

ĐỀ 1

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x+33}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{5}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Trên quãng đường AB dài 324 km có hai ô tô đi ngược chiều nhau. Xe 1 khởi hành từ A đi đến B, xe 2 khởi hành từ B đi đến A. Hai xe khởi hành cùng một lúc và sau 3 giờ thì gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi xe biết vận tốc xe 2 lớn hơn vận tốc xe 1 là 12km/h.

2) Tính chu vi hình tròn trung tâm trong sân bóng đá 11 người, biết bán kính bằng 9,15 m. (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 12 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-2)x - 8m - 10 = 0$ (1), (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với $m = -1$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

c) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R, đường kính AB. Điểm H thuộc đoạn OA. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB, cắt nửa đường tròn tại M. Gọi I là trung điểm của MH; tia AI cắt đường tròn tại C; tia BC cắt tia HM tại D.

1) Chứng minh tứ giác BHIC nội tiếp.

2) Chứng minh $DB \cdot DC = DH \cdot DI$.

3) Tiếp tuyến tại A của đường tròn cắt tia BI tại N. Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

Bài V (0,5 điểm)

Cho các số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI RÀ SOÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 9
Năm học 2023-2024. Môn: Toán

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
I (2,0đ)	1)	Tính giá trị của biểu thức	0,5đ
		a) Thay $x = 36$ (TMĐK) vào biểu thức A ta được	0,25đ
		$A = \frac{36+33}{\sqrt{36}-1} = \frac{69}{6-1} = \frac{69}{5}$	0,25đ
		Vậy:...	
	2)	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$	1,0đ
		Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có:	
		$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{5}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$	0,25đ
		$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$	
		$= \frac{\sqrt{x}-1+5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$	0,25đ
		$= \frac{\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{1}$	0,25đ
		$= \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$	0,25đ
		(đpcm)	
	3)	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{A}{B}$	0,5đ
		Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có:	
		$P = \frac{A}{B} = \frac{x+33}{\sqrt{x}-1} : \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+33}{\sqrt{x}+4}$	
		$= \sqrt{x} - 4 + \frac{49}{\sqrt{x}+4} = \sqrt{x} + 4 + \frac{49}{\sqrt{x}+4} - 8$	
		Áp dụng BĐT Cô si ta có:	0,25đ
		$P \geq 2\sqrt{49} - 8 = 6$	0,25đ

		Dấu “=” xảy ra khi $\sqrt{x} + 4 = \frac{49}{\sqrt{x} + 4} \Leftrightarrow x = 9$ (TMĐK) KL:...	
II (2,0đ)	1)	<i>Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</i>	<i>1,5đ</i>
		Gọi vận tốc xe thứ nhất là x (km/h, x > 0)	0,25đ
		Gọi vận tốc xe thứ hai là y (km/h, y > 12)	0,25đ
		Lập luận để có phương trình: $3x + 3y = 324 \Leftrightarrow x + y = 108$ (1)	0,25đ
		Lập luận có phương trình: $y - x = 12 \Leftrightarrow -x + y = 12$ (2)	0,25đ
		Vậy ta có hệ PT: $\begin{cases} x + y = 108 \\ -x + y = 12 \end{cases}$ Giải hệ PT này tìm được x = 48 (TMĐK), y = 60(TMĐK) KL:.....	0,25đ 0,25đ
	2)	<i>Tính chu vi hình tròn</i>	<i>0,5đ</i>
		Chu vi hình tròn trung tâm trong sân bóng đá 11 người là $C = 2\pi R \approx 2.3,14.9,15 \approx 57,5$ m	0,5đ
III (2,5đ)	1)	<i>Giải hệ phương trình</i>	<i>1,0đ</i>
		$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 12 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 3 \end{cases} \quad \text{ĐKXĐ: } x \geq 0, y \geq 1$	
		Đặt $\sqrt{x} = a$ (a ≥ 0), $\sqrt{y-1} = b$ (b ≥ 0)	0,25đ
		Hệ PT đã cho trở thành:	
		$\begin{cases} a + 2b = 12 \\ 4a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$	0,25đ
		Với $a = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (TMĐK) Với $b = 5 \Leftrightarrow \sqrt{y-1} = 5 \Leftrightarrow y = 26$ (TMĐK) KL:..	0,25đ 0,25đ
	2a)	<i>Giải phương trình (1) với m = -1.</i>	<i>0,75đ</i>

	$\Rightarrow \frac{IH}{AN} = \frac{BI}{BN}$ và $\frac{BI}{BN} = \frac{IM}{EN}$ (hệ quả của định lý Ta-let) $\Rightarrow \frac{IH}{AN} = \frac{IM}{EN}$ mà $IH = IM$ (gt) $\Rightarrow AN = EN$ hay N là trung điểm của AE. + Xét $\triangle EMA$ vuông tại M có N là trung điểm của AE (cmt) $\Rightarrow MN$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AE $\Rightarrow MN = AN = \frac{1}{2} AE$ $\Rightarrow \triangle AMN$ cân tại $N \Rightarrow \angle NAM = \angle NMA$ (tính chất tam giác cân) Tương tự chứng minh được $\angle MAO = \angle AMO$ (vì $\triangle AMO$ cân tại O) $\Rightarrow \angle MAO + \angle NAM = \angle AMO + \angle NMA$ $\Rightarrow \angle NAO = \angle NMO$ Mà $\angle NAO = 90^\circ$ (vì $AN \perp AB$) $\Rightarrow \angle NMO = 90^\circ \Rightarrow NM \perp MO$ mà $M \in (O)$ Suy ra MN là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
V (0,5đ)	Tìm giá trị nhỏ nhất $M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{4y} + \frac{y}{x} \right) + \frac{3x}{4y}$ Áp dụng BĐT Cô-si ta có: $\frac{x}{4y} + \frac{y}{x} \geq 1$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 2y$ $x \geq 2y \Rightarrow \frac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow \frac{3x}{4y} \geq \frac{3}{2}$ $\Rightarrow M \geq 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ Vậy GTNN của $M = \frac{5}{2}$ khi $x = 2y$	0,5đ 0,25đ 0,25đ

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

ĐỀ 2

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{-3}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2}$

3) Tìm tất cả các số tự nhiên x để $A < B$

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Theo kế hoạch, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 60 tấn hàng. Thực tế, lúc sắp khởi hành có 3 xe phải đi làm việc khác. Vì vậy, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn so với dự định 1 tấn hàng thì mới hết số hàng đó. Biết rằng khối lượng mỗi xe chở là như nhau, tính số xe lúc đầu của đội.

2) Một đoạn ống nước hình trụ dài 7m có thể tích 34 m^3 . Tính diện tích của đáy ống nước đó. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} + \frac{3}{2y-3} = 17 \\ \frac{4}{x+3} - \frac{1}{2y-3} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2mx - 2m + 2$ và Parabol (P): $y = x^2$

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 + 3x_2 = 6$

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O). Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn kẻ tiếp tuyến PA và cát tuyến PBC với đường tròn (O) (A là tiếp điểm, $PB < PC$, B và A nằm cùng một phía đối với PO). Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O), PO cắt QC tại N. Gọi K là hình chiếu của A trên PO.

