

ĐỀ 5

Bài I (2 điểm). Cho các biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ (với $x > 0; x \neq 1$)

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$

2) Đặt $C = A : B$, rút gọn biểu thức C

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức C

Bài II (2 điểm). Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ hai tỉnh A và B cách nhau 400 km đi ngược chiều và gặp nhau sau 5 giờ. Nếu vận tốc của mỗi xe không thay đổi nhưng xe đi chậm xuất phát trước xe kia 40 phút thì 2 xe gặp nhau sau 5 giờ 22 phút kể từ lúc xe chậm khởi hành. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài III (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3|x-1| + \frac{2}{\sqrt{y-2}} = 5 \\ 4|1-x| + \frac{3}{\sqrt{y-2}} = 7 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 3x + m - 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 1$

Bài IV (3,5 điểm).

1. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm C thuộc đường tròn (O) với C khác A và B , biết $CA < CB$. Lấy điểm M thuộc đoạn OB , với M khác O và B . Đường thẳng đi qua điểm M vuông góc với AB cắt hai đường thẳng AC và BC lần lượt tại hai điểm D và H

a) Chứng minh bốn điểm A, C, H, M cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm của đường tròn này.

b) Chứng minh: $MA \cdot MB = MD \cdot MH$

c) Gọi E là giao điểm của đường thẳng BD với đường tròn (O) (E khác B).

Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng.

2. Một quả bóng hình cầu có đường kính đáy là 12cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ của quả bóng.

Bài V (0,5 điểm). Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy là hình vuông, không nắp, thể tích hộp là 4 lít. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Tìm độ dài cạnh đáy hình vuông để lượng vàng cần dùng nhỏ nhất là:

HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
I			2đ
	1	$x = 9$ (thỏa mãn ĐKXĐ) vào biểu thức B	0,25đ
		Ta được : $B = \frac{1}{\sqrt{9}-1} = \frac{1}{2}$	0,25đ
	2	$C = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$	0,25đ
		$C = \left(\frac{(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{1}$	0,25đ
		$C = \frac{(x+2)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25đ
		Suy ra $C = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$	0,25đ
	3	Ta có : $C = \frac{x+2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ Điều kiện : $x > 0; x \neq 1$ Áp dụng bất đẳng thức Cô – si với hai số dương $\sqrt{x}$ và $\frac{2}{\sqrt{x}}$, ta được : $\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{2} \Rightarrow A_{\min} = 2\sqrt{2}$	0,25đ
		Dấu “=” xảy ra khi $\sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn ĐKXĐ) Vậy giá trị nhỏ nhất $A_{\min} = 2\sqrt{2}$ khi $x = 2$	0,25đ
II			2đ
		Gọi vận tốc của xe đi nhanh hơn là x (km/h) (Điều kiện : $x > 0$) Gọi vận tốc của xe đi chậm hơn là y (km/h) (Điều kiện : $0 < y < x$)	0,25đ

		Lập luận đi đến phương trình: $5(x + y) = 400$	0,25đ
		Lập luận đi đến phương trình $\frac{141}{30}x + \frac{161}{30}y = 400$	0,5đ
		Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 5(x + y) = 400 \\ \frac{141}{30}x + \frac{161}{30}y = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44 \\ y = 36 \end{cases}$	0,5đ
		Vậy vận tốc của xe nhanh là 44km/h ; vận tốc chậm là 36km/h.	0,5đ
III			2đ
	1	Điều kiện: $y > 2$	0,25đ
		Đặt $ x - 1 = a, \frac{1}{\sqrt{y - 2}} = b$ $\Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 5 \\ 4a + 3b = 7 \end{cases}$ với $a \geq 0, b > 0$	0,25 đ
		Từ đó tìm được $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.	0,25 đ
		Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (2; 3)$ hoặc $(x; y) = (0; 3)$	0,25đ
	2	Để phương trình có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 21 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{21}{4}$.	0,25đ
		Ta có $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình.	
		Áp dụng hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 3 \end{cases}$	0,25đ
		Có: $ x_1 - x_2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 1 \Rightarrow m = 5$.	0,25đ
		Kết hợp điều kiện $m \leq \frac{21}{4} \Rightarrow m = 5$ (thỏa mãn) Vậy: $m = 5$ thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $ x_1 - x_2 = 1$.	0,25đ

		$\Rightarrow$ Ba điểm A, H, E thẳng hàng.	0,25đ
	2		0,5đ
		Bán kính cầu là : $R = 6cm$.	0,25đ
		Diện tích cầu là: $4\pi R^2 = 144\pi \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25đ
V			0,5đ
		Gọi cạnh đáy và chiều cao của khối hộp lần lượt $x, y \text{ (m)}$. Để tốn ít nguyên vật liệu nhất, ta cần thiết kế sao cho diện tích toàn phần của khối hộp là lớn nhất. Ta có tổng diện tích là : $S = x^2 + 4xy$ Do $V = x^2y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{x^2} \Rightarrow S = x^2 + 4x \frac{4}{x^2} = x^2 + \frac{16}{x}$	0,25đ
		Có : $x^2 + \frac{16}{x} = x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \geq 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}} = 12$ Dấu "=" xảy ra khi $x = 2$ Vậy: diện tích toàn phần nhỏ nhất sẽ là 12 m^2, khi cạnh đáy hình hộp là 2m.	0,25đ