HƯỚNG DẪN HỌC TẬP **HOÀN THIỆN** KIẾN THỨC ĐẠI SỐ

EVERYTHING YOU NEED TO ACE PRE-ALGEBRA & ALGEBRA 1 IN ONE BIG FAT NOTEBOOK

SỔ TAY ĐẠI SỐ

Jason Wang

Lê Thị Nhàn *dịch*

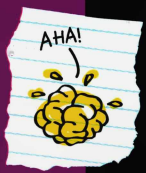
Những ghi chú đến từ **HỌC SINH THÔNG MINH** nhất lớp
(Đã được kiểm tra kỹ lưỡng bởi những **GIÁO VIÊN TÀI NĂNG**)

Achaubooks BOOKS & STEM

NHÀ XUẤT BẢN LAO ĐỘNG

Hàng triệu **CUỐN SỔ TAY** đã được bán ra!

ĐẠI SỐ? CHUYỆN NHỎ!



CUỐN SỔ TAY bao gồm tất cả các kiến thức môn Đại số mà bạn cần ghi nhớ trong suốt quá trình học từ Trung học Cơ sở đến Trung học Phổ thông, chia các chủ đề phức tạp thành những nội dung nhỏ, dễ tiếp cận.

Bao gồm:

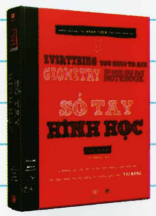
Hệ số • Tỷ số & tỷ lệ thức
Ký hiệu khoa học • Phương trình • Hàm số
Đồ thị • Căn bậc hai & Căn bậc ba
Đa thức • Hàm bậc hai • Và nhiều chủ đề khác nữa...

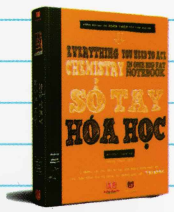
KẾT HỢP:

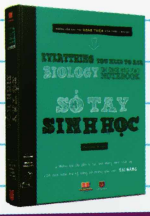
Sơ đồ ghi nhớ | Định nghĩa
Ví dụ minh họa | Bài tập tóm tắt kiến thức

ĐỂ ĐẠT ĐƯỢC ĐIỂM SỐ CAO HƠN!

CÙNG LÀM CHỦ KIẾN THỨC **HÌNH HỌC**, **HÓA HỌC**, **SINH HỌC** VỚI:



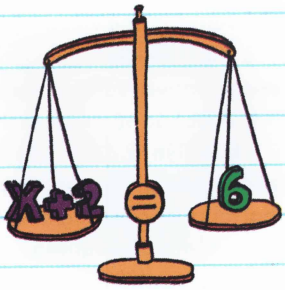




Achaubooks
BOOKS & STEM

SỔ TAY ĐẠI SỐ
ISBN:978-604-343-038-7
9 786043 430387
GIÁ: 495.000 VND

SỔ TAY ĐẠI SỐ



ALL RIGHTS RESERVED

Vietnam edition copyright © A Chau International Education Development and Investment Corporation, 2021.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

First published in Thai Lan: Everything you need to ace Pre-Algebra & Algebra 1 in one big fat notebook: The complete high school study guide

Text by Jason Wang

Workman Publishing Co., Inc. New York

Copyright © 2021 by Workman Publishing Co., Inc.

ISBN: 978-604-343-038-7

Printed in Viet Nam

Bản quyền tiếng Việt thuộc về

Công ty Cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Quốc tế Á Châu, xuất bản theo hợp đồng chuyển nhượng bản quyền với Workman Publishing Co., Inc 2020.

Bản quyền tác phẩm đã được bảo hộ, mọi hình thức xuất bản, sao chụp, phân phối dưới dạng in ấn, văn bản điện tử, đặc biệt là phát tán trên mạng internet mà không được sự cho phép của đơn vị nắm giữ bản quyền là hành vi vi phạm bản quyền và làm tổn hại tới lợi ích của tác giả và đơn vị đang nắm giữ bản quyền.

Không ủng hộ những hành vi vi phạm bản quyền. Chỉ mua bán bản in hợp pháp.

ĐƠN VỊ PHÁT HÀNH:

Công ty Cổ Phần Đầu Tư và Phát Triển Giáo Dục Quốc Tế Á Châu

Số 8, lô 2 Dự án nhà ở Phùng Khoang, Phường Trung Văn, Quận Nam Từ Liêm, Thành phố Hà Nội

Điện thoại: 024 8582 5555

Hotline hỗ trợ: Tại Hà Nội: 09166 40166

Tại Hồ Chí Minh: 0961 940 199

Website: http://achaubooks.vn

http://hocgioitoan.com.vn

Email: info@achaubooks.vn

Facebook: Fb.com/hocgioitoan.com.vn

HƯỚNG DẪN HỌC TẬP **HOÀN THIỆN** KIẾN THỨC ĐẠI SỐ

EVERYTHING YOU NEED TO ACE PRE-ALGEBRA & ALGEBRA 1 IN ONE BIG FAT NOTEBOOK

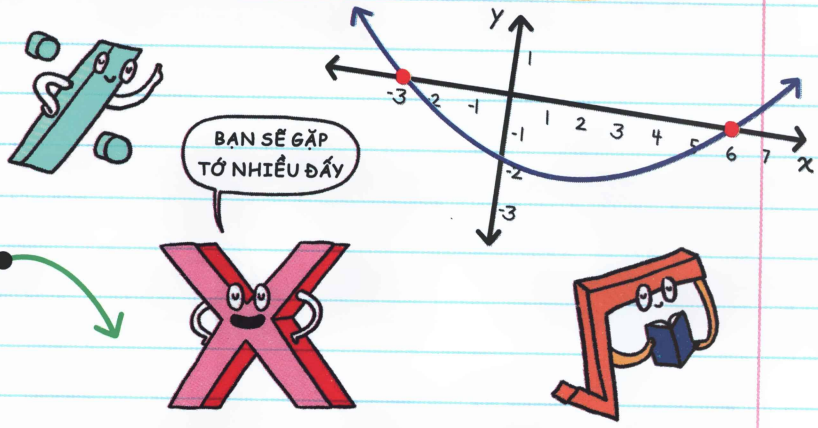
SỔ TAY ĐẠI SỐ

Jason Wang

Lê Thị Nhàn *dịch*

HƯỚNG DẪN HỌC TẬP HOÀN THIỆN KIẾN THỨC

ĐẠI SỐ



Tác giả biên soạn cuốn sổ tay này nhằm hỗ trợ các bạn trong những giờ học Đại số. Hãy coi đây chỉ là cuốn sổ tay của một bạn giỏi nhất môn Đại số ở trong lớp. Có vẻ như bạn đó là người "hiểu" được mọi bài giảng và có thể viết lại kiến thức chính xác, rõ ràng, dễ hiểu.

Qua từng chương trong cuốn sách, các bạn sẽ tìm thấy những khái niệm quan trọng đều được diễn giải một cách dễ hiểu và có liên quan chặt chẽ với nhau. Phương trình và bất phương trình tuyến tính, thống kê và xác suất, hàm số, phân tích nhân tử, giải và vẽ đồ thị phương trình bậc hai đều được trình bày qua ngôn ngữ giúp bạn có thể dễ dàng hiểu được. Đây là cuốn sách Đại số dành cho những học sinh từ trung bình đến khá giỏi.

Các ghi chú trong cuốn sách được trình bày khoa học như sau:

- Các thuật ngữ quan trọng được in đậm và tô màu **VÀNG**.
- Tất cả các thuật ngữ đều được định nghĩa rõ ràng, dễ hiểu.
- Các thuật ngữ và khái niệm có liên quan được viết bằng mực XANH DA TRỜI.
- Các ví dụ và phép tính được trình bày chi tiết theo từng bước và kèm theo giải thích, mã màu, minh họa hoặc biểu đồ.

Nếu muốn trong tủ sách của mình có một cuốn sách tham khảo thú vị, dễ hiểu, và nếu không kịp ghi chép những kiến thức trong lớp học, cuốn sổ tay này chính là thứ bạn cần. Cuốn sách có đủ các kiến thức quan trọng mà các bạn sẽ được học trong môn Đại số.

MỤC LỤC

BÀI 1:
TÍNH CHẤT SỐ HỌC 1

1. Số 2
2. Tính chất đại số 9
3. Thứ tự phép tính 17

BÀI 2:
PHÉP TOÁN SỐ HỌC 23

4. Phép cộng số nguyên 24
5. Phép trừ số nguyên 33
6. Phép nhân và phép chia số nguyên 37
7. Phép nhân và phép chia phân số 43
8. Phép cộng và phép trừ phân số 51
9. Phép cộng và phép trừ số thập phân 59
10. Phép nhân và phép chia số thập phân 67

BÀI 3:
TỈ LỆ, TỈ LỆ THỨC, PHẦN TRĂM 75

11. Tỉ lệ 76
12. Tỉ suất 83
13. Tỉ lệ thức 89
14. Phần trăm 98
15. Ứng dụng phần trăm 107
16. Lãi suất 123
17. Tỉ lệ phần trăm thay đổi 131
18. Bảng biểu và Tỉ lệ 135

BÀI 4:
SỐ MŨ VÀ BIỂU THỨC ĐẠI SỐ 141

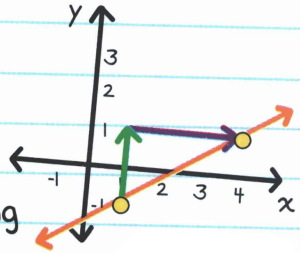
19. Số mũ 142
20. Ký hiệu khoa học 149
21 Biểu thức 155
22. Tính giá trị của biểu thức đại số 163
23. Kết hợp các số hạng 169

BÀI 5:
PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH 175

24. Đại cương về phương trình 176
25. Giải phương trình một biến 185
26. Giải bất phương trình một biến 195
27. Giải bất phương trình hỗn hợp 206
28. Biến đổi công thức 219
29. Giải hệ phương trình tuyến tính bằng phép thế 225
30. Giải hệ phương trình tuyến tính bằng phép khử 237

BÀI 6:
VẼ ĐỒ THỊ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH 247

31. Điểm và đường thẳng 248
32. Vẽ đồ thị đường thẳng từ bảng giá trị 255
33. Hệ số góc 263
34. Đoạn chắn 277
35. Viết phương trình đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc 289
36. Giải hệ phương trình tuyến tính bằng đồ thị 299
37. Vẽ đồ thị bất phương trình tuyến tính 307
38. Giải hệ bất phương trình tuyến tính bằng đồ thị 315

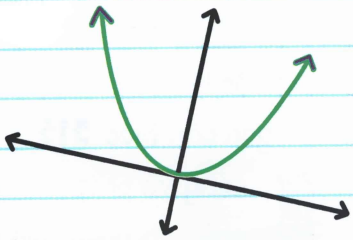


BÀI 7:
THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT 325

39. Giới thiệu về thống kê 326
40. Số đo trung bình và phương sai 335
41. Biểu diễn dữ liệu 343
42. Xác suất 363
43. Biến cố tổng 375
44. Hoán vị và tổ hợp 385

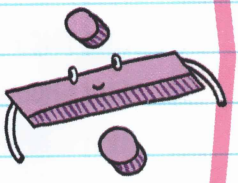
BÀI 8:
HÀM SỐ 395

45. Quan hệ và hàm số 396
46. Ký hiệu hàm 407
47. Ứng dụng của hàm số 415



BÀI 9:
PHÉP TOÁN ĐA THỨC 427

48. Phép cộng và phép trừ đa thức 428
49. Phép nhân và phép chia lũy thừa 437
50. Phép nhân và phép chia đơn thức 445
51. Phép nhân và phép chia đa thức 453

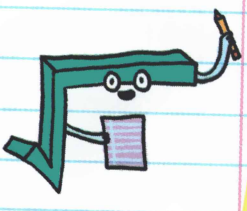


BÀI 10:
PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ 461

52. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung 462
53. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử 475
54. Phân tích tam thức thành nhân tử khi $a = 1$ 481
55. Phân tích tam thức thành nhân tử khi $a \neq 1$ 491
56. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng hằng đẳng thức 495

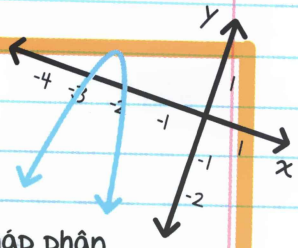
BÀI 11:
CĂN THỨC 505

57. Căn bậc hai và căn bậc ba 506
58. Rút gọn căn thức 515
59. Phép cộng và phép trừ căn thức 521
60. Phép nhân và phép chia căn thức 527



BÀI 12:
PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI 533

61. Giới thiệu phương trình bậc hai 534
62. Giải phương trình bậc hai bằng phương pháp phân tích thành nhân tử 541
63. Giải phương trình bậc hai bằng phương pháp lấy căn bậc hai 553



64. Giải phương trình bậc hai bằng phương pháp phần bù bình phương 561
65. Giải phương trình bậc hai bằng công thức nghiệm 573
66. Biệt thức và số nghiệm 579

BÀI 13:

HÀM BẬC HAI 587

67. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai 588
68. Giải phương trình bậc hai bằng đồ thị 611

Chỉ mục 619

Bài 1

Tính chất số học

Chương 1

SỐ

Tất cả các số đều có thể chia thành các tập số khác nhau. Đây là các tập số thường được sử dụng nhất trong Toán học:

SỐ TỰ NHIÊN hay **số đếm**: Tập tất cả các số nguyên dương bắt đầu từ 1 và không có phần phân số hay thập phân.

Ví dụ: 1, 2, 3, 4, 5 . . .

SỐ NGUYÊN KHÔNG ÂM: Tập tất cả các số tự nhiên và số 0.

Ví dụ: 0, 1, 2, 3, 4, 5 . . .

* Theo tiêu chuẩn của ISO 80000-2 và tài liệu giáo khoa chuẩn của Việt Nam (sách giáo khoa Toán lớp 4, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2020), số tự nhiên bao gồm cả số 0.

SỐ NGUYÊN: Tập tất cả các số nguyên không âm và số nguyên âm.

Ví dụ: . . . -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 . . .

SỐ HỮU TỈ: Tập tất cả các số có thể viết dưới dạng phép chia của một số nguyên với một số nguyên khác. Số hữu tỉ bao gồm bất kỳ số nào có thể viết dưới dạng phân số hoặc số thập phân.

Lưu ý: Bạn không thể để số 0 dưới mẫu số của một phân số.

Ví dụ: $\frac{1}{2}$ (bằng $\frac{1}{2}$ hoặc $\frac{-1}{-2}$)

$0,\overline{3}$ (bằng $\frac{1}{3}$)

Dấu này có nghĩa là số thập phân vô hạn tuần hoàn.

-8 (bằng $\frac{-8}{1}$ hoặc $\frac{8}{-1}$)

3,27 (bằng $\frac{327}{100}$)

Số tự nhiên, số nguyên không âm và số nguyên đều là số hữu tỉ.

SỐ VÔ TỈ: Tập tất cả các số *không phải* là số hữu tỉ. Những số này không thể viết dưới dạng phép chia của một số nguyên với một số nguyên khác. Khi ta viết một số vô tỉ dưới dạng số thập phân, nó vô hạn không tuần hoàn.

"..." nghĩa là số vô hạn.

Ví dụ: $\sqrt{5}$ = 2,23606797749997 . . . π = 3,141592653 . . .

0,25 KHÔNG phải là số vô tỉ vì nó hữu hạn.

0,347157157157157. . . KHÔNG phải là số vô tỉ vì các chữ số vô hạn tuần hoàn.

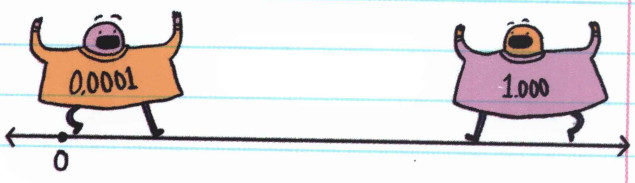
SỐ THỰC : Tập tất cả các số trên một trục số dài vô hạn. Số thực bao gồm tất cả các số vô tỉ và hữu tỉ. Số thực có thể là số không, số nguyên âm hoặc số nguyên dương, số thập phân, phân số . . .

Ví dụ: 8, -19, 0, $\frac{3}{2}$, $\sqrt{47}$, $\sqrt{25}$, π . . .

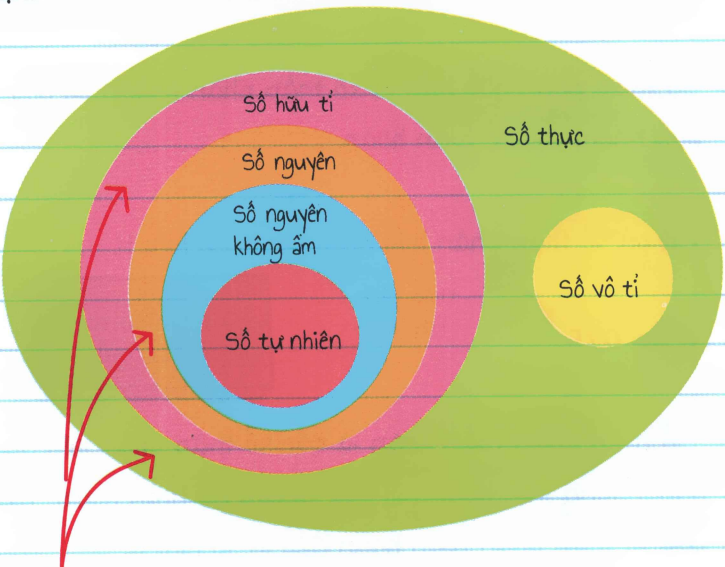
Các số nhỏ hơn 0 nằm ở phía bên trái điểm 0 trên trục số.

BẠN Ở XA QUÁ!

Các số lớn hơn 0 nằm ở phía bên phải điểm 0 trên trục số.



Đây là mối quan hệ giữa các dạng số với nhau trong hệ thống số học.



Ví dụ: -2 là số nguyên, số hữu tỉ và số thực

Một số ví dụ khác:

24 là số tự nhiên, số nguyên không âm, số nguyên, số hữu tỉ và số thực.

0 là số nguyên không âm, số nguyên, số hữu tỉ và số thực.

$\frac{2}{3}$ là số hữu tỉ và số thực.

6,675 là số hữu tỉ và số thực.

$\sqrt{5}$ = 2,2360679774997... là số vô tỉ và số thực.

MỘT SỐ ĐIỂM CẦN LƯU Ý VỀ SỐ THẬP PHÂN

1. **Số thập phân hữu hạn** là số thập phân không có chữ số hay nhóm chữ số tuần hoàn.

Tất cả số thập phân hữu hạn đều là số hữu tỉ.

Ví dụ: 0,25 ← thập phân hữu hạn

> Hữu hạn có nghĩa là có kết thúc.

2. **Số thập phân tuần hoàn** là các số thập phân kéo dài vô hạn, nhưng một hoặc vài chữ số của nó tuần hoàn. Tất cả các số thập phân tuần hoàn đều là số hữu tỉ.

Ví dụ: $\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$ hoặc $\frac{9}{7} = 1,\overline{285714}$

$\frac{9}{7} = 1,285714285714\ldots$

> Dấu gạch ngang trên các chữ số "285714" nghĩa là tất cả các số đó tuần hoàn vô hạn.

3,1415926535...

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến 10, hãy cho biết số đã cho thuộc những dạng số nào. Liệt kê càng nhiều càng tốt.

1. 62

2. $\frac{8}{10}$

3. 9,285196927 14385 . . .

4. 0

5. 3,7

6. -260

7. $-\frac{5}{2}$

8. π

9. $3,25\overline{197}$

10. $\sqrt{49}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Số tự nhiên, số nguyên không âm, số nguyên, số hữu tỉ, số thực

2. Số hữu tỉ, số thực

3. Số vô tỉ, số thực

4. Số nguyên không âm, số nguyên, số hữu tỉ, số thực

5. Số hữu tỉ, số thực

6. Số nguyên, số hữu tỉ, số thực

7. Số hữu tỉ, số thực

8. Số vô tỉ, số thực

9. Số hữu tỉ, số thực

10. Vì $\sqrt{49}$ bằng 7 nên nó là số tự nhiên, số nguyên không âm, số nguyên, số hữu tỉ và số thực.

Chương 2

TÍNH CHẤT ĐẠI SỐ

TÍNH CHẤT CƠ BẢN

Tính chất giao hoán của phép cộng và **TÍNH CHẤT GIAO HOÁN CỦA PHÉP NHÂN**: Khi cộng hai số hoặc khi nhân hai số, thứ tự của các số không làm thay đổi phép tính. (Điều này có nghĩa là ta có thể đổi chỗ các số mà không ảnh hưởng tới kết quả).

Suy nghĩ: Giao hoán có nghĩa là hoán đổi cho nhau. Vì vậy, chúng ta có thể đổi chỗ các số hạng mà không ảnh hưởng đến kết quả.

TÍNH CHẤT GIAO HOÁN CỦA PHÉP CỘNG Với mọi số a và b: $a + b = b + a$.

Đây là **biểu thức số tương đương**. Nghĩa là hai vế của biểu thức toán học đều có kết quả như nhau.

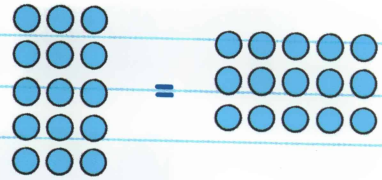
Ví dụ: $1 + 2 = 2 + 1$

$$3\frac{2}{7} + 1\frac{5}{6} = 1\frac{5}{6} + 3\frac{2}{7}$$

TÍNH CHẤT GIAO HOÁN CỦA PHÉP NHÂN

Với mọi số x, y: $x \cdot y = y \cdot x$.

Ví dụ: $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$



Tính chất giao hoán chỉ đúng với phép cộng và phép nhân, không áp dụng cho phép trừ và phép chia.

Tính chất kết hợp của phép cộng và **tính chất kết hợp của phép nhân**: Khi cộng ba số hoặc nhân ba số, thứ tự nhóm các số hạng trong từng vế không quan trọng.

TÍNH CHẤT KẾT HỢP CỦA PHÉP CỘNG

Với mọi số a, b và c: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Ví dụ, $1 + 2 + 5$ có thể có các cách tính:

$(1 + 2) + 5 = 3 + 5 = 8$

hoặc

$1 + (2 + 5) = 1 + 7 = 8$

Việc phân nhóm không quan trọng. Tổng của phép tính đều bằng nhau.

TÍNH CHẤT KẾT HỢP CỦA PHÉP NHÂN

Với mọi số a, b và c:

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Ví dụ, $2 \cdot 3 \cdot 5$ có thể có các cách tính:

$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$

hoặc

$2 \cdot (3 \cdot 5) = 2 \cdot 15 = 30$

Việc phân nhóm không quan trọng. Tích của các phép tính đều bằng nhau.

Tính chất kết hợp chỉ đúng với phép cộng và phép nhân, không áp dụng cho phép trừ và phép chia.

Sự khác nhau giữa tính chất giao hoán và tính chất kết hợp là gì?

Giao hoán liên quan đến thứ tự các số hạng hoặc thừa số.

Kết hợp liên quan đến việc tập hợp (nhóm) các số hạng hoặc thừa số.

TÍNH CHẤT PHÂN PHỐI CỦA PHÉP NHÂN ĐỐI VỚI PHÉP CỘNG

Khi nhân một số với một tổng, ta nhận được cùng kết quả như khi nhân số đó với từng số hạng của tổng rồi cộng lại.

Suy nghĩ: Phân phối có nghĩa là chia sẻ hoặc cho đi.

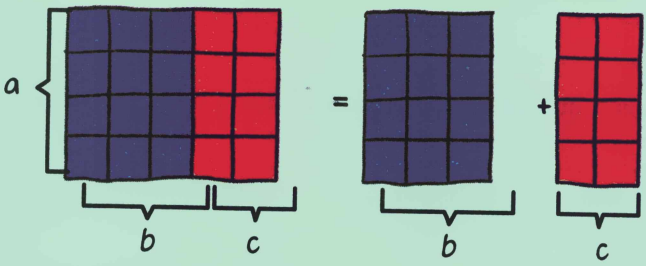
- Tính chất phân phối được sử dụng khi nhân một số với một tổng của hai hay nhiều số hạng.

Với mọi số a, b và c: $a(b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

$a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ Chúng ta đang *PHÂN PHỐI* a cho b và c.

Tính chất phân phối:

cộng tổng hai số trong ngoặc rồi nhân với số ngoài ngoặc *hoặc* nhân số ngoài ngoặc với từng số hạng trong ngoặc rồi cộng các kết quả lại với nhau.



VÍ DỤ: Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng để thực hiện phép tính: $3(6 + 8)$.

$3(6 + 8) = 3 \cdot 6 + 3 \cdot 8$ Khai triển

$= 18 + 24 = 42$ Rút gọn

TÍNH CHẤT PHÂN PHỐI CỦA PHÉP NHÂN ĐỐI VỚI PHÉP TRỪ

Khi nhân một số với một hiệu, ta nhận được kết quả như khi nhân số đó với từng số hạng của hiệu rồi thực hiện phép trừ.

Với mọi số a, b và c: $a(b - c) = (a \cdot b) - (a \cdot c)$.

Do đó, $a(b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

VÍ DỤ: Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép trừ để thực hiện phép tính: $2(10 - 7)$.

$2(10 - 7) = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 7 = 20 - 14 = 6$

- Tính chất phân phối được áp dụng khi nhân một số với nhiều số hạng (trong một nhóm có cả phép tính cộng và trừ).

Với mọi số a, b, c và d:

$$a(b + c - d) = a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d = ab + ac - ad$$

VÍ DỤ: Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân với nhiều số hạng để thực hiện phép tính: $6(2 - 1 + 5)$.

$$6(2 - 1 + 5) = 6(2) - 6(1) + 6(5)$$
$$= 12 - 6 + 30 = 36$$

Lưu ý: Tính chất phân phối không áp dụng cho phép chia.

Ví dụ:

$$a \div (b + c) \neq a \div b + a \div c$$
$$40 \div (8 + 2) \neq 40 \div 8 + 40 \div 2$$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 4, hãy cho biết tính chất đã được sử dụng.

1. $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$

2. $(a + b) + \frac{1}{2} = a + (b + \frac{1}{2})$

3. $\frac{1}{2} \cdot (5 \cdot \frac{4}{3}) = (\frac{1}{2} \cdot 5) \cdot \frac{4}{3}$

4. $0 + 5 = 5 + 0$

Từ câu 5 đến câu 6, hãy cho biết tính chất được sử dụng đúng hay sai.

5. Sử dụng tính chất kết hợp: $\frac{1}{2} \div 7 = 7 \div \frac{1}{2}$

6. Sử dụng tính chất kết hợp phép tính: $7 + 3 - 1$ có thể có các cách tính là $(10 - 3) - 1$ hoặc $10 - (3 - 1)$

Từ câu 7 đến câu 10, sử dụng tính chất phân phối để khai triển biểu thức sau đó rút gọn phép tính:

7. $2(3 + 8)$

8. $m(n) - m(12)$

9. $4(10 - 2 + 5)$

10. $x(y) - x(z) + x(3)$

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Tính chất giao hoán của phép nhân

2. Tính chất kết hợp của phép cộng

3. Tính chất kết hợp của phép nhân

4. Tính chất giao hoán của phép cộng

5. Không đúng. Tính chất giao hoán và tính chất kết hợp không áp dụng với phép chia.

6. Không đúng. Kết quả khi thực hiện khác với kết quả của phép tính đã cho.

7. $2(3) + 2(8) = 6 + 16 = 22$

8. $mn - 12m$

9. $4(10) - 4(2) + 4(5) = 40 - 8 + 20 = 52$

10. $xy - xz + 3x$

Chương 3

THỨ TỰ PHÉP TÍNH

Các nhà toán học đã thống nhất thứ tự thực hiện phép tính để hướng dẫn các bạn học sinh thực hiện các phép toán như sau:

1. Thực hiện phép tính trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau

2. Số mũ, căn và giá trị tuyệt đối được tính từ trái sang phải

3. Phép nhân và phép chia - tùy cái nào có trước, thực hiện phép tính từ trái sang phải

4. Phép cộng và phép trừ - tùy cái nào có trước, thực hiện phép tính từ trái sang phải

Bạn có thể ghi nhớ thứ tự phép tính bằng câu "Trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau. Nhân chia trước, cộng từ sau." nhưng câu này HƠI thiếu.

Lí do bởi vì bạn có thể thực hiện phép chia trước khi nhân hoặc trừ trước khi cộng, miễn là bạn thực hiện từ trái sang phải.

Ngoài ra, bởi vì câu nhớ mẹo trên không bao gồm các phép tính khác như căn và giá trị tuyệt đối, nên nó không hoàn toàn đầy đủ.

VÍ DỤ: Tính giá trị của biểu thức: $7 - 4 + 1$

$= \boxed{7 - 4} + 1$

$= 3 + 1$

$= 4$

Đầu tiên, thực hiện phép trừ hoặc cộng, bất kỳ phép tính nào có trước, thực hiện trái qua phải.

NGOẶC
MŨ
NHÂN CHIA (trái qua phải)
CỘNG TRỪ (trái qua phải)

VÍ DỤ: Tính giá trị của biểu thức: $10 - 3 \times 2$

$= 10 - \boxed{3 \times 2}$

$= 10 - 6$

$= 4$

Thực hiện phép nhân trước (nhân chia trước, cộng trừ sau)

VÍ DỤ: Tính giá trị của biểu thức: $(9 + 3) \div 1{,}5$

$= \boxed{(9 + 3)} \div 1{,}5$

$= 12 \div 1{,}5$ hoặc $\frac{12}{1{,}5}$

$= 8$

Thực hiện phép tính: trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau.

VÍ DỤ: Tính giá trị của biểu thức: $84 - 72 \div 6 \times 2 + 1$

$= 84 - \boxed{72 \div 6} \times 2 + 1$

$= 84 - \boxed{12 \times 2} + 1$

$= \boxed{84 - 24} + 1$

$= 60 + 1$

$= 61$

Lưu ý: Có một cách khác để giải bài toán này là viết dưới dạng phân số $\frac{72}{6}$

Khi trong biểu thức có cả phép chia và phép nhân, ta bắt đầu thực hiện phép tính đầu tiên trước, lần lượt từ trái qua phải.

VÍ DỤ: Đội bóng rổ của Alice ghi 8 lần 2 điểm và 4 lần 3 điểm. Đội bóng rổ của Bob ghi 10 lần 2 điểm và 2 lần 3 điểm. Hỏi tổng số điểm của đội Alice hơn tổng số điểm của đội Bob bao nhiêu?

Tổng số điểm đội Alice ghi được là:

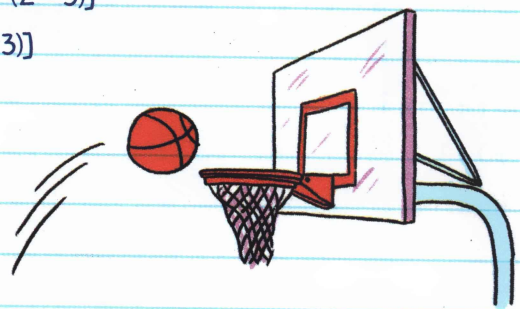
$[(8 \cdot 2) + (4 \cdot 3)]$

Tổng số điểm đội Bob ghi được là:

$[(10 \cdot 2) + (2 \cdot 3)]$

Trừ hai điểm số:

$= [(8 \cdot 2) + (4 \cdot 3)] - [(10 \cdot 2) + (2 \cdot 3)]$
$= (16 + 12) - [(10 \cdot 2) + (2 \cdot 3)]$
$= 28 - [(10 \cdot 2) + (2 \cdot 3)]$
$= 28 - (20 + 6)$
$= 28 - 26$
$= 2$



Đội của Alice ghi được nhiều hơn 2 điểm so với đội của của Bob.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 8, tính giá trị các biểu thức đã cho.

1. $9 - 12 \div 3$

2. $21 - 5 \times 3 + 7$

3. $5 \times (13 - 7) \div 2$

4. $64 - 16 \div 2$

5. $1{,}8 \div 0{,}03 - (0{,}5)(0{,}4)$

6. $8 \div 16 \times 0{,}28 - (0{,}2)(0{,}2)$

7. $\frac{7}{8} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$

8. $\frac{1}{12} - \frac{7}{6} \div \frac{5}{8} \times 1\frac{1}{2}$

9. Carl mua 3 cái bút, 4 quyển vở và 7 cái bìa. Daria mua 9 cái bút, 6 quyển vở và 5 cái bìa. Mỗi cái bút có giá 2$, mỗi quyển vở có giá 1,50$ và mỗi cái bìa có giá 2$. Hỏi Carl và Daria mua hết bao nhiêu tiền?

10. Ta thực hiện phép tính nhân trước khi thực hiện phép tính chia? Đúng hay sai?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 5

2. 13

3. 15

4. 56

5. 59,8

6. 0,1

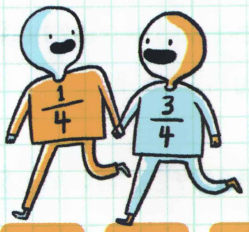
7. $\frac{11}{24}$

8. $-2\frac{43}{60}$

9. 63$

10. Sai. Ta thực hiện phép nhân hay phép chia trước dựa vào phép tính nào có trước, thực hiện từ trái qua phải.

Bài 2



Phép toán số học

Chương 4

PHÉP CỘNG SỐ NGUYÊN

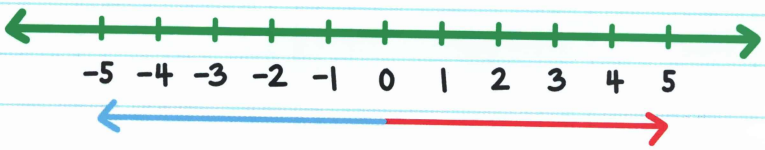
SỐ NGUYÊN DƯƠNG là số có giá trị lớn hơn 0. Số nguyên dương có thể đặt hoặc không đặt dấu "+" ở phía trước nó. Ví dụ: +2 và 2.

SỐ NGUYÊN ÂM là số có giá trị nhỏ hơn 0. Số nguyên âm có dấu "-" ở phía trước nó. Ví dụ: -6.

Có nhiều cách khác nhau để thực hiện phép cộng số nguyên..

CÁCH #1:

SỬ DỤNG TRỤC SỐ



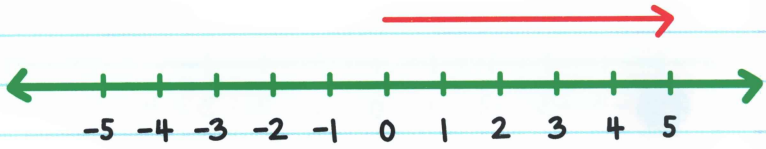
Vẽ 1 trục số, bắt đầu từ 0.