4) Chứng minh tứ giác AKNC nội tiếp.

5) Chứng minh $PB \cdot PC = PK \cdot PO$

6) Chứng minh $BQC = \frac{1}{2} BKC$

Bài V (0,5 điểm)

Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x \geq 1; x + y \leq 4$.

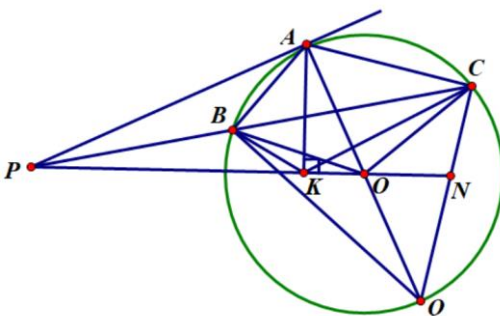
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^2 + 3xy + 4y^2$

.....**Hết**.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI RÀ SOÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 9
Năm học 2023-2024. Môn: Toán

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
I (2,0đ)	1)	Tính giá trị của biểu thức	0,5đ
		a) Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức A ta được $A = \frac{25 - \sqrt{25}}{\sqrt{25} - 2} = \frac{25 - 5}{5 - 2} = \frac{20}{3}$ Vậy:...	0,25đ 0,25đ
	2)	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$	1,0đ
		Với $x \geq 0, x \neq 4$ ta có: $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)+3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{x-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$ $= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} \quad (\text{đpcm})$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	3)	Tìm tất cả các số tự nhiên x để $A < B$ Với $x \geq 0, x \neq 4$ ta có: $A < B \Leftrightarrow \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} < \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} \Leftrightarrow \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} < 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-2} < 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-1 \neq 0 \\ \sqrt{x}-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \neq 1 \\ \sqrt{x} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x < 4 \end{cases}$ Kết hợp với ĐK trên ta có $0 \leq x < 4, x \neq 1$ mà x là số tự nhiên nên $x \in \{0; 2; 3\}$ thì $A < B$	0,5đ 0,25đ 0,25đ

II (2,0đ)	1)	<i>Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</i>	<i>1,5đ</i>
		Gọi số xe lúc đầu của đội là x (xe, $x \in N^*, x > 3$)	0,25đ
		Số xe thực tế của đội là x - 3 (xe)	0,25đ
		Theo kế hoạch, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{60}{x}$ (tấn)	0,25đ
		Thực tế, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{60}{x-3}$ (tấn)	0,25đ
		Lập luận có phương trình: $\frac{60}{x-3} - \frac{60}{x} = 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 3x - 180 = 0$ Giải phương trình tìm được x = 15 (TMĐK), x = -12 (Loại) KL:.....	0,25đ 0,25đ
	2)	<i>Tính chu vi hình tròn</i>	<i>0,5đ</i>
		Vì ống nước hình trụ có chiều cao h = 7m và thể tích V = 34 m ³ nên $V = S.h \Rightarrow S = \frac{V}{h} = \frac{34}{7} \approx 4,86 (m^2)$ Vậy diện tích của đáy ống nước đó gần bằng 4,86 m ²	0,5đ
III (2,5đ)	1)	<i>Giải hệ phương trình</i>	<i>1,0đ</i>
		$\begin{cases} \frac{1}{x+3} + \frac{3}{2y-3} = 17 \\ \frac{4}{x+3} - \frac{1}{2y-3} = 3 \end{cases} \quad \text{ĐKXD: } x \neq -3, y \neq \frac{3}{2}$	0,25đ
		Đặt $\frac{1}{x+3} = a, \frac{3}{2y-3} = b$	
		Hệ PT đã cho trở thành: $\begin{cases} a + 3b = 17 \\ 4a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$	0,25đ
		Với $a = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{x+3} = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$ (TMĐK)	0,25đ
		Với $b = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{2y-3} = 5 \Leftrightarrow y = \frac{8}{5}$ (TMĐK)	0,25đ

		KL:...	
	2a)	Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.	0,75đ
		Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) $x^2 = 2mx - 2m + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0 \quad (1)$ $\Delta' = (-m)^2 - (2m - 2) = m^2 - 2m + 2$ $= (m - 1)^2 + 1$ $(m - 1)^2 \geq 0 \quad \forall m$ $\Leftrightarrow (m - 1)^2 + 1 > 0 \quad \forall m$ $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \quad \forall m$ KL:...	0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2b)	Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 + 3x_2 = 6$	0,75đ
		Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m & (2) \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 2 & (3) \end{cases}$ Ta có: $x_1 + 3x_2 = 6 \Leftrightarrow x_1 = 6 - 3x_2 \quad (4)$ Thay (4) vào (2) ta được $6 - 3x_2 + x_2 = 2m \Leftrightarrow 2x_2 = 6 - 2m \Leftrightarrow x_2 = 3 - m$ $\Rightarrow x_1 = 6 - 3(3 - m) = 3m - 3$ Thay $x_1 = 3m - 3, x_2 = 3 - m$ vào (3) ta được $(3m - 3)(3 - m) = 2m - 2 \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 7 = 0$ Giải phương trình tìm được $m_1 = 1, m_2 = \frac{7}{3}$ KL:	0,25đ 0,25đ 0,25đ
IV (3,0đ)			Hình vẽ đến ý 1) 0,25đ

	1)	Chứng minh tứ giác AKNC nội tiếp. Chứng minh được $\widehat{ACN} = 90^\circ$ Chứng minh được $\widehat{AKN} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ACN} + \widehat{AKN} = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác AKNC nội tiếp.	0,75đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2)	Chứng minh $PB \cdot PC = PK \cdot PO$ Chứng minh $\triangle PAB \sim \triangle PCA$ (g.g) $\Rightarrow \frac{PA}{PC} = \frac{PB}{PA} \Leftrightarrow PB \cdot PC = PA^2$ Chứng minh $PK \cdot PO = PA^2$ $\Rightarrow PB \cdot PC = PK \cdot PO$	1,0đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	3)	Chứng minh $\widehat{BQC} = \frac{1}{2} \widehat{BKC}$	1,0đ
		Chứng minh tứ giác BKOC nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BKC} = \widehat{BOC}$ Mà $\widehat{BQC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}$ $\Rightarrow \widehat{BQC} = \frac{1}{2} \widehat{BKC}$	0,5đ 0,25đ 0,25đ
	V (0,5đ)	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^2 + 3xy + 4y^2$ Ta có $A = x^2 + 3xy + 4y^2$ $= (2y)^2 + 2 \cdot 2y \cdot \frac{3}{4}x + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 - \left(\frac{3}{4}x\right)^2 + x^2$ $= \left(2y + \frac{3}{4}x\right)^2 + \frac{7}{16}x^2$ Vì $\left(2y + \frac{3}{4}x\right)^2 \geq 0$ với $\forall x; y$ Có $x \geq 1 \Rightarrow \frac{7}{16}x^2 \geq \frac{7}{16}$	0,5đ 0,25đ

	$\Rightarrow \left(2y + \frac{3}{4}x\right)^2 + \frac{7}{16}x^2 \geq \frac{7}{16} \text{ với } \forall x; y$ $\Rightarrow A \geq \frac{7}{16}$ $\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2y + \frac{3}{4}x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2y = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y = -\frac{3}{8} \end{cases} \text{ (TMĐK)}$ $\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức } A = \frac{7}{16} \text{ khi } x=1; y = -\frac{3}{8}$	0,25đ
--	--	-------

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

ĐỀ 3

Bài I (2,0 điểm):

Cho hai biểu thức $A = \frac{9}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{x+16}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{5}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm x để biểu thức $M = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên.

