} = \widehat{JBI} \text{ mà } \widehat{JBI} + \widehat{B}_1 = 180^\circ \text{ (kề bù), } \widehat{B}_1 = \widehat{JAI} \text{ (cmt).}$$

$$\text{Do đó } \widehat{JKI} + \widehat{JAI} = 180^\circ \Rightarrow \text{Tứ giác AIKJ nội tiếp.}$$

Lại có tứ giác AIJH nội tiếp (cmt) $\Rightarrow$ Năm điểm A, I, K, J, H cùng thuộc một đường tròn hay K thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác AIJH.



MỤC LỤC

Phần I. CÁC BÀI TOÁN MỞ ĐẦU

1. ĐẠI SỐ

I. Rút gọn căn thức	3
II. Giải phương trình	6
III. Hệ thức Viét và ứng dụng	12
IV. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình	16
V. Hàm số và đồ thị	18

2. HÌNH HỌC

I. Chứng minh các đẳng thức và bất đẳng thức hình học	19
II. Bài toán về tiếp tuyến	24
III. Bài toán về tứ giác nội tiếp	27
IV. Bài toán về chứng minh ba điểm thẳng hàng	30
V. Bài toán về chứng minh các đường thẳng đồng quy	33
VI. Bài toán về điểm cố định và đường cố định	36

Phần II. CÁC ĐỀ TỰ LUYỆN TẬP

Từ đề 1 đến đề 15	41 - 90
-------------------------	---------

Phần III. CÁC ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2010 - 2011

	Đề bài	Lời giải
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Hà Nội	91	116
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Hồ Chí Minh	92	118
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Vĩnh Phúc	92	122
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Phú Thọ	94	125
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Nam Định	94	126
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Hưng Yên	96	129
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Thái Bình	96	131
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Hải Dương	97	133
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Hải Phòng	98	135
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Quảng Ninh	100	137
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Lào Cai	100	139
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Thanh Hóa	101	141
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Nghệ An	102	143
Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Hà Tĩnh	103	145

• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Quảng Bình	103	147
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Quảng Trị	105	149
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Huế	106	151
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Đà Nẵng	107	153
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Quảng Nam	108	155
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Bình Định	108	157
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Khánh Hòa	109	158
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Bình Thuận	110	160
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Đắk Lắk	110	162
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Lâm Đồng	111	164
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Bình Dương	112	166
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu ...	113	168
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Đồng Tháp	113	170
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Vĩnh Long	114	172
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh An Giang	115	174

Phần IV. CÁC ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2009 – 2010

• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Hà Nội	176	193
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Hồ Chí Minh	177	195
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Vĩnh Phúc	178	196
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Nam Định	179	201
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Thái Bình	180	204
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Hải Phòng	181	206
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Quảng Ninh	183	209
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Thanh Hóa	184	211
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Nghệ An	184	213
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Hà Tĩnh	185	215
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Quảng Nam	186	217
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Quảng Ngãi	186	220
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Bình Định	187	223
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Khánh Hòa	188	225
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Lâm Đồng	189	228
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu ...	190	230
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT Tp. Cần Thơ	190	232
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh An Giang	191	235
• Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Kiên Giang	192	237

Phần V. CÁC ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CÁC TRƯỜNG CHUYÊN

- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Tp. Hồ Chí Minh
năm học 2010 – 2011.....240248
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên tỉnh Nam Định
năm học 2010 – 2011.....241252
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên tỉnh Thái Bình
năm học 2010 – 2011.....242254
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Tp. Hải Phòng
năm học 2010 – 2011.....243258
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Phan Bội Châu
tỉnh Nghệ An năm học 2010 – 2011244261
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Quốc học
tỉnh Thừa Thiên Huế năm học 2010 – 2011244264
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Tp. Hồ Chí Minh
năm học 2008 – 2009.....245266
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Lam Sơn
tỉnh Thanh Hóa năm học 2009 – 2010 (chuyên Toán).....246269
- Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Lương Thế Vinh
năm học 2009 – 2010.....247273

downloaadsachmienphi.com

Download Sách Hay | Đọc Sách Online