Với một số **DƯƠNG** (+) x, di chuyển x đơn vị về phía bên phải.
Với một số **ÂM** (-) y, di chuyển y đơn vị về phía bên trái.

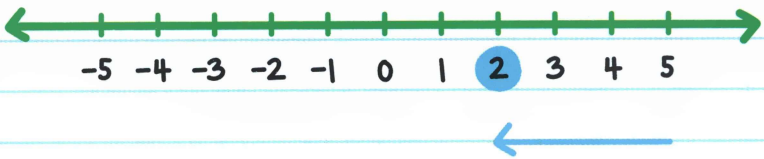
Đáp số là vị trí mà bạn kết thúc.

VÍ DỤ: Tính tổng: 5+ (-3)

1. Bắt đầu từ 0. Vì 5 là số nguyên dương, di chuyển về phía bên phải 5 đơn vị.



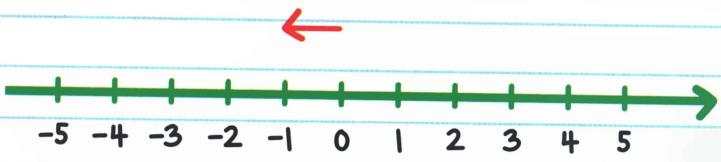
2. Bắt đầu từ nơi bạn dừng lại với số đầu tiên. Vì -3 là số nguyên âm nên ta bắt đầu từ 5 và di chuyển về phía bên trái 3 đơn vị.



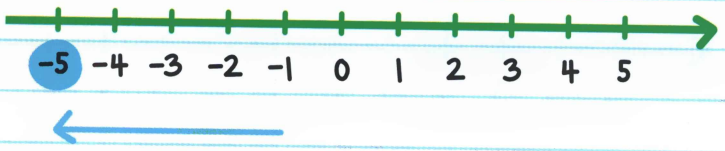
Ta dừng lại ở 2.
Tổng của 5 và (-3) là 2.

VÍ DỤ: Tính tổng: (−1) + (−4).

1. Bắt đầu từ 0. Vì −1 là số nguyên âm, nên ta di chuyển về phía bên trái 1 đơn vị.



2. Vì −4 là số nguyên âm, nên ta di chuyển về phía bên trái 4 đơn vị và bắt đầu từ −1.

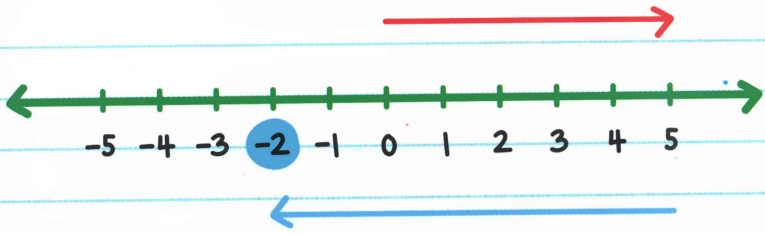


Ta dừng lại tại −5.

Tổng của −1 và −4 là −5.

VÍ DỤ: Tính tổng: 5 + (−7).

Di chuyển về phía bên phải 5 đơn vị rồi di chuyển về phía bên trái 7 đơn vị.



Ta dừng lại ở −2.

Tổng của 5 và −7 là −2.

Tổng của hai số đối nhau bằng 0.
Ví dụ: $8+(-8)=0$

CÁCH #2:

SỬ DỤNG GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Giá trị tuyệt đối của một số là khoảng cách từ số đó đến số 0 trên trục số. Giá trị luôn dương bởi khoảng cách là luôn luôn dương.

Nếu các dấu của hai số hạng trong phép cộng hai số nguyên giống nhau, nghĩa là chúng di chuyển cùng hướng trên trục số. Do đó bạn có thể cộng hai giá trị tuyệt đối với nhau và đặt dấu chung trước kết quả.

VÍ DỤ: Tính tổng: (-1) + (-4).

Cả -1 và -4 đều là số nguyên âm, nên cùng dấu

Vì vậy, ta chỉ cần cộng hai giá trị tuyệt đối với nhau và đặt dấu chung trước kết quả: -5

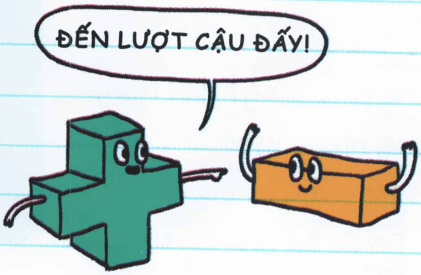
Nếu dấu của hai số hạng trong phép cộng hai số nguyên khác nhau thì chúng di chuyển theo hướng đối nhau trên trục số. Điều này có nghĩa là bạn có thể tìm hiệu giá trị tuyệt đối của hai số hạng đó. Đáp số có cùng dấu với số hạng có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

VÍ DỤ: Tính tổng: (-11) + 5.

-11 và 5 có dấu khác nhau, nên tính hiệu của giá trị tuyệt đối của -11 và giá trị tuyệt đối của 5.

$|-11| - |5| = 11 - 5 = 6$

-11 có giá trị tuyệt đối lớn hơn, nên kết quả có dấu (-): -6



VÍ DỤ: Một nhà khảo cổ học đang nghiên cứu về những tàn tích thời kỳ cổ đại. Cô ấy mang theo một cái thang để nghiên cứu một số hiện vật được tìm thấy trên mặt đất và một số được tìm thấy dưới mặt đất. Lúc đầu, nhà khảo cổ học trèo lên thang cách mặt đất 5 feet để nghiên cứu các hiện vật được tìm thấy trong một bức tường. Sau đó cô ấy leo thang khác thêm 2 feet nữa. Cuối cùng nhà khảo cổ tiếp tục leo xuống thang 11 feet. Hỏi nhà khảo cổ dừng lại ở đâu?

Đầu tiên, gán số nguyên cho các chuyển động của nhà khảo cổ học.

Leo lên 5 feet so với mặt đất: +5

Leo lên 2 feet nữa: +2

Leo xuống 11 feet: −11

Viết phép tính cho sự chuyển động của nhà khảo cổ học:

$= 5 + 2 + (-11)$

$= 7 + (-11)$

$= -4$

Nhà khảo cổ học ở độ sâu 4 feet so với mặt đất.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 7, tính tổng của các phép tính.

1. $8 + (-3)$

2. $(-7) + 3$

3. $(-6) + (-8)$

4. $(-7) + 9$

5. $(-10) + (-9)$

6. $(-5) + (-8)$

7. $9 + (-14)$

8. Một người đi bộ đường dài đang ở trong một thung lũng dưới độ sâu 50 feet dưới mực nước biển. Sau đó, cô ấy leo lên một ngọn đồi và tăng độ cao lên 300 feet. Hỏi độ cao mới của người đi bộ đường dài so với mực nước biển là bao nhiêu?

9. Một phi công tàu ngầm hiện đang ở độ sâu 75 feet dưới mực nước biển. Sau đó anh ấy lái chiếc tàu ngầm của mình xuống sâu hơn 350 feet. Hỏi độ sâu mới của anh ấy so với mực nước biển là bao nhiêu?

Đối với câu 10, hãy cho biết lời giải đúng hay sai?

10. Kris được yêu cầu tính tổng của $(-8) + 5$. Kris nói: "Bởi vì các số hạng có dấu đối nhau nên chúng ta tính hiệu giá trị tuyệt đối: $|-8| - |5| = 8 - 5 = 3$. Do đó kết quả là 3".

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 5
2. -4
3. -14
4. 2
5. -19
6. -13
7. -5
8. 250 feet so với mực nước biển
9. 425 feet so với mực nước biển
10. Sai. Bởi vì -8 có giá trị tuyệt đối lớn hơn, nên đáp số phải là số âm.

Chương 5

PHÉP TRỪ SỐ NGUYÊN

Phép trừ và phép cộng là hai phép tính ngược nhau. Để thực hiện phép trừ, ta có thể thay nó thành một phép tính cộng với **SỐ ĐỐI**.

SỐ ĐỐI
là số có tổng với số đã cho bằng 0

VÍ DỤ: Tìm hiệu: 7 – 3.

= 7 – 3
= 7 + (–3)
= 4

Thay phép trừ bằng phép cộng với số đối rồi áp dụng quy tắc cộng các số nguyên.

VÍ DỤ: Tìm hiệu: $-3 - 5$.

$= (-3) - 5$

$= (-3) + (-5)$ — Thay phép trừ thành phép cộng, rồi áp dụng quy tắc cộng các số nguyên. -5 là số đối của 5.

$= -8$

VÍ DỤ: Tìm hiệu : $-7 - (-6)$.

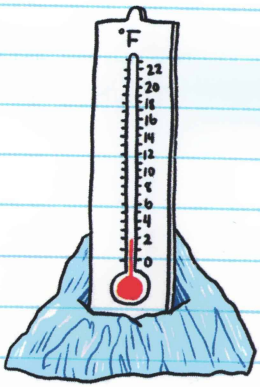
$= (-7) - (-6)$

$= (-7) + (6)$ — Thay phép trừ thành phép cộng, rồi áp dụng quy tắc cộng các số nguyên. 6 là số đối của -6.

$= -1$

VÍ DỤ: Nhiệt độ ở phía Bắc Dakota vào buổi chiều là 5°F. Vào ban đêm nhiệt độ giảm xuống 12° so với buổi chiều. Hỏi nhiệt độ vào ban đêm là bao nhiêu?

Vì nhiệt độ giảm, nên ta thực hiện phép trừ để tìm đáp án:



$= 5 - 12$

$= 5 + (-12)$

$= -7$

Vậy nhiệt độ vào ban đêm là −7°F.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 8, tìm hiệu của từng biểu thức.

1. 3 - 9

2. 5 - 7

3. (-2) - 5

4. (-10) - 4

5. 8 - (-5)

6. (-7) - (10)

7. 9 - (-20)

8. (-12) - (-15)

Từ câu 9 đến 10, giải bài toán bằng cách áp dụng phép trừ các số nguyên.

9. Sam dự tính lợi nhuận trung bình mỗi giờ tại cửa hàng của mình là 17$. Tuy nhiên, lợi nhuận thực tế trung bình mỗi giờ tại cửa hàng của anh ấy là 6$. Sai sót trong phân tích của anh ấy chênh lệch bao nhiêu?

10. Một công nhân lau cửa kính ở độ cao 110 feet so với mực nước biển. Một thợ lặn ở độ sâu 70 feet so với mực nước biển. Hỏi người công nhân và thợ lặn cách nhau bao nhiêu feet?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. -6
2. -2
3. -7
4. -14
5. 13
6. -17
7. 29
8. 3
9. Sai số là 23$.
10. Người công nhân và thợ lặn cách nhau 180 feet.

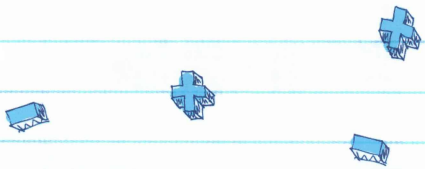
Chương 6

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA SỐ NGUYÊN

Khi nhân hoặc chia số nguyên: Đầu tiên, đếm số lượng dấu âm. Sau đó thực hiện phép nhân hoặc phép chia các thừa số.

Nếu số lượng dấu âm là **SỐ LẺ**, thì kết quả là số **ÂM**.

Số lượng dấu âm là **SỐ CHẴN**, thì kết quả là số **DƯƠNG**.



Số lượng dấu âm là số lẻ thì kết quả là số âm.

(+) x (–) = (–)

(–) ÷ (+) = (–)

Số lượng dấu âm là số lẻ thì kết quả là số âm.

Số lượng dấu âm là số chẵn, thì kết quả là số dương.

(–) x (–) = (+)

VÍ DỤ:

Ví dụ: Tính tích của 4 x (–5).

= 4 x (–5)

= –(4 x 5) Có 1 dấu âm. Vì vậy kết quả là số âm.

= –20

Tính thương số của (–91) ÷ (–7).

= (–91) ÷ (–7) Có 2 dấu âm. Vì vậy kết quả là số dương.

= (91 ÷ 7) Lấy 91 chia cho 7.

= 13

Số dư trong thẻ tín dụng của Ray giảm 14$ mỗi tháng. Số dư của anh ấy sẽ giảm đi bao nhiêu sau 9 tháng?

9 x 14

= 126 Thẻ tín dụng của Ray sẽ giảm 126$ sau 9 tháng.

Có hai dấu âm thì kết quả là số dương. $(+) \div (-) \div (-) = (+)$

$(-) \times (+) \div (-) \times (-) \times (-) \div (+) \div (-) = (-)$

Có năm dấu âm thì kết quả là số âm.

Quy tắc tương tự áp dụng khi nhân và chia trong cùng biểu thức.

VÍ DỤ:

Tính: $20 \div (-5) \times (-2)$.

$= 20 \div (-5) \times (-2)$ — Có 2 dấu âm. Vì vậy kết quả là số dương.

$= (20 \div 5 \times 2)$ — Nhân hay chia - phép tính nào có trước - từ trái sang phải. Vậy nên thực hiện phép chia trước!

$= (4 \times 2)$

$= 8$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu **1** đến câu **8**, tính các biểu thức.

1. $7 \times (-12)$

2. $(-84) \div (-12)$

3. $2 \times (-1) \times (-7)$

4. $(-5) \times (-2) \times (-3) \times (0) \times (-8)$

5. $(-42) \div (-3)$

6. $(-84) \div (-7) \div (-3)$

7. $(-80) \div (-5) \div (-2) \div (-1) \div (-4)$

8. $(-32) \div (-8) \div (-2)$

Câu **9** và **10**, giải bài toán bằng cách dùng phép nhân hoặc phép chia số nguyên.

9. Mary thả một đồng xu xuống ao. Mỗi giây, đồng xu giảm xuống 1,5 inch. Sau 8 giây nó sẽ ở cách mặt nước bao nhiêu inch?

10. Patricia chọn ngẫu nhiên một số âm. Sau đó, cô ấy nhân số âm đó với chính nó nhiều lần, tổng là 327 lần. Hỏi kết quả cuối cùng sẽ có dấu gì?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. -84

2. 7

3. 14

4. 0

5. 14

6. -4

7. -2

8. -2

9. Đồng xu nằm cách mặt nước 12 inch.

10. Kết quả là dấu âm.

Chương 7

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN SỐ

Khi thực hiện nhân và chia phân số, ta sử dụng phương pháp tương tự như khi ta nhân và chia số tự nhiên.

1. Đầu tiên, đếm số lượng dấu âm để xác định dấu của tích hoặc thương số.

2. Chuyển đổi bất kỳ hỗn số nào thành phân số không thực sự.

3. Cuối cùng, nhân hoặc chia các phân số sau khi bỏ hết dấu âm.

Khi nhân các phân số, đôi khi tử số của phân số này và mẫu số của phân số khác có ước chung.

Bạn có thể rút gọn các phân số giống như cách rút gọn các số, bằng cách chia cả tử và mẫu cho ước chung lớn nhất.

Điều này được gọi là GIẢM CHÉO hoặc RÚT GỌN CHÉO.

VÍ DỤ: Tính tích các hỗn số:

$$\left(-2\frac{2}{5}\right) \times \left(-3\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{8}{9}\right)$$

Có 3 dấu âm, nên kết quả là số âm.

$$= -\left(2\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{3} \times \frac{8}{9}\right)$$

Đổi hỗn số về phân số không thực sự.

$$= -\left(\frac{12}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{8}{9}\right)$$

$$= -\left(\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \times \frac{8}{9}\right)$$

Ước chung lớn nhất của 12 và 3 là 3: 12÷3=4 và 3÷3=1

Ước chung lớn nhất của 10 và 5 là 5: 10÷5=2 và 5÷5=1

$$= -\frac{64}{9} = -7\frac{1}{9}$$

Viết phân số không thực sự về hỗn số.

VÍ DỤ: Zoe cần $3\frac{1}{5}$ feet vải để làm một chiếc mũ chóp cao. Nếu Zoe muốn làm $2\frac{1}{2}$ chiếc mũ chóp cao thì sẽ cần bao nhiêu feet vải?

$= 3\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{2}$

Đổi hỗn số sang phân số.

$= \frac{16}{5} \times \frac{5}{2}$

$= \frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$

Ước chung lớn nhất của 16 và 2 là 2:

16÷2=8 và 2÷2=1

$= 8$

Vậy Zoe sẽ cần 8 feet vải.

PHÉP CHIA PHÂN SỐ

Khi chia phân số, viết lại bài toán chia dưới dạng bài toán nhân bằng cách tìm nghịch đảo của phân số thứ hai.

Khi một số nhân với **NGHỊCH ĐẢO** của nó thì kết quả bằng 1.

Ví dụ, nghịch đảo của 8 là $\frac{1}{8}$. Nếu bạn nhân hai số, bạn có được kết quả bằng 1.

$$\frac{8}{1} \times \frac{1}{8} = 1$$

VÍ DỤ: Tính thương số của $\frac{6}{7} \div \frac{8}{11}$.

$= \frac{6}{7} \times \frac{11}{8}$ Viết lại bài toán chia dưới dạng bài toán nhân bằng cách tìm số nghịch đảo của $\frac{8}{11}$, là $\frac{11}{8}$.

$= \frac{\cancel{6}^{3}}{7} \times \frac{11}{\cancel{8}_{4}}$ Tính tích bằng cách rút gọn chéo. Chia cả 6 và 8 cho ước chung lớn nhất là 2: 6÷2=3 và 8÷2=4

$= \frac{33}{28} = 1\frac{5}{28}$

VÍ DỤ: Trong công viên của Jay có một vài can xăng, mỗi can có thể chứa tới $5\frac{1}{4}$ lít xăng để làm nhiên liệu cho máy cắt cỏ của họ.

Nếu anh ấy có tổng $12\frac{5}{6}$ lít xăng, thì anh ấy có thể đổ đầy bao nhiêu can xăng?

$$= 12\frac{5}{6} \div 5\frac{1}{4}$$

$$= \frac{77}{6} \div \frac{21}{4}$$

$$= \frac{77}{6} \times \frac{4}{21}$$

$$= \frac{\overset{11}{\cancel{77}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{21}}}$$

$$= \frac{22}{9} = 2\frac{4}{9}$$

> Ghi nhớ, bạn muốn tìm thương số thì đầu tiên phải đổi hỗn số thành phân số không thực sự.

Vậy Jay có thể đổ đầy $2\frac{4}{9}$ can xăng.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tính tích hoặc thương của các phép tính sau.

1. $\frac{5}{8} \times \frac{14}{15}$

2. $\left(-1\frac{2}{7}\right) \times 1\frac{5}{9}$

3. $\left(-\frac{6}{11}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$

4. $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$

5. $\left(-\frac{7}{4}\right) \div 4\frac{2}{3}$

6. $(-5) \div \left(-3\frac{1}{3}\right) \div \left(-\frac{1}{8}\right)$

7. $2\frac{4}{7} \times \frac{11}{12} \div \left(-1\frac{1}{21}\right)$

Chọn phương án đúng để tìm ra kết quả.

8. $\frac{1}{3} \div \frac{6}{11}$

A. $\frac{1}{3} \times \frac{6}{11}$ **C.** $\frac{1}{3} \div \frac{11}{6}$

B. $\frac{3}{1} \times \frac{11}{6}$ **D.** $\frac{1}{3} \times \frac{11}{6}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $\frac{7}{12}$

2. -2

3. $\frac{4}{11}$

4. $\frac{5}{6}$

5. $-\frac{3}{8}$

6. -12

7. $-2\frac{1}{4}$

8. D

Chương 8

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

PHÉP CỘNG CÁC PHÂN SỐ CÓ CÙNG MẪU SỐ

Để cộng các phân số có cùng mẫu số, ta cộng các tử số với nhau và giữ nguyên mẫu số.

VÍ DỤ: Tính $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$.

$= \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

VÍ DỤ: Tính $\left(-\frac{2}{11}\right)+\left(-\frac{8}{11}\right)$.

$\left(-\frac{2}{11}\right)+\left(-\frac{8}{11}\right)$

Cả hai phân số đều là số âm, nên kết quả là số âm.

$=-\left(\frac{2}{11}+\frac{8}{11}\right)$

$=-\left(\frac{2+8}{11}\right)=-\frac{10}{11}$

VÍ DỤ: Tính $\left(-\frac{7}{9}\right)+\frac{2}{9}$.

$\left(-\frac{7}{9}\right)$ và $\frac{2}{9}$ khác dấu, nên trừ giá trị tuyệt đối của $\left(-\frac{7}{9}\right)$ và giá trị tuyệt đối của $\frac{2}{9}$:

$\left|-\frac{7}{9}\right|-\left|\frac{2}{9}\right|=\frac{7}{9}-\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$

$-\frac{7}{9}$ có giá trị tuyệt đối lớn hơn, nên kết quả là số âm:

$-\frac{5}{9}$

PHÉP TRỪ CÁC PHÂN SỐ CÓ CÙNG MẪU SỐ

Để trừ các phân số có cùng mẫu số, ta trừ các tử số với nhau và giữ nguyên mẫu số.

VÍ DỤ: Tính $\left(-\frac{5}{7}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right)$.

$\left(-\frac{5}{7}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right)$ Đổi thành phép cộng.

Sử dụng số đối $\frac{1}{7}$.

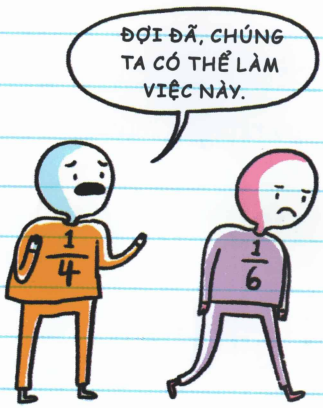
$= \left(-\frac{5}{7}\right) + \left(\frac{1}{7}\right)$

$\left|-\frac{5}{7}\right| - \left|\frac{1}{7}\right| = \frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$ Trừ các giá trị tuyệt đối.

$-\frac{4}{7}$ Có giá trị tuyệt đối lớn hơn, nên kết quả là số âm.

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ CÁC PHÂN SỐ KHÁC MẪU SỐ

Muốn cộng (hoặc trừ) các phân số khác mẫu số, ta quy đồng mẫu số, rồi cộng (hoặc trừ) các phân số đã được quy đồng mẫu số. Ta quy đồng bằng cách tìm **BỘI CHUNG NHỎ NHẤT** của các mẫu số.



VÍ DỤ: Tính $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$.

Bước 1: Tìm bội chung nhỏ nhất của hai mẫu số.

Các bội số của **5**: 5, 10, 15, **20**, 25, 30, 35, 40, 45. . .
Các bội số của **4**: 4, 8, 12, 16, **20**, 24, 28, 32, 36, 40, 44. . .

Bội chung **nhỏ nhất** của **5** và **4** là: 20.

Bước 2: Đổi các phân số thành các phân số tương ứng.

Hỏi 5 lần số nào bằng 20? 4.

Nhân cả tử số và mẫu số với 4 để được phân số tương đương.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$$

Hỏi 4 lần số nào bằng 20? 5.

Nhân cả tử số và mẫu số với 5 để được phân số tương đương.

$$\frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$$

Bước 3: Đặt phép cộng các phân số rồi tính.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$$

VÍ DỤ: Tính $\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$.

Bước 1: Tìm bội chúng nhỏ nhất của hai mẫu số.

Các bội số của 4: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28. . .
Các bội số của 6: 6, **12**, 18, **24**, 30. . .

Bội chung nhỏ nhất của 4 và 6 là: 12.

Bước 2: Đổi các phân số thành các phân số tương ứng.

$$\frac{1\times3}{4\times3}=\frac{3}{12} \quad \text{và} \quad \frac{5\times2}{6\times2}=\frac{10}{12}$$

Bước 3: Đặt phép trừ các phân số rồi tính.

$$=\frac{3}{12}-\frac{10}{12}$$

$$=\frac{3}{12}+\left(-\frac{10}{12}\right)$$

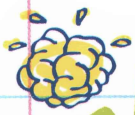
Đổi phép trừ thành phép cộng.
$\frac{10}{12}$ là số đối của $-\frac{10}{12}$

$$\left|-\frac{10}{12}\right|-\left|\frac{3}{12}\right|=\frac{10}{12}-\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$$

Trừ các giá trị tuyệt đối.

$-\frac{10}{12}$ có giá trị tuyệt đối lớn hơn, nên kết quả cũng là số âm:

$$-\frac{7}{12}$$



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tính. Rút gọn kết quả nếu cần.

1. $\frac{7}{10} + \frac{5}{10}$

2. $\frac{5}{12} - \frac{7}{12}$

3. $-\frac{6}{7} + \left(-\frac{4}{7}\right)$

4. $-\frac{5}{8} + \frac{2}{3}$

5. $-3 - \left(-\frac{5}{6}\right)$

6. $4\frac{1}{8} - 2\frac{5}{8}$

7. $1\frac{3}{5} - \left(-7\frac{4}{5}\right)$

8. $2\frac{1}{4} - \left(-3\frac{1}{6}\right)$

9. $-14\frac{1}{2} + \left(-2\frac{4}{5}\right)$

10. May Ling có $9\frac{1}{4}$ thanh sô cô la. Cô ấy đưa cho Ahmad $2\frac{3}{5}$ thanh sô cô la của cô ấy. Hỏi May Ling còn bao nhiêu thanh sô cô la?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $1\frac{1}{5}$

2. $-\frac{1}{6}$

3. $-1\frac{3}{7}$

4. $\frac{1}{24}$

5. $-2\frac{1}{6}$

6. $1\frac{1}{2}$

7. $9\frac{2}{5}$

8. $5\frac{5}{12}$

9. $-17\frac{3}{10}$

10. May Ling còn $6\frac{13}{20}$ thanh sô cô la.

Chương 9

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ SỐ THẬP PHÂN

Để cộng hoặc trừ các số thập phân, ta có thể viết số hạng này dưới số hạng kia sao cho các số thẳng theo cột dọc với nhau. Đặt dấu phẩy thập phân của các chữ số thẳng nhau. Tiếp theo, cộng hoặc trừ giống như cách bạn cộng hoặc trừ các số nguyên. Cuối cùng, viết dấu thập phân trong tổng hoặc hiệu.

VÍ DỤ: Tính tổng của 1,2 + 73,65.

$$\begin{array}{r} 1{,}2 \\ +\,73{,}65 \\ \hline 74{,}85 \end{array}$$

Viết phép tính theo cột dọc sao cho các chữ số cùng hàng giá trị thẳng cột với nhau.

VÍ DỤ: Tính tổng của 56,09 + 7,8.

$$\begin{array}{r} 56,09 \\ +\ 7,80 \\ \hline 63,89 \end{array}$$

Viết phép tính theo cột dọc sao cho các chữ số cùng hàng giá trị thẳng cột với nhau.

Chú ý: Có thể viết 7,8 thành 7,80.

Khi cộng một số tự nhiên với một số thập phân, hãy thêm dấu thập phân vào bên phải của số tự nhiên.

VÍ DỤ: Tính tổng của 8 + 1,45.

Viết lại 8 bằng 8,00 sao cho có cùng số lượng chữ số sau dấu thập phân tương đương 1,45.

$$\begin{array}{r} 8,00 \\ +1,45 \\ \hline 9,45 \end{array}$$

PHÉP CỘNG CÁC SỐ THẬP PHÂN KHÁC DẤU

Để cộng các số thập phân khác dấu, ta trừ giá trị tuyệt đối của các số. Dấu của đáp số là dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

VÍ DỤ: Tính tổng của -9,81 + 3,27.

-9,81 và 3,27 khác dấu. Nên trừ giá trị tuyệt đối của chúng.

$|-9{,}81| - |3{,}27| = 9{,}81 - 3{,}27$

Viết biểu thức theo cột dọc để căn chỉnh vị trí giá trị của các chữ số.

$$\begin{array}{r} 9{,}81 \\ -\ 3{,}27 \\ \hline 6{,}54 \end{array}$$

-9,81 có giá trị tuyệt đối lớn hơn, vì vậy kết quả là số âm: -6,54

PHÉP TRỪ CÁC SỐ THẬP PHÂN KHÁC DẤU

Căn thẳng các dấu thập phân của các số cho đúng trước khi trừ. Nhớ viết dấu thập phân trong câu trả lời.

VÍ DỤ: Tính hiệu: 8,01 – 5,4.

$$\begin{array}{r} 8{,}01 \\ -\ 5{,}40 \\ \hline 2{,}61 \end{array}$$

Viết phép tính theo cột dọc sao cho các chữ số cùng hàng giá trị thẳng cột với nhau.

8,01 có giá trị tuyệt đối lớn hơn, vậy kết quả là số dương: 2,61

VÍ DỤ: Tính hiệu: −0,379 – 10,5.

$= -0{,}379 - 10{,}5$

$= -0{,}379 + (-10{,}5)$

Đổi phép trừ thành phép cộng. −10,5 là số đối của 10,5

Cộng giá trị tuyệt đối của cả hai số:

$|-0{,}379| + |-10{,}5| = 0{,}379 + 10{,}5$

Cả hai số là số âm, nên kết quả cũng là số âm: −10,879

VÍ DỤ: Một nhà khoa học đun sôi chất lỏng đến 142,07°F. Sau đó, nhà khoa học đặt chất lỏng vào một tủ đông, nơi nhiệt độ của chất lỏng giảm 268,3 độ. Hỏi nhiệt độ cuối cùng của chất lỏng là bao nhiêu?

Nhiệt độ của chất lỏng giảm, nên thực hiện phép tính trừ:
142,07 – 268,3

Sắp xếp theo cột dọc và căn chỉnh dấu thập phân:

$$\begin{array}{r} 268{,}30 \\ -142{,}07 \\ \hline 126{,}23 \end{array}$$

-268,3 có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

Vậy nên kết quả là số âm: -126,23 độ.

Nhiệt độ cuối cùng của chất lỏng là -126,23°F.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 9, tính giá trị của biểu thức.

1. $9,6 + (-1,5)$

2. $7,1 + (-5,9)$

3. $-3,4 - 1,6$

4. $-7,3 - 3,9$

5. $3,1 - (-0,4)$

6. $0,15 - (-41,7)$

7. $-1,67 - (-5,9)$

8. $-5 + 0,07 + (-3,1)$

9. $-3,1 - (-8,67) + (-1,05)$

10. Luis được yêu cầu tính biểu thức: $-2,53 - (-1,26)$.

Bài giải của bạn ấy có các bước sau:

Bước 1: $= -2,53 + (1,26)$

Bước 2:
$$\begin{array}{r} 2,53 \\ +1,26 \\ \hline 3,79 \end{array}$$

Bước 3: $-2,53$ có giá trị tuyệt đối lớn hơn, nên kết quả cũng là số âm: $-3,79$

Tuy nhiên, Luis đã mắc một lỗi sai trong bài giải của bạn ấy.

Bạn ấy đã làm sai bước nào? Luis nên làm gì sau khi tìm được lỗi sai?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 8,1

2. 1,2

3. -5

4. -11,2

5. 3,5

6. 41,85

7. 4,23

8. -8,03

9. 4,52

10. Luis đã làm sai ở bước thứ 2. Bởi vì các số khác dấu, Luis nên thực hiện phép trừ, chứ không phải phép cộng.

Chương 10

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA SỐ THẬP PHÂN

PHÉP NHÂN SỐ THẬP PHÂN

Muốn nhân một số thập phân với một số thập phân, khi đặt cột dọc, bạn không cần phải căn chỉnh đúng vị trí giá trị tương ứng của các số thập phân.

Các bước nhân các số thập phân:

1. Đếm số lượng dấu âm để xác định dấu của tích.

2. Nhân các số thập phân giống như nhân các số tự nhiên. Nói cách khác, không quan tâm đến dấu thập phân.

3. Đặt dấu thập phân ở tích: Số lượng chữ số thập phân trong câu trả lời là tổng số chữ số thập phân trong hai thừa số ban đầu.

VÍ DỤ: Tính tích của biểu thức sau: 5,32 × 1,4.

Bước 1: Bởi vì không có dấu âm, nên kết quả là số dương.

Bước 2: Nhân các số sau khi bỏ hết dấu thập phân.

$$\begin{array}{r} 532 \\ \times\ 14 \\ \hline 2128 \\ 5320 \\ \hline 7448 \end{array}$$

Bước 3: Xác định vị trí để đặt dấu thập phân ở đáp án.

Bởi vì 5,32 có 2 chữ số phía bên phải dấu thập phân và 1,4 có 1 chữ số phía bên phải dấu thập phân, nên tổng có 3 chữ số bên phải số thập phân.

Vậy kết quả là: 7,448

VÍ DỤ: Tính tích của biểu thức sau: 3,120 × (−0,5).

Bước 1: Bởi vì có một dấu âm, nên kết quả là số âm.

Bước 2: Nhân các số sau khi bỏ hết dấu thập phân:

$$\begin{array}{r} 3120 \\ \times \quad 5 \\ \hline 15600 \end{array}$$

Bước 3: Xác định vị trí để đặt dấu thập phân ở kết quả.

Tổng số lượng chữ số thập phân của hai thừa số ban đầu là 4 nên tích là −1,5600.

Nếu có các số 0 ở cuối, hãy giữ chúng khi thực hiện phép nhân, nhưng khi viết kết quả cuối cùng thì lược bỏ số 0:

−1,5600 có 4 chữ số thập phân, nhưng có thể được viết là −1,56.

PHÉP CHIA SỐ THẬP PHÂN

Muốn chia một số thập phân với một số thập phân, hãy biến chúng thành số nguyên.

Các bước để chia số thập phân:

1. Đếm số lượng các dấu âm để xác định dấu của thương số.

2. Nhân cả số bị chia và số chia với cùng một lũy thừa của 10 (số lần nhân với 10) cho đến khi cả hai đều trở thành số nguyên.

3. Chia hai số nguyên để tìm kết quả.

SỐ BỊ CHIA là số đang được chia ra thành các phần. **SỐ CHIA** là số phần. Câu trả lời cho một bài toán chia được gọi là **THƯƠNG SỐ**.

Số bị chia ÷ Số chia = Thương số

hoặc

số bị chia	số chia
	thương

VÍ DỤ: Tính thương của 2,8 ÷ 0,7.

Bước 1: Bởi vì không có dấu âm, nên kết quả là số dương.

Bước 2: Nhân cả số bị chia 2,8 và số chia 0,7 với 10, để chúng trở thành số nguyên.

2,8 × 10 = 28 và 0,7 × 10 = 7

2,8 ÷ 0,7 = 28 ÷ 7

Bước 3: Chia các số: 28 ÷ 7 = 4

VÍ DỤ: Tính thương của (-6,912) ÷ 0,03.

Bước 1: Bởi vì có 1 dấu âm nên kết quả là số âm

Bước 2: Nhân cả số chia và số bị chia với 1000, để chúng trở thành số nguyên: 6912 và 30.

Bước 3: Chia

= -(6912 ÷ 30)

= -230,4

VÍ DỤ: Amina đạp xe được 32,64 dặm trong 2,4 giờ. Hỏi trung bình mỗi giờ Amina đi được bao nhiêu dặm?