Bài II: (2,5 điểm) 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Bạn Bình mua một quyền từ điển và một món đồ chơi với tổng giá tiền theo niêm yết là 750 nghìn đồng. Vì Bình mua đúng dịp cửa hàng có chương trình khuyến mãi nên khi thanh toán giá quyền từ điển được giảm 20%, giá món đồ chơi được giảm 10%. Do đó Bình chỉ phải trả 630 nghìn đồng. Hỏi Bình mua mỗi thứ giá bao nhiêu tiền.

2) Một bồn nước inox có dạng hình trụ chiều cao 2m, bán kính đáy 0,3m. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu lít nước. (lấy $\pi \approx 3,14$)

Bài III (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{y-3} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{y-3} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

2) Cho đường thẳng (d): $y = mx + 10$ và parabol (P): $y = x^2$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$ với mọi giá trị của m.

b) Tìm tất cả giá trị của m để $|x_1| > |x_2|$.

Bài IV: (3 điểm)

Cho đường tròn (O) và dây AB không đi qua tâm, dây MN vuông góc với AB tại H (HA > HB). Gọi I là hình chiếu của M trên NB, gọi K là giao điểm của MI và AB.

1) Chứng minh tứ giác BHMI là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh tam giác MAK cân.

3) Chứng minh $MI \cdot MA = MH \cdot MN$.

4) Tia IH cắt AN tại E. Qua E vẽ đường thẳng song song với AK, đường thẳng đó cắt MB tại F. Chứng minh K, F, N thẳng hàng.

Bài V: (0,5 điểm) :Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = x\sqrt{x} + y\sqrt{y}$

ĐÁP ÁN

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.	0,5
		Với $x = 36$ (tmđk)	0,25
		Thay $x = 36$ vào biểu thức A, ta được:	
		$A = \frac{9}{\sqrt{36}-2} = \frac{9}{6-2} = \frac{9}{4}$ Vậy $x = 36$ thì $A = \frac{9}{4}$	0,25
	2	Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	1,0
		$B = \frac{x+16}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{5}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$	0,25
		$= \frac{x+16+\sqrt{x}-2-5(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	
		$= \frac{x+16+\sqrt{x}-2-5\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	
		$= \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ (đpcm)	0,25

		Tìm x để biểu thức $M = A.B$ có giá trị là số nguyên.	0,5
	3	Ta có $M = A.B$ $= \frac{9}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{9}{\sqrt{x}+2}$ Với $x \geq 0, x \neq 4$ Ta có: $0 < \frac{9}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{9}{2}$ Hay $0 < M \leq \frac{9}{2}$ Mà: $M \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow M \in \{1; 2; 3; 4\}$	0,25
		Với $M = 1 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = 9 \Leftrightarrow x = 49 (tm)$ $M = 2 \Rightarrow 2\sqrt{x} + 4 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{25}{4} (tm)$ $M = 3 \Rightarrow 3\sqrt{x} + 6 = 9 \Leftrightarrow x = 1 (tm)$ $M = 4 \Rightarrow 4\sqrt{x} + 8 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{1}{16} (tm)$ Vậy $x \in \left\{ \frac{1}{16}; \frac{25}{4}; 1; 49 \right\}$ thì M nhận giá trị nguyên	0,25

Bài II 2,5 điểm	1)		2,0
		- Gọi giá gốc của quyền từ điển và món đồ chơi lần lượt là x ; y (nghìn đồng); $x, y > 0$	0,25
		-Lập luận được $x + y = 750$	0,25
		-Lập luận được $0,8x + 0,9y = 630$	0,25
		Từ đó ra được hệ phương trình	0,25
		-Giải hệ PT tìm được $x = 450$; $y = 300$	0,5
		-Tìm được giá quyền từ điển là 0,8. 450 = 360 (nghìn đồng)	0,25
		Giá món đồ chơi là 0,9. 300 = 270 (nghìn đồng)	0,25
	2)	- Thể tích bồn nước $V = \dots\dots\dots 0,5652 (m^3)$	0,25
		- Đổi $0,5652 (m^3) = 565,2 dm^3 = 565,2$ lít	0,25

Bài III 2,0 điểm	1)	Điều kiện $x > -2; y \neq 3$	0,25 đ
		Giải được: $\frac{1}{\sqrt{x+2}} = \frac{1}{2}; \frac{1}{y-3} = 1$	0,25 đ
		Giải hệ tìm được $x=2, y=4$ (tmđk)	0,5đ
	2a)	Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;6)$...	0,5
		PT hoành độ giao điểm đưa về: $x^2 - mx - 10 = 0$ có $1 \cdot (-10) < 0$	0,25
		$\Rightarrow$ PT luôn có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu : $x_1 < 0 < x_2$	0,25
	2b)	b) Tìm các giá trị của m để ...	0,5
		Vì $ x_1 > x_2 $ và $x_1 < 0 < x_2$ nên $x_1 + x_2 < 0$.	0,25
		$\Leftrightarrow m < 0$.	0,25

IV		Vẽ hình đúng đến câu a	
			0,25đ
	1	Chứng minh được tứ giác BHMI nội tiếp	0,75đ
	2	Chứng minh được $\widehat{MKH} = \widehat{MNB} = \widehat{MAB}$ $\Rightarrow \Delta MAK$ cân tại M	0,5đ 0,25đ
	3	Chứng minh được $\Delta MIH \sim \Delta MNA$ (gg) $\Rightarrow \frac{MI}{MH} = \frac{MN}{MA} \Rightarrow MI \cdot MA = MH \cdot MN$	0,5đ 0,25đ
	4	Chứng minh được B là trực tâm của $\Delta MNK \Rightarrow MF \perp NK$ (1)	0,25đ

	Tứ giác AMBN nội tiếp (O) $\Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{MBI}$ Tứ giác BHMI nội tiếp (câu a) $\Rightarrow \widehat{MHI} = \widehat{MBI}$ $\Rightarrow \widehat{MAN} = \widehat{MHI} \Rightarrow$ Tứ giác AMHE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MEA} = \widehat{MHA} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{MEN} = 90^\circ$ Chứng minh được $\widehat{NEF} = \widehat{NAB} = \widehat{NMF} \Rightarrow$ Tứ giác NEMF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MEN} + \widehat{MFN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MFN} = 90^\circ \Rightarrow MF \perp NF$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow K, F, N$ thẳng hàng.	0,25đ
V	Biến đổi được $Q = x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 8 - 6\sqrt{xy}$ Áp dụng bất Cosy cho hai số không âm $\sqrt{x}, \sqrt{y}$, ta có: $\sqrt{xy} \leq \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2} \right)^2 = 1 \Leftrightarrow Q \geq 2$ Dấu “=” xảy ra $x = y = 1$ (T/m) Vậy GTNN của Q là 2 tại $x = y = 1$	0,25đ

ĐỀ 4

Bài I. (2 điểm): Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-7}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$

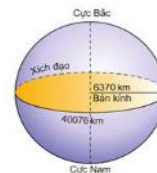
3) Tìm các giá trị của x để $\frac{4A}{B} \leq \frac{x}{\sqrt{x}-3}$

Bài II. (2 điểm):

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô đi từ A đến B cách nhau 260km, sau khi ô tô đi được 120km với vận tốc dự định thì tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô, biết xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút.

2. Bán kính trái đất là 6370 km. Tính diện tích bề mặt trái đất (lấy $\pi \approx 3,14$)



Bài III. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x-3} - 3y = 1 \\ \frac{3}{x-3} + 2y = 8 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x - m$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm tất cả giá trị của m để

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2 - 2}$$

Bài IV. (3.0 điểm)

Cho đường tròn (O) , từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt (O) tại B, C ($AB < AC$). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại D, E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F .

a) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp được đường tròn

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O) . Chứng minh $DM \parallel AF$, từ đó suy ra $DM \perp AC$ tại I

c) Chứng minh $CE \cdot CF + AD \cdot AE = AC^2$.

d) Gọi giao của FD với AM là K , giao của FM với AD là H , chứng minh H, I, K thẳng hàng

Bài V. (0,5 điểm) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a \geq 2; b \geq 5; c \geq 5$ và $2a^2 + b^2 + c^2 = 69$
Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 12a + 13b + 11c$.

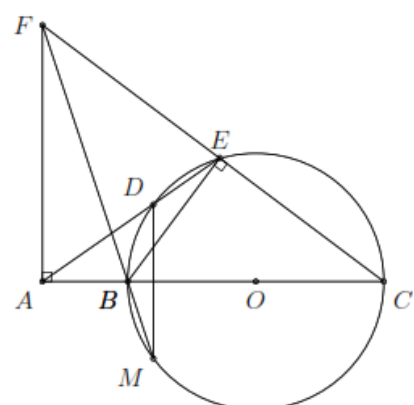
HƯỚNG DẪN CHẤM THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9

MÔN TOÁN

Bài	Ý	NỘI DUNG	Điểm
Bài I (2đ)		Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-7}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$.	
	1 (0,5đ)	Thay $x = 4$ (TMĐKXĐ) vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A = \frac{\sqrt{4}+2}{\sqrt{4}-3} = \frac{4}{-1} = -1$ và kết luận	0,25

	2 (1đ)	$B = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-7}{x-1}$ $= \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-1) - \sqrt{x}+7}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x - \sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 5 - \sqrt{x} + 7}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x + 3\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ Kết luận :....	0,25
	3 (0,5đ)	$\frac{4A}{B} \leq \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ $\frac{4A}{B} \leq \frac{x}{\sqrt{x}-3} \Leftrightarrow \frac{4(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \leq \frac{x}{\sqrt{x}-3} \Leftrightarrow \frac{4(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ $\Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-3} \leq \frac{x}{\sqrt{x}-3} \Leftrightarrow \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-3} \geq 0$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9. \Rightarrow (\sqrt{x}-2)^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}-3 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 3 \Leftrightarrow x > 9$ Kết luận :....	0,25 0,25
Bài II	1 (1,5đ)	Một ô tô đi từ A đến B cách nhau 260km, sau khi ô tô đi được 120km với vận tốc dự định thì tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô, biết xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút.	
		Gọi vận tốc dự định của ô tô là x(km/h, $x > 0$)	0,25
		Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{260}{x}$ (h)	0,25
		Thời gian thực tế ô tô đi trên quãng đường dài 120 km là $\frac{120}{x}$ (h)	0,25
		Thời gian thực tế ô tô đi trên quãng đường còn lại là $\frac{140}{x+10}$ (h)	0,25
		Vì xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút = $\frac{1}{3}$ h nên ta có phương trình	
		$\frac{120}{x} + \frac{140}{x+10} + \frac{1}{3} = \frac{260}{x}$ $\Leftrightarrow 360x + 3600 + 420x + x^2 + 10x = 780x + 7800$ $\Leftrightarrow x^2 + 10x - 4200 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -70(KTM) \\ x = 60(TM) \end{cases}$ TL:.....	0,25 0,25

	2 (0,5đ)	Diện tích bề mặt trái đất bị bao phủ bởi nước chiếm $100\% - 29\% = 71\%$ $\Rightarrow$ Diện tích bề mặt trái đất bị bao phủ bởi nước là: $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 71\% = 4 \cdot \pi \cdot 6370^2 \cdot 0,71 \approx 362032098,3 \text{ (km}^2\text{)}$ Vậy diện tích bề mặt trái đất bị bao phủ bởi nước là $362032098,3 \text{ km}^2$	0,5
Bài III	1 (1đ)	1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x-3} - 3y = 1 \\ \frac{3}{x-3} + 2y = 8 \end{cases}$ Điều kiện: $x \neq 3$. Đặt $\frac{1}{x-3} = a$ hệ phương trình trở thành, biến đổi tương đương được: $\begin{cases} 2a - 3y = 1 \\ 3a + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ Với $a = 2 \Rightarrow \frac{1}{x-3} = 2 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{7}{2}; 1\right)$	0,25 0,25 0,25 0,25
	2 (1,5đ) a) 0,75	2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x - m$. a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt. b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm tất cả giá trị của m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2 - 2}.$ Xét phương trình hoành độ giao điểm (d) và (P). $x^2 = (m+2)x - m \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + m = 0 (*)$ Ta có $\Delta = (m+2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m \Rightarrow \Delta = m^2 + 4$. Do $m^2 \geq 0$ với mọi $m \Rightarrow m^2 + 4 > 0$ với mọi m $\Rightarrow \Delta > 0$ với mọi m, phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.	0,25 0,25 0,25

		b) x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Theo hệ thức Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$. Xét: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2 - 2}$ $\Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2 - 2} \Leftrightarrow \frac{m + 2}{m} = \frac{1}{m + 2 - 2}$ (Đ/K m khác 0) $\Leftrightarrow \frac{m + 2}{m} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m + 2 = 1 \Leftrightarrow m = -1$ (TMĐK) Vậy với $m = -1$ là giá trị cần tìm	0,5 0,25
Bài IV		Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt (O) tại B, C ($AB < AC$). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại D, E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F. a) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp được đường tròn.	
		 Vẽ hình đúng đến câu a: 0,25đ	0,25
	a) 1,0	Xét đường tròn (O) có $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{BEF} = 90^\circ$ (góc kề bù với $\widehat{BEC}$) Có $\widehat{BAF} = 90^\circ$ (do AF vuông góc AC tại A) Xét tứ giác $ABEF$ ta có $\widehat{FAB} + \widehat{BEF} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow ABEF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°).	0,25 0,25 0,25
	b) 1đ	b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O). Chứng minh $DM \parallel AF$, từ đó suy ra $DM \perp AC$ tại I Vì tứ giác $ABEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{AFB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB). Lại có $\widehat{AEB} = \widehat{DMB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD của (O)) $\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{DMB}$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow AF \parallel DM$. Mà $AF \perp AC \Rightarrow DM \perp AC$.	0,25 0,25 0,25 0,25