Bước 1: Bởi vì không có dấu âm, nên kết quả là số dương.

Bước 2: Nhân cả số chia và số bị chia với 100, để chúng trở thành các số nguyên.

$32,64 \times 100 = 3264$ và $2,4 \times 100 = 240$

$32,64 \div 2,4 = 3264 \div 240$

Bước 3: Chia

$3264 \div 240 = 13,6$

Vậy Anima đạp xe được 13,6 dặm mỗi giờ.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 8, tính giá trị của các biểu thức.

1. $7 \times (-3,2)$

2. $-8,3 \times 1,02$

3. $(-0,3) \times (-1,07)$

4. $(-37,8) \div 9$

5. $(-235,6) \div 0,04$

6. $(-32,04) \div (-0,6)$

7. $(-0,0168) \div 0,00007$

8. $-1,2 \times 0,8 \div (-0,03)$

9. Một máy bơm bơm được 2,1 lít nước trong 1,6 phút. Hỏi máy bơm bơm được bao nhiêu lít nước mỗi phút?

10. Sandy đi bộ 19,7 dặm trong 4,5 giờ. Hỏi cô ấy đi được bao nhiêu dặm mỗi giờ?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. -22,4
2. -8,466
3. 0,321
4. -4,2
5. -5,890
6. 53,4
7. -240
8. 32
9. Máy bơm được 1,312.5 lít nước mỗi phút.
10. Sandy đi bộ 4,26 dặm mỗi giờ.

Bài 3

Tỉ lệ, Tỉ lệ thức, Phần trăm

Chương 11

TỈ LỆ

TỈ LỆ là sự so sánh của hai hay nhiều đại lượng. Ví dụ: bạn có thể sử dụng tỉ lệ để so sánh số lượng đậu xanh với số lượng đậu đỏ. Tỉ lệ có thể được viết theo nhiều cách khác nhau.

Tỉ lệ 5 hạt đậu xanh và 4 hạt đậu đỏ có thể được viết:

5 trên 4 hoặc 5:4 hoặc $\frac{5}{4}$

Khi so sánh nhóm a với nhóm b, ta viết theo tỉ lệ là:

a trên b hoặc $a:b$ hoặc $\frac{a}{b}$

> Chúng ta có thể đặt a đại diện cho đại lượng thứ nhất, b đại diện cho đại lượng thứ hai.

VÍ DỤ: Có mười ba học sinh đã tham gia các câu lạc bộ ngoại khóa vào tháng Chín. Trong đó có tám học sinh tham gia câu lạc bộ kịch và năm học sinh tham gia câu lạc bộ cờ vua. Hỏi tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ kịch so với học sinh tham gia câu lạc bộ cờ vua là bao nhiêu?

8 trên 5 hoặc 8:5 hoặc $\frac{8}{5}$

Có một cách nói khác là: "Cứ 8 học sinh tham gia câu lạc bộ kịch thì có 5 học sinh tham gia câu lạc cờ vua."

Tỉ lệ học sinh tham gia câu lạc bộ cờ vua trên tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ là bao nhiêu?

5 trên 13 hoặc 5:13 hoặc $\frac{5}{13}$

Học sinh tham gia câu lạc bộ cờ vua.

Tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ.

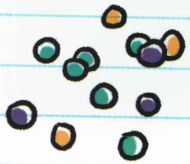
CLB kịch

CLB cờ vua

RÚT GỌN TỈ LỆ

Ta có thể rút gọn tỉ lệ giống như rút gọn phân số.

VÍ DỤ: Janelle làm một chiếc nhẫn đính hạt. Cô ấy sử dụng tổng cộng 12 hạt. Trong số 12 hạt có 3 hạt màu tím và 6 hạt màu xanh lá cây. Hỏi tỉ lệ hạt màu tím so với hạt màu xanh lá cây là bao nhiêu? Và tỉ lệ hạt màu xanh lá cây trên tổng số hạt được sử dụng là bao nhiêu?



Tỉ lệ hạt màu tím và hạt màu xanh lá cây được viết dưới dạng phân số là $\frac{3}{6}$. Có thể được rút gọn thành $\frac{1}{2}$.

Vậy cứ 1 hạt màu tím thì có 2 hạt màu xanh lá cây.

Tỉ lệ hạt màu xanh lá cây trên tổng số hạt được sử dụng là $\frac{6}{12}$. Có thể được rút gọn thành $\frac{1}{2}$.

Vậy, cứ 2 hạt được sử dụng thì có 1 hạt màu xanh lá cây.

TỈ LỆ TƯƠNG ĐƯƠNG

TỈ LỆ TƯƠNG ĐƯƠNG là tỉ lệ có cùng giá trị. Ta có thể nhân hoặc chia cả *a* và *b* với bất kì giá trị nào (khác 0), mà tỉ lệ giữa *a* với *b* không đổi (tương đương).

Ví dụ: Tỉ lệ tương đương với 3:5 gồm:

6:10	18:30	120:200
$(3 \times 2 : 5 \times 2)$	$(3 \times 6 : 5 \times 6)$	$(3 \times 40 : 5 \times 40)$

VÍ DỤ: Tìm các tỉ lệ tương đương với $\frac{18}{24}$.

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 2}{24 \div 2} = \frac{9}{12}$$

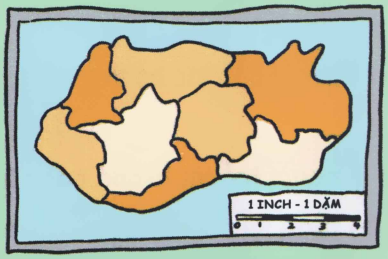
$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 3}{24 \div 3} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}$$

} tỉ lệ thức

$\frac{18}{24}$ tương đương với $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{4}$, và nhiều tỉ lệ khác.

Ta thường sử dụng tỉ lệ xích để vẽ bản đồ, một bản vẽ tương đương với một đối tượng (vật thể) hoặc địa điểm nhưng lớn hơn hoặc nhỏ hơn.



Chú thích trong bản đồ thể hiện tỉ lệ giữa bản đồ với thực tế.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 5, hãy viết tỉ lệ dưới dạng phân số. Và rút gọn khi có thể.

1. 2:4

2. 3:5

3. 8 trên 64

4. 5 trên 30

5. Cứ 100 chai nước thì có 25 chai có hương vị trái cây. So sánh số chai nước có hương vị trái cây với tất cả các chai nước?

Đối với các câu hỏi từ 6 đến 8, hãy viết tỉ lệ dưới dạng a:b để giải các bài toán. Và rút gọn khi có thể.

6. Trong một câu lạc bộ lập trình, cứ 8 nam sinh thì có 10 nữ sinh.

7. Tỉ lệ người trả lời tất cả các câu hỏi trong một cuộc khảo sát trên tổng số những người đã thực hiện cuộc khảo sát là $\frac{35}{50}$.

8. Jeffrey đã mua mặt nạ cho buổi gây quỹ của câu lạc bộ kịch. Anh ấy mua 10 chiếc mặt nạ màu xanh dương, 8 chiếc mặt nạ màu đỏ và 12 chiếc mặt nạ màu trắng. Tỉ lệ mặt nạ trắng trên tổng số mặt nạ đã mua là bao nhiêu? Và rút gọn khi có thể.

9. Viết ba tỉ lệ tương đương với 14:21.

10. Viết ba tỉ lệ tương đương với 1:5.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{3}{5}$

3. $\frac{1}{8}$

4. $\frac{1}{6}$

5. $\frac{1}{4}$

6. 8:10; rút gọn: 4:5

7. 35:50; rút gọn: 7:10

8. 12:30; rút gọn: 2:5

9. Các tỉ lệ tương đương: 1:1,5; 2:3; 28:42

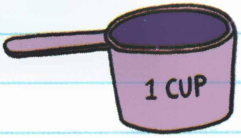
10. Các tỉ lệ tương đương: 2:10; 3:15; 4:20

Chương 12

TỈ SUẤT

TỈ SUẤT là một dạng tỉ lệ đặc biệt, là tỉ lệ của hai đại lượng có đơn vị đo khác nhau. Ví dụ, bạn có thể sử dụng tỉ suất để so sánh 3 cốc nước với 2 muỗng canh. Cốc và muỗng canh là hai đơn vị đo khác nhau.

1 muỗng canh



Tỉ suất: Đơn vị khác nhau

TỈ SUẤT là một tỉ suất có 1 làm mẫu số. Để tìm tỉ suất, hãy thiết lập tỉ lệ dưới dạng phân số rồi chia tử số cho mẫu số.

Tỉ suất so sánh một đại lượng với một đơn vị.

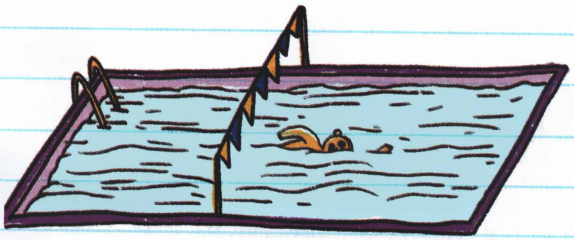
VÍ DỤ: Jackson bơi được $\frac{1}{2}$ dặm mỗi $\frac{1}{3}$ giờ. Hỏi tốc độ bơi của Jackson là bao nhiêu?

Điều này có nghĩa là Jackson bơi bao nhiêu dặm mỗi giờ?

$\frac{1}{2}$ dặm : $\frac{1}{3}$ giờ = $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = \frac{1{,}5}{1}$

$= 1\frac{1}{2}$ dặm mỗi giờ

Jackson bơi với tốc độ $1\frac{1}{2}$ dặm mỗi giờ.



VÍ DỤ: Một ô tô có thể đi 300 dặm tốn 15 lít xăng.
Hỏi tỉ suất trên 1 lít xăng là bao nhiêu?

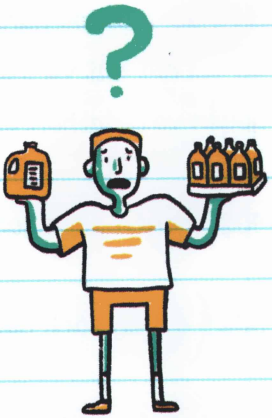
chia

300 dặm : 15 lít = $\frac{\cancel{300}\text{ dặm}}{\cancel{15}\text{ lít}} = \frac{20}{1} = 20$ dặm trên 1 lít xăng.

Tỉ suất là 20 dặm trên 1 lít xăng.

Nghĩa là xe đi được 20 dặm với 1 lít xăng.

ĐƠN GIÁ



Khi tỉ suất mô tả một mức giá, nó được gọi là **ĐƠN GIÁ**. Đơn giá có thể được sử dụng để so sánh giá trị giữa các đại lượng khác nhau.

Muốn tính đơn giá, đặt giá tiền làm tử số, chia tử số cho mẫu số.

VÍ DỤ: Ana mua 3 chai nước táo với tổng số tiền 2,70$. Hỏi giá của mỗi chai là bao nhiêu?

2,70$: 3 chai hoặc $\frac{2,70\$}{3} = 0,90\$$

Đơn giá

Vậy đơn giá là 0,90$ mỗi chai.

VÍ DỤ: Một cửa hàng ở trường học bán các tập vở gồm 8 quyển vở với giá 40$ và 5 quyển vở với giá 30$. Alexa nói rằng tập 5 quyển vở có lợi hơn. Cô ấy nói có chính xác không? Hãy giải thích.

40$:8 quyển sách hoặc $\frac{40}{8} = 5\$$

30$:5 quyển sách hoặc $\frac{30}{5} = 6\$$

Giá thấp hơn hơn

Đơn giá

So sánh đơn giá: $5\$ < 6\$$

Vậy Alexa không chính xác. Giá có lợi hơn là 8 quyển vở với đơn giá 5$ mỗi quyển.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 8, hãy tìm tỉ suất hoặc đơn giá.

1. Andrew bơm 66 lít xăng trong 11 phút.

2. Eric bơi được 150 thước trong 3 phút.

3. Đội làm bữa trưa cứ 4 phút thì phục vụ được 24 suất ăn.

4. Andrea thực hiện 250 động tác bật nhảy trong 5 phút.

5. Phải trả 3,20$ để mua 8 thước ren.

6. Một vận động viên đã chạy 50 dặm trong 12 giờ tại cuộc thi marathon mở rộng.

7. Abdul trả 44,40$ cho 12 lít xăng.

8. 7 vé xem có giá 42,70$.

9. Thỏa thuận nào tốt hơn: trả 42,67$ cho 7 vé xem hoặc trả 63,18$ cho 9 vé xem?

10. Giải pháp nào tốt hơn: 20 quả bóng đá với giá 70$ hoặc 50 quả bóng đá với giá 157$?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 6 lít mỗi phút

2. 50 thước mỗi phút

3. 6 suất ăn mỗi phút

4. 50 động tác bật nhảy mỗi phút

5. 0,40$ cho mỗi thước ren

6. $4\frac{1}{6}$ dặm mỗi giờ

7. 3,70$ mỗi lít

8. 6,10$ mỗi vé

9. Đơn giá: 7 vé = 6,10$ mỗi chiếc và 9 vé = 7,02$ mỗi chiếc. Thỏa thuận tốt hơn là 7 vé với giá 42,67$.

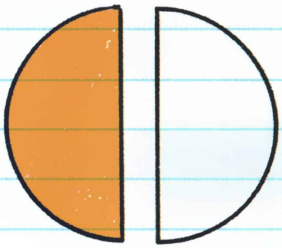
10. Đơn giá: 20 quả bóng = 3,50$ mỗi quả và 50 quả bóng = 3,14$ mỗi quả. Thỏa thuận tốt hơn là 50 quả bóng với giá 157$.

Chương 13

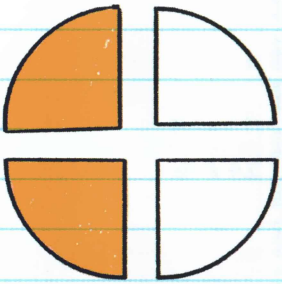
TỈ LỆ THỨC

TỈ LỆ THỨC là một phương trình biểu diễn hai tỉ lệ bằng nhau.

Ví dụ, nếu ai đó chia một hình tròn thành 2 phần bằng nhau và tô màu cho 1 phần, thì tỉ lệ các phần được tô màu trên tổng số phần là $\frac{1}{2}$.



Số $\frac{1}{2}$ là tỉ lệ tương đương nếu người đó chia hình tròn thành 4 phần bằng nhau và tô màu 2 phần.



$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

Khi viết một tỉ lệ thức, có thể sử dụng phân số hoặc dấu hai chấm.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ hoặc $1:2 = 2:4$

Hai tỉ lệ tạo thành một tỉ lệ thức được gọi là **PHÂN SỐ TƯƠNG ĐƯƠNG.**

Ta có thể kiểm tra xem hai tỉ lệ có tạo thành một tỉ lệ thức hay không bằng cách tính TÍCH CHÉO hay NHÂN CHÉO. Để tìm các tích chéo, ta đặt hai tỉ số cạnh nhau, sau đó nhân theo đường chéo. Nếu cả hai tích bằng nhau thì hai tỉ lệ bằng nhau và lập thành tỉ lệ thức.

$2 \times 12 = 24$ $3 \times 8 = 24$

Bởi vì các tích chéo bằng nhau, $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, nên các tỉ lệ lập thành tỉ lệ thức.

VÍ DỤ: Các tỉ lệ $\frac{3}{4}$ và $\frac{4}{8}$ có lập thành tỉ lệ thức không?

$3 \times 8 = 24$

$4 \times 4 = 16$

$24 \neq 16$

Vì các tích chéo không bằng nhau $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{8}$ nên không lập thành một tỉ lệ thức.

TÌM MỘT ĐẠI LƯỢNG CHƯA BIẾT

Bạn cũng có thể sử dụng một tỉ lệ thức để tìm một đại lượng chưa biết.

Ví dụ: Bạn đang pha nước chanh, và công thức cho biết khi vắt một quả chanh cần có 4 cốc nước. Vậy nếu có 3 quả chanh, bạn cần bao nhiêu cốc nước?

Bước 1: Thiết lập tỉ lệ:

$$\frac{\text{4 cốc nước}}{\text{1 quả chanh}}$$

Bước 2: Thiết lập tỉ lệ để tìm cái bạn chưa biết. Gọi x là đại lượng chưa biết.

$$\frac{x \text{ cốc nước}}{\text{3 quả chanh}}$$

Bước 3: Thiết lập tỉ lệ thức bằng cách đặt các tỉ lệ bằng nhau.

$$\frac{\text{4 cốc nước}}{\text{1 quả chanh}} = \frac{x \text{ cốc nước}}{\text{3 quả chanh}}$$

Các đơn vị trong tử số và mẫu số khớp nhau.

Bước 4: Sử dụng các tích chéo để tìm giá trị của đại lượng chưa biết.

$\frac{4}{1} = \frac{x}{3}$

$1 \cdot x = 4 \cdot 3$

$1 \cdot x = 12$ Chia cả hai vế cho 1 để tìm x.

$x = 12$ Đại lượng chưa biết là 12.

Bạn cần 12 cốc nước cho 3 quả chanh.

VÍ DỤ: Giải: $\frac{3}{4} = \frac{x}{12}$.

$3 \cdot 12 = 4 \cdot x$ Nhân chéo.

$36 = 4x$ Chia cả hai vế cho 4 để tìm x.

$x = 9$ Đại lượng chưa biết là 9.

Tỉ lệ thức là: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

TỈ LỆ THỨC KHÔNG ĐỔI

Đôi khi một tỉ lệ vẫn giữ nguyên, ngay cả trong các trường hợp khác nhau. Ví dụ, James chạy $\frac{1}{2}$ dặm và sau đó anh ấy uống 1 cốc nước. Nếu James chạy 1 dặm, anh ấy cần 2 cốc nước. Tỉ lệ thức vẫn giữ nguyên. Tỉ lệ thức này được gọi là TỈ LỆ THỨC KHÔNG ĐỔI hoặc BIẾN KHÔNG ĐỔI và có liên quan chặt chẽ với tỉ suất hoặc đơn giá.

VÍ DỤ: Nguyên bơi theo vòng trong bể bơi. Bảng sau cho biết thời gian anh ấy bơi và hoàn thành bao nhiêu vòng. Hỏi Nguyên bơi bao nhiêu phút mỗi vòng?

Tổng số phút bơi	18	30
Tổng số vòng	3	5

Bước 1: Thiết lập tỉ lệ thức.

$$\frac{18 \text{ phút}}{3 \text{ vòng}} = \frac{x \text{ phút}}{1 \text{ vòng}} \text{ hoặc } \frac{30 \text{ phút}}{5 \text{ vòng}} = \frac{x \text{ phút}}{1 \text{ vòng}}$$

Bước 2: Nhân chéo để tìm x.

$18 \text{ phút} = 3x$ hoặc $30 \text{ phút} = 5x$

$x = 6$ $x = 6$

Nguyên bơi 6 phút mỗi vòng.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 4, hãy cho biết mỗi cặp tỉ lệ sau đây có tạo thành một tỉ lệ thức hay không. Giải thích bằng cách sử dụng các tích chéo.

1. $\frac{3}{4}$ và $\frac{6}{12}$

2. $\frac{4}{5}$ và $\frac{12}{20}$

3. $\frac{2}{3}$ và $\frac{4}{6}$

4. $\frac{1}{9}$ và $\frac{4}{36}$

Đối với các câu hỏi từ 5 đến 8, tìm ẩn số.

5. $\frac{2}{8} = \frac{6}{x}$

6. $\frac{5}{20} = \frac{x}{25}$

7. $\frac{1}{x} = \frac{7}{35}$

8. $\frac{x}{5} = \frac{16}{40}$

9. Greg mất 16 phút để tỉa 6 bụi hồng. Với tốc độ đó, anh ấy sẽ mất bao nhiêu phút để tỉa được 30 bụi hoa hồng?

10. Tuyết rơi dày 4 inch trong 15 giờ. Với tốc độ này, tuyết sẽ rơi bao nhiêu inch trong 25 giờ nữa?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Không, bởi vì $\frac{3}{4} \times \frac{6}{12}$

$3 \times 12 = 36$

$6 \times 4 = 24$

$36 \neq 24$

2. Không, bởi vì $\frac{4}{5} \times \frac{12}{20}$

$4 \times 20 = 80$

$12 \times 5 = 60$

$80 \neq 60$

3. Có, bởi vì $\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}$

$2 \times 6 = 12$

$4 \times 3 = 12$

$12 = 12$

4. Có, bởi vì $\frac{1}{9} \times \frac{4}{36}$

$1 \times 36 = 36$

$4 \times 9 = 36$

$36 = 36$

5. $x = 24$

6. $x = 6{,}25$

7. $x = 5$

8. $x = 2$

9. 80 phút

10. Xấp xỉ 6,7 inch

Chương 14

PHẦN TRĂM

PHẦN TRĂM có nghĩa là "trên một trăm". Phần trăm (%) là tỉ lệ hoặc so sánh của một đại lượng với 100.

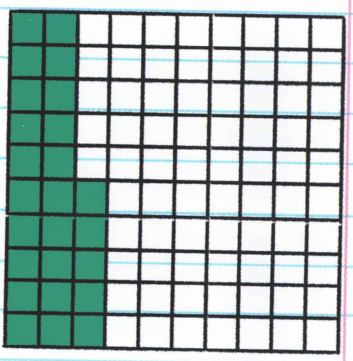
Hãy nghĩ về đơn vị "xu":
Có 100 xu bằng một đô la.

Ví dụ: 25% có nghĩa là 25 trên một trăm và có thể được viết là $\frac{25}{100}$ hoặc 0,25.

100 là toàn bộ, và phần trăm là một phần của tổng thể.

$$\frac{\text{một phần}}{\text{toàn phần}} = \frac{x}{100} = x\%$$

x trên một trăm



Có 100 ô trong hộp này và 25 ô được tô màu. Vậy 25% ô trong hộp được tô màu!

Hầu hết các tỉ lệ phần trăm chúng ta gặp phải đều nhỏ hơn 1, chẳng hạn như 25%. Tuy nhiên, tỉ lệ phần trăm cũng có thể lớn hơn 1, chẳng hạn như 125%.

Để đổi phần trăm thành phân số:

Viết số phần trăm ở tử số và 100 ở mẫu số. Sau đó rút gọn.

$7\% = \frac{7}{100}$ $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

Để đổi phân số thành phần trăm:

Bước 1: Chia tử số cho mẫu số.

$\frac{12}{100} = 0{,}12$

Bước 2: Nhân với 100. Viết dấu % vào phía sau.

$0{,}12 \times 100 = 12\%$

Khi nhân một số thập phân với 100, di chuyển dấu thập phân sang phải hai chữ số.

Một ví dụ khác: $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$

Đây là một tỉ lệ thức.

Để đổi phần trăm thành số thập phân:

Bỏ dấu % và chia cho 100.

Ví dụ: $45\% = \frac{45}{100} = 0{,}45$ $4{,}5\% = \frac{4{,}5}{100} = 0{,}045$

> Khi chia một số thập phân cho 100, hãy di chuyển dấu thập phân sang trái hai chữ số.

VÍ DỤ: Ba trong số năm trò chơi trong bộ sưu tập trò chơi điện tử của Lin là trò chơi thể thao. Hỏi bao nhiêu phần trăm của bộ sưu tập trò chơi là thể thao?

$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0{,}6$

Chuyển dấu thập phân sang bên phải hai chữ số và thêm dấu phần trăm vào phía sau.

$0{,}6 = 60\%$

Thể thao chiếm 60% bộ sưu tập trò chơi điện tử của Lin.

CÁCH TÍNH PHẦN TRĂM

Để tính phần trăm của một số, trước tiên hãy chuyển phần trăm thành phân số hoặc số thập phân rồi nhân.

Tìm 50% của 40:

$\frac{5}{10} \cdot 40 = 20$ hoặc $0{,}5 \cdot 40 = 20$

Tìm 10% của 65:

$\frac{1}{10} \cdot 65 = 6{,}5$ hoặc $0{,}10 \cdot 65 = 6{,}5$

VÍ DỤ: Debra đã quyên góp 15% thu nhập từ việc trông trẻ của cô ấy cho tổ chức từ thiện. Biết Debra kiếm được 95 đô la trông trẻ, hỏi cô ấy đã quyên góp bao nhiêu đô la?

Tìm 15% của 95.

$0{,}15 \cdot 95 = 14{,}25$ hoặc $\frac{15}{100} \cdot 95 = \frac{3}{20} \cdot 95 = 14{,}25$

Debra đã quyên góp 14,25 đô la.

Ta cũng có thể sử dụng biểu thức hoặc tỉ lệ thức để tìm phần trăm.

Thông tin đã biết: $\frac{\text{một phần}}{\text{toàn phần}} = \frac{\text{phần trăm}}{100}$ Cái cần tìm

Ví dụ, bao nhiêu phần trăm của 20 là 5?

$$\frac{5}{20} = \frac{x}{100}$$

$$5 \cdot 100 = 20x$$

$$500 = 20x$$

$$x = 25$$

5 là 25% của 20.

VÍ DỤ: Có 29 học sinh trong lớp học của Evan. Chín học sinh đã nộp giấy phép đúng hạn. Hỏi khoảng bao nhiêu phần trăm lớp Evan nộp phiếu đúng hạn?

$$\frac{\text{một phần}}{\text{toàn phần}} = \frac{\text{phần trăm}}{100}$$

$$\frac{9}{29} = \frac{x}{100}$$

$9 \cdot 100 = 29x$

$900 = 29x$

x = khoảng 31 (31,03)

Khoảng 31% học sinh nộp phiếu đúng hạn.

TÍNH TỔNG SỐ KHI BIẾT PHẦN TRĂM

Bạn được cho biết phần trăm và yêu cầu tìm tổng số.

Ví dụ, 20% của số nào là 40?

Cái cần tìm

$$\frac{\text{một phần}}{\text{toàn phần}} = \frac{\text{phần trăm}}{100}$$

Cái đã cho

Một phần là 40. Toàn phần là chưa xác định và có thể được biểu diễn bằng một chữ cái chẳng hạn như x.

$$\frac{40}{x} = \frac{20}{100}$$

$20 \cdot x = 40 \cdot 100$

$20x = 4{,}000$

$x = 200$

40 là 20% của 200.

VÍ DỤ: 130% của số nào là 143?

Xác định một phần: 143

Xác định phần trăm: 130%

Số phần trăm lớn hơn 100, do đó số cần tìm nhỏ hơn một phần đã cho.

$$\frac{143}{x} = \frac{130}{100}$$

$$143 \cdot 100 = 130x$$

$$14.300 = 130x$$

$$x = 110$$

130% của 110 là 143.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Viết 85% dưới dạng phân số.

2. Viết 17% dưới dạng số thập phân.

3. $\frac{8}{20}$ được viết dưới dạng phần trăm là bao nhiêu?

4. $\frac{3}{5}$ được viết dưới dạng phần trăm là bao nhiêu?

5. 17% của 30 là bao nhiêu?

6. 20% của 300 là bao nhiêu?

7. Cứ 8 vị trong một thùng nước trái cây thì có 6 vị là vị cam. Hỏi bao nhiêu phần trăm thùng nước trái cây có vị cam?

8. Bao nhiêu phần trăm của 40 là 9?

9. 120% của số nào là 90?

10. Jackson đã nhận được yêu cầu 150 vé cho buổi biểu diễn nghệ thuật của mình. Số lượng yêu cầu đã bằng 120% số vé mà anh ấy có. Hỏi Jackson có bao nhiêu vé?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $\frac{85}{100}$
2. 0,17
3. 40%
4. 60%
5. 5,1
6. 60
7. 75%
8. 22,5%
9. 75
10. 125 vé

Chương 15

ỨNG DỤNG PHẦN TRĂM

Phần trăm được sử dụng ở nhiều lĩnh vực khác nhau trong cuộc sống của chúng ta. Chúng ta sử dụng nó trong chấm điểm, giao dịch ngân hàng, mua sắm, thanh toán thuế hoặc hoa hồng và tiền boa.

THUẾ BÁN HÀNG

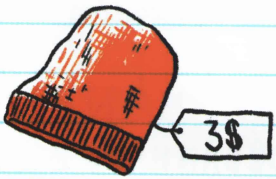
THUẾ BÁN HÀNG là số tiền được cộng vào giá niêm yết của một mặt hàng. Nó thường được thể hiện dưới dạng phần trăm.

Thuế suất vẫn giữ nguyên, ngay cả khi giá thay đổi. Vì vậy, mua một cái gì đó giá càng cao, bạn càng phải trả nhiều tiền thuế. Đây là tỉ lệ thuận.

Hầu hết các nhà nước tính thuế bán hàng để trang trải chi phí dịch vụ cho người dân. Thuế suất thay đổi tùy từng vùng.
Ví dụ: Thuế bán hàng 6% có nghĩa là bạn phải trả thêm 6 xu cho mỗi 100 xu (1 đô la) bạn chi tiêu. Điều này có thể được viết dưới dạng tỉ lệ (6: 100) hoặc phân số ($\frac{3}{50}$).

VÍ DỤ: Giá của một chiếc mũ là 3 đô la. Thuế bán hàng của nhà nước là 7%. Hỏi người mua sẽ trả bao nhiêu tiền thuế bán hàng cho chiếc mũ?

Cách 1: Nhân chi phí của chiếc mũ với phần trăm để tìm tiền thuế.



7% × 3$

Bước 1: Đổi 7% thành số thập phân.

7% = 0,07

Bước 2: Nhân số thập phân với giá.

0,07 × 3 = 0,21

Thuế bán hàng sẽ là 0,21 đô la, hay 21 xu.

Cách 2: Lập tỉ lệ thức và giải tìm tiền thuế.

Bước 1: Đổi 7% thành phân số.

$$7\% = \frac{7}{100}$$

Bước 2: Đặt thuế theo tỉ lệ thức với đại lượng chưa biết

$$\frac{7}{100} = \frac{x}{3}$$

Đại diện cho cùng mối quan hệ.

Bước 3: Nhân chéo để giải.

$100x = 21$

$x = 0{,}21$

Thuế bán hàng cho chiếc mũ sẽ là 0,21 đô la, hay 21 xu.

Cách 3: Lập phương trình để tìm câu trả lời.

Bước 1: Hỏi: "7% của 3 đô la là bao nhiêu?"

Bước 2: Chuyển câu hỏi thành một phương trình toán học.

$x = 0{,}07 \times 3$

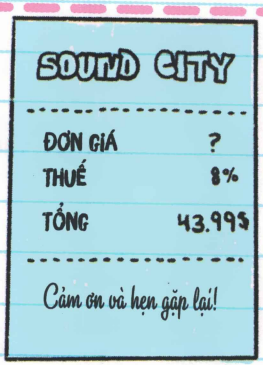
$x = 0{,}21$

Thuế bán hàng cho chiếc mũ sẽ là 0,21 đô la, hay 21 xu.

Tìm giá gốc

Nếu bạn biết giá bán và phần trăm thuế, bạn có thể tính được giá gốc của một mặt hàng.

VÍ DỤ: Julia mua tai nghe mới. Tổng chi phí của tai nghe là 43,99 đô la, bao gồm thuế bán hàng 8%. Hỏi giá của tai nghe chưa có thuế là bao nhiêu?



Bước 1: Cộng phần trăm chi phí của tai nghe và phần trăm thuế để có được tổng phần trăm chi phí.

100% + 8% thuế = 108%

Hãy nghĩ: Julia đã trả giá niêm yết, do đó chi phí của tai nghe bằng 100% giá gốc.

Bước 2: Đổi tổng chi phí phần trăm sang số thập phân.

108% = 1,08

Bước 3: Tính giá gốc.

$43,99 = 1,08x$ Chia cả hai vế cho 1,08 để tìm x.

$x = 40,73$ (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu thập phân, hoặc xu.)

Giá gốc của tai nghe là 40,73 đô la.

TÍNH CHIẾT KHẤU

CHIẾT KHẤU là số tiền được trừ vào giá gốc của một mặt hàng hoặc dịch vụ. Nếu một mặt hàng đã được chiết khấu, điều đó có nghĩa là nó đang được bán với giá thấp hơn giá gốc.

Các từ và cụm từ khác đồng nghĩa với bạn sẽ tiết kiệm tiền (và bạn đã trừ chiết khấu khỏi giá gốc) là: *tiết kiệm, giảm giá,* hạ giá và *thanh lý.*

Tính chiết khấu cũng giống như tính thuế, nhưng vì bạn đang giảm tiền nên trừ nó vào giá gốc chứ không phải cộng vào giá gốc.

VÍ DỤ: Một chiếc ba lô có giá 15,75$. Một bảng hiệu trong cửa hàng cho biết "TẤT CẢ CÁC MẶT HÀNG GIẢM GIÁ 25%." Hỏi giá ưu đãi của ba lô là bao nhiêu?

Cách 1: Xác định chiết khấu và lấy giá gốc trừ chiết khấu.

Bước 1: Chuyển phần trăm chiết khấu thành số thập phân.

25% = 0,25

Bước 2: Nhân phần trăm chiết khấu được đổi sang số thập phân với số tiền ban đầu để được tiền chiết khấu.

0,25 × 15,75$ = 3,94$ (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu thập phân, hoặc xu)

Bước 3: Lấy giá gốc trừ chiết khấu.

15,75$ – 3,94$ = 11,81$

Giá ưu đãi của ba lô là 11,81$.

Cách 2: Lập biểu thức để tìm giá chiết khấu.

Bước 1: Viết câu hỏi.

25% của 15,75$ là bao nhiêu?

Bước 2: Viết câu hỏi dưới dạng một phương trình toán học.

$x = 0{,}25 \cdot 15{,}75\$$

$x = 3{,}94\$$

Chiết khấu = 3,94$

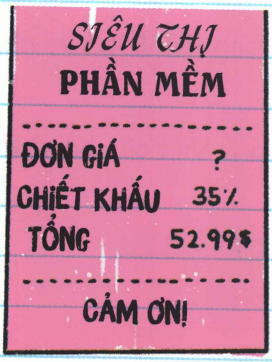
Bước 3: Lấy giá gốc trừ chiết khấu.

15,75 – 3,94 = 11,81$

Giá ưu đãi của ba lô là 11,81$.

Ta cũng có thể tính giá gốc nếu bạn biết giá bán (giá niêm yết) và chiết khấu.

VÍ DỤ: Chương trình chỉnh sửa video được giảm giá 35% so với giá thông thường. Hỏi nếu giá bán hạ giá là 52,99$ thì giá thông thường là bao nhiêu?



Bước 1: Trừ phần trăm chiết khấu từ phần trăm chi phí ban đầu.

$100\% - 35\% = 65\%$

Bạn không phải trả giá ban đầu – bạn chỉ trả 65% so với giá ban đầu.

Bước 2: Chuyển đổi phần trăm sang số thập phân.

$65\% = 0{,}65$

Bước 3: Tính giá gốc.

$52{,}99 = 0{,}65x$

$x = 81{,}52$

Chia cả hai vế cho 0,65 để tìm x. (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu thập phân hoặc xu.)

Giá thông thường của chương trình chỉnh sửa video là 81,52$.

Tìm phần trăm chiết khấu

Bạn có thể tìm phần trăm chiết khấu nếu bạn biết giá bán và giá gốc.

VÍ DỤ: Todd trả 22$ cho một chiếc áo khoác đang được giảm giá. Giá gốc của chiếc áo khoác là 65$. Hỏi chiết khấu là bao nhiêu phần trăm?

Giá đã chiết khấu là phần trăm chiết khấu chưa biết, x, nhân với giá gốc.

$22 = x \cdot 65$

$22 = 65x$ Chia cả hai vế cho 65 để tách x.

$x = 0{,}34$ Số này cho ta biết Todd đã trả 34% của 1 hay 100% chiếc áo khoác.

$1 - 0{,}34 = 0{,}66$ Lấy 1 hoặc 100% trừ đi số phần trăm đã trả để tìm phần trăm chiết khấu.

Chiết khấu là 66% so với giá gốc.

TÍNH TĂNG GIÁ

(SỐ TIỀN CỘNG VÀO GIÁ VỐN, GỒM CHI PHÍ THÊM VÀ LÃI)

Các cửa hàng và nhà sản xuất tăng giá sản phẩm của họ để thu lợi nhuận. Những sự gia tăng này được gọi là **TĂNG GIÁ**.

VÍ DỤ: Người ta mất 15 đô la để sản xuất một trò chơi điện tử. Công ty TJY tăng giá lên 25% để thu lợi nhuận. Hỏi số tiền giá tăng là bao nhiêu? Giá bán trò chơi của công ty là bao nhiêu?

Cách 1: Xác định giá trị của giá tăng.

Bước 1: Đổi phần trăm giá tăng thành số thập phân.

25% = 0,25

Bước 2: Nhân tỉ lệ phần trăm được viết dưới dạng số thập phân với giá vốn. Đây là giá tăng.

0,25 x 15$ = 3,75$

Bước 3: Cộng giá tăng với giá vốn.

15$ + 3,75$

Giá bán trò chơi của công ty là 18,75 đô la.

Cách 2: Lập biểu thức để tìm đáp án.

Bước 1: Viết câu hỏi.

25% của 15 đô la là bao nhiêu?

Bước 2: Từ câu hỏi lập thành một biểu thức toán học.

$x = 0,5 \cdot 15$

$x = 3,75$

Bước 3: Cộng giá tăng với giá vốn.

15$ + 3,75$

Giá bán trò chơi của công ty là 18,75 đô la.

Tính giá vốn

Bạn có thể tìm thấy giá vốn nếu biết giá bán và mức giá tăng.

VÍ DỤ: Một người bán sô cô la tăng giá sô cô la của cửa hàng mình lên 70%. Một hộp sô cô la nhập khẩu lớn tính phí 27,50 đô la. Hỏi giá vốn của sô cô la là bao nhiêu?

Bước 1: Cộng phần trăm giá vốn của hộp sô cô la với phần trăm giá tăng để xác định phần trăm tổng chi phí.

$100\% + 70\% = 170\%$

Suy nghĩ: Người mua sẽ trả toàn bộ giá vốn cộng với tiền tăng giá của cửa hàng, vì vậy giá sô cô la thực tế bằng 170% giá vốn.

Bước 2: Đổi phần trăm sang số thập phân.

$170\% = 1{,}7$

Bước 3: Tính giá vốn.

$27.50\$ = 1{,}7 \cdot x$

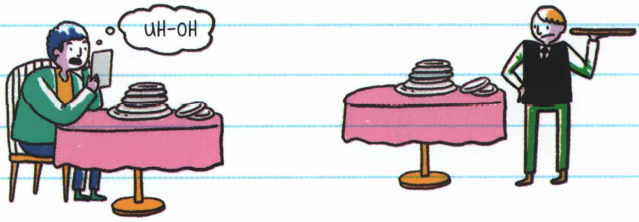
$x = 16{,}18$ (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu thập phân hoặc xu.)

Giá vốn của hộp sô cô la là 16,18 đô la.

TÍNH TIỀN THƯỞNG VÀ HOA HỒNG

TIỀN THƯỞNG là một khoản tiền boa hoặc một món quà, thường là dưới dạng tiền, mà bạn trả để đổi lấy một dịch vụ. Ta thường nói về tiền boa hoặc tiền thưởng liên quan đến những người phục vụ tại nhà hàng. **HOA HỒNG** là khoản phí được trả cho dịch vụ của một người trong việc giúp bán sản phẩm.

VÍ DỤ: Vào cuối bữa ăn, một người phục vụ mang đến cho Armaan một hóa đơn trị giá 45 đô la. Armaan muốn để lại 20% tiền boa. Hỏi số tiền boa là bao nhiêu đô la? Tổng cộng Armaan để lại là bao nhiêu?



20% = 0,20 — Đổi số phần trăm tiền boa sang số thập phân.

45$ × 0,20 = 9$ — Nhân hóa đơn với phần trăm tiền boa. Tiền boa là 9$.

45$ + 9$ = 54$ — Cộng số tiền boa vào hóa đơn.

Armaan để lại tổng số tiền là 54 đô la.

VÍ DỤ: Esinam làm việc trong một cửa hàng quần áo. Cô ấy kiếm được 15% tiền hoa hồng trên tổng doanh số bán hàng của mình. Vào cuối tuần đầu tiên, tổng doanh thu của cô là 1.700 đô la. Hỏi Esinam kiếm được bao nhiêu tiền hoa hồng trong tuần làm việc đầu tiên của cô ấy?

15% = 0,15 — Đổi phần trăm hoa hồng sang số thập phân.

1.700$ x 0,15 = 255$ — Nhân tổng doanh thu với hoa hồng.

Esinam kiếm được 255$ tiền hoa hồng trong tuần đầu tiên.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Một gói phần mềm có giá 94 đô la. Thuế suất bán hàng là 7%. Hỏi thuế bán hàng sẽ là bao nhiêu?

2. Một chiếc áo len có giá 40 đô la. Thuế suất bán hàng là 4%. Hỏi thuế bán hàng sẽ là bao nhiêu?

3. Một tấm thảm có giá 450 đô la. Thuế suất bán hàng là $5\frac{1}{2}\%$. Hỏi thuế bán hàng sẽ là bao nhiêu?

4. Một chiếc đi văng có giá 400 đô la. Đang có chiết khấu 15% trên giá. Hỏi số tiền chiết khấu và giá bán sau chiết khấu của chiếc đi văng là bao nhiêu?

5. Một máy tính xách tay đang được giảm 45% so với giá thông thường. Nếu giá bán sau giảm giá là 299,75 đô la, thì giá gốc là bao nhiêu?

6. Al trả 25 đô la cho một chiếc áo sơ mi đang được bán. Giá gốc là 40 đô la. Hỏi chiếc áo được chiết khấu bao nhiêu phần trăm?

7. Một cửa hàng mua ô dù đi biển với giá 40 đô la mỗi chiếc. Để kiếm lời, chủ cửa hàng tăng giá ô dù lên 40%. Hỏi cửa hàng đã tăng giá bao nhiêu? Giá bán của từng chiếc ô sau khi tăng giá là bao nhiêu?

8. Một cửa hàng bán lẻ đồ chơi tính phí 26,88 đô la cho một trò chơi nhóm. Anh ấy tăng giá sản phẩm của mình lên 25% trước khi bán chúng. Hỏi chi phí của trò chơi nhóm trước khi tăng giá là bao nhiêu?

9. Bữa ăn của Hannah có giá 52,25 đô la. Cô ấy muốn để lại 10% tiền boa. Hỏi bữa ăn của cô ấy sẽ tốn bao nhiêu tiền cả tiền boa?

10. Lesli và Kareem bán ván trượt tại các cửa hàng khác nhau. Lesli kiếm được 8% hoa hồng trên tất cả các lần bán hàng. Kareem kiếm được 9,5% hoa hồng trên tất cả các lần bán hàng. Tuần trước, doanh thu của Lesli là 5.450 đô la, trong khi doanh thu của Kareem là 4.500 đô la. Hỏi ai kiếm được nhiều tiền hoa hồng hơn?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 6,58$

2. 1,60$

3. 24,75$

4. Chiết khấu: 60$; Giá sau chiết khấu: 340$

5. 545$

6. 37,5% chiết khấu

7. Giá tăng: 16$; giá bán 56$

8. 21,50$

9. 57,48$

10. Lesli đã kiếm được 436 đô la tiền hoa hồng; Kareem đã kiếm được 427,50 đô la tiền hoa hồng. Vậy Lesli đã kiếm được nhiều tiền hoa hồng hơn.

Chương 16

LÃI SUẤT

LÃI SUẤT là một khoản phí mà ai đó phải trả khi vay tiền. Bạn sẽ nhận được tiền lãi từ ngân hàng nếu bạn gửi tiền vào tài khoản tiết kiệm. Số tiền của bạn gửi góp phần làm cho ngân hàng phát triển mạnh hơn và ủy thác cho ngân hàng sử dụng số tiền đó để cho người khác vay. Ngân hàng trả cho bạn lãi suất từ dịch vụ đó.

Bạn phải trả lãi suất cho ngân hàng nếu bạn vay tiền từ ngân hàng đó. Các ngân hàng tính lãi để bạn có thể sử dụng tiền của người khác.

Để xác định số tiền phải trả lại (nếu bạn là NGƯỜI VAY) hoặc sẽ thu được (nếu bạn là NGƯỜI CHO VAY), bạn cần biết:

1. GỐC: Số tiền đang được vay hay cho vay.

2. LÃI SUẤT: Tỉ lệ phần trăm sẽ phải trả cho khoản tiền được vay hoặc cho vay mỗi năm.

3. THỜI GIAN: Khoảng thời gian mà số tiền đó sẽ được vay hoặc cho vay.

Khi bạn đã xác định được gốc, lãi suất và thời gian, bạn có thể sử dụng CÔNG THỨC LÃI SUẤT ĐƠN GIẢN này:

Nếu kỳ hạn tuần, tháng hoặc ngày, hãy viết một phân số để tính lãi suất theo năm.

Ví dụ: 8 tháng = $\frac{8}{12}$ năm 80 ngày = $\frac{80}{365}$ năm

12 tuần = $\frac{12}{52}$ năm

Lãi = gốc × lãi suất × thời gian

hoặc

$I = P \cdot R \cdot T$

SỐ DƯ là tổng số tiền khi bạn cộng lãi và gốc ban đầu với nhau.

Lãi suất cũng có thể được coi là một tỉ lệ.

Lãi suất 3% = $\frac{3}{100}$. Vì vậy, cứ mỗi 100 đô la được gửi, ngân hàng sẽ trả 3 đô la mỗi năm. Sau đó, bạn nhân 3 đô la với số năm.

LÃI ĐƠN, LÃI KÉP.

Lãi đơn là số tiền lãi bằng nhau được tính trên tiền gốc mỗi kỳ. Ví dụ, Jason đầu tư 1.000 đô la và kiếm được 2% lãi đơn mỗi năm. Sau 1 năm, Jason sẽ có 1.000 đô la + 20 đô la nên tổng số tiền là 1.020 đô la. Sau 2 năm, Jason sẽ có 1.000 đô la + 20 đô la (lãi suất đơn năm 1) + 20 đô la (lãi suất đơn năm 2) nên tổng số tiền là 1.040 đô la.

Lãi kép là tiền lãi được tính trên tiền gốc cộng với tiền lãi của khoản gốc trước đó. Ví dụ, Jason đã đầu tư 1.000 đô la và kiếm được lãi kép 2%. Sau 1 năm, Jason sẽ kiếm được 1.000 đô la + 20 đô la thành tổng số 1.020 đô la. Sau 2 năm, Jason sẽ có 1.000 đô la (tiền gốc) + 20 đô la (tiền lãi năm 1) + 20,40 đô la (tiền lãi tính trên 1.020 đô la, tiền gốc và tiền lãi của kỳ trước) nên tổng số tiền là 1.040,40 đô la.

VÍ DỤ: Serena đã gửi 250 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cô ấy kiếm được lãi suất 3%. Hỏi sau 2 năm Serena sẽ kiếm được bao nhiêu tiền lãi?

Tiền gốc (P) = 250$

Lãi suất (R) = 3% = 0,03

Hãy nhớ: Bạn phải đổi tỉ lệ phần trăm lãi suất sang số thập phân để nhân.

Thời gian (T) = 2 năm

Thay các số vào công thức và giải

$I = P \cdot R \cdot T$

$I = (250\$) \cdot (0{,}03) \cdot (2)$

$I = 15\$$

Sau 2 năm, Serena sẽ kiếm được 15 đô la tiền lãi.

VÍ DỤ: Marcos có 4.000 đô la. Anh ta đầu tư nó vào một tài khoản có lãi suất hàng năm là 4%. Hỏi Marcos cần gửi tiền trong ngân hàng bao lâu để kiếm được 600 đô la tiền lãi?

mỗi năm

$I = P \cdot R \cdot T$

Bạn đã biết lãi suất nhưng chưa biết thời gian đầu tư. Dùng x đại diện cho thời gian và thay tất cả các thông tin đã biết vào công thức.

$I = 600\$$

$P = 4.000\$$

$R = 4\%$

$T = x$

$600 = 4.000\$\,(0{,}04)x$

$600\$ = 160x$

Chia cả hai vế cho 160 để tìm được thời gian chưa biết x.

$x = 3{,}75$

Marcos sẽ kiếm được 600 đô la trong 3,75 năm hoặc 3 năm 9 tháng.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 5, hãy giải bài toán từ đề bài sau đây.

Mario gửi 1.500 đô la vào một tài khoản tiết kiệm trả lãi suất 3,25% hàng năm. Anh ta dự định gửi số tiền này trong ngân hàng 5 năm..

1. Tiền gốc là bao nhiêu?

2. Lãi suất là bao nhiêu? (Viết lãi suất dưới dạng số thập phân.)

3. Thời gian gửi bao lâu?

4. Mario sẽ kiếm được bao nhiêu tiền lãi sau 5 năm?

5. Số dư của Mario sẽ là bao nhiêu sau 5 năm?

6. Thu được bao nhiêu tiền lãi trên 500 đô la với lãi suất 5% trong 4 năm?

7. Amanda vay 1.200 đô la từ một ngân hàng với lãi suất 5,4% mỗi năm. Nếu Amanda vay số tiền này trong 1,5 năm, cô ấy phải hoàn trả bao nhiêu?

8. Milo vay 5.000 đô la từ một tổ chức với lãi suất 8,5% mỗi năm. Milo sẽ phải trả thêm bao nhiêu tiền lãi nếu anh ta chọn trả khoản vay trong 3 năm thay vì 2 năm?

9. Greg gửi 3.000 đô la vào một ngân hàng có lãi suất hàng năm là 4%. Greg cần để tiền trong ngân hàng trong bao lâu để kiếm được 600 đô la tiền lãi?

10. Tyler vay 2.000 đô la với lãi suất 9,5% mỗi năm. Tyler sẽ trả lãi bao nhiêu trong 2 năm? Nếu Tyler trả lại khoản vay trong 2 năm, tổng số tiền anh ta sẽ phải trả là bao nhiêu?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Tiền gốc là 1.500$.

2. Lãi suất là 0,0325.

3. Khoảng thời gian là 5 năm.

4. Mario sẽ kiếm được 243,75$.

5. Số dư sẽ là 1.743,75$.

6. Tiền lãi thu được là 100$.

7. Amanda sẽ hoàn trả 1.297,20$.

8. Milo sẽ trả thêm 425$; Lãi suất 2 năm: 850$; Số tiền lãi 3 năm: 1.275$.

9. 5 năm

10. Tiền lãi phải trả sẽ là 380$. Tyler sẽ hoàn trả tổng số tiền là 2.380$.

Chương 17

TỈ LỆ PHẦN TRĂM THAY ĐỔI

Ta sử dụng tỉ lệ phần trăm thay đổi để biểu diễn số tiền đã thay đổi bao nhiêu so với số gốc. Một cách khác để hiểu về nó là:

Khi số tiền gốc **TĂNG LÊN**, hãy tính phần trăm **TĂNG**.

Khi số tiền gốc **GIẢM XUỐNG**, hãy tính phần trăm **GIẢM**.

Để tính toán tỉ lệ phần trăm thay đổi:

Đây là sự khác biệt giữa số lượng ban đầu và số lượng mới.

Bước 1: Thiết lập tỉ lệ này: $\frac{\text{số lượng thay đổi}}{\text{số lượng ban đầu}}$

Bước 2: Chia.

Bước 3: Di chuyển dấu thập phân sang bên phải hai chữ số và thêm ký hiệu %

VÍ DỤ: Một quản lý cửa hàng nhập áo phông từ một nhà máy với giá 12 đô la mỗi chiếc và bán cho khách hàng với giá 15 đô la mỗi chiếc. Giá áo phông tăng lên bao nhiêu phần trăm?

Số lượng thay đổi

$$\frac{15-12}{12} = \frac{3}{12}$$

Số lượng ban đầu

$= \frac{1}{4}$ ← Nhớ rút gọn phân số.

$= 0{,}25 =$ tăng 25%

Tăng 25% so với giá tại nhà máy.

Bạn có thể sử dụng các phương pháp tương tự để tính phần trăm giảm.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 4, hãy tìm phần trăm tăng hoặc giảm.

1. 6 đến 18

2. 50$ đến 70$

3. 0,08 đến 0,03

4. 18 đến 8

5. Một mặt hàng có giá ban đầu là 45 đô la và mới được định giá là 63 đô la. Hỏi phần trăm tăng hay giảm bao nhiêu?

6. Một mặt hàng có giá ban đầu là 250 đô la và mới được định giá 100 đô la. Hỏi phần trăm tăng hay giảm là bao nhiêu?

7. Mara đã trả lời đúng 15 câu hỏi trong bài kiểm tra khoa học đầu tiên của cô ấy. Trong bài kiểm tra khoa học thứ hai, cô ấy đã trả lời đúng 12 câu hỏi. Hỏi phần trăm giảm từ bài đầu tiên đến bài thứ hai là bao nhiêu?

8. Một cửa hàng mua ván trượt với giá 150 đô la mỗi chiếc. Sau đó, họ bán ván trượt với giá 275 đô la mỗi chiếc. Hỏi phần trăm thay đổi này là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Tăng 200%
2. Tăng 40%
3. Giảm 62,5%
4. Giảm 55,6%
5. Tăng 40%
6. Giảm 60%
7. Giảm 20%
8. Tăng 83,3%

Chương 18

BẢNG BIỂU VÀ TỈ LỆ

Bạn có thể sử dụng bảng để so sánh các tỉ lệ và tỉ lệ thức.

Ví dụ, Ari chạy các vòng quanh một đường đua. Huấn luyện viên theo dõi ghi lại thời gian của Ari.

Số vòng	Số phút
3	9
6	18

Nếu huấn luyện viên muốn xác định Ari chạy 1 vòng trong bao lâu thì phải tính thế nào? Nếu tốc độ chạy của Ari không đổi, huấn luyện viên có thể tìm ra tỉ suất bằng cách lập tỉ lệ thức:

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{9}$$

Thời gian để chạy hết một vòng.

Một cách khác là thiết lập tỉ lệ thức này: $\frac{1}{x} = \frac{6}{18}$

$6x = 18$

$x = 3$

Đáp số: 3 phút mỗi vòng.

Chúng ta chỉ có thể sử dụng bảng nếu các tỉ lệ là TỈ LỆ THỨC. Nếu không, không có tỉ suất hoặc tỉ lệ thức nào để làm căn cứ tính toán của chúng ta.

VÍ DỤ: Hiro và Ann chạy quanh một đường đua. Huấn luyện viên của họ ghi lại thời gian của họ như sau:

ANN	
Số vòng	Số phút chạy
1	?
3	12
7	28

HIRO	
Số vòng	Số phút chạy
1	?
2	10
4	20

Nếu tốc độ của mỗi người chạy không đổi, làm cách nào để huấn luyện viên của họ có thể tìm ra ai chạy nhanh hơn? Huấn luyện viên của họ phải hoàn thành bảng và tính xem Ann sẽ mất bao nhiêu thời gian để chạy 1 vòng và Hiro sẽ mất bao nhiêu thời gian để chạy 1 vòng, sau đó so sánh thời gian.

Huấn luyện viên có thể tính những khoảng thời gian còn thiếu bằng cách sử dụng tỉ lệ thức:

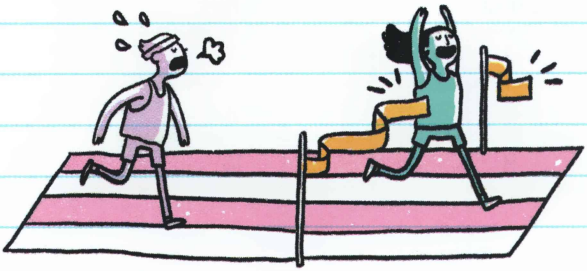
Ann: $\frac{1}{x} = \frac{3}{12}$ $x = 4$

Như vậy, Ann mất 4 phút để chạy hết 1 vòng.

Hiro: $\frac{1}{x} = \frac{2}{10}$ $x = 5$

Như vậy, Hiro phải mất 5 phút để chạy hết 1 vòng.

Thời gian chạy bốn phút nhanh hơn năm phút.
Vì vậy, Ann chạy nhanh hơn Hiro.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Val, Omar, Evan và Keisha đang trồng củ. Họ ghi lại thời gian trồng trong bảng dưới đây. Giả sử rằng tỉ lệ của họ là tỉ lệ thức hãy hoàn thành các bảng.

1.

VAL	
Số củ	Phút
1	?
3	6
6	12

2.

OMAR	
Số củ	Phút
1	?
2	1
5	2,5

3.

EVAN	
Số củ	Phút
1	?
?	8
8	16

4.

KEISHA	
Số củ	Phút
1	?
?	3
5	7,5
?	9

5. Ai trồng 1 củ trong thời gian ngắn nhất?

6. Ai là người mất nhiều thời gian nhất để trồng 1 củ?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1.

VAL	
Số củ	Phút
1	2
3	6
6	12

2.

OMAR	
Số củ	Phút
1	0,5 hay 30 giây
2	1
5	2,5

3.

EVAN	
Số củ	Phút
1	2
4	8
8	16

4.

KEISHA	
Số củ	Phút
1	1,5
2	3
5	7,5
6	9

5. Omar

6. Val và Evan

Bài 4

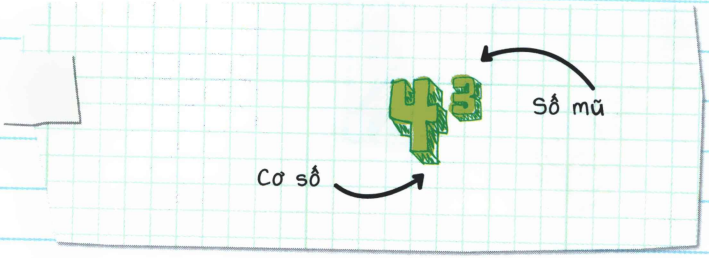
Số mũ và biểu thức đại số

$8p$

Chương 19

SỐ MŨ

SỐ MŨ là số lần một CƠ SỐ được nhân với chính nó. Số mũ còn được gọi là lũy thừa của CƠ SỐ.



Do đó:

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

4^3 được đọc là "bốn lũy thừa ba".

Số mũ có các tính chất đặc biệt:

- Bất kỳ cơ số nào không có số mũ đều được hiểu số mũ là 1.

  Nói cách khác, bất kỳ số nào được nâng lên lũy thừa đầu tiên cũng bằng chính nó.

  Ví dụ: $7^1 = 7$

- Bất kỳ cơ số nào có số mũ 0 đều bằng 1.

  Ví dụ: $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

Khi tính các số âm với số mũ, trước tiên hãy tự hỏi, "Cơ số là gì?"

Ví dụ, tính $(-2)^4$.

Cơ số là gì?

Dấu ngoặc đơn bên cạnh số mũ. Điều này có nghĩa là mọi thứ bên trong dấu ngoặc đều là cơ số.

Cơ số là -2.

Giữ nguyên dấu âm khi nhân cơ số với chính nó.

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

Bây giờ, tính: -2^4

Hãy cẩn thận, biểu thức này khác $(-2)^4$.

Số 2 dưới số mũ không nằm trong dấu ngoặc đơn. Chỉ có 2 (chứ không có dấu âm) được nâng lên lũy thừa bốn.

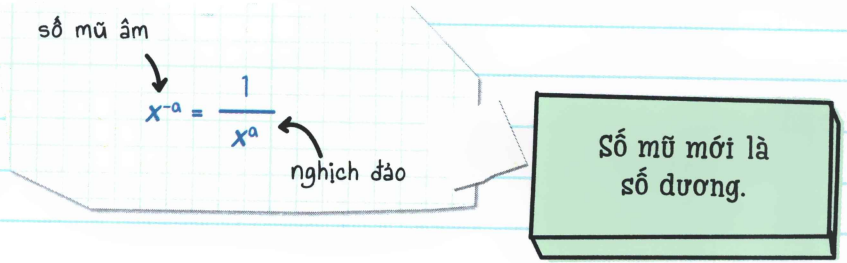
Cơ số là 2.

$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$

SỐ MŨ ÂM

SỐ MŨ ÂM cho biết cơ số cần được viết lại ở mẫu số của một phân số. Số mũ âm được tính bằng nghịch đảo.

Một số mũ âm trong tử số sẽ trở thành một số mũ dương khi chuyển sang mẫu số.



VÍ DỤ: Tính biểu thức 3^{-2}.

Viết lại số mũ âm thành số mũ dương:

$3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ Viết lại bằng một phân số nghịch đảo.

$= \frac{1}{(3 \times 3)}$ Nhân cơ số.

$= \frac{1}{9}$

VÍ DỤ: Tính biểu thức 4^{-3}.

$4^{-3} = \frac{1}{4^3}$ Viết lại bằng một phân số nghịch đảo.

$= \frac{1}{(4 \times 4 \times 4)}$ Nhân cơ số.

$= \frac{1}{64}$

PHÂN SỐ VỚI SỐ MŨ ÂM

Số mũ âm trên tử số của phân số sẽ trở thành số mũ dương khi ta sử dụng nghịch đảo của nó.

Nó có dạng như sau: $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^{a}$

Số mũ mới là số dương.

VÍ DỤ: Tính biểu thức $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$.

Viết lại số mũ âm thành số mũ dương.

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2} \Rightarrow = \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$

Một số mũ âm ở mẫu số sẽ trở thành một số mũ dương khi chuyển lên tử số.

Nó trông như thế này: $\frac{1}{x^{-a}} = x^{a}$

nó chính là $\frac{x^a}{1}$

VÍ DỤ: Tính biểu thức $\frac{1}{9^{-2}}$.

Viết lại số mũ âm thành số mũ dương.

$\frac{1}{9^{-2}} = 9^2 \Rightarrow = 9 \times 9 = 81$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tính các biểu thức sau:

1. 5^3

2. 2^5

3. $\left(-\frac{3}{8}\right)^0$

4. 3^{-4}

5. $(-2)^6$

6. -2^6

7. 2^{-6}

8. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$

9. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

10. $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 125
2. 32
3. 1
4. $\frac{1}{81}$
5. 64
6. -64
7. $\frac{1}{64}$
8. 216
9. $\frac{4}{9}$
10. $\frac{-64}{27}$

Chương 20

KÝ HIỆU KHOA HỌC

Ta thường viết các số bằng KÝ HIỆU TIÊU CHUẨN, như 5.700.000 hoặc 0,0000684.

KÝ HIỆU KHOA HỌC là một cách viết rút gọn của các số bằng cách sử dụng lũy thừa của 10. Ta thực hiện điều này bằng cách biểu thị số dưới dạng tích của hai số khác.

- Số đầu tiên trong ký hiệu khoa học lớn hơn hoặc bằng 1, nhưng nhỏ hơn 10.
- Số thứ hai trong ký hiệu khoa học ở dạng hàm mũ và là lũy thừa của 10.

Ví dụ, $5{,}7 \times 10^6$.

Lũy thừa của 10 cho biết cần di chuyển dấu thập phân bao nhiêu chữ số.

Dấu thập phân đặt sau chữ số đầu tiên.

Số này tương đương với 5.700.000.

Để chuyển một số dương từ dạng chuẩn sang ký hiệu khoa học:

Đếm xem bạn có bao nhiêu vị trí để di chuyển dấu thập phân để chỉ còn lại một số giữa 1 và 10. Số vị trí mà bạn di chuyển dấu thập phân có liên quan đến số mũ của 10.

Nếu dạng chuẩn của một số lớn hơn 1, ta có số mũ của 10 sẽ là SỐ DƯƠNG.

VÍ DỤ: Đổi 8.710.000 sang ký hiệu khoa học.

8.710.000 — Di chuyển dấu thập phân sang bên trái sáu chữ số để được một số giữa 1 và 10. Số đó là: 8,71

$8{,}71 \times 10^6$ — Dạng chuẩn (8.710.000) lớn hơn 1. Vậy số mũ của 10 là số dương 6.

Nếu số dạng chuẩn nhỏ hơn 1, số mũ của 10 sẽ là số âm

VÍ DỤ: Chuyển đổi 0,000092384 sang ký hiệu khoa học.

$0,000092384$ — Di chuyển dấu thập phân sang bên phải năm chữ số để được một số giữa 1 và 10. Số đó là: 9,2384

$9,2384 \times 10^{-5}$ — Dạng chuẩn (0,000092384) nhỏ hơn 1. Vậy số mũ của 10 là âm 5.

Để chuyển một số từ ký hiệu khoa học sang dạng chuẩn:

Nếu số mũ của 10 là số dương, hãy chuyển dấu thập phân sang PHẢI.

VÍ DỤ: Viết $1,29 \times 10^5$ ở dạng chuẩn.

$1,29 \times 10^5$ — Số mũ là số dương, vì vậy hãy di chuyển dấu thập phân sang bên phải năm chữ số và điền thêm các số 0 cho đủ các chữ số của số được viết ở dạng chuẩn.

129.000

Nếu số mũ của 10 là số âm, hãy chuyển dấu thập phân sang bên TRÁI.

VÍ DỤ: Đổi $9{,}042 \times 10^{-3}$ sang dạng chuẩn.

$9{,}042 \times 10^{-3}$	Số mũ là số âm, vì vậy hãy di chuyển dấu thập phân sang bên trái ba chữ số.
0,009042	Thêm số 0 sao cho đúng giá trị của số được viết ở dạng chuẩn.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 6, hãy viết lại từng số.

1. Viết 307 bằng ký hiệu khoa học.

2. Viết 7.930.451 bằng ký hiệu khoa học.

3. Viết 0,0001092 bằng ký hiệu khoa học.

4. Viết $6{,}91 \times 10^{2}$ ở dạng chuẩn.

5. Viết $1{,}2 \times 10^{-6}$ ở dạng chuẩn.

6. Viết $3{,}495 \times 10^{8}$ ở dạng chuẩn.

7. Sắp xếp các số sau từ nhỏ nhất đến lớn nhất:

$4{,}006 \times 10^{-3}$; $2{,}7 \times 10^{9}$; $2{,}7 \times 10^{-5}$; $8{,}30 \times 10^{-7}$

8. Một bản khảo sát hỏi mọi người hương vị kem yêu thích của họ là gì. Có tất cả $2{,}139 \times 10^{8}$ người chọn sô cô la, và $7{,}82 \times 10^{6}$ người chọn dâu tây. Hỏi số người chọn sô cô la nhiều hơn dâu tây là bao nhiêu? Hãy viết câu trả lời của bạn bằng ký hiệu khoa học.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $3{,}07 \times 10^{2}$

2. $7{,}930451 \times 10^{6}$

3. $1{,}092 \times 10^{-4}$

4. 691

5. 0,0000012

6. 349.500.000

7. $8{,}30 \times 10^{-7}$; $2{,}7 \times 10^{-5}$; $4{,}006 \times 10^{-3}$; $2{,}7 \times 10^{9}$

8. Có $2{,}0608 \times 10^{8}$ người chọn sô cô la nhiều hơn dâu.

Chương 21

BIỂU THỨC

BIỂU THỨC hay biểu thức toán học là một kết hợp bao gồm số, biến và phép tính (đó là: +, −, x, và ÷).

Chữ cái hoặc ký hiệu đại diện cho một giá trị.

Ví dụ: $3x + 9$ $-7y + \frac{1}{2}$ $1{,}3a^2 - 4ab$

$7a^2 - \frac{3}{5}ab + 6b^2$ $38m$ $7 - 13$

Biểu thức được tạo thành từ 1 hoặc nhiều **SỐ HẠNG**. Một số hạng là một số hoặc tích của một số và biến. Mỗi số hạng dưới đây được phân tách bằng dấu cộng hoặc dấu trừ.

$3x + 9$ — Các số hạng

$7a^2 - \frac{3}{5}ab + 6b^2$ — Các số hạng

Đơn nghĩa là một

Một **ĐƠN THỨC** là một biểu thức chỉ có một số hạng.

Ví dụ, $38m$

Nhị nghĩa là hai

NHỊ THỨC là một biểu thức có hai số hạng.

Ví dụ, $-7y + \frac{1}{2}$

Các số hạng

Tam nghĩa là ba

TAM THỨC là một biểu thức có ba số hạng.

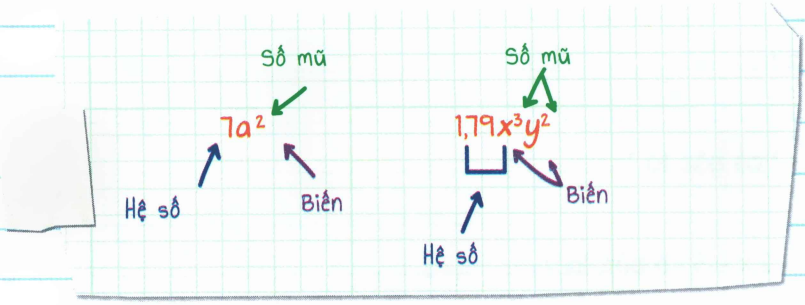
Ví dụ, $8a^2 - \frac{3}{5}ab + 6b^2$

Các số hạng

ĐA THỨC là một biểu thức bao gồm các biến và hệ số. *ĐA* có nghĩa là "nhiều" và *THỨC* có nghĩa là "số hạng".

Trong một số hạng có cả số và chữ cái, phần số được gọi là **HỆ SỐ** và chữ cái được gọi là **BIẾN**.

Đôi khi biến có thể chứa **SỐ MŨ**.



Có thể tìm **BẬC** của một đơn thức bằng cách cộng tổng các số mũ.

Ví dụ:

$7a^2$ có bậc là 2.

$1{,}79x^3y^2$ có bậc là $3 + 2 = 5$.

$\frac{3}{5}a^4bc^2$ có bậc là $4 + 1 + 2 = 7$.