		Suy ra $P = 12(x+2) + 13(y+5) + 11(z+5) = 12x + 13y + 11z + 144 \geq 11 + 144 = 155$ Vậy $P_{\min} = 155 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 2x^2 \\ 3y = y^2 \\ z = z^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 6 \end{cases}$	
--	--	---	--

Lưu ý: - Chấm điểm lẻ đến 0,25

- HS làm cách khác đúng vẫn chấm điểm tối đa

- Vẽ hình sai/vẽ hình bằng bút chì không chấm điểm.

ĐỀ 5

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 16$.

2) Biết $P = A:B$, chứng minh rằng $P = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm các giá trị của x để biểu thức P có giá trị là số nguyên.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người làm chung một công việc thì sau 8h sẽ xong công việc. Biết thời gian làm riêng xong công việc của người thứ nhất nhiều hơn người thứ hai là 12h. Hỏi thời gian mỗi người làm một mình xong toàn bộ công việc?

2) Lon nước ngọt hình trụ có đường kính đáy là 5 cm, chiều cao là 12 cm. Tính thể tích lon nước ngọt? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 và lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x+y) + 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4(x+y) - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x + 2m^2$ và parabol $(P): y = x^2$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 .

b) Tìm m để $\frac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)} = -1$

Bài IV (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là điểm thuộc tia đối của tia BA. Vẽ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O). Qua điểm C vẽ tiếp tuyến CE với đường tròn (O) (E là tiếp điểm) cắt tia Ax tại điểm D; OD cắt AE tại điểm H.

1) Chứng minh bốn điểm O, A, D, E cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh rằng $OD \perp AE$ và $DH \cdot DO = DA^2$.

- 3) BD cắt (O) tại điểm thứ hai F. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CD và tia BE lần lượt tại M và N; DN cắt OE tại J; AN cắt OD tại I. Chứng minh $DFH=DOB$ và ba điểm I, M, J thẳng hàng.

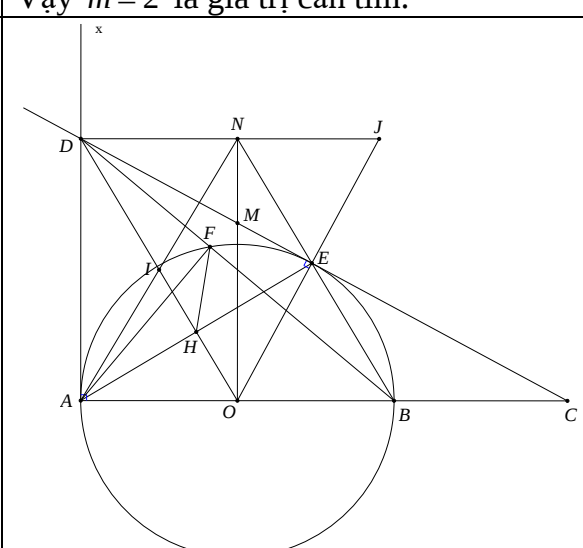
Bài V (0,5 điểm)

Giải phương trình: $1 + \sqrt{x+1} = 4x^2 + \sqrt{3x}$

..... Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
I	1	Tính giá trị của biểu thức B khi $x=16$	0,5
		Thay $x=16$ (TMĐK) vào biểu thức B	0,25
		Tính được $B=5$	0,25
	2	Rút gọn biểu thức P	1,0
		Rút gọn $P = \frac{3}{\sqrt{x}+1}$	
	3	Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức P có giá trị nguyên.	0,5
		CM được $0 < P \leq 1$ Mà $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P=1$. Với $P=1 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+3} = 1 \Rightarrow \sqrt{x}+3=3 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy $x=0$ thì biểu thức P có giá trị là số nguyên.	
II	1	Gọi thời gian người 1 làm riêng xong công việc là x (h; $x > 12$) Thời gian người 2 làm riêng xong công việc là $x-12$ (h) Trong 1h người 1 làm: $\frac{1}{x}$ (cv) Trong 1h người 2 là: $\frac{1}{x-12}$ (cv) Lập luận để có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-12} = \frac{1}{8}$ Giải phương trình được $x_1 = 24$ (tm đk); $x_2 = 4$ (loại) Kết luận...	0,25 0,25 0,25 0,25
		Bán kính đáy của lon nước là $5:2 = 2,5(cm)$ $S = \pi R^2 \cdot h \approx 3,14 \cdot 2,5^2 \cdot 12 = 235,5(cm^3)$ Vậy thể tích lon nước ngọt $235,5(cm^3)$	0,25 0,25

III	1	$\begin{cases} 2(x+y)+3\sqrt{y-2}=5 \\ 4(x+y)-\sqrt{y-2}=3 \end{cases} \quad \text{ĐKXĐ: } y \geq 2$	
		Đặt $\begin{cases} x+y=a \\ \sqrt{y-2}=b \end{cases}$ HPT đã cho trở thành $\begin{cases} 2a+3b=5 \\ 4a-b=3 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ được $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} x+y=1 \\ \sqrt{y-2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ y-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn ĐK)}$	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; 3)$	0,25
	2a	Xét phương trình hoành độ: $x^2 = 2x + 2m^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2m^2 = 0 \quad (*)$ Ta có: $\Delta' = (-1)^2 - 1 \cdot (-2m^2) = 1 + 2m^2 > 0 \quad \forall m$ $\Rightarrow$ Phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m \Rightarrow$ đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 .	0,25 0,25 0,25
	2b	Theo hệ thức Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 2; x_1 x_2 = -2m^2$ $\frac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)} = -1 \quad (x_1 \neq m; x_2 \neq m)$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 - m(x_1 + x_2) + m^2 = -2m - 4$ $\Rightarrow -2m^2 - 2m + m^2 = -2m - 4 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$ Thử lại, với $m = \pm 2$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm là $x_1 = -2;$ $x_2 = 4$ Mà $x_1 \neq m; x_2 \neq m$, nên $m = 2$ thỏa mãn điều kiện đề bài. Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.	0,25 0,25
IV	1		0,25
		Chứng minh bốn điểm O, A, D, E cùng thuộc một đường tròn. Chứng tỏ góc DAO = 90° và góc DEO = 90°	0,75 0,25