Nếu một biến không ghi số mũ, thì số mũ là 1.

Bậc của một đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất.

Ví dụ:

$5x + 1$ có bậc là 1.

$-x^2 + 2x - 5$ có bậc là 2.

HẰNG SỐ là một số cố định hoặc không thay đổi trong một biểu thức (nó giữ nguyên "không đổi"). Ví dụ, trong biểu thức $-7y + \frac{1}{2}$, hằng số là $\frac{1}{2}$. Tất cả các hằng số đều có bậc bằng 0.

DẠNG CHUẨN CỦA MỘT BIỂU THỨC

Khi viết một biểu thức, ta thường viết số hạng có số mũ lớn nhất trước, và viết hằng số sau cùng. Đây được gọi là viết một biểu thức ở DẠNG CHUẨN hoặc theo thứ tự GIẢM DẦN.

Ví dụ, để viết lại $3 + 7y^2$ thành dạng chuẩn, trước tiên hãy viết $7y^2$ vì nó có số mũ lớn nhất, sau đó viết hằng số 3:

$3 + 7y^2 \rightarrow 7y^2 + 3$

VÍ DỤ: Viết lại $9x^2 - 4x + \frac{5}{2} + 10x^3$ thành dạng chuẩn.

Vì $10x^3$ có số mũ lớn nhất nên nó viết trước.

$9x^2$ có số mũ lớn tiếp theo nên nó đứng thứ hai.

$-4x$ có số mũ lớn thứ ba nên nó đứng thứ ba.

$\frac{5}{2}$ là số hạng cuối cùng.

Vì $4x$ đang bị trừ trong biểu thức, hãy đảm bảo rằng nó cũng bị trừ trong dạng viết lại.

$9x^2 - 4x + \frac{5}{2} + 10x^3 \rightarrow 10x^3 + 9x^2 - 4x + \frac{5}{2}$

Khi có nhiều biến, sử dụng thứ tự bảng chữ cái để xác định thứ tự của các biến.

VÍ DỤ: Viết lại $7x^3y^5 - 8x^4y^2$ thành dạng chuẩn.

Vì có hai biến x và y nên trước tiên hãy sắp xếp biến theo thứ tự trong bảng chữ cái, x.

Vì $-8x^4y^2$ có số mũ lớn nhất theo x nên viết nó trước.

Vì $7x^3y^5$ có số mũ lớn nhất tiếp theo của x nên viết nó tiếp theo.

$7x^3y^5 - 8x^4y^2 \rightarrow -8x^4y^2 + 7x^3y^5$

VÍ DỤ: Viết lại $4a^3b^2c^5 + 7abc^2 - \frac{2}{9}a^4bc^8$ thành dạng chuẩn.

Vì có ba biến a, b và c, nên trước tiên hãy sắp xếp biến theo thứ tự trong bảng chữ cái, a.

$-\frac{2}{9}a^4bc^8$ có số mũ lớn nhất với biến a.
Viết nó trước.

$4a^3b^2c^5$ có số mũ lớn tiếp theo với biến a.
Viết nó tiếp theo.

Vì $7abc^2$ có số mũ lớn thứ ba với biến a nên hãy viết nó sau cùng.

$$4a^3b^2c^5 + 7abc^2 - \frac{2}{9}a^4bc^8 \rightarrow -\frac{2}{9}a^4bc^8 + 4a^3b^2c^5 + 7abc^2$$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 3, hãy cho biết mỗi biểu thức là một đơn thức, nhị thức, tam thức hay không thuộc biểu thức nào trong số này.

1. $6x^3 - 5y$

2. $9x^3 + 5x^2 - 4x + 7$

3. $8x^2y$

Đối với câu hỏi 4 và 5, hãy viết tất cả các hệ số và tất cả các biến.

4. $9a^3 + 7ab^2 - 0{,}4b$

5. $3h^4 - 0{,}7k - 51mn$

Đối với các câu hỏi từ 6 đến 8, hãy viết lại biểu thức theo thứ tự giảm dần.

6. $5a^3 - 0{,}9a^4 + a^5 + 7$

7. $3{,}2x - 0{,}8x^3 + 5$

8. $-9mn^2 + 7m^3n^6 + \frac{3}{4} - \frac{15}{11}m^2n^{10}$

Đối với câu hỏi 9 và 10, hãy nêu bậc của từng biểu thức.

9. $4x^2y^3z^8$

10. $-\frac{3}{2}pqr^7$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Nhị thức

2. Không thuộc cái nào trong số đã cho.

3. Đơn thức

4. Hệ số: 9; 7; −0,4; biến: a; b; c

5. Hệ số: −0,7; 51; biến: h; k; m; n

6. $a^5 - 0{,}9a^4 + 5a^3 + 7$

7. $-0{,}8x^3 + 3{,}2x + 5$

8. $7m^3n^6 - \frac{15}{11}m^2n^{10} - 9mn^2 + \frac{3}{4}$

9. Bậc: 3

10. Bậc: 9

Chương 22

TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

TÍNH TOÁN là quá trình tính một biểu thức đại số bằng cách THẾ (thay thế) một biến bằng một số rồi tính giá trị của biểu thức theo đúng thứ tự của phép toán.

VÍ DỤ: Tính $3x + 5$ khi $x = 4$.

$3x + 5$

$= 3(4) + 5$ ← $x = 4$. vì vậy thế 4 vào x.

$= 12 + 5$

$= 17$

VÍ DỤ: Tính $5y^2 + 7y + 3$ khi $y = -4$.

$= 5(-4)^2 + 7(-4) + 3$

$= 5(16) - 28 + 3$

$= 80 - 28 + 3$

$= 52 + 3$

$= 55$

Thực hiện theo các bước tương tự khi có hai hoặc nhiều biến.

VÍ DỤ: Tính $-6x + 7y$ khi $x = 3$ và $y = -5$.

$= -6(3) + 7(-5)$ Thế 3 vào x và -5 vào y.

$= -18 - 35$

$= -53$

VÍ DỤ: Tính $\frac{6f - 4g}{5fg^2}$ khi $f = 8$ và $g = 3$.

$= \frac{6(8) - 4(3)}{5(8)(3^2)}$

$= \frac{48 - 12}{5(8)(9)}$

$= \frac{36}{360}$

$= \frac{1}{10}$

Khi các biến ở tử số hoặc mẫu số, trước tiên hãy tính tử số, sau đó tính mẫu số; rồi chia tử số cho mẫu số.

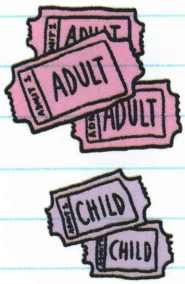
VÍ DỤ: Lợi nhuận mà đại lý bán vé thu được được biểu thị bằng biểu thức $95x + 72y$, trong đó x đại diện cho số lượng vé người lớn đã bán và y đại diện cho số lượng vé trẻ em đã bán. Nếu bán 40 vé người lớn và bán 15 vé trẻ em thì đại lý bán vé lãi bao nhiêu?

$95\,(40) + 72\,(15)$

$= 3.800 + 1.080$

$= 4.880$

Đại lý bán vé kiếm được 4.880 đô la tiền lãi.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 8, hãy tính từng biểu thức.

1. Tính $2x - 9$ khi $x = 4$.

2. Tính $5y - 3y$ khi $y = -7$.

3. Tính $4a^3 + 57$ khi $a = -2$.

4. Tính $8m^2 - 12m + 3$ khi $m = 1$.

5. Tính $8a^2 - 6a$ khi $a = \frac{1}{2}$.

6. Tính $9x - 4y$ khi $x = 2$ và $y = 3$.

7. Tính $7p^2 - 46q$ khi $p = -1$ và $q = 8$.

8. Tính $\frac{8x + y}{4 - xy^2}$ khi $x = -2$ và $y = 2$.

9. Số lượng thức ăn vật nuôi mà Robin mua được biểu thị bằng biểu thức $8c + 5d$, trong đó c đại diện cho số pound thức ăn cho mèo và d đại diện cho số pound thức ăn cho chó. Nếu Robin mua 21 pound thức ăn cho mèo và 13 pound thức ăn cho chó thì cô ấy mua tổng cộng bao nhiêu pound thức ăn cho vật nuôi?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. -1

2. -14

3. 25

4. -1

5. -1

6. 6

7. -41

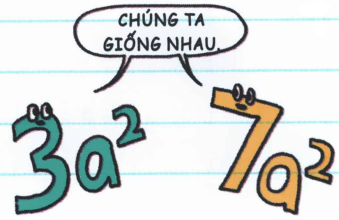
8. $-\frac{7}{6}$

9. Robin mua 233 pound thức ăn cho vật nuôi.

Chương 23

KẾT HỢP CÁC SỐ HẠNG

CÁC SỐ HẠNG GIỐNG NHAU là các số hạng có cùng biến và cùng số mũ. Các số hạng giống nhau có thể có các hệ số khác nhau, miễn là chúng có cùng biến và cùng số mũ.



Ta **NHÓM CÁC SỐ HẠNG GIỐNG NHAU** (còn được gọi là **KẾT HỢP CÁC SỐ HẠNG**) để đơn giản hóa biểu thức.

Nói cách khác, ta viết lại biểu thức để nó chứa ít số, biến và phép toán hơn. Về cơ bản, ta đang rút gọn để làm cho biểu thức dễ tính hơn.

Ví dụ: Tomás có 4 viên bi trong túi. Đặt m là từng viên bi.

Ta có thể biểu thị số viên bi dưới dạng $m + m + m + m$, nhưng viết $4 \cdot m$, hoặc $4m$ thì đơn giản hơn nhiều.

Lưu ý: Để kết hợp các số hạng có cùng một biến, ta cộng hệ số.

Ví dụ: Tomás có 5 viên bi trong túi màu xanh lá cây, 1 viên bi trong túi màu đỏ và 3 viên bi trong túi màu vàng. Đặt m là mỗi viên bi.

Ta có thể biểu thị tất cả các túi bi mà bạn ấy có là $5m + m + 3m$, nhưng viết $9m$ thì đơn giản hơn nhiều.

VÍ DỤ: Rút gọn bằng cách kết hợp các số hạng: $7x - 2x + 4x$.

$= 7x - 2x + 4x$

Khi có dấu trừ đứng trước bất kỳ số hạng nào, ta phải thực hiện phép trừ.

$= 5x + 4x$

$= 9x$

Nếu hai số hạng **KHÔNG** cùng một biến, chúng **KHÔNG THỂ** kết hợp được với nhau.

VÍ DỤ: Rút gọn $7a - 8b + 13c + 5a + b - 2$.

$= 7a - 8b + 13c + 5a + b - 2$

Kết hợp $7a$ và $5a \rightarrow 12a$

Kết hợp $-8b$ và $b \rightarrow -7b$

$= 12a - 7b + 13c - 2$

$13c$ và -2 không kết hợp được với bất kỳ số hạng nào khác.

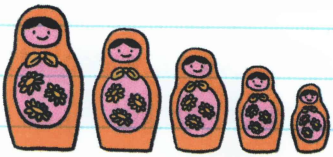
Lưu ý: $3xy$ có thể kết hợp với $10yx$. Đó là vì Tính chất giao hoán của phép nhân chỉ rõ xy tương đương với yx.

Khi rút gọn các biểu thức hoặc phương trình đại số, hãy đặt tất cả các biến theo thứ tự bảng chữ cái và tất cả các số hạng theo thứ tự giảm dần. Điều đó có nghĩa là số hạng có số mũ lớn nhất viết trước và hằng số đứng sau cùng.

VÍ DỤ: Viết $8a - 4a^2 + 9c - 6 + 10d^2 - 3b^2 - 4{,}7c^5$ theo thứ tự giảm dần.

$8a - 4a^2 - 3b^2 + 9c - 4{,}7c^5 + 10d^2 - 6$ Đầu tiên, sắp xếp theo thứ tự bảng chữ cái.

$= -4a^2 + 8a - 3b^2 - 4{,}7c^5 + 9c + 10d^2 - 6$ Sau đó, sắp xếp theo thứ tự giảm dần.



Đôi khi, ta có thể cần phải áp dụng tính chất phân phối trước và sau đó nhóm các số hạng.

$a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

VÍ DỤ: Rút gọn $2 + 11x - 3(x - 5) + 7x + \frac{1}{4}x$.

$2 + 11x - 3(x - 5) + 7x + \frac{1}{4}x$ Đầu tiên, áp dụng tính chất phân phối để tách -3.

$= 2 + 11x - 3x + 15 + 7x + \frac{1}{4}x$ Kết hợp các số hạng giống nhau.

$= 17 + \frac{61}{4}x$ $11x - 3x + 7x + \frac{1}{4}x = 15 + \frac{1}{4}x = \frac{61}{4}x$

$= \frac{61}{4}x + 17$ Sắp xếp theo thứ tự giảm dần.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Trong các câu hỏi từ 1 đến 8, hãy đơn giản hóa từng biểu thức. Viết câu trả lời của bạn theo thứ tự giảm dần.

1. $9x + 2x$

2. $12m + 3m - m$

3. $3p - 5q + 4q - 1$

4. $3a - 4b + 5c + 6c + 7b - 8a$

5. $3x^2 - 8x + 1 + 7x - 10x^2$

6. $9m + 3n^2 - 5m + 7n + \frac{3}{2}n$

7. $-6{,}1ab + 3c + 5{,}4ba$

8. $8y - 3(x - 2y) + 15$

9. Tổng số dặm Roberto đã đạp xe vào thứ Hai được biểu thị bằng biểu thức $4a - 3b - 5$. Tổng số dặm Roberto đã đạp xe vào thứ Ba được biểu thị bằng biểu thức $9b + 12$. Hỏi Roberto đã đạp được tổng cộng bao nhiêu dặm?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $11x$

2. $14m$

3. $3p - q - 1$

4. $-5a + 3b + 11c$

5. $-7x^2 - x + 1$

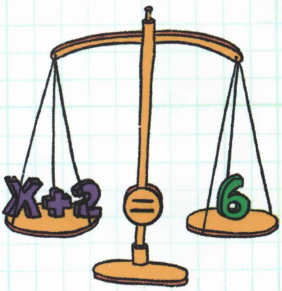
6. $4m + 3n^2 + \frac{17}{2}n$

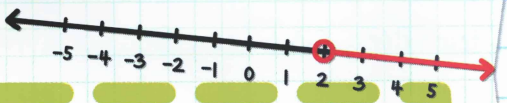
7. $-0{,}7ab + 3c$

8. $-3x + 14y + 15$

9. Tổng cộng Roberto đã đạp xe $4a + 6b + 7$ dặm.

Bài 5





Phương trình và bất phương trình tuyến tính

Chương 24

ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH

PHƯƠNG TRÌNH là một mệnh đề toán học có dấu bằng. Có các biểu thức bên trái và bên phải của dấu bằng.

Biểu thức ⟶ $7x + 8y = 5a - b + 6$ ⟵ Biểu thức

Để giải một phương trình, ta tìm giá trị của biến làm cho phương trình đúng. Giá trị này được gọi là **NGHIỆM**.

VÍ DỤ: $x = -3$ có là một nghiệm của phương trình $4X = -12$ không?

$4(-3) \stackrel{?}{=} -12$ ⟵ Thay -3 vào x.

$-12 \stackrel{?}{=} -12$

Cả hai vế của phương trình bằng nhau, vậy $x = -3$ là nghiệm của phương trình.

VÍ DỤ: $x = -2$ và $y = 5$ có phải là nghiệm của phương trình $6y = 4x + 15$ không?

Đây là cặp giá trị.

$6(5) \stackrel{?}{=} 4(-2) + 15$

$30 \stackrel{?}{=} 7$

Cả hai vế của phương trình KHÔNG bằng nhau, do đó $x = -2$ và $y = 5$ KHÔNG là nghiệm của phương trình.

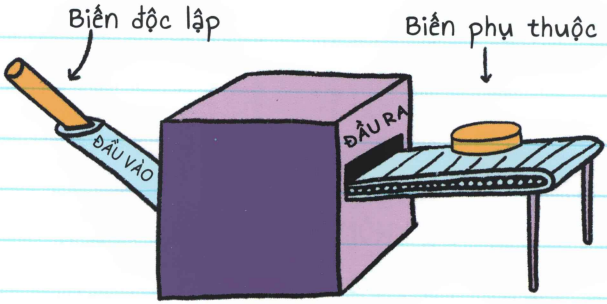
BIẾN ĐỘC LẬP VÀ PHỤ THUỘC

Có hai loại biến số có thể xuất hiện trong một phương trình:

- BIẾN ĐỘC LẬP: Biến được đưa vào để thay thế.
- BIẾN PHỤ THUỘC: Biến đang đi tìm.

Ghi nhớ: Biến phụ thuộc PHỤ THUỘC vào biến độc lập.

Biến độc lập còn được gọi là đầu vào và biến phụ thuộc là đầu ra.



Ví dụ: Cho phương trình $y = 7x + 9$, chỉ ra đâu là biến độc lập và đâu là biến phụ thuộc.

Vì ta tìm y bằng cách thay các giá trị vào x nên biến x là **biến độc lập** và biến y là **biến phụ thuộc**.

VÍ DỤ: Giải phương trình $y = 4x + 10$ khi $x = -1$.

$y = 4(-1) + 10$ Thay -1 vào x.

$y = 6$

x là biến độc lập và y là biến phụ thuộc.

VÍ DỤ: Tìm n trong phương trình $n = \frac{r-9}{3} - 4r$ khi $r = 6$.

$$n = \frac{(6)-9}{3} - 4(6)$$

$$= \frac{-3}{3} - 24$$

$$n = -25$$

THỬ LẠI

Nếu bạn không chắc chắn về cách giải của mình cho bất kỳ phương trình nào, bạn có thể kiểm tra đáp án của mình bằng cách thay thế nghiệm của bạn vào phương trình ban đầu.

$$n = \frac{r-9}{3} - 4r$$

$$(-25) \stackrel{?}{=} \frac{(6)-9}{3} - 4(6)$$ Thay 6 vào r và -25 vào n.

$$-25 \stackrel{?}{=} -1 - 24$$

$-25 \stackrel{?}{=} -25$ ✓ Câu trả lời là đúng!

PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH là một phương trình trong đó số mũ cao nhất của các biến là 1.

Đồ thị của phương trình tuyến tính là một đường thẳng.

> Phương trình tuyến tính còn được gọi là *phương trình bậc nhất.*

Đây là các phương trình tuyến tính: $4a + 6 = 9a$ $y = 3x + 7$

Đây KHÔNG phải là phương trình tuyến tính:

Số mũ cao nhất là 2, không phải 1.

$3m^2 + 7m - 6 = 0$

Không có dấu bằng, vì vậy không phải phương trình tuyến tính.

$9c + 7d - 4$

VÍ DỤ: John chọn một số ngẫu nhiên. Susan cộng 3 vào số của John.

Viết một phương trình tuyến tính cho bài toán trên.

Gọi x là số mà John chọn. Gọi y là số sau khi Susan cộng 3 vào số của John.

Vì Susan cộng 3 vào số của John, nên y được xác định bằng tổng của x và 3: $y = x + 3$.

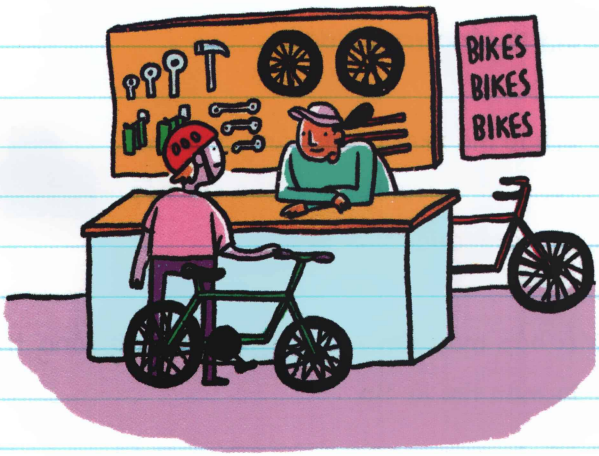
VÍ DỤ: Một cửa hàng xe đạp tính phí thuê xe đạp cho khách là 20 đô la và 5 đô la mỗi giờ đạp xe. Viết phương trình tuyến tính biểu thị số tiền cửa hàng xe đạp thu của khách thuê và đạp xe.

Gọi x là số giờ người khách đạp xe. Gọi y cho tổng chi phí mà khách phải trả.

Khách trả 5 đô la mỗi giờ cho x giờ họ đạp xe:
$5 \cdot x = 5x$ đô la.

Tổng số tiền nhận được bằng cách cộng chi phí thuê 20$ và $5x$$:

Vì vậy, $y = 5x + 20$



VÍ DỤ: Tổng của hai số là 25. Viết phương trình tuyến tính biểu thị bài toán này.

Gọi x là số đầu tiên và y là số thứ hai.

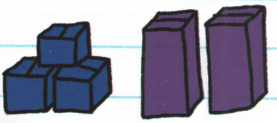
Vì tổng có được bằng cách cộng hai số nên ta có: $x + y = 25$.

VÍ DỤ: Sami có một số hộp màu xanh mỗi hộp nặng 3 pound và một số hộp màu tím mỗi hộp nặng 8 pound. Viết phương trình tuyến tính biểu thị tổng trọng lượng của các hộp.

Gọi b là số hộp màu xanh và p là số hộp màu tím.

Gọi t là tổng trọng lượng.

Mỗi hộp màu xanh lam nặng 3 pound. Vì vậy, tổng trọng lượng của các hộp màu xanh được viết là $3b$.



Mỗi hộp màu tím nặng 8 pound. Vậy tổng trọng lượng các hộp màu tím là: $8p$.

Tổng trọng lượng của các hộp thu được:
$t = 3b + 8p$.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 5, hãy giải từng phương trình.

1. $y = 3 + x$ khi $x = -5$

2. $y = 4x - \frac{1}{2}$ khi $x = 3$

3. $a = \frac{b-3}{5} + 7b$ khi $b = -2$

4. $w = (9 + z)^3$ khi $z = -11$

5. $m = 3n^2 - n - 7$ khi $n = -1$

6. Số dứa trong hộp ít hơn số xoài 8 quả. Gọi p là số dứa. Viết một phương trình tuyến tính biểu thị tình huống này.

7. Số tuổi của Betty lớn hơn gấp hai lần và thêm 12 tuổi so với tuổi của John. Đặt b là tuổi của Betty và j là tuổi của John. Viết một phương trình tuyến tính biểu thị tình huống này.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $y = -2$

2. $y = \frac{23}{2}$ hoặc $11\frac{1}{2}$

3. $a = -15$

4. $w = -8$

5. $m = -3$

6. $p = m - 8$

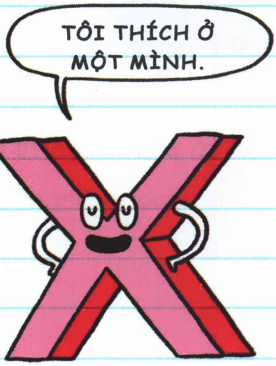
7. $b = 2j + 12$

Chương 25

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH MỘT BIẾN

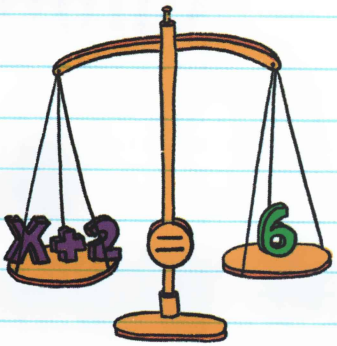
Trong một phương trình, khi ta không được cho biết một số để thay thế cho một biến, ta phải "giải" để tìm biến đó.

Giải một phương trình giống như hỏi, "Giá trị nào làm cho phương trình này đúng?"



Khi giải tìm một biến, ta phải CÔ LẬP BIẾN về một phía của dấu bằng của phương trình, sao cho nó đứng "một mình".

VÍ DỤ: Tìm x: $x + 2 = 6$



Để cô lập biến:

Hãy coi một phương trình là một cái cân, với dấu bằng ở giữa.

Bạn phải giữ cân luôn cân bằng:

Bất cứ điều gì bạn làm với một bên của cái cân, bạn phải làm tương tự với bên còn lại.

Hỏi, "Điều gì đang xảy ra với biến này?"

Trong $x + 2 = 6$, 2 đang được cộng vào biến ở phía bên trái. Để lấy biến một mình (cô lập biến), hãy sử dụng PHÉP TOÁN NGƯỢC.

Ngược với cộng 2 là gì?
Là trừ 2.

Vì vậy ta phải trừ 2 từ CẢ ~~HAI~~ về của phương trình!!

Ngược nghĩa là đảo ngược

$x + 2 = 6$

$x + 2 - 2 = 6 - 2$

$x = 4$

THỬ LẠI

$(4) + 2 \stackrel{?}{=} 6$ Thay 4 vào x.

$6 \stackrel{?}{=} 6$ ✓ Phương trình đúng nên đáp án là đúng.

Một số phép toán và phép toán ngược của chúng:

PHÉP TOÁN	PHÉP TOÁN NGƯỢC
Phép cộng →	Phép trừ
Phép trừ →	Phép cộng
Phép nhân →	Phép chia
Phép chia →	Phép nhân
Bình phương (lũy thừa 2) →	Căn bậc hai ($\sqrt{\ }$)
Lập phương (lũy thừa 3) →	Căn bậc ba ($\sqrt[3]{\ }$)

VÍ DỤ: Tìm x: $x - 7 = 12$

$x - 7 = 12$ Điều gì đang xảy ra với x?

x bị trừ đi 7.

$x - 7 + 7 = 12 + 7$ Ngược của phép trừ 7 là phép cộng 7.

$x = 19$

THỬ LẠI

$(19) - 7 \stackrel{?}{=} 12$ Thay 19 vào x.

$12 \stackrel{?}{=} 12$ ✓ Đáp án là đúng.

VÍ DỤ: Tìm t: $-6t = 138$

$-6t = 138$ Điều gì đang xảy ra với t?
t đang được nhân với -6.

$\frac{-6t}{-6} = \frac{138}{-6}$ Ngược của nhân với -6 là chia cho -6.

$t = -23$

THỬ LẠI

$-6(-23) \stackrel{?}{=} 138$

$138 \stackrel{?}{=} 138$ ✓

Đôi khi ta có thể cần dùng các phép toán ngược nhiều lần.

VÍ DỤ: Tìm x: $3x + 13 = 7$

$3x + 13 = 7$

$3x + \boxed{13} - \boxed{13} = 7 - 13$ Ngược của phép cộng là phép trừ.

$3x = -6$

$\frac{\boxed{3}x}{\boxed{3}} = \frac{-6}{3}$ Ngược của phép nhân là phép chia.

$x = -2$

Đôi khi ta có thể cần sử dụng tính chất phân phối cũng như các phép toán ngược khi giải một bài toán.

VÍ DỤ: Tìm m: $4(m - 3) = 20$

$4(m - 3) = 20$ Phân phối 4 với các số hạng trong ngoặc đơn.

$4m - 12 = 20$

$4m - \boxed{12} + \boxed{12} = 20 + 12$ Ngược của phép trừ là phép cộng.

$4m = 32$

$\frac{\boxed{4}m}{\boxed{4}} = \frac{32}{4}$ Ngược của phép nhân là phép chia.

$m = 8$

Một cách khác để giải là chia cho 4 trước!

Đôi khi ta có thể cần kết hợp các số hạng giống nhau. Sau đó sử dụng các phép toán ngược.

VÍ DỤ: Tìm p: $9p - 5p = 52$

$9p - 5p = 52$

$9p$ và $5p$ là các số hạng giống nhau

$4p = 52$

$$\frac{4p}{4} = \frac{52}{4}$$

$p = 13$

VÍ DỤ: Tìm x: $-4(2x - 1) - 3x = 6x - 5$

$-4(2x - 1) - 3x = 6x - 5$

Đầu tiên sử dụng tính chất phân phối.

$-8x + 4 - 3x = 6x - 5$

Kết hợp các số hạng giống nhau ở mỗi vế.

$-11x + 4 = 6x - 5$

$-11x - 6x + 4 - 4 = 6x - 6x - 5 - 4$ Sử dụng các phép toán ngược.

$-17x = -9$

$$\frac{-17x}{-17} = \frac{-9}{-17}$$

$$x = \frac{9}{17}$$

VÍ DỤ: Hôm nay, Eddie cần trả 690$ tiền thuê cửa hàng đồ trượt tuyết của mình. Anh ấy cho khách hàng thuê ván trượt với giá 40 đô la một ngày. Hỏi Eddie cần bao nhiêu khách hàng thuê ván trượt để anh ta có thể trả tiền thuê cửa hàng và còn dư 150 đô la?

Gọi s là số ván trượt mà Eddie cho thuê.

Vì Eddie cần trả 690$ tiền thuê, hãy sử dụng phép trừ để lập phương trình:

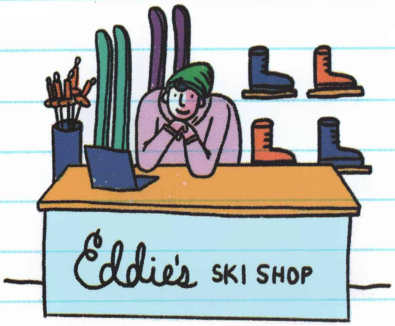
$$40s - 690 = 150$$

$$40s - 690 + 690 = 150 + 690$$

$$40s = 840$$

$$\frac{40s}{40} = \frac{840}{40}$$

$$s = 21$$



Vậy Eddie cần cho 21 khách hàng thuê ván trượt.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 9, giải phương trình.

1. $6x + 25 = 7$

2. $-2y - 3 = -29$

3. $a - 3a + 8a = 54$

4. $5m - 2 = 12m - 16$

5. $3x - 5 = x + 2 - 10 - 7x$

6. $2(x - 3) = 18$

7. $-3(n + 5) = -26 + 2$

8. $2p - 13 = 5p - (1p - 7)$

9. $-4(x - 3) = 3(x + 2)$

10. Patty bán bánh nướng cho khách hàng với mức giá 16 đô la một chiếc. Patty bắt đầu một ngày với 90 đô la trong máy tính tiền của mình. Hỏi Patty cần bán bao nhiêu cái bánh để cô ấy có 538 đô la trong máy tính tiền?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $x = -3$

2. $y = 13$

3. $a = 9$

4. $m = 2$

5. $x = -\frac{1}{3}$

6. $x = 12$

7. $n = 3$

8. $p = -10$

9. $x = \frac{6}{7}$

10. Patty cần bán 28 cái bánh.

Chương 26

GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT BIẾN

VIẾT BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Trong khi một phương trình là một mệnh đề toán học có chứa một dấu bằng, **BẤT PHƯƠNG TRÌNH** là một mệnh đề toán học có chứa một dấu cho biết rằng các giá trị ở mỗi bên tạo ra một so sánh không bằng nhau.

Một bất phương trình so sánh hai biểu thức và sử dụng các ký hiệu $>$, $<$, $\geq$ hoặc $\leq$.

Ví dụ: $x < 2$ $x > 2y + 7$

$a + 7b \geq 3c - 4d$ $7x^2 - 5 \leq \frac{1}{2}x + y$

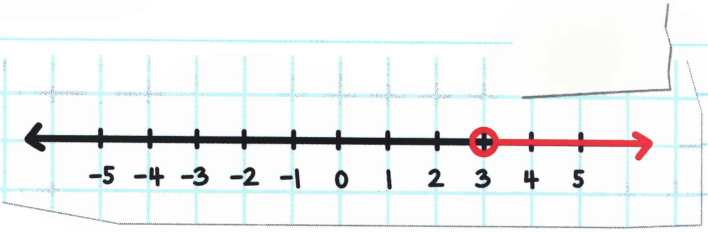
KÝ HIỆU	Ý NGHĨA
$<$	Nhỏ hơn
$>$	Lớn hơn
$\leq$	Nhỏ hơn hoặc bằng
$\geq$	Lớn hơn hoặc bằng

VẼ ĐỒ THỊ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Ngoài việc viết các bất phương trình bằng cách sử dụng các ký hiệu, chúng ta có thể vẽ các **BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG ĐỒ THỊ** trên một trục số. Có nhiều cách khác nhau để vẽ đồ thị bất phương trình.

1. Nếu mệnh đề sử dụng dấu $<$ hoặc $>$, chúng ta sử dụng **KHOANH TRÒN RỖNG** để chỉ ra rằng số đó *không* được tính.

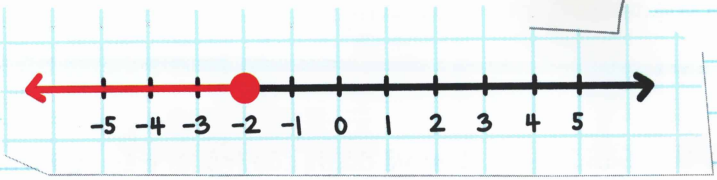
Ví dụ: Vẽ đồ thị $x > 3$.



Số đại diện bởi x *lớn hơn* 3, vì vậy 3 KHÔNG thuộc tập nghiệm.

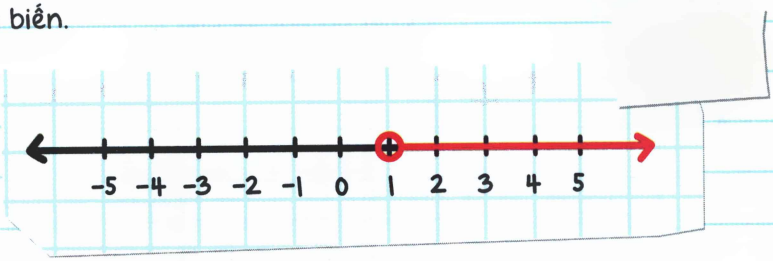
2. Nếu mệnh đề sử dụng dấu $\leq$ hoặc $\geq$ ta sử dụng **KHOANH TRÒN KÍN** để chỉ ra rằng số đó được tính. Điều này cho thấy rằng tập nghiệm bao gồm chính số đó.

Ví dụ: Vẽ đồ thị $x \leq -2$.



Số biểu diễn bởi *x nhỏ hơn hoặc bằng* -2, vì vậy -2 cũng là nghiệm.

Ví dụ: Viết bất phương trình mà trục số này biểu diễn. Sử dụng x làm biến.



Vì ta đang có một khoanh tròn rỗng, nên ta sẽ sử dụng dấu $<$ hoặc $>$.

Các số lớn hơn 1 là một phần của mũi tên đỏ, do đó bất phương trình là: $x > 1$.

GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Để giải bất phương trình, ta thực hiện các bước tương tự như giải phương trình.

Giải một bất phương trình cũng giống như hỏi, "Tập giá trị nào làm cho phương trình này đúng?"