		Chứng minh tứ giác ADEO nội tiếp	0,25
		Suy ra bốn điểm O, A, D, E cùng thuộc một đường tròn.	0,25
	2	Chứng minh rằng $OD \perp AE$ và $DH \cdot DO = DA^2$	1,0
		Chứng minh $OD \perp AE$ tại H	0,5
		Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle DAO$ vuông tại A: $DH \cdot DO = DA^2$	0,5
	3	Chứng minh $DFH = DOB$ và ba điểm I, M, J thẳng hàng.	1,0
		Chứng minh $DH \cdot DO = DF \cdot DB = DA^2$	0,5
		$\triangle DFH$ đồng dạng $\triangle DOB$ suy ra $DFH = DOB$	
		$\triangle DOJ$ cân tại J, M là trục tâm, JI là đường cao. Suy ra I, M, J thẳng hàng.	0,5
	V	Giải phương trình: $1 + \sqrt{x+1} = 4x^2 + \sqrt{3x}$ + Điều kiện: $x \geq 0$ $1 + \sqrt{x+1} = 4x^2 + \sqrt{3x} \Leftrightarrow 4x^2 - 1 + \sqrt{3x} - \sqrt{x+1} = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) + \frac{(\sqrt{3x}-\sqrt{x+1})(\sqrt{3x}+\sqrt{x+1})}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) + \frac{3x-x-1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) + \frac{2x-1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1) \left(2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} \right) = 0$	0,5
		TH ₁ : $2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ (TMĐK) TH ₂ : $2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} = 0$ Mà $x \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} > 0 \end{cases} \Rightarrow 2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}} > 0$ $\Rightarrow x \in \emptyset$ Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{1}{2}$	0,25

ĐỀ 6

Bài I (2,0 điểm):

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+5}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - \frac{8\sqrt{x}+20}{x-25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{A}{B}$.

Bài II : (2,0 điểm)

1) Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai ô tô khởi hành cùng lúc để đi từ A đến B, trên quãng đường AB dài 120 km. Biết rằng vận tốc trung bình của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc trung bình của ô tô thứ hai là 12 km/h. Vì vậy, ô tô thứ nhất đã đến B trước ô tô thứ hai là 30 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi ô tô?

2) Bạn Lan muốn làm một chiếc mũ có dạng hình nón bằng bìa cứng để chúc mừng bạn Hoa trong ngày sinh nhật, chiếc mũ có đường kính đáy bằng 26cm và độ dài đường sinh bằng 25cm. Tính diện tích bìa cần dùng để làm chiếc mũ đó. (Bỏ qua các mép dán, lấy $\pi \approx 3,14$)

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2|x+1| - 5y = 8 \\ |x+1| - 2y = 5 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng

$$y = 2mx + m^2 + 1 \text{ (d)}.$$

a) Chứng minh rằng: (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức

$$y_1 + y_2 - 2x_1 - 2x_2 = 4$$

Bài IV (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Ax là tia tiếp tuyến của nửa đường tròn (Ax và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB), từ điểm C trên nửa đường tròn ($C \neq A, B$) vẽ tiếp tuyến với đường tròn tại C cắt Ax tại M, hạ CH vuông góc với AB, MB cắt (O) tại Q và cắt CH tại N.

a) Chứng minh tứ giác AHNQ nội tiếp

b) Chứng minh $MA^2 = MQ \cdot MB$

c) MO cắt AC tại I. Chứng minh tứ giác AIQM nội tiếp và $IN \perp CH$.

Bài V (0,5 điểm). Cho biểu thức: $B = (1+x) \left(1 + \frac{1}{y} \right) + (1+y) \left(1 + \frac{1}{x} \right)$.

Với $x > 0$, $y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của B.

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 2 Năm học 2023-2024

Câu I. (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+5}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - \frac{8\sqrt{x}+20}{x-25} \text{ với } x \geq 0, x \neq 25.$	
	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
	Thay $x = 36$ (TMĐK) vào A ta có: $A = \frac{\sqrt{36}-4}{\sqrt{36}+5} = \frac{6-4}{6+5} = \frac{2}{11}$
	Vậy $x = 36$ thì $A = \frac{2}{11}$ (Nếu HS thiếu thêm cả TMĐK cũng chỉ trừ 0,25)

	2) Rút gọn biểu thức B
	$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - \frac{8\sqrt{x}+20}{x-25} \quad \text{ĐKXD: } x \geq 0, x \neq 25$
	$B = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} - \frac{8\sqrt{x}+20}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$
	$B = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} - \frac{8\sqrt{x}+20}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$
	$B = \frac{x+6\sqrt{x}+5-8\sqrt{x}-20}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$
	$B = \frac{x-2\sqrt{x}-15}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$
	$B = \frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$
	$B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+5}$
	3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{A}{B}$.
	$M = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+5} \cdot \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+3} = 1 - \frac{7}{\sqrt{x}+3}$
	+) Vì $\sqrt{x} \geq 0 \quad \forall x \geq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3 \quad \forall x \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{7}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{7}{3} \quad \forall x \geq 0$ $\Leftrightarrow 1 - \frac{7}{\sqrt{x}+3} \geq -\frac{4}{3} \quad \forall x \geq 0$ Hay $M \geq -\frac{4}{3}$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 0$ Vậy $\min M = -\frac{4}{3}$ khi $x = 0$
Câu II (2 điểm)	
1) Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.	
Hai ô tô khởi hành cùng lúc để đi từ A đến B, trên quãng đường AB dài 120 km. Biết rằng của mỗi ô tô?	
	Gọi vận tốc trung bình của ô tô thứ hai là x(km/h). ĐK: $x > 0$ Vận tốc trung bình của ô tô thứ nhất là x+12 (km/h)

	Vì độ dài quãng đường AB là 120 km nên ta có: Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là $\frac{120}{x}$ (giờ) Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là $\frac{120}{x+12}$ (giờ) Vì ô tô thứ nhất đã đến B trước ô tô thứ hai là 30 phút hay $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình: Giải phương trình được $x=48$ (TMĐK) và $x=-60$ (loại) Vậy : Vận tốc của Ô tô thứ hai là 48(Km/h) Vận tốc ô tô thứ nhất là $48+12=60$(km/h)
	2) Bạn Lan muốn làm một chiếc mũ có dạng hình nón bằng bìa cứng để chúc mừng sinh nhật bạn (với $\pi \approx 3,14$)
	Diện tích bìa cần dùng để làm chiếc mũ là diện tích xung quanh của hình nón. Bán kính đáy của hình nón là $r = \frac{d}{2} = \frac{26}{2} = 13(cm)$ Ta có diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi r l \approx 3,14.13.25 = 1020,5(cm^2)$ Vậy diện tích bìa cần dùng là: $1020,5 (cm^2)$.
Bài III (2,5 điểm)	
1) Giải hệ phương trình:	$\begin{cases} 2 x+1 -5y=8 \\ x+1 -2y=5 \end{cases}$
	$\begin{cases} 2 x+1 -5y=8 \\ x+1 -2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 x+1 -5y=8 \\ 2 x+1 -4y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x+1 -2y=5 \end{cases}$
	$\begin{cases} y=2 \\ x+1 -2.2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x+1 =9 \end{cases}$
	$\begin{cases} y=2 \\ x+1 =9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=9 \\ x+1=-9 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=-10 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=2 \\ x=-10 \\ y=2 \end{cases}$ Vậy hệ có 2 nghiệm $(x;y)=(8;2);(x;y)=(-10;2)$.
2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng	
	$y = 2mx + m^2 + 1$ (d).
a) Chứng minh rằng: (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	
b) Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt A(x ₁ ;y ₁) và B(x ₂ ;y ₂) sao cho biểu thức : $y_1 + y_2 - 2x_1 -$	

	a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) $x^2 = 2mx + m^2 + 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0$
	Ta có $\Delta' = 2m^2 + 1$ Vì $2m^2 \geq 0 \quad \forall m \Leftrightarrow 2m^2 + 1 > 0 \quad \forall m$ Hay $\Delta' > 0 \quad \forall m$ Suy ra PT trên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
	b) Vì phương trình $x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 1 \end{cases} (*)$ Vì A, B thuộc (P): $y = x^2$ Nên $y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2$ Khi đó: $y_1 + y_2 - 2x_1 - 2x_2 = 4$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2(x_1 + x_2) = 4$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 4$
	Thay vào phương trình (*) ta được $3m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}$ Vậy $m \in \left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Bài IV (3,0 điểm). Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Ax là tia tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A. Ax cắt tiếp tuyến của nửa đường tròn tại B tại Q và cắt CH tại N. 1) Chứng minh tứ giác AHNQ nội tiếp 2) Chứng minh $MA^2 = MQ \cdot MB$ 3) MO cắt AC tại I. Chứng minh tứ giác AIQM nội tiếp và $IN \perp CH$.	
	1) Chứng minh tứ giác AHNQ nội tiếp. Chứng tỏ được $\angle AQN = 90^\circ$ và $\angle AHN = 90^\circ$ Xét tứ giác AHNQ có

	$AQN + AHN = 90^0 + 90^0 = 180^0$ Mà AQN và AHN ở vị trí đối nhau nên tứ giác AQNH nội tiếp
	2) Chứng minh $MA^2 = MQ.MB$ Kẻ AQ, ta có: $AQB = 90^0$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) ΔABM vuông tại A có $AQ \perp BM$ Nên ta có: $MA^2 = MQ.MB$ (Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông).
	3) MO cắt AC tại I. Chứng minh tứ giác AIQM nội tiếp và $IN \perp CH$ *) Chứng minh tứ giác AIQM nội tiếp (0,5 điểm) Kẻ BC, ta có: $ACB = 90^0$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BC \perp AC$ (1) OA = OC (bằng bán kính đường tròn (O)), MA = MC (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow MO$ là đường trung trực của đoạn thẳng AC $\Rightarrow MO \perp AC$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC \parallel OM$ (Cùng $\perp AC$) $\Rightarrow OMB = MBC$ (So le trong) . Hay $IMQ = MBC$ (3) Mặt khác: $QAI = MBC$ (4) (Hai góc nội tiếp đường tròn (O) cùng chắn cung QM) Từ (3) và (4) suy ra $IMQ = QAI$ (Cùng bằng MBC). M và A cùng nhìn QI cố định dưới góc bằng nhau nên tứ giác AIQM nội tiếp. *) Chứng minh $IN \perp CH$ (0,5 điểm) Tứ giác AIQM nội tiếp $\Rightarrow MAI + MQI = 180^0$ (5). $NQI + MQI = 180^0$ (6) (Hai góc kề bù) Từ (5) và (6) $\Rightarrow MAI = NQI$ (7) (Cùng bù với MQI) Mặt khác: $MAI = ACH$ (8) (So le trong) Từ (7) và (8) $\Rightarrow ACH = NQI$ hay $ICN = NQI$ $\Rightarrow$ tứ giác CQIN nội tiếp Tứ giác CQIN nội tiếp $\Rightarrow CIN = CQN$ (9) (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CN). $CQN = CAB$ (10) (Hai góc nội tiếp đường tròn (O) cùng chắn cung BC) Từ (9) và (10) $\Rightarrow CIN = CAB$ (Cùng bằng CQN) $\Rightarrow IN \parallel AB$ (Có cặp góc đồng vị bằng nhau) Do $AB \perp CH$ (gt) $\Rightarrow IN \perp CH$.

Bài V (0,5 điểm): Cho biểu thức : $B = (1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right) + (1+y)\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

Với $x > 0$, $y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của B .

$$B = (1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right) + (1+y)\left(1+\frac{1}{x}\right) = 2 + x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$$

$$= 2 + x + y + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$$

$$= 2 + \left(x + \frac{1}{2x}\right) + \left(y + \frac{1}{2y}\right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right).$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có:

$$x + \frac{1}{2x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{2x}} = \sqrt{2}; \quad y + \frac{1}{2y} \geq 2\sqrt{y \cdot \frac{1}{2y}} = \sqrt{2}; \quad \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 2$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq \frac{1}{\sqrt{x \cdot y}}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có:

$$xy \leq \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \Rightarrow \sqrt{xy} \leq \sqrt{\frac{1}{2}(x^2 + y^2)} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(x^2 + y^2)}} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq \sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra: } 2 + \left(x + \frac{1}{2x}\right) + \left(y + \frac{1}{2y}\right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4 + 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } \min B = 4 + 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu đẳng thức đồng thời xảy ra khi và chỉ khi: } \begin{cases} x = y \\ x = \frac{1}{2x} \\ y = \frac{1}{2y} \\ x^2 + y^2 = 1; x > 0, y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Tổng

ĐỀ 7

Bài I (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{3x}{x-3\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1; x \neq 4$

- Tính giá trị của A khi $x = 9$.
- Chứng minh $B = \frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2}$.
- Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P| > P$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một khu vườn hình chữ nhật. Nếu tăng mỗi cạnh thêm 4m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 216m². Nếu chiều rộng tăng thêm 2m và chiều dài giảm đi 5m thì diện tích mảnh vườn sẽ giảm đi 50m². Tính độ dài các cạnh của khu vườn lúc ban đầu.



2) Cột cờ Hà Nội là công trình lịch sử đặc biệt, không chỉ là biểu tượng của Thủ đô thân yêu mà còn là chứng tích cho một thời kháng chiến chống Pháp oanh liệt, dấu ấn kiên cường, bất khuất của các thế hệ con dân đất Hà thành.

Vào thời điểm các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 62°, bóng của Cột cờ trên mặt đất dài 23m. Tính chiều cao của Cột cờ. (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} + \frac{3}{2y-3} = 4 \\ \frac{4}{x+3} - \frac{1}{2y-3} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+2 = 0$

- Giải phương trình với $m = 2$.
- Tìm giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng nguyên?