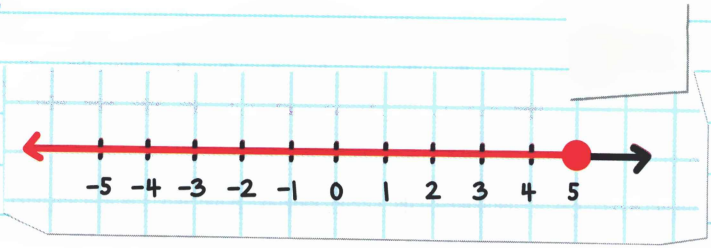
VÍ DỤ: Giải $2x - 1 \leq 9$ và vẽ đồ thị câu trả lời trên một trục số.

$2x - 1 + 1 \leq 9 + 1$ Cộng 1 vào cả hai vế.

$2x \leq 10$

$\frac{2x}{2} \leq \frac{10}{2}$ Chia cả hai vế cho 2.

$x \leq 5$



Bất cứ khi nào bạn NHÂN hoặc CHIA cho một số âm, ta phải đảo chiều của dấu bất phương trình.

Tuy nhiên, bạn không cần phải đảo chiều của dấu bất phương trình khi CỘNG hoặc TRỪ một số âm. Ta đảo ngược ký hiệu so sánh vì số âm làm thay đổi phép so sánh.

VÍ DỤ: Tìm x: $-3x \leq 12$

$-3x \leq 12$

$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{12}{-3}$

đảo ngược ký hiệu

$x \geq -4$

THỬ LẠI

Kiểm tra câu trả lời bằng cách chọn bất kỳ số nào *lớn hơn hoặc bằng* -4.

Kiểm tra $x = -4$: $-3(-4) \stackrel{?}{\leq} 12$ $12 \stackrel{?}{\leq} 12$ ✓

Kiểm tra $x = 0$: $-3(0) \stackrel{?}{\leq} 12$ $0 \stackrel{?}{\leq} 12$ ✓

Cả hai câu trả lời đều đúng.

Ký hiệu bất phương trình có thể được hiểu qua các cụm từ khác nhau.

- $<$ "nhỏ hơn", "bé hơn"
- $>$ "lớn hơn", "nhiều hơn"
- $\leq$ "nhỏ hơn hoặc bằng", "nhiều nhất", "không nhiều hơn"
- $\geq$ "lớn hơn hoặc bằng", "ít nhất", "không nhỏ hơn"

VÍ DỤ: Cửa hàng đồ chơi của Kristina nhận được các thùng búp bê. Mỗi thùng có 12 con búp bê. Cửa hàng của Kristina đã có 26 con búp bê. Hỏi Kristina phải đặt bao nhiêu thùng búp bê để cửa hàng của cô ấy có ít nhất 89 con búp bê?

(Làm tròn câu trả lời của bạn đến số nguyên gần nhất.)

Gọi x là số thùng mà Kristina phải đặt.

Vì cửa hàng của cô ấy cần có *ít nhất* 89 con búp bê, ta sẽ sử dụng ký hiệu $\geq$:

$26 + 12x \geq 89$

$12x \geq 63$

$x \geq 5{,}25$

Vì Kristina không thể đặt 0,25 thùng nên cô ấy phải đặt ít nhất 6 thùng.

Câu trả lời cho bất kỳ bất phương trình nào là một tập hợp vô hạn các số.

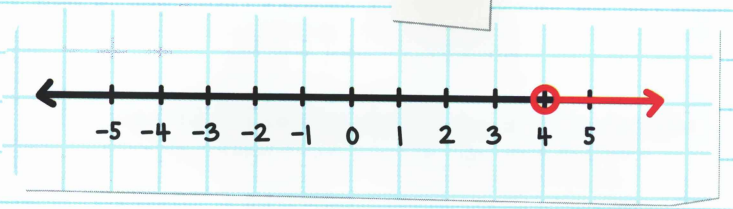
Câu trả lời $x \geq -4$ có nghĩa là **BẤT KỲ** số nào lớn hơn (có thể kéo dài vô hạn) hoặc bằng -4.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

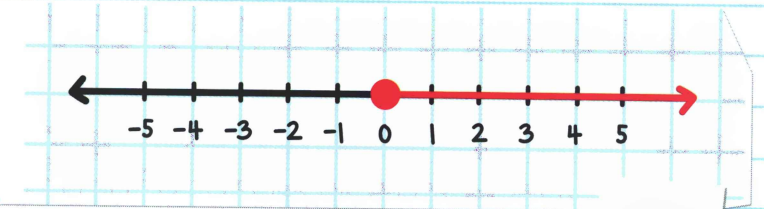
1. Vẽ đồ thị của bất phương trình $x \leq 1$ trên một trục số.

2. Vẽ đồ thị của bất phương trình $y > -2$ trên một trục số.

3. Viết bất phương trình mà trục số này biểu diễn, sử dụng x làm biến số của bạn.



4. Viết bất phương trình mà trục số này biểu diễn, sử dụng y làm biến số của bạn.



Đối với các câu hỏi từ 5 đến 9, hãy giải và vẽ đồ thị bất phương trình trên một trục số.

5. $4x < -12$

6. $-7x \leq -7$

7. $4x + 3 \geq -5$

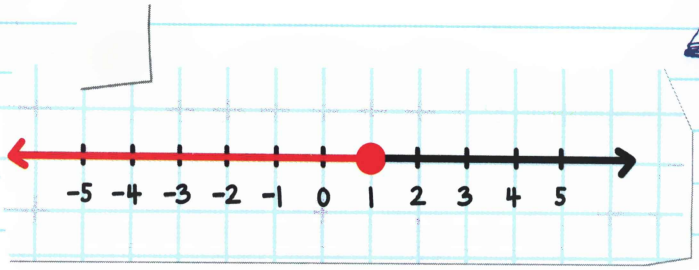
8. $10x + 15 > 6x - 5$

9. $-9x + 16 \geq -5x + 28$

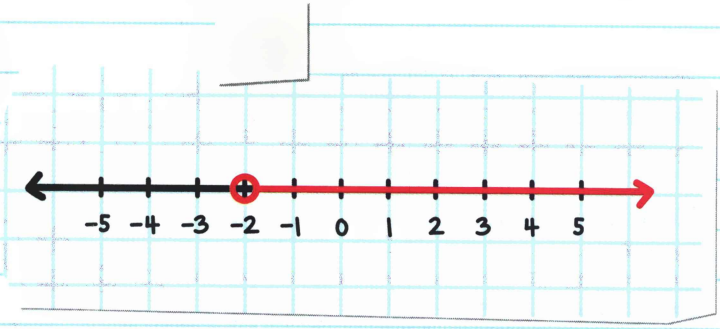
10. Padma bán vé cho khách hàng với giá 8 đô la một vé. Cho đến nay, Padma đã kiếm được 22 đô la doanh thu. Hỏi Padma cần bán bao nhiêu vé để cô ấy kiếm được nhiều nhất là 300 đô la?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1.



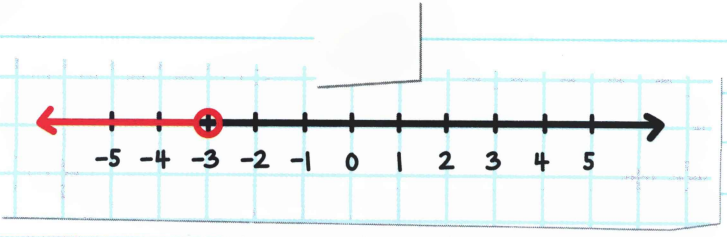
2.



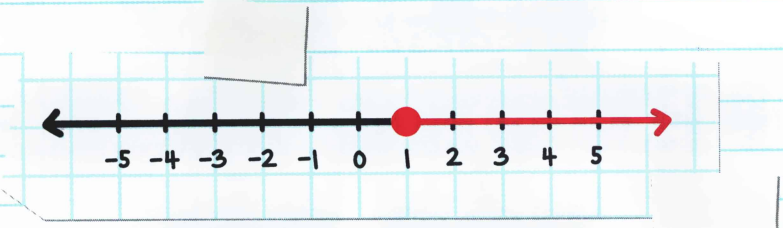
3. $x > 4$

4. $y \geq 0$

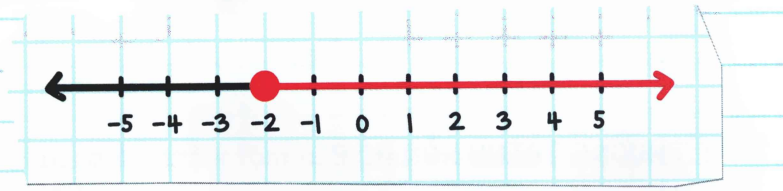
5. $x < -3$



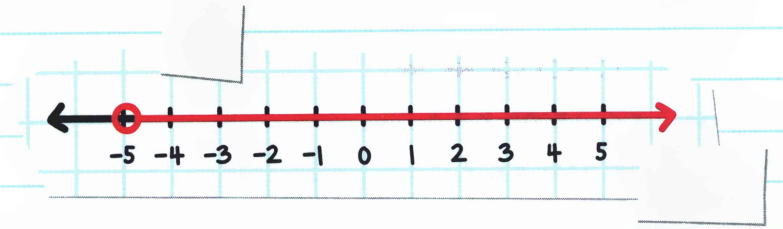
6. $x \geq 1$



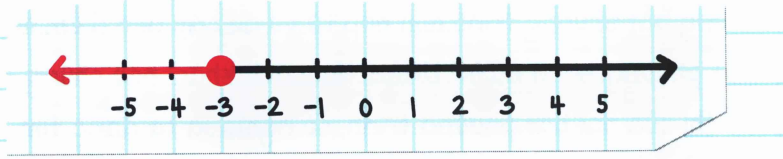
7. $x \geq -2$



8. $x > -5$



9. $x \leq -3$



10. Padma cần bán nhiều nhất 34 vé.

Chương 27

GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH HỖN HỢP

BẤT PHƯƠNG TRÌNH HỖN HỢP là một mệnh đề chứa ít nhất hai bất phương trình riêng biệt được nối với nhau bằng từ **và** hoặc từ **hoặc**.

Ví dụ: $x < -1$ **hoặc** $x \geq 3$

$x \geq 3$ **và** $x \leq 4$

PHẦN GIAO (*và*)

Trong bất phương trình hỗn hợp từ **và** đề cập đến điểm mà các bất phương trình GIAO NHAU. Nói cách khác, nếu chúng ta vẽ đồ thị của hai bất phương trình, có nghĩa là ta đang tìm vị trí mà chúng *trùng nhau*.

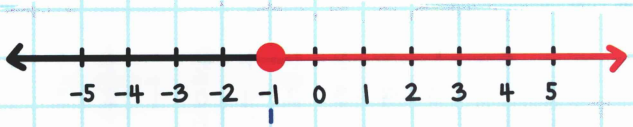
Tập nghiệm cuối cùng phải đúng với CẢ HAI bất phương trình.

VÍ DỤ: Sử dụng trục số, giải và vẽ đồ thị:

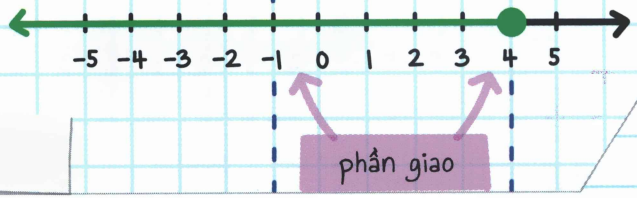
$x \geq -1$ và $x \leq 4$.

Bước 1: Vẽ đồ thị của từng bất phương trình trên một trục số.

$x \geq -1$:



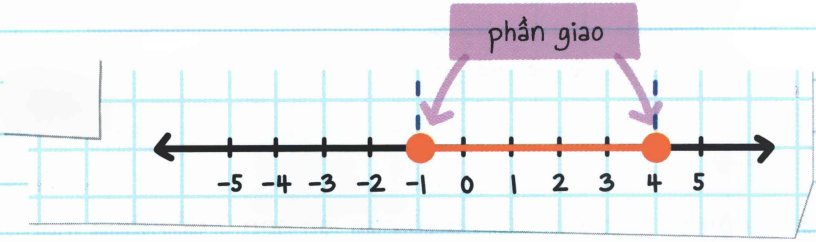
$x \leq 4$:



Bước 2:

Xác định vị trí giao nhau (vùng trùng nhau) của hai đồ thị.

Dựa vào hai đồ thị trên, phần giao nhau là từ -1 đến 4.



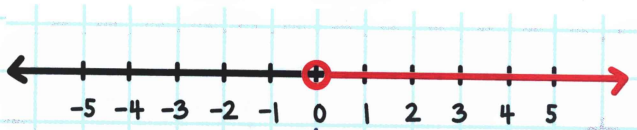
Điều này có nghĩa là bất kỳ số nào giữa hoặc bao gồm -1 và 4 đều thỏa mãn CẢ HAI bất phương trình.

Ta có thể viết tập nghiệm này là $-1 \leq x \leq 4$.

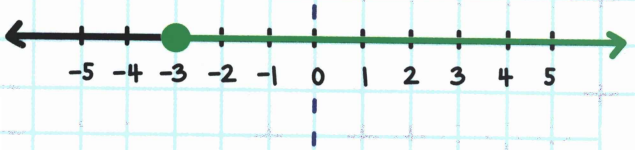
VÍ DỤ: Sử dụng trục số, giải và vẽ đồ thị $x > 0$ và $x \geq -3$.

Bước 1: Vẽ đồ thị của từng bất phương trình trên một trục số.

$x > 0$:



$x \geq -3$:

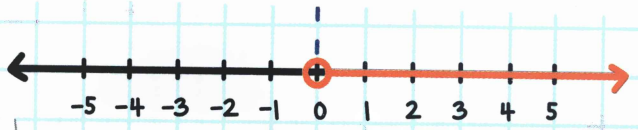


Bước 2:

Xác định

phần giao nhau của hai đồ thị.

Dựa vào hai đồ thị trên, phần giao nhau là:



Điều này có nghĩa là bất kỳ số nào lớn hơn 0 đều thỏa mãn cả hai bất phương trình.

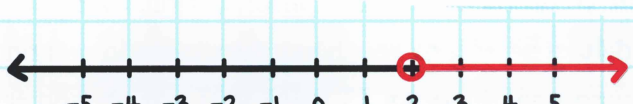
Ta KHÔNG đưa số 0 vào tập nghiệm của mình vì x = 0 sẽ không thỏa mãn.

Ta có thể viết tập nghiệm này là $x > 0$.

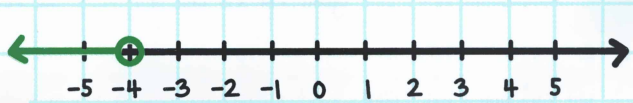
VÍ DỤ: Sử dụng trục số, giải và vẽ đồ thị: $x > 2$ và $x < -4$.

Bước 1: Vẽ đồ thị của từng bất phương trình trên một trục số.

$x > 2$:



$x < -4$



Bước 2: Xác định vị trí giao nhau của hai đồ thị.

Dựa vào hai đồ thị trên không có điểm trùng nhau.

Do đó, không có nghiệm.

Không có nghiệm vì không có đáp án nào đúng cho cả hai bất phương trình.

PHẦN HỢP (*hoặc*)

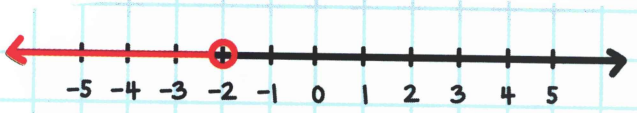
Từ *hoặc* có nghĩa là bạn đang nhìn vào PHẦN HỢP của các bất phương trình

Nếu ta vẽ đồ thị của hai bất phương trình, có nghĩa là ta đang xem điều gì sẽ xảy ra khi chúng được ghép lại với nhau. Lời giải cuối cùng phải đúng với ÍT NHẤT MỘT bất phương trình.

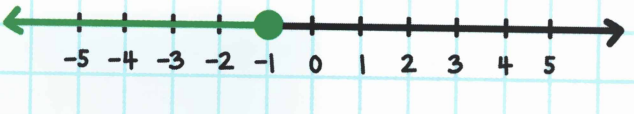
VÍ DỤ: Sử dụng trục số, giải và vẽ đồ thị: $x < -2$ và $x \leq -1$.

Bước 1: Vẽ đồ thị của từng bất phương trình trên một trục số.

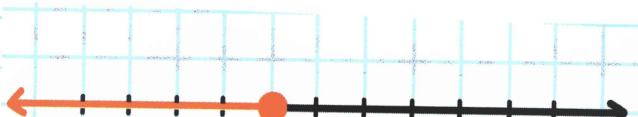
$x < -2$:



$x \leq -1$:



Bước 2: Xác định phần hợp của hai đồ thị. Dựa trên hai đồ thị trên, phần hợp là:



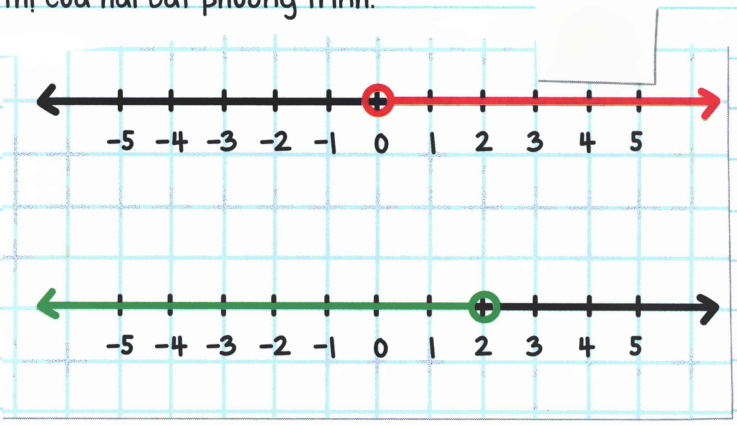
Điều này có nghĩa là bất kỳ số nào nhỏ hơn hoặc bằng -1 đều thỏa mãn ÍT NHẤT MỘT trong các phương trình.

Ta có thể viết tập nghiệm này là: $x \leq -1$.

Ta đưa -1 vào tập nghiệm, bởi vì x=-1 thỏa mãn ít nhất một bất phương trình.

VÍ DỤ: Sử dụng trục số, giải và vẽ đồ thị $x > 0$ hoặc $x < 2$.

Vẽ đồ thị của hai bất phương trình.



Dựa trên đồ thị, phần hợp là tất cả các số trên trục số. Do đó, tập nghiệm là: **mọi số thực**.

Chúng bao gồm tất cả các số thực bởi vì mọi số đều thỏa mãn ít nhất một trong hai bất phương trình.

KÝ HIỆU ĐOẠN

Cách chuẩn để viết bất phương trình là sử dụng các ký hiệu bất phương trình.

Một phương pháp khác để viết bất phương trình là sử dụng dấu ngoặc vuông hoặc dấu ngoặc đơn thay vì ký hiệu bất phương trình. Đây được gọi là **KÝ HIỆU ĐOẠN**. Ký hiệu này cho biết và đại diện cho **ĐOẠN** của tập nghiệm cuối cùng.

Đoạn là các số giữa hai số.

Khi sử dụng ký hiệu đoạn, không viết biến trong câu trả lời.

1. Dấu ngoặc đơn, (), được sử dụng khi một số **KHÔNG CÓ** trong tập nghiệm.

2. Dấu ngoặc vuông, [], được sử dụng khi tập nghiệm **BAO GỒM** một số.

(1, 5) đại diện cho tất cả các số từ 1 đến 5, trong đó **KHÔNG CÓ** 1 và 5.

Một cách khác để viết (1, 5): $1 < x < 5$.

$[-3, 2]$ đại diện cho tất cả các số từ -3 đến 2, BAO GỒM cả -3 và 2.

Một cách khác để viết $[-3, 2]$ là: $-3 \leq x \leq 2$.

$[-7, -\frac{1}{2})$ đại diện cho tất cả các số từ -7 đến $-\frac{1}{2}$, trong đó -7 KHÔNG CÓ $-\frac{1}{2}$.

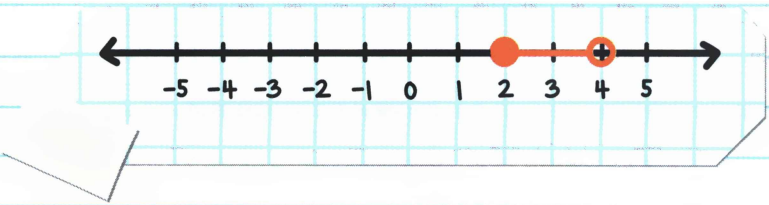
Một cách khác để viết $[-7, -\frac{1}{2})$ là: $-7 \leq x < -\frac{1}{2}$.

VÍ DỤ: Biểu diễn $2 \leq x < 4$ trong ký hiệu đoạn.

Bước 1: Vẽ đồ thị của bất phương trình trên một trục số.

Bất phương trình $2 \leq x < 4$ đại diện cho tất cả các giá trị của x **lớn hơn hoặc bằng 2** ($2 \leq x$ giống với $x \geq 2$) **VÀ nhỏ hơn 4.**

Vẽ đồ thị bất phương trình $2 \leq x < 4$ trên một trục số:



Bước 2: Sử dụng dấu ngoặc đơn và/hoặc dấu ngoặc vuông để viết tập nghiệm theo ký hiệu đoạn.

Vì nghiệm bao gồm số 2, nên sử dụng dấu ngoặc vuông với số 2.

Vì nghiệm KHÔNG bao gồm số 4, nên sử dụng dấu ngoặc đơn với 4.

Do đó, bất phương trình được viết dưới dạng ký hiệu đoạn là $[2, 4)$.

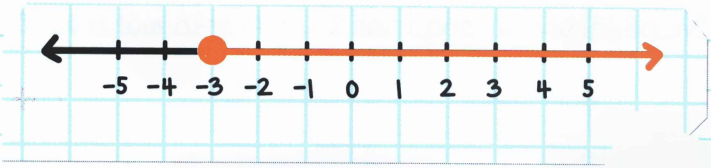
VÍ DỤ: Biểu diễn $x \geq -3$ trong ký hiệu đoạn.

Bước 1: Vẽ đồ thị của bất phương trình trên một trục số.

Bất phương trình $x \geq -3$ đại diện cho tất cả các giá trị của x lớn hơn hoặc bằng -3.

Vẽ đồ thị của bất phương trình $x \geq -3$ trên một trục số:

$x \geq -3$:



Bước 2: Sử dụng dấu ngoặc đơn và/hoặc dấu ngoặc vuông để viết câu trả lời dưới dạng ký hiệu đoạn.

Vì nghiệm bao gồm số -3, nên sử dụng dấu ngoặc vuông với -3.

Chúng bao gồm mọi số lớn hơn hoặc bằng -3, vì vậy nó gồm có mọi số từ -3 đến vô cùng.

> Vô cùng được biểu thị bằng ký hiệu ∞ và là một ký hiệu toán học cho thấy tập nghiệm ngày càng lớn và lớn vô hạn.

Sử dụng dấu ngoặc đơn với vô cùng.

Do đó, tập nghiệm được biểu diễn bằng ký hiệu đoạn là $[-3, \infty)$.

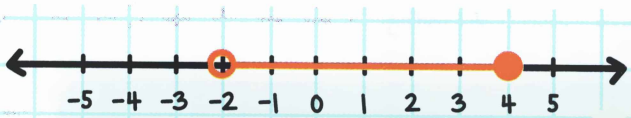
Nếu nghiệm của bạn là: tất cả các số thực, bạn có thể viết nó dưới dạng ký hiệu khoảng như sau $(-\infty, \infty)$.

Nếu nghiệm được đặt thành bất phương trình hỗn hợp không có nghiệm, thì sử dụng ký hiệu $\emptyset$ trong ký hiệu đoạn, đó là số 0 bị gạch chéo.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 3, hãy sử dụng ký hiệu đoạn để biểu thị vùng được tô màu.

1.



2.

3.

Đối với các câu hỏi từ 4 đến 10, hãy sử dụng trục số để giải và vẽ đồ thị cho từng bất phương trình hỗn hợp. Sau đó, viết tập nghiệm trong ký hiệu đoạn.

4. $x < -1$ và $x \geq -5$

5. $x < 10$ hoặc $x \leq 4$

6. $x \geq 2$ và $x < 8$

7. $x \geq -7$ hoặc $x < 2$

8. $x \leq 1$ và $x \leq -6$

9. $x \geq 3$ và $x < -1$

10. $x > -9$ hoặc $x < 4$

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $(-2, 4]$

2. $(-\infty, 3)$

3. $(-\infty, \infty)$

4. $[-5, -1)$

5. $(-\infty, 10)$

6. $[2, 8)$

7. $(-\infty, \infty)$

8. $(-\infty, -6]$

9. $\emptyset$

10. $(-\infty, \infty)$

Chương 28

BIẾN ĐỔI CÔNG THỨC

Ta có thể sử dụng công thức và phương trình để tìm tất cả các loại nghiệm mong muốn. Ta có thể biến đổi một công thức hoặc phương trình để tìm một kết quả hoặc một biến chưa biết.

Bạn có thể sử dụng các phép toán ngược để viết lại các công thức và phương trình.

VÍ DỤ: Giải phương trình $a + 8b = c$ theo a.

$a + 8b = \text{Đại diện}$ Điều gì đang xảy ra với a?
$8b$ đang được cộng với a.

$a + 8b - 8b = c - 8b$ Ngược của phép cộng $8b$ là phép trừ $8b$.

$a = c - 8b$ (hoặc $a = -8b + c$ nếu ta viết về phải theo thứ tự bảng chữ cái)

VÍ DỤ: Giải phương trình $y = mx + b$ để tìm x.

$$y - b = mx + b - b$$

$$y - b = mx$$

$$\frac{y-b}{m} = \pm\frac{\boxed{+\,mx}}{\boxed{-\,m}}$$

$$\frac{y-b}{m} = x$$

$$x = \frac{y-b}{m}$$

VÍ DỤ: Giải phương trình $x^2 - 9 = c^2 - 5$ để tìm x.

$$x^2 - 9 + 9 = c^2 - 5 + 9$$

$$x^2 = c^2 + 4$$

Phép toán ngược của bình phương là căn bậc hai.

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{c^2 + 4}$$

$$x = \sqrt{c^2 + 4}$$

Nếu biến ở mẫu số, hãy nhân mọi thứ với bội chung nhỏ nhất.

VÍ DỤ: Giải phương trình $\frac{2}{x} = \frac{5}{3}$ để tìm x.

Vì x và 3 đều ở mẫu số của các phân số nên ta có thể nhân tất cả các phân số với bội chung nhỏ nhất của x và 3, được: 3x.

$$\frac{2}{x} \cdot 3x = \frac{5}{3} \cdot 3x$$

$$6 = 5x$$

$$\frac{6}{5} = x \text{ hoặc } x = \frac{6}{5}$$

VÍ DỤ: Giải phương trình $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ để tìm f.

Vì f, p và q cùng ở mẫu số nên chúng ta có thể nhân tất cả các phân số với bội chung nhỏ nhất của p, q và f, được: pqf.

$$\frac{1}{p} \cdot pqf + \frac{1}{q} \cdot pqf = \frac{1}{f} \cdot pqf$$

$$\frac{1}{p} \cdot pqf + \frac{1}{q} \cdot pqf = \frac{1}{f} \cdot pqf$$

$$qf + pf = pq$$

Phân tích thành thừa số để cô lập f.

$$f(q + p) = pq$$

$$f = \frac{pq}{q+p}$$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Giải từng phương trình theo biến được chỉ định.

1. $PV = nRT$ tìm V

2. $P = 2L + 2W$ tìm W

3. $A = P(1 + r)^t$ tìm P

4. $C = \frac{1}{2}h(a + b)$ tìm h

5. $C = \frac{1}{2}h(a + b)$ tìm a

6. $D = \frac{1}{2}at^2$ tìm a

7. $D = \frac{1}{2}at^2$ tìm t

8. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ tìm F

9. $2as = v^2 - t^2$ tìm v

10. $2as = v^2 - t^2$ tìm t

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $V = \frac{nRT}{P}$

2. $W = \frac{P - 2L}{2}$ hoặc $W = \frac{1}{2}P - L$

3. $P = \frac{A}{(1+r)^t}$

4. $h = \frac{2C}{a+b}$

5. $a = \frac{2C}{h} - b$ hoặc $a = \frac{2C - bh}{h}$

6. $a = \frac{2D}{t^2}$

7. $t = \sqrt{\frac{2D}{a}}$

8. $F = \frac{9}{5}C + 32$ hoặc $F = \frac{9C + 160}{5}$

9. $v = \sqrt{2as + t^2}$

10. $t = \sqrt{v^2 - 2as}$

Chương 29

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH BẰNG PHÉP THẾ

Ta có thể xét hai phương trình tuyến tính và nghiên cứu chúng cùng nhau.

Ví dụ: $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$

Cặp phương trình này được gọi là phương trình tuyến tính đồng thời hoặc **HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH** (hay còn gọi là một hệ tuyến tính).

Ví dụ: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 8x - 4y = -5 \end{cases}$ $\begin{cases} 3a - 9b = \frac{1}{2} \\ 7a - 8b = 4 \end{cases}$

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

Một nghiệm thỏa mãn hệ phương trình tuyến tính khi cả hai vế của từng phương trình đều bằng nhau.

VÍ DỤ: (2, 3) có phải là nghiệm của $\begin{cases} x + y = 5 \\ 5x - 4y = -2 \end{cases}$?

$\begin{cases} (2) + (3) \stackrel{?}{=} 5 \\ 5(2) - 4(3) \stackrel{?}{=} -2 \end{cases}$ Thay $x = 2$ và $y = 3$ vào hệ phương trình

$\begin{cases} 5 \stackrel{?}{=} 5 \\ -2 \stackrel{?}{=} -2 \end{cases}$

Cả hai vế của từng phương trình đều bằng nhau, do đó nghiệm (2, 3) thỏa mãn.

PHÉP THẾ

Để tìm nghiệm của một hệ phương trình tuyến tính, ta có thể giải các phương trình bằng cách sử dụng một trong một số phương pháp. **PHÉP THẾ** là một cách. Mục đích là tìm giá trị của các biến làm cho cả hai phương trình đều đúng.

Các hệ tuyến tính có thể được giải bằng cách **THẾ** một phương trình vào phương trình kia theo các bước sau:

Bước 1: Viết lại một trong các phương trình dưới dạng một trong các biến số.

Bước 2: Thay nó vào phương trình khác.

Bước 3: Giải phương trình mới.

Bước 4: Tìm giá trị của biến còn lại bằng cách thế.

VÍ DỤ: Sử dụng phép thế để giải hệ sau:

$$\begin{cases} 5x + y = 11 & \boxed{1} \\ 2x - 3y = 1 & \boxed{2} \end{cases}$$

Sẽ rất hữu ích khi đánh số các phương trình để tránh nhầm lẫn.

Bước 1: Viết lại phương trình $\boxed{1}$ theo x.

$\boxed{1}$ $5x + y = 11$

$5x - 5x + y = 11 - 5x$

$y = 11 - 5x$

Quan sát hai phương trình và quyết định biến nào trong phương trình nào dễ viết lại nhất.

Trong bài này, viết lại phương trình $\boxed{1}$ theo x *dễ hơn.*

Bước 2: Thế phương trình $\boxed{1}$ đã viết lại vào phương trình $\boxed{2}$:

$\boxed{2}$ $2x - 3y = 1$

$2x - 3(11 - 5x) = 1$

Bước 3: Giải phương trình mới.

$2x - 33 + 15x = 1$

$17x = 34$

$x = 2$

Bước 4: Tìm giá trị y bằng cách thế.

Thay $x = 2$ vào phương trình 1 :

$$5(2) + y = 11$$

$$10 + y = 11$$

$$y = 1$$

Vì nghiệm đúng cho cả hai phương trình, nên có thể thay thế như thế này.

Do đó nghiệm của hệ phương trình là:

$(x, y) = (2, 1)$.

Bạn có thể kiểm tra nghiệm của mình bằng cách thay thế vào các biến của hệ phương trình.

VÍ DỤ: Sử dụng phép thế để giải hệ sau:

$$\begin{cases} -2x + 3y = 13 & 1 \\ x + 7y = 2 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Viết lại phương trình 2 theo x.

2 $x + 7y = 2$

$$x = 2 - 7y$$

Trong hệ này, phương trình 2 dễ viết lại nhất theo y.

Bước 2: Thế phương trình 2 đã viết lại vào phương trình 1 :

1 $-2x + 3y = 13$

$-2(2 - 7y) + 3y = 13$

Bước 3: Giải phương trình mới.

$-4 + 14y + 3y = 13$

$17y = 17$

$y = 1$

Bước 4: Tìm giá trị của x bằng cách thế.

Thay $y = 1$ vào phương trình 2 :

$x + 7(1) = 2$

$x + 7 = 2$

$x = -5$

Vì nghiệm đều đúng cho cả hai phương trình, nên có thể thay thế như thế này.

Do đó, nghiệm là: $(x, y) = (-5, 1)$.

Luôn nhìn vào hệ tuyến tính trước và nghĩ xem phương trình nào và biến nào dễ cô lập hơn.

> Thường tìm biến có hệ số nhỏ nhất sẽ đơn giản hơn.

VÍ DỤ: Sử dụng phép thế để giải hệ sau:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 & 1 \\ -5x + 4y = -6 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Viết lại phương trình 1 theo x.

Trong bài toán này, y ở phương trình 1 có hệ số nhỏ nhất.

1 $3x - 2y = 2$

$$-2y = 2 - 3x$$

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{2-3x}{-2}$$

$$y = -\frac{2-3x}{2}$$

Bước 2: Thế phương trình 1 đã viết lại vào phương trình 2:

2 $-5x + 4y = -6$

$$-5x + 4\left(-\frac{2-3x}{2}\right) = -6$$

Bước 3: Giải phương trình mới.

$$-5x - 2(2 - 3x) = -6$$

$$-5x - 4 + 6x = -6$$

$$x = -2$$

Đừng quên đặt dấu trừ cẩn thận.

Bước 4: Tìm giá trị của y bằng cách thế.

Thay $x = -2$ vào phương trình 1 :

$$3(-2) - 2y = 2$$

$$-6 - 2y = 2$$

$$y = -4$$

Vì nghiệm đều đúng cho cả hai phương trình, nên bạn có thay thế như thế này.

Do đó, nghiệm là $(x, y) = (-2, -4)$.

VÍ DỤ: Vé người lớn tham gia lễ hội có giá 8 đô la và vé trẻ em có giá 3 đô la. Một gia đình gồm người lớn và trẻ em đã trả 50 đô la cho 10 vé. Hỏi có bao nhiêu người lớn và bao nhiêu trẻ em trong gia đình?

Gọi a là số người lớn và c là số trẻ em.

Vì vé người lớn có giá 8$ và vé trẻ em có giá 3$ và gia đình đã chi tổng cộng là 50$, điều này có thể được biểu diễn bằng phương trình $8a + 3c = 50$.

Vì tổng cộng 10 vé đã được mua, điều này có thể được biểu diễn bằng phương trình $a + c = 10$

Do đó, ta có hệ:

$$\begin{cases} 8a + 3c = 50 & 1 \\ a + c = 10 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Viết lại phương trình 2 theo số hạng c.

$$a = 10 - c$$

Bạn cũng có thể giải phương trình với c.

Bước 2: Thế phương trình 2 đã viết lại vào phương trình 1:

$$8(10 - c) + 3c = 50$$

Bước 3: Giải phương trình mới.

$$80 - 8c + 3c = 50$$

$$-5c = -30$$

$$c = 6$$

Bước 4: Tìm giá trị của a bằng cách thế.

Thế $c = 6$ vào phương trình 2 :

$$a + (6) = 10$$

$$a = 4$$

Do đó, nghiệm của hệ phương trình là (4, 6), cho ta biết có 4 người lớn và 6 trẻ em trong gia đình này.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Giải từng hệ phương trình tuyến tính bằng phép thế.

1. $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x + 5y = 8 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x - y = -4 \\ 5x + 9y = -28 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 8x - 3y = -5 \\ -2x + 5y = 14 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x - 8y = -1 \\ 5x + 4y = -6 \end{cases}$

6. Tổng số tiền mua 8 quyển vở và 9 bìa bọc là 60 đô la. Tổng số tiền mua 6 quyển vở và 5 bìa bọc là 38 đô la. Hỏi giá mỗi quyển vở là bao nhiêu? Giá mỗi bìa bọc là bao nhiêu?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $(x, y) = (1, 2)$

2. $(x, y) = (-3, 4)$

3. $(x, y) = (-2, -2)$

4. $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, 3\right)$

5. $(x, y) = \left(-1, -\frac{1}{4}\right)$

6. Giá của mỗi quyển vở là 3$ và mỗi bìa bọc là 4$.

Chương 30

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH BẰNG PHÉP KHỬ

Bên cạnh phép thế, còn có một phương pháp khác để giải hệ phương trình tuyến tính được gọi là PHÉP KHỬ. Khi khử phần nào đó nghĩa là ta bỏ nó đi.

PHƯƠNG PHÁP KHỬ

Hệ tuyến tính có thể được giải bằng cách KHỬ một biến khỏi tất cả các phương trình bằng cách cộng các giá trị đối nhau.

Phương pháp khử được thực hiện theo các bước sau:

Lưu ý: Đảm bảo rằng cả hai phương trình đều ở dạng chuẩn trước khi bắt đầu.

Bước 1: Chọn một biến để khử từ cả hai phương trình.

Bước 2: Nhân TẤT CẢ các số hạng của một phương trình với một hằng số, rồi nhân TẤT CẢ các số hạng của phương trình kia với một hằng số khác, sao cho khi chúng được cộng với nhau, một biến số sẽ bị khử. Đôi khi bạn chỉ phải nhân một phương trình với một hằng số.

Bước 3: Cộng hai phương trình và giải.

Bước 4: Sử dụng phép thế để tìm giá trị của biến còn lại.

Khi ta tìm được nghiệm, nên thay nó vào cả hai phương trình để xác nhận rằng nghiệm đó chính xác.

VÍ DỤ: Sử dụng phép khử để giải hệ sau:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 & \boxed{1} \\ 3x - 2y = -3 & \boxed{2} \end{cases}$$

Bước 1: Chọn khử y.

Bước 2: Nhân phương trình $\boxed{1}$ với 2 sao cho khi cộng hai phương trình với nhau thì khử được y.

Phương trình $\boxed{1}$ $\times$ 2: $4x + 2y = 10$

y dễ khử hơn vì chỉ phải nhân một trong các phương trình với một hằng số.

Nếu chọn khử x, bạn sẽ phải nhân cả hai phương trình.

Bước 3: Cộng hai phương trình.

Cộng hai phương trình. $\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$:

$$(4x + 3x) + (2y + -2y) = (10 + (-3))$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

Bước 4: Sử dụng phép thế để tìm y:

Thay $x = 1$ vào phương trình 1 :

$$2(1) + y = 5$$

$$2 + y = 5$$

$$y = 3$$

Vì nghiệm đúng cho cả hai phương trình, bạn có thể thay $x = 1$.

Do đó, nghiệm của hệ phương trình là:
$(x, y) = (1, 3)$.

VÍ DỤ: Sử dụng phép khử để giải hệ sau:

$$\begin{cases} 5x + 4y = 7 & (1) \\ 3x + y = 7 & (2) \end{cases}$$

Bước 1: Chọn khử y.

Bước 2: Nhân phương trình (2) với -4, sao cho khi cộng hai phương trình với nhau thì sẽ khử được y.

Phương trình (2) $\times (-4)$: $-12x + -4y = -28$

Bước 3: Cộng hai phương trình

Cộng hai phương trình $\begin{cases} 5x + 4y = 7 \\ -12x - 4y = -28 \end{cases}$:

$$(5x + -12x) + (4y + -4y) = (7 + -28)$$

$$-7x = -21$$

$$x = 3$$

Bước 4: Sử dụng phép thế để giải y:

Thay $x = 3$ vào phương trình 2 :

$3(3) + y = 7$

$9 + y = 7$

$y = -2$

Phương pháp này còn được gọi là **PHƯƠNG PHÁP CỘNG** vì chúng ta đang cộng một phương trình vào phương trình kia.

Do đó, câu trả lời là: $(x, y) = (3, -2)$

Một hệ phương trình cũng có thể có VÔ SỐ NGHIỆM, ví dụ, ($4x - 2y = 1$ và $-12x + 6y = -3$), trong đó có vô số cặp số sẽ là nghiệm của cả hai phương trình

hoặc KHÔNG CÓ NGHIỆM, chẳng hạn, ($5x + 3y = 7$ và $-10x - 6y = -20$) trong đó không có cặp số nào là nghiệm của cả hai phương trình.

Nhân cả hai biến với một hằng số

Thay vì chỉ nhân một phương trình với một hằng số, đôi khi chúng ta cần nhân cả hai phương trình với hằng số.

Để tìm ra những hằng số nào cần chọn, trước tiên hãy tìm bội chung nhỏ nhất (BCNN) của các giá trị x (hoặc các giá trị y) và nhân từng phương trình cho phù hợp.

VÍ DỤ: Sử dụng phép khử để giải hệ sau:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 3 & (1) \\ 3x + 4y = 1 & (2) \end{cases}$$

Bước 1: Chọn khử x.

Bước 2: Nhân phương trình (1) với 3 và nhân phương trình (2) với -2, sao cho khi cộng hai phương trình với nhau thì sẽ khử x.

x dễ khử hơn vì bội chung nhỏ nhất của x là $6x$ còn của y là $20y$.

Phương trình (1) $\times 3$: $6x + 15y = 9$

Phương trình (2) $\times (-2)$: $-6x - 8y = -2$

Bước 3: Cộng hai phương trình.

Cộng hai phương trình $\begin{cases} 6x + 15y = 9 \\ -6x - 8y = -2 \end{cases}$:

$$(6x - 6x) + (15y - 8y) = 9 - 2$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

Bước 4: Sử dụng phép thế để giải x:

Thay $y = 1$ vào phương trình 2 :

$$3x + 4(1) = 1$$

$$3x + 4 = 1$$

$$x = -1$$

Vì nghiệm đều đúng với cả hai phương trình, bạn có thể thay thế như này.

Do đó, nghiệm là $(x, y) = (-1, 1)$

VÍ DỤ: Sử dụng phép khử để giải hệ sau:

$$\begin{cases} 8x + 6y = -4 & 1 \\ 10x + 9y = -11 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Chọn khử y.

Bước 2: Nhân phương trình 1 với 3 và nhân phương trình 2 với -2, sao cho khi cộng hai phương trình với nhau thì khử được y.

y đơn giản hơn để khử bởi vì (BCNN) bội chung nhỏ nhất của $6y$ và $9y$ là $18y$, ngược lại (BCNN) bội chung nhỏ nhất của x là $10x$

Phương trình 1 x 3: $24x + 18y = -12$

Phương trình 2 × (-2): $-20x - 18y = 22$

Bước 3: Cộng hai phương trình.

Cộng hai phương trình $\begin{cases} 24x + 18y = -12 \\ -20x - 18y = 22 \end{cases}$:

$$(24x + -20x) + (18y + -18y) = (-12 + 22)$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Bước 4: Sử dụng phép thế để giải y:

Thay thế $x = \frac{5}{2}$ vào phương trình 1:

$$8\left(\frac{5}{2}\right) + 6y = -4$$

$$20 + 6y = -4$$

$$6y = -24$$

$$y = -4$$

Do đó, câu trả lời là: $(x, y) = \left(\frac{5}{2}, -4\right)$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Dùng phép khử để giải từng hệ phương trình sau.

1. $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x - 7y = 5 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ -3x - 4y = -7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 6x + 2y = 24 \\ 4x - 5y = 16 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5x + 4y = -13 \\ 3x - 2y = 23 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 8x + 3y = 14 \\ 6x - y = -9 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 2x + y = \dfrac{11}{4} \\ x + 8y = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $(x, y) = (3, 1)$

2. $(x, y) = (5, -2)$

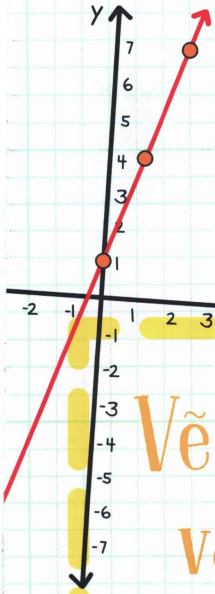
3. $(x, y) = (4, 0)$

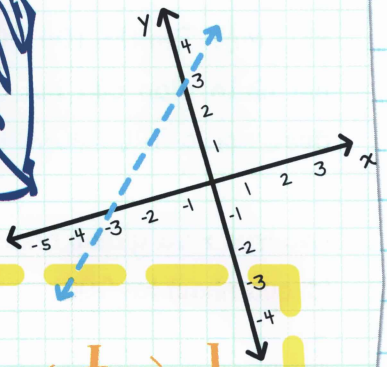
4. $(x, y) = (3, -7)$

5. $(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, 6\right)$

6. $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

Bài 6





Vẽ đồ thị phương trình và bất phương trình tuyến tính

Chương 31

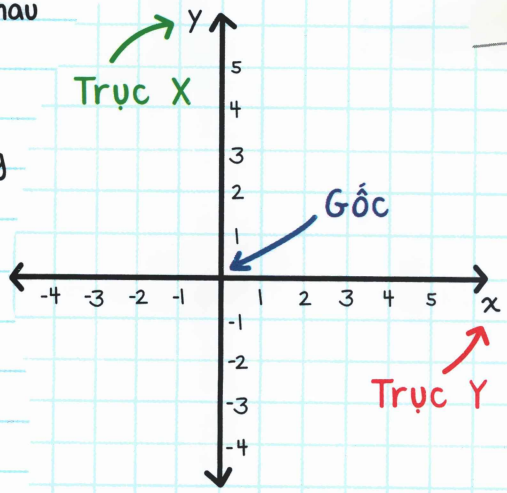
ĐIỂM VÀ ĐƯỜNG THẲNG

MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

MỘT MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ là một bề mặt phẳng được tạo thành bởi phần giao của hai đường thẳng hoặc TRỤC. Trục ngang được gọi là TRỤC HOÀNH, và trục dọc được gọi là TRỤC TUNG.

Các trục x và y giao nhau (đi qua nhau) tại GỐC.

MỘT CẶP THỨ TỰ cung cấp tọa độ (vị trí chính xác) của ĐIỂM. Hoành độ x luôn đứng trước, sau đó đến tung độ y (x, y).



Tọa độ x và y được phân tách bằng dấu phẩy và nằm trong dấu ngoặc đơn.

Ví dụ: Tọa độ x của điểm gốc là 0, và tọa độ y của điểm gốc cũng bằng 0. Vì vậy, cặp tọa độ của điểm gốc là (0, 0).

Khi vẽ một cặp tọa độ, hãy bắt đầu từ điểm gốc.

Sau đó:

Đối với tọa độ x:

Nếu tọa độ x là DƯƠNG, hãy di chuyển sang PHẢI từ điểm gốc.

Nếu tọa độ x là ÂM, hãy di chuyển sang TRÁI từ điểm gốc.

Nếu tọa độ x là KHÔNG, hãy DỪNG tại điểm gốc.

Đối với tọa độ y:

Nếu tọa độ y là DƯƠNG, hãy di chuyển LÊN từ điểm gốc.

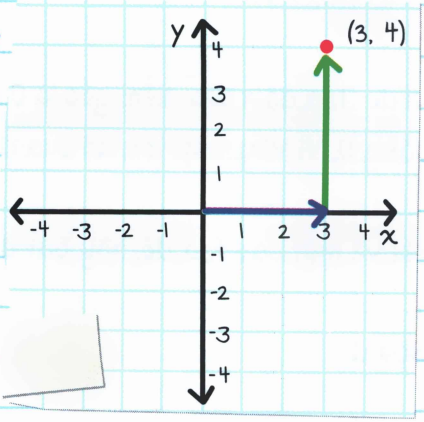
Nếu tọa độ y là ÂM, di chuyển XUỐNG từ điểm gốc.

Nếu tọa độ của y là KHÔNG, hãy DỪNG lại điểm gốc

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị (3, 4).

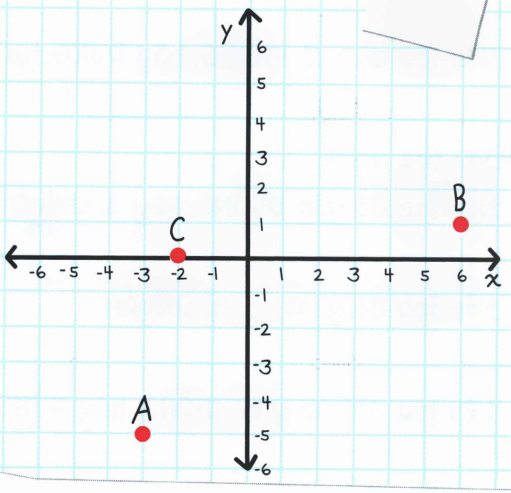
Đối với tọa độ x: Bắt đầu từ điểm gốc và di chuyển 3 đơn vị sang bên phải của trục x.

Đối với tọa độ y: Di chuyển 4 đơn vị lên phía trên của trục y.

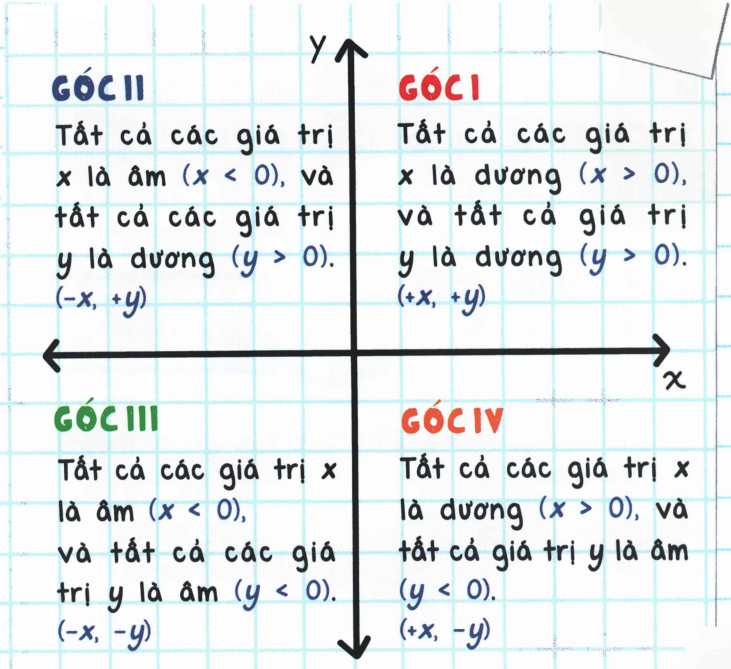


VÍ DỤ: Vẽ các điểm sau: A (-3, -5), B (6, 1) và C (-2, 0).

Đôi khi, một điểm nằm trực tiếp trên trục x hoặc trục y, như điểm C.



Mặt phẳng tọa độ được chia thành bốn GÓC (PHẦN TƯ).



MIỀN XÁC ĐỊNH VÀ TẬP GIÁ TRỊ

MỘT QUAN HỆ là một tập hợp các cặp tọa độ.

Trong một quan hệ, tập hợp tất cả các tọa độ x được gọi là **MIỀN XÁC ĐỊNH** và tập hợp tất cả các tọa độ y được gọi là **TẬP GIÁ TRỊ**.

Khi muốn viết một tập, ta luôn sử dụng DẤU NGOẶC NHỌN, { }:

Đôi khi người ta gọi chúng là dấu móc nhọn

Liệt kê các giá trị của miền xác định và tập giá trị theo thứ tự số.

Ví dụ: Tìm miền xác định và tập giá trị cho quan hệ:
$\{(-5, 1), (-2, 0), (1, -1), (4, -2), (7, -3)\}$.

MIỀN XÁC ĐỊNH: liệt kê tất cả các giá trị x theo thứ tự số:
$\{-5, -2, 1, 4, 7\}$

TẬP GIÁ TRỊ: liệt kê tất cả các giá trị y theo thứ tự số:
$\{-3, -2, -1, 0, 1\}$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. (-3, -7) nằm trong góc phần tư nào?

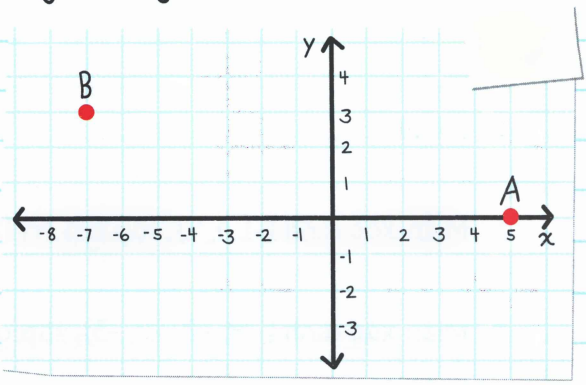
2. (1, -2) nằm trong góc phần tư nào?

3. (8, 4) nằm trong góc phần tư nào?

Đối với câu hỏi 4 và 5, hãy sử dụng lưới tọa độ bên dưới.

4. Tọa độ của điểm A là gì?

5. Tọa độ của điểm B là gì?



6. Tên miền xác định và tập giá trị cho quan hệ: {(9, 2), (4, 7), (-1, 12)}.

7. Tên miền xác định và tập giá trị cho quan hệ: {(-3, -4), (-8, 2), (-13, 8), (-18, 14)}.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Góc phần tư III

2. Góc phần tư IV

3. Góc phần tư I

4. (5, 0)

5. (−7, 3)

6. Miền xác định {−1, 4, 9}; tập giá trị {2, 7, 12}

7. Miền xác định {−18, −13, −8, −3}; tập giá trị {−4, 2, 8, 14}

Chương 32

VẼ ĐỒ THỊ ĐƯỜNG THẲNG TỪ BẢNG GIÁ TRỊ

Một đường thẳng có thể được tạo ra bằng cách nối nhiều cặp tọa độ hoặc các tọa độ được vẽ trên một mặt phẳng tọa độ. Một đường thẳng kéo dài mãi theo cả hai hướng và ta chỉ ra điều này bằng cách vẽ các mũi tên ở mỗi đầu.

BẢNG GIÁ TRỊ là một danh sách các giá trị tạo thành một quan hệ. Khi các tọa độ được vẽ trên một mặt phẳng tọa độ và được nối với nhau, chúng tạo thành một đường thẳng.

x	y	
-2	-3	← Tạo thành tọa độ (-2, -3).
0	1	
2	5	

Từ bảng giá trị này, các quan hệ được hình thành: {(-2, -3), (0, 1), (2, 5)}.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị đường thẳng được tạo thành qua bảng giá trị.

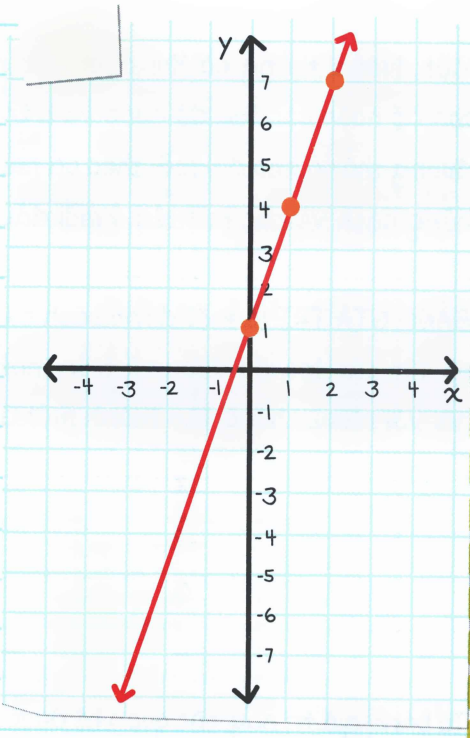
x	y
0	1
1	4
2	7

Bước 1: Sử dụng các giá trị trong bảng để viết tọa độ của mỗi điểm.

{(0, 1), (1, 4), và (2, 7)}

Bước 2: Vẽ đồ thị từng điểm trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 3: Dùng thước kẻ hoặc thước thẳng để vẽ một đường thẳng nối tất cả các điểm.



VÍ DỤ: Vẽ đồ thị đường thẳng được tạo thành qua bảng giá trị.

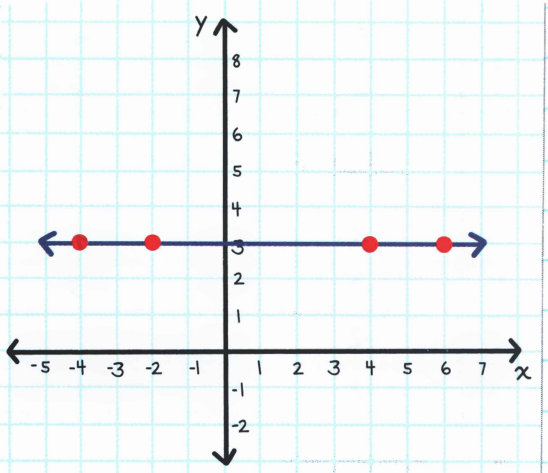
x	y
-4	3
-2	3
4	3
6	3

Bước 1: Sử dụng các giá trị trong bảng để viết tọa độ của mỗi điểm.

{(-4, 3), (-2, 3), (4, 3), và (6, 3)}

Bước 2: Vẽ đồ thị từng điểm trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 3: Vẽ một đường thẳng nối tất cả các điểm.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 4, hãy vẽ đồ thị đường thẳng được tạo thành bởi mỗi bảng.

1.

x	y
0	2
1	5
2	8

2.

x	y
2	4
4	-1
6	-6

3.

x	y
-2	-3
-2	2
-2	8

4.

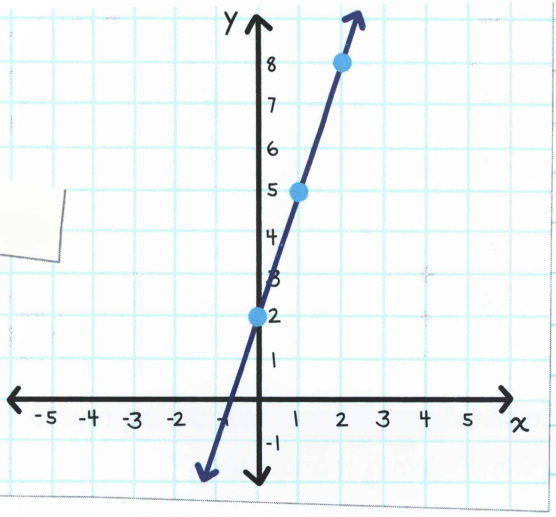
x	y
-6	5
-3	1
0	-3
3	-7

5. Biểu diễn các điểm trên một mặt phẳng tọa độ. Các điểm có tạo thành một đường thẳng không?

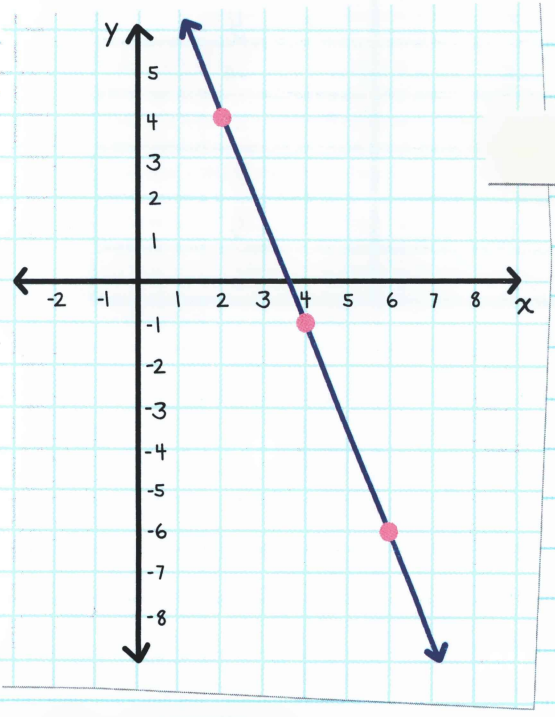
x	y
-5	-4
-3	-1
-1	2
1	5
3	6

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

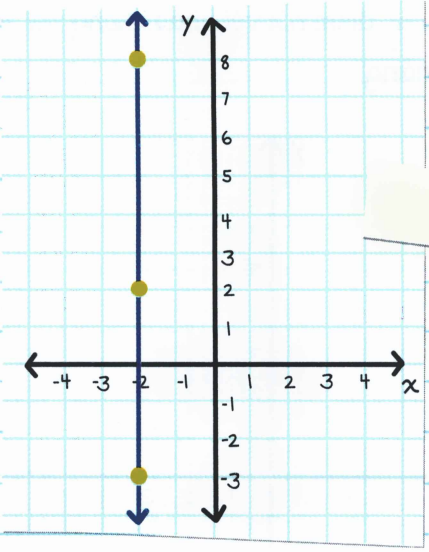
1.



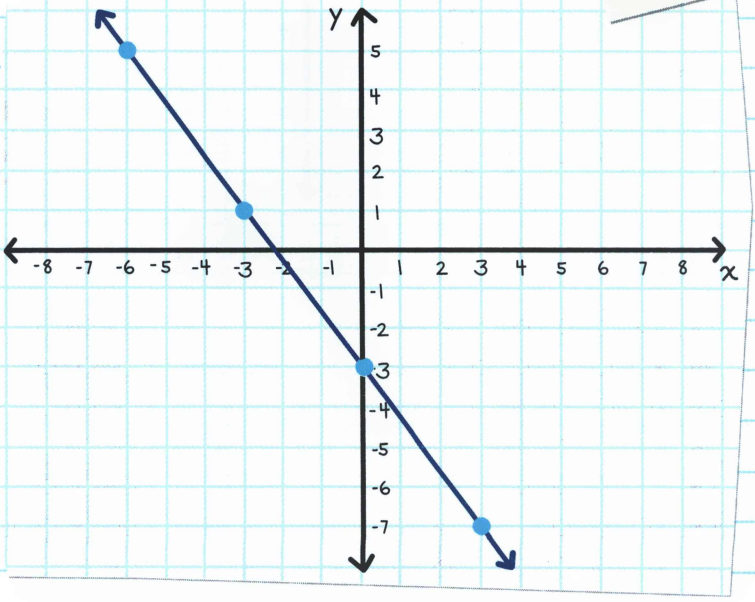
2.



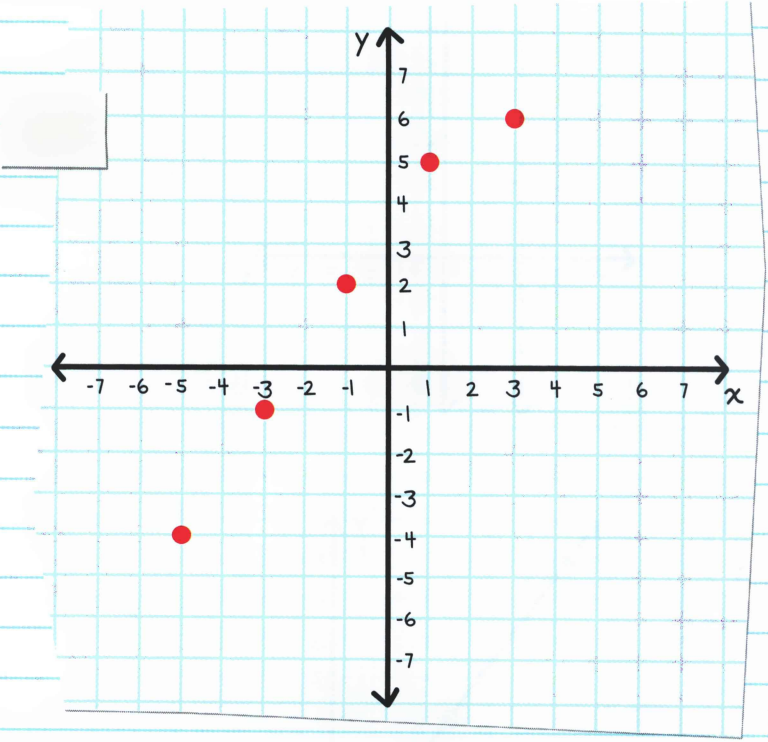
3.


y
x
8
7
6
5
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
-1
-2
-3

4.


y
x
5
4
3
2
1
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7
8
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7

5. Không, bởi vì tất cả các điểm nối với nhau không thể tạo thành thành một đường thẳng.



Chương 33

HỆ SỐ GÓC

HỆ SỐ GÓC thường chỉ *độ dốc* của một đường thẳng. Cụ thể hơn, hệ số góc là tỷ số mô tả độ nghiêng của một đường thẳng. Hệ số góc được tính bằng cách tìm tỷ số giữa sự thay đổi tung độ (*thay đổi dọc*) và thay đổi hoành độ (*thay đổi ngang*).

↕ THAY ĐỔI DỌC là một đường đi lên hoặc đi xuống bao nhiêu.

$$\text{HỆ SỐ GÓC} = \frac{\text{THAY ĐỔI DỌC}}{\text{THAY ĐỔI NGANG}}$$

↔ THAY ĐỔI NGANG là một đường di chuyển sang trái hoặc phải bao nhiêu.

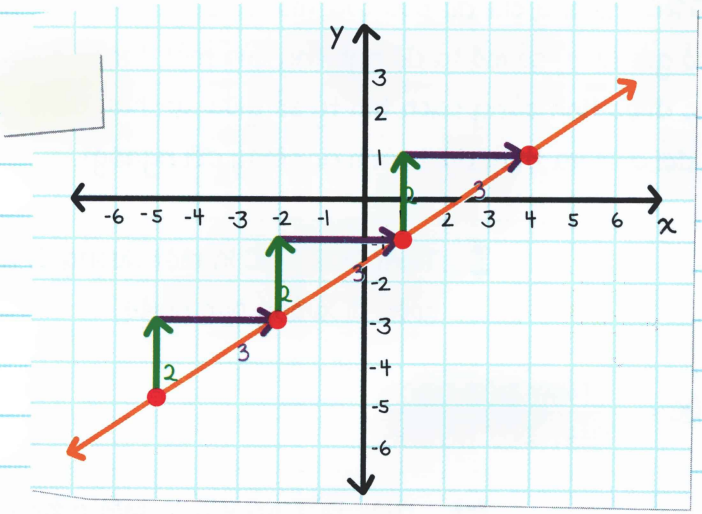
Ví dụ, một đường thẳng có hệ số góc $\frac{2}{3}$.

Vì công thức cho hệ số góc $= \frac{\text{thay đổi dọc}}{\text{thay đổi ngang}}$, nghĩa là tung độ là 2 và hoành độ là 3.

Vì thay đổi dọc được biểu thị bằng một số dương, nghĩa là đường thẳng đang "tăng theo chiều dọc" hoặc "đi lên".

Vì thay đổi ngang được biểu thị bằng một số dương, nghĩa là đường thẳng đang "đi theo chiều ngang" hoặc "nghiêng sang bên phải".

Nếu chúng ta bắt đầu tại điểm (-5, -5) và vẽ một đường có hệ số góc là $\frac{2}{3}$, ta có đồ thị sau:



Hệ số góc $\frac{2}{3}$ nghĩa là mỗi khi đường thẳng đi lên 2 đơn vị thì cũng sang ngang 3 đơn vị.

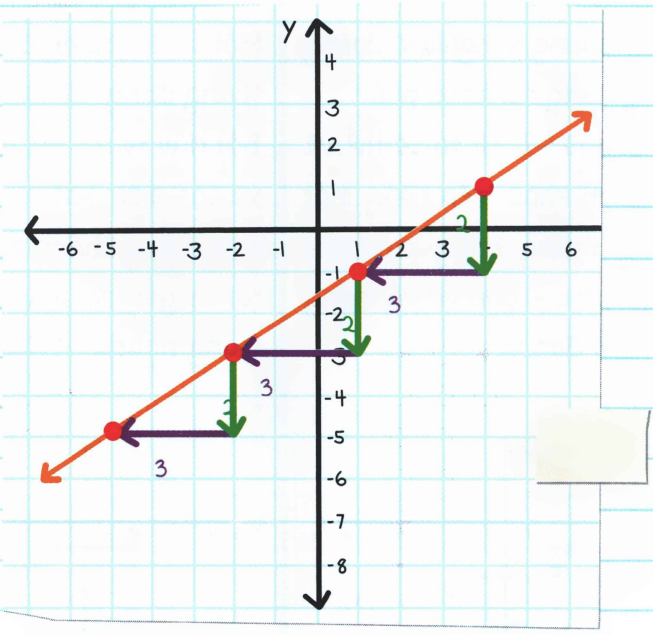
Vì hệ số góc là một tỉ số, nên nó có thể được biểu thị bằng nhiều tỉ lệ khác nhau.

VÍ DỤ: Tìm một cách khác để vẽ đường thẳng có hệ số góc $\frac{2}{3}$.

Một đường có hệ số góc $\frac{2}{3}$ cũng có thể được biểu thị bằng $\frac{-2}{-3}$; nghĩa là thay đổi dọc là -2 và thay đổi ngang là -3.

Vì thay đổi dọc được biểu thị bằng một số âm, nghĩa là đường thẳng này "đang đi xuống".

Vì thay đổi ngang được biểu thị bằng một số âm, nghĩa là đường này đang "đi sang trái".



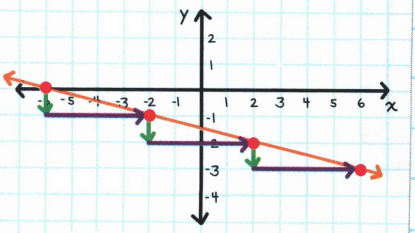
VÍ DỤ: Tìm hai cách để vẽ một đường thẳng có hệ số góc $-\frac{1}{4}$ đi qua tọa độ (-2, -1).

Hệ số góc có thể được biểu thị bằng $\frac{-1}{4}$.

Nghĩa là thay đổi dọc là -1 và thay đổi ngang là 4.