Bài IV (3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ ($AC > BC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Vẽ các tiếp tuyến với (O) tại A và B, hai tiếp tuyến này cắt nhau tại M. Lấy H là hình chiếu của O trên MC.

- Chứng minh bốn điểm M, A, O, H cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh HM là phân giác của $\widehat{AHB}$.
- a) Qua C kẻ đường thẳng song song với AB cắt MA, MB lần lượt tại E và F, nối EH cắt AC tại P. Chứng minh $PA.PC = PH.PE$.

b) Gọi Q là giao điểm của FH và BC. Chứng minh PQ // EF?

Bài V (0,5 điểm) Cho các số a; b; c không âm thỏa mãn $a+b+c=1$.

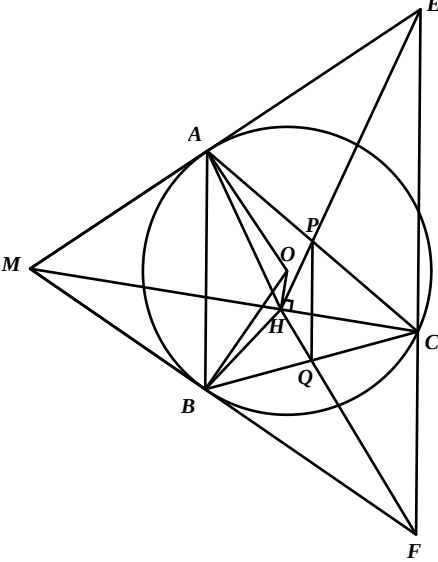
Chứng minh rằng $T = a^{2024} + b^{2023} + c^{2022} - ab - bc - ca \leq 1$.

----- **Hết** -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	$x = 9$ (TMĐK)	0,25
		$A = \frac{3}{4}$	0,25
	2)	$B = \frac{3x}{x-3\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
		$= \frac{3x}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} + \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$= \frac{3x-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$= \frac{3(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	3)	$P = A.B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	
		Để $ P > P$ thì $P < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \sqrt{x}-2 < 0 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x < 4 \end{cases}$ KHĐK và x là số nguyên $\Rightarrow x \in \{2; 3\}$	0,25
Bài II 2,5 điểm	1)	Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật lúc ban đầu lần lượt là:	0,25
		x (m), y (m). ĐK: $x > y > 0$.	
		Diện tích của hình chữ nhật lúc đầu là: $x.y$ (m ²)	
		Trường hợp 1: Chiều dài mảnh vườn là: $x + 4$ (m).	0,25

		Chiều rộng mảnh vườn là: $y + 4$ (m) Diện tích mảnh vườn là: $(x + 4)(y + 4)$ (m ²).	
		Vì khi đó diện tích mới tăng thêm 216 (m ²). Nên ta có phương trình: $(x + 4)(y + 4) - x.y = 216$ (1)	0,25
		Trường hợp 2: Chiều dài mảnh vườn là: $x - 5$ (m). Chiều rộng mảnh vườn là: $y + 2$ (m) Diện tích mảnh vườn là: $(x - 5)(y + 2)$ (m ²).	0,25
		Vì khi đó diện tích mới giảm đi 50 (m ²). Nên ta có phương trình: $x.y - (x - 5)(y + 2) = 60$ (2)	0,25
		Từ (1); (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (x + 4)(y + 4) - x.y = 216 \\ x.y - (x - 5)(y + 2) = 50 \end{cases}$ Giải hệ được $x = 30, y = 24$ (thỏa mãn ĐK)	0,5
		Vậy: độ dài các cạnh của khu vườn lúc đầu là: 30 m và 24 m .	0,25
	2)	ΔABC vuông tại C có AC là chiều cao của Cột cờ, BC=23m là độ dài bóng Cột cờ, $\hat{B} = 62^\circ$ $\Rightarrow \tan B = \frac{AC}{BC}$ $\Rightarrow AC = BC . \tan B = 23 . \tan 62^\circ \approx 43,26 \text{ m}$	0,25 0,25
	Bài III 2,0 điểm	Đk: $x \neq -3; y \neq \frac{3}{2}$	0,25
		1) Giải ra được $x = -2; y = 2$ Vật HPT có nghiệm $(x; y) = (-2; 2)$	0,5 0,25
		2a) Giải phương trình với $m = 2$ được $x = 1$	0,5
		2b) Tính được $\Delta = 16 > 0$ Để PT có 2 nghiệm phân biệt thì $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$	0,25
		Tính được 2 nghiệm là $x = 1; x = \frac{m + 2}{m - 2}$	0,25

		Đề 2 nghiệm nguyên khi m nguyên thì $x = \frac{m+2}{m-2} = 1 + \frac{4}{m-2} \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow m - 2 \in U'(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$	0,25
		$\Rightarrow m \in \{-1; 3; 0; 4; -2; 6\}$ (TMĐK $m \neq 2$)	0,25
Bài IV 3,0 điểm		 Vẽ hình đúng đến câu a được 0,25đ	0,25
	1)	$\widehat{MHO} = \widehat{MAO} = 90^0$	0,25
		Chúng minh được MAOH là tứ giác nội tiếp	0,5
	2)	Chúng minh M, A, O, H, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO	0,5
		MA=MB nên $\widehat{AHM} = \widehat{BHM}$	0,5
	3a)	$EF \parallel AB \Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{MAB}$ (đồng vị) Xét đường tròn đk OM có $\widehat{MAB} = \widehat{MHA}$ $\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{MHA} \Rightarrow AECH$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{HEC} \Rightarrow \Delta PAH \sim \Delta PEC \Rightarrow PA \cdot PC = PE \cdot PH$	0,25
		Chúng minh tương tự BHCF là tứ giác nội tiếp	0,25
	3b)	$\Rightarrow \widehat{PHQ} + \widehat{PCQ} = 180^0 \Rightarrow HPCQ$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CPQ} = \widehat{CHQ} = \widehat{CBF} = \widehat{BAC} \Rightarrow PQ \parallel AB$	0,25

		Mà $AB//EF \Rightarrow PQ//EF$	0,25
Bài V 0,5 điểm		Vì $\begin{cases} a, b, c \geq 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases}$ nên $0 \leq a, b, c \leq 1 \Rightarrow (a-1)(b-1)(c-1) \leq 0$ $\Leftrightarrow abc - (ab + bc + ca) + a + b + c - 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow a + b + c - ab - bc - ca \leq 1 - abc \leq 1$	0,25
		Vì $0 \leq a, b, c \leq 1$ nên $a^{2023} \leq a, b^{2023} \leq b, c^{2023} \leq c$ $\Rightarrow T \leq a + b + c - ab - bc - ca \leq 1$ Dấu “=” khi $(a; b; c) = (1; 0; 0)$ và các hoán vị.	0,25

Chú ý: HS làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.