Một số âm có nghĩa là đường thẳng đang "đi xuống".

Một số dương có nghĩa là đường thẳng đang "đi sang phải".
Bắt đầu từ (-2, -1), ta có thể vẽ các điểm khác trên cùng một đường thẳng bằng cách "di chuyển dọc -1 đơn vị" và "sang ngang 4 đơn vị":



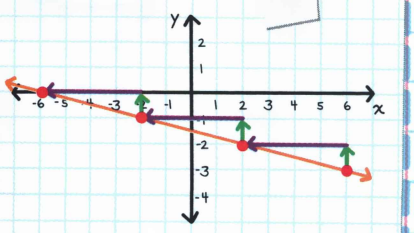
HOẶC

Hệ số góc có thể được biểu thị bằng $\frac{1}{-4}$.

Nghĩa là thay đổi dọc là 1 và thay đổi ngang là -4.

Một số dương có nghĩa là đường thẳng đang "đi lên".

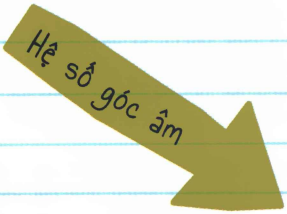
Một số âm có nghĩa là đường thẳng đang "đi sang trái".
Bắt đầu từ (-2, -1), ta có thể vẽ các điểm khác trên cùng một đường thẳng bằng cách "di chuyển dọc 1 đơn vị" và "sang ngang -4 đơn vị":



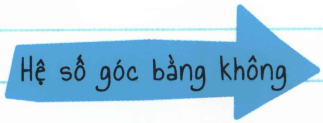
Có bốn loại hệ số góc:

1. Một đường thẳng có HỆ SỐ GÓC DƯƠNG đi lên từ trái sang phải.

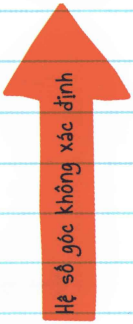
2. Một đường thẳng có HỆ SỐ GÓC ÂM đi xuống từ trái sang phải.



3. Một đường thẳng với HỆ SỐ GÓC BẰNG KHÔNG nằm ngang vì thay đổi dọc là 0 và 0 chia cho bất kỳ số nào cũng bằng 0.



4. Một đường có HỆ SỐ GÓC KHÔNG XÁC ĐỊNH thẳng đứng vì thay đổi ngang bằng 0 và bất kỳ số nào khác 0 chia cho 0 đều không xác định.



TÌM HỆ SỐ GÓC CỦA MỘT ĐƯỜNG THẲNG

Để tìm hệ số góc của một đường thẳng, chọn hai điểm bất kỳ trên đường thẳng. Bắt đầu từ điểm xa nhất bên trái, vẽ một tam giác vuông (một góc vuông có số đo bằng 90°) nhận đoạn thẳng nối hai điểm đó làm cạnh huyền. Bạn đã đi lên hoặc đi xuống bao nhiêu đơn vị? Đó là thay đổi dọc. Bạn đã đi bao nhiêu đơn vị sang trái hoặc phải? Đó là thay đổi ngang.

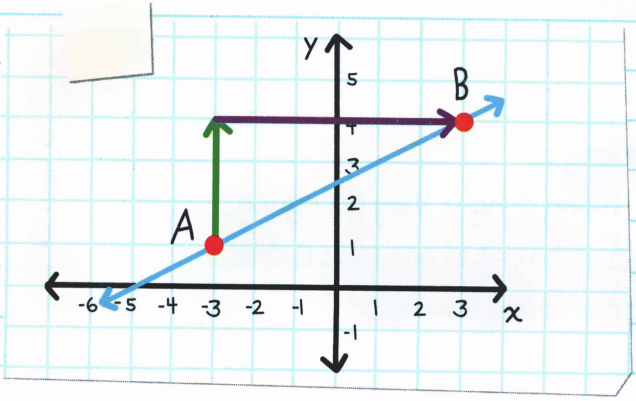
> Cạnh huyền là cạnh dài nhất trong tam giác vuông.

Tìm hệ số góc bằng cách sử dụng công thức hệ số góc:

$$\text{Hệ số góc} = \frac{\text{thay đổi dọc}}{\text{thay đổi ngang}}$$

VÍ DỤ: Xác định hệ số góc của đường thẳng.

Từ điểm A đến điểm B, đường thẳng có thay đổi dọc là 3 và thay đổi ngang là 6.

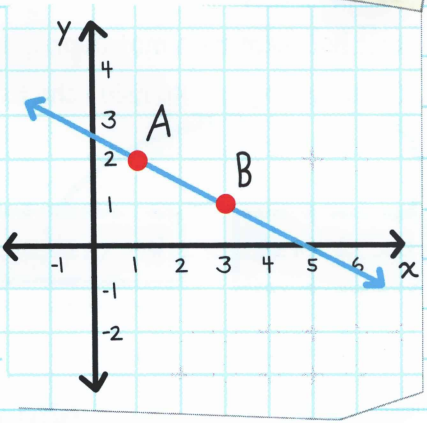


Do đó, hệ số góc là: $\frac{\text{thay đổi dọc}}{\text{thay đổi ngang}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(Hệ số góc $\frac{1}{2}$ có nghĩa là mỗi khi đường thẳng đi dọc 1 thì nó cũng sang ngang 2.)

VÍ DỤ: Xác định hệ số góc của đoạn thẳng nối các điểm A (1, 2) và B (3, 1).

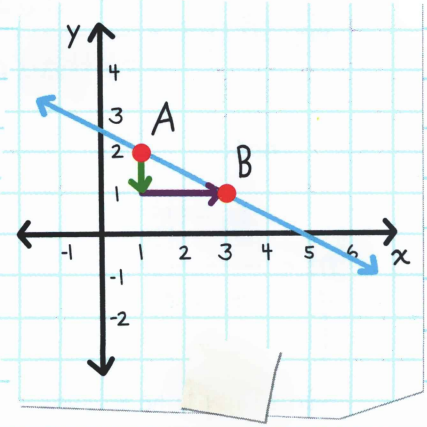
Bước 1: Vẽ hai điểm trên một mặt phẳng tọa độ và vẽ đường thẳng nối các điểm.



Bước 2: Bắt đầu với điểm xa nhất bên trái, vẽ một hình tam giác vuông rồi tính thay đổi dọc và ngang.

Điểm A xa nhất về bên trái.

Từ điểm A đến điểm B, đường thẳng có thay đổi dọc là -1 và thay đổi ngang là 2.



Bước 3: Sử dụng thay đổi dọc và ngang để tính hệ số góc.

Hệ số góc là: $\frac{\text{thay đổi dọc}}{\text{thay đổi ngang}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$.

Hệ số góc là $-\frac{1}{2}$ tại mọi điểm trên đường thẳng.
Bất cứ khi nào bạn đi dọc -1 và đi ngang 2, bạn sẽ trở lại đường thẳng.

Có một công thức tìm hệ số góc mà bạn có thể sử dụng khi bạn biết hai điểm trên một đường thẳng. Hai điểm được biểu diễn là (x_1, y_1) và (x_2, y_2). Ký hiệu 1 cho ta biết đó là tọa độ x và y đầu tiên.

Đọc cả chỉ số

Đọc cả chỉ số

$$\text{Hệ số góc} = \frac{\text{sự thay đổi } y}{\text{sự thay đổi } x}$$

hoặc

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Biến số này là hệ số góc.

VÍ DỤ: Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua các điểm (2, 5) và (3, 9).

Bước 1: Tìm giá trị của x_1, y_1, x_2, và y_2.

Các điểm là (2, 5) và (3, 9), nên $(x_1, y_1) = (2, 5)$ và $(x_2, y_2) = (3, 9)$.

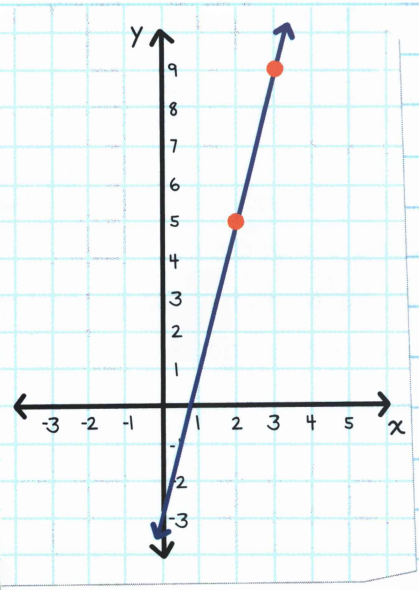
Bạn có thể đặt $(x_1, y_1) = (3, 9)$ và $(x_2, y_2) = (2, 5)$.

Bước 2: Thay các giá trị vào công thức hệ số góc:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{9-5}{3-2} = \frac{4}{1} = 4$$

Câu trả lời này có vẻ đúng vì một đường ĐI LÊN từ trái sang phải có hệ số góc DƯƠNG.



VÍ DỤ: Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua các điểm (−5, 3) và (4, −2).

Bước 1: Tìm giá trị của x_1, y_1, x_2, và y_2.

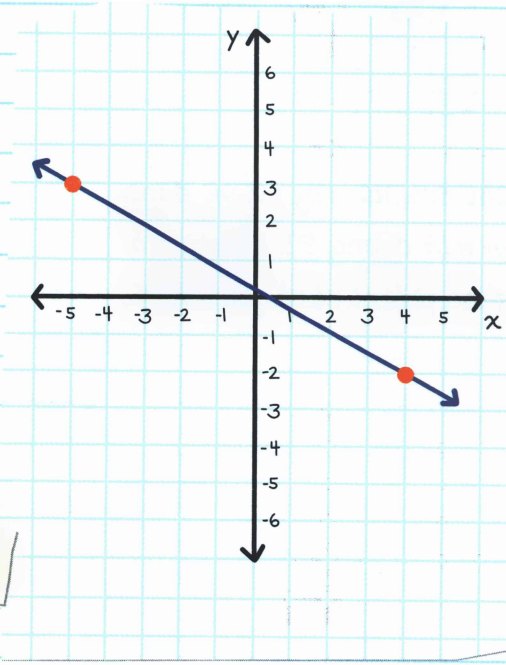
Vì các điểm là (−5, 3) và (4, −2), nên $(x_1, y_1) = (-5, 3)$ và $(x_2, y_2) = (4, -2)$.

Bước 2: Thay các giá trị vào công thức hệ số góc:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-2-3}{4-(-5)} = \frac{-5}{9} = -\frac{5}{9}$$

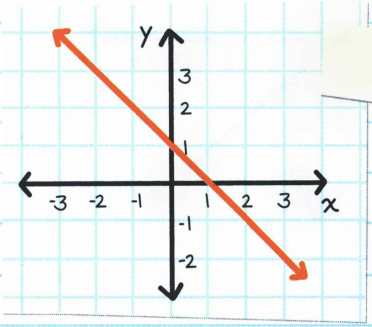
Câu trả lời này là đúng vì một đường ĐI XUỐNG từ trái sang phải có hệ số góc ÂM.



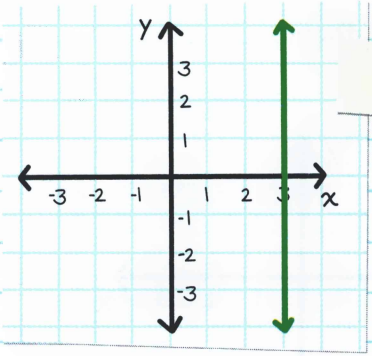
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 3, hãy cho biết hệ số góc là dương, âm, bằng không hay không xác định.

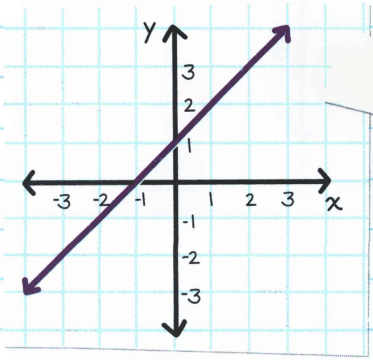
1.



2.

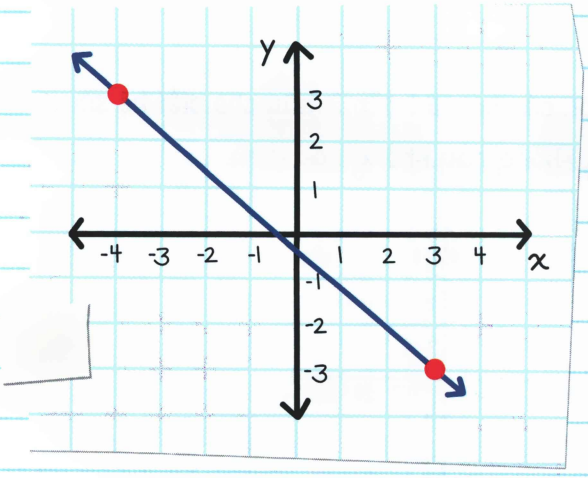


3.

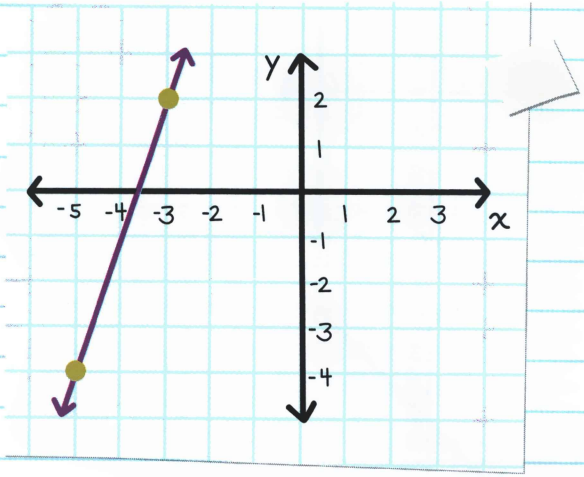


ĐÁP ÁN

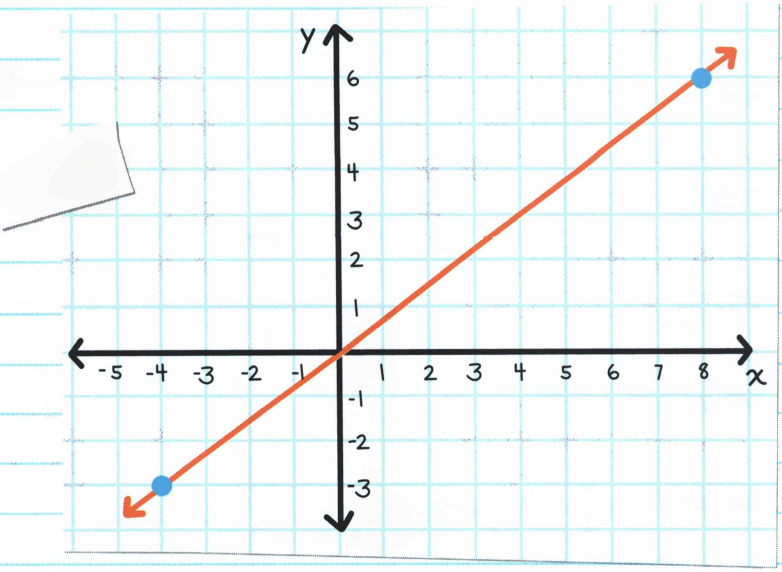
4. Tìm hệ số góc của đường thẳng.



5. Tìm hệ số góc của đường thẳng.



6. Sử dụng tam giác để tìm hệ số góc của đường thẳng bên dưới.



7. Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua các điểm: (3, 1) và (5, 7).

8. Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua các điểm: (-4, 9) và (7, 2).

9. Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua các điểm: (-10, -3) và (-4, -18).

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Âm

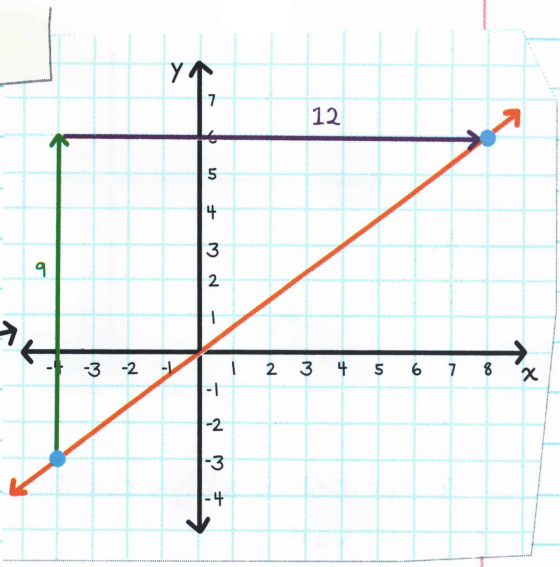
2. Không xác định

3. Dương

4. Hệ số góc $= -\frac{6}{7}$

5. Hệ số góc $= \frac{6}{2} = 3$

6. Hệ số góc $= \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$



7. $m = \frac{7-1}{5-3} = \frac{6}{2} = 3$

8. $m = \frac{2-9}{7-(-4)} = \frac{-7}{11} = -\frac{7}{11}$

9. $m = \frac{-18-(-3)}{-4-(-10)} = \frac{-15}{6} = -\frac{5}{2}$

Chương 34

ĐOẠN CHẮN

CHẮN TRỤC HOÀNH VÀ TRỤC TUNG

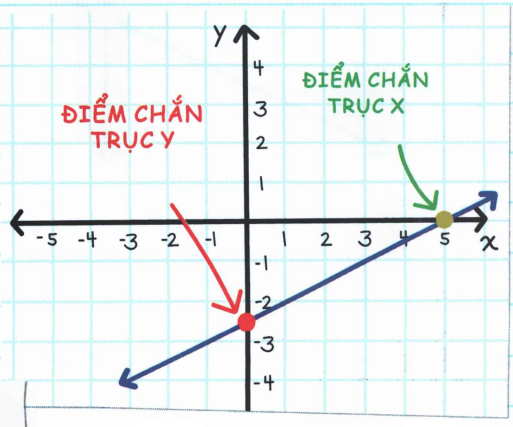
ĐIỂM CHẮN là điểm mà đồ thị giao với trục tọa độ.

Điểm chắn trục tung là điểm đồ thị giao với trục *y*.

Vì nó đi qua trục *y*, nên giá trị x luôn là 0.

Điểm chắn trục hoành là điểm đồ thị giao với trục *x*.

Vì nó đi qua trục *x*, nên giá trị *y* luôn là 0.

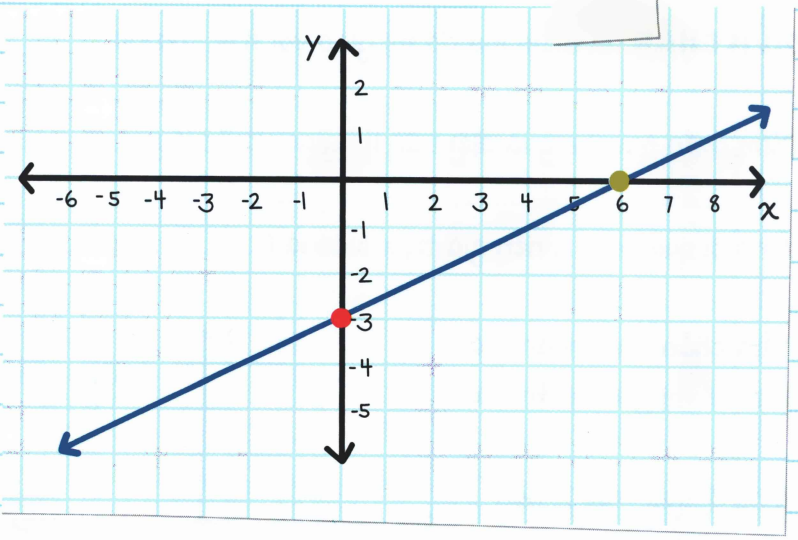


Một điểm chắn có thể được biểu thị dưới dạng một số hoặc một tọa độ.

VÍ DỤ: Xác định điểm chắn trục y và điểm chắn trục x của đường thẳng.

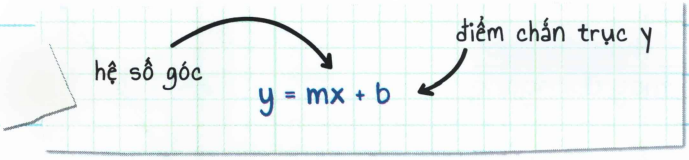
Đường thẳng cắt trục y tại -3, điểm chắn trục y là: -3 hoặc (0, -3).

Đường thẳng cắt trục x tại 6, điểm chắn trục x là: 6 hoặc (6, 0).



VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐOẠN CHẮN

Phương trình của một đường thẳng có thể được viết theo nhiều cách. Một trong những cách đó là phương trình **ĐOẠN CHẮN**:



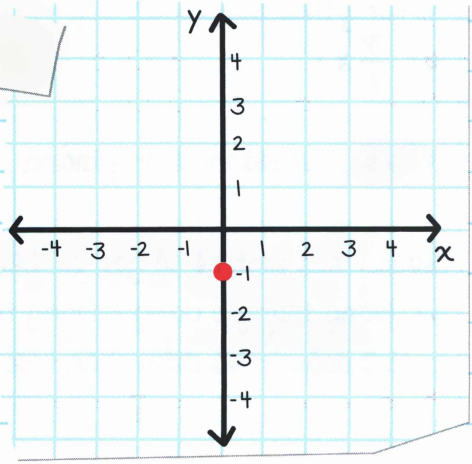
Ví dụ: Nếu một đường có hệ số góc là 7 và điểm chắn trục y là -4, phương trình có thể được viết ở dạng hệ số góc như sau:

$y = mx + b$
$y = 7x + (-4)$
$y = 7x - 4$ ← Dạng hệ số góc.

Vẽ đồ thị của đường thẳng có hệ số góc $\frac{3}{2}$ và có điểm chắn trục y là -1. Sau đó tìm phương trình của đường thẳng theo đoạn chắn.

Bước 1: Vẽ điểm chắn trục y.

Vì đường thẳng có giao điểm y là -1 nên tọa độ của giao điểm y là: (0, -1).

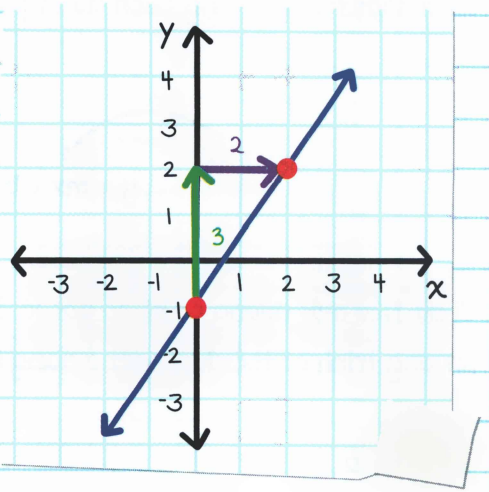


Bước 2: Sử dụng THAY ĐỔI DỌC và NGANG của hệ số góc để tìm vị trí của điểm tiếp theo.

Công thức của hệ số góc như sau:

$m = \frac{\text{thay đổi dọc}}{\text{thay đổi ngang}}$.

Điều này có nghĩa là thay đổi dọc = 3 và ngang = 2.



Bước 3: Vẽ một đường thẳng nối các điểm.

Bước 4: Sử dụng giá trị điểm chắn trục y và hệ số góc để viết phương trình của đường thẳng.

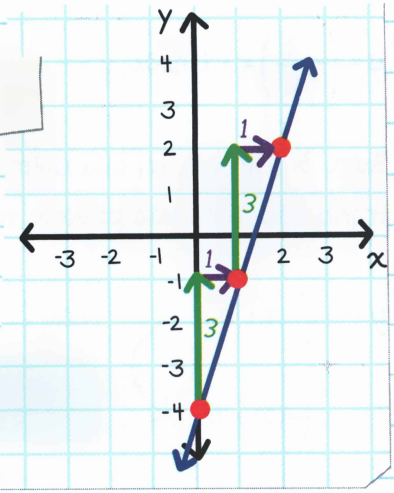
Vì công thức đoạn chắn là $y = mx + b$ nên phương trình là $y = \frac{3}{2}x - 1$.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị đường thẳng $y = 3x - 4$.

Bước 1: Xác định hệ số góc và điểm chắn trục y.
Vì đường thẳng ở dạng phương trình đoạn chắn nên hệ số góc m là 3 hoặc $\frac{3}{1}$ và điểm chắn trục y, b là -4.

Bước 2: Vẽ điểm chắn trục y.

Vì đường thẳng có điểm chắn trục y là -4, tọa độ của điểm chắn trục y là (0, -4).



Bước 3: Sử dụng thay đổi dọc và ngang của hệ số góc để tìm vị trí của điểm tiếp theo.

Công thức cho hệ số góc như sau:

$$m = \frac{\text{thay đổi dọc}}{\text{thay đổi ngang}}.$$

Thay đổi dọc = 3 và thay đổi ngang = 1.

VÍ DỤ: Một đường thẳng đi qua các điểm (3, 2) và (-5, 6). Tìm phương trình của đường thẳng theo đoạn chắn.

Bước 1: Tìm giá trị của hệ số góc.

Sử dụng công thức hệ số góc:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{6-2}{-5-3} = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}$$

Bước 2: Thế giá trị hệ số góc này vào phương trình đoạn chắn.

Phương trình đoạn chắn: $y = mx + b$

$y = \left(-\frac{1}{2}\right)x + b$ hoặc $y = -\frac{1}{2}x + b$

Bước 3: Tìm giá trị của điểm chắn trục y bằng cách thay một trong các điểm vào phương trình.

$y = -\frac{1}{2}x + b$

$2 = -\frac{1}{2}(3) + b$

Thay (3, 2) vào phương trình

Chúng ta có thể sử dụng một trong hai điểm.

$2 = -\frac{3}{2} + b$

$\frac{7}{2} = b$

Giải b bằng cách cộng $\frac{3}{2}$ vào cả hai vế.

Bước 4: Sử dụng giá trị của hệ số góc và điểm chắn trục y để viết phương trình của đường thẳng.

Vì giá trị của hệ số góc là $m = -\frac{1}{2}$ và giá trị của điểm chắn trục y là $b = \frac{7}{2}$, nên phương trình là: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$.

VÍ DỤ: Tìm tọa độ của điểm chắn trục x và điểm chắn trục y của $y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$.

Bước 1: Tìm điểm chắn trục y.

Vì phương trình ở dạng đoạn chắn, điểm chắn trục y là $b = -\frac{8}{3}$.

Do đó, tọa độ của điểm chắn trục y là $\left(0, -\frac{8}{3}\right)$.

Bước 2: Tìm điểm chắn trục x.

Vì điểm chắn trục x là nơi đường thẳng giao với trục x, nên giá trị y bằng 0.

$y = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$

$0 = \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}$ ← Thay 0 vào y.

$\frac{8}{3} = \frac{2}{3}x$

$4 = x$ hoặc $x = 4$

Do đó, tọa độ của điểm chắn trục x là $(4, 0)$.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Hệ số góc và điểm chắn trục y của $y = 2x - 9$?

2. Hệ số góc và điểm chắn trục y của $y = \frac{7}{3}x + \frac{11}{8}$?

3. Vẽ một đường thẳng có hệ số góc 4 và điểm chắn trục y là -3.

4. Vẽ đường thẳng có hệ số góc $-\frac{3}{4}$ và điểm chắn trục y là 2.

5. Vẽ đường thẳng có hệ số góc $\frac{1}{2}$ và điểm chắn trục y là $-\frac{3}{2}$.

6. Một đường thẳng đi qua các điểm (3, 3) và (1, 10). Tìm phương trình của đường thẳng theo đoạn chắn.

7. Một đường thẳng đi qua các điểm (7, -8) và (-1, -5). Tìm phương trình của đường thẳng theo đoạn chắn.

8. Một đường thẳng đi qua các điểm $\left(\frac{1}{2}, -6\right)$ và $(1, -9)$. Tìm phương trình của đường thẳng theo đoạn chắn.

9. Tìm điểm chắn trục x và điểm chắn trục y của $y = \frac{1}{5}x - \frac{3}{5}$.

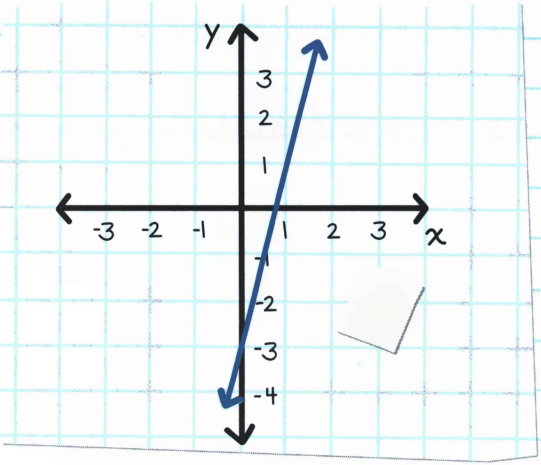
10. Tìm điểm chắn trục x và điểm chắn trục y của $y = -2x - 3$.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

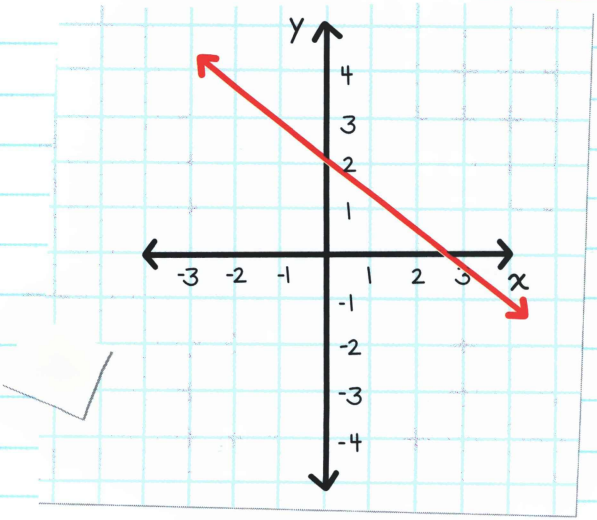
1. Hệ số góc = 2, điểm chắn trục $y = -9$ hoặc $(0, -9)$

2. Hệ số góc = $\frac{7}{3}$, điểm chắn trục $y = \frac{11}{8}$ hoặc $\left(0, \frac{11}{8}\right)$

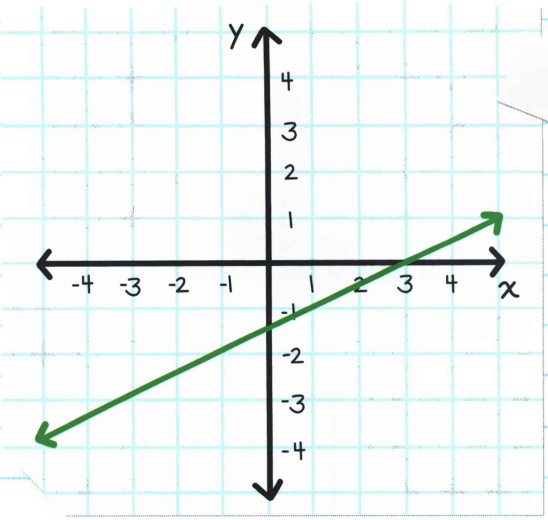
3.



4.



5.



6. $y = -4x + 14$

7. $y = -\frac{3}{8}x - \frac{43}{8}$

8. $y = -6x - 3$

9. Điểm chắn trục $x = 3$ hoặc $(3, 0)$

Điểm chắn trục $y = -\frac{3}{5}$ hoặc $\left(0, -\frac{3}{5}\right)$

10. Điểm chắn trục $x = -\frac{3}{2}$ hoặc $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$

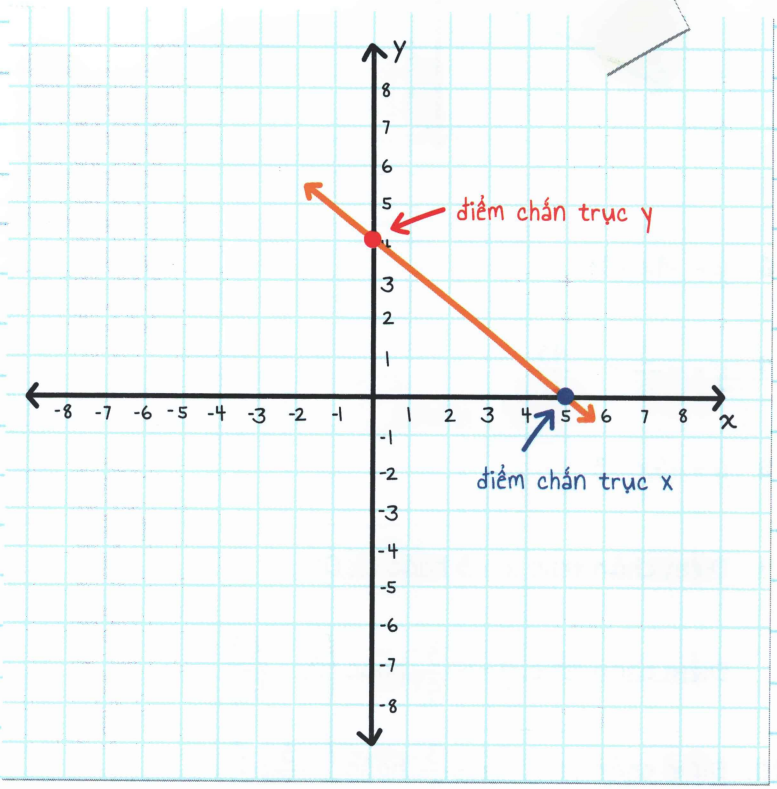
Điểm chắn trục $y = -3$ hoặc $(0, -3)$

GHI NHỚ NHANH:

$y = mx + b$

m là hệ số góc

b là giao điểm ở trục y



Chương 35

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT MỘT ĐIỂM VÀ HỆ SỐ GÓC

Một cách khác để viết phương trình của một đường thẳng là DỰA VÀO MỘT ĐIỂM VÀ HỆ SỐ GÓC, bằng cách sử dụng tọa độ của một điểm (không chỉ điểm chắn trục y) và hệ số góc của đường thẳng. Phương trình đường thẳng dựa trên một điểm và hệ số góc rất hữu ích để tìm điểm trên đường thẳng.

SỰ KHÁC BIỆT GIỮA PHƯƠNG TRÌNH ĐOẠN CHẮN VỚI PHƯƠNG TRÌNH DỰA TRÊN MỘT ĐIỂM VÀ HỆ SỐ GÓC LÀ GÌ?

Phương trình đoạn chắn và phương trình dựa trên một điểm và hệ số góc đều là cách biểu diễn phương trình của một đường thẳng.

Phương trình dựa trên một điểm và hệ số góc nhấn mạnh **hệ số góc** và **điểm** BẤT KỲ trên đường thẳng.

Phương trình đoạn chắn biểu thị **hệ số góc** và **điểm chắn trục Y** của một đường thẳng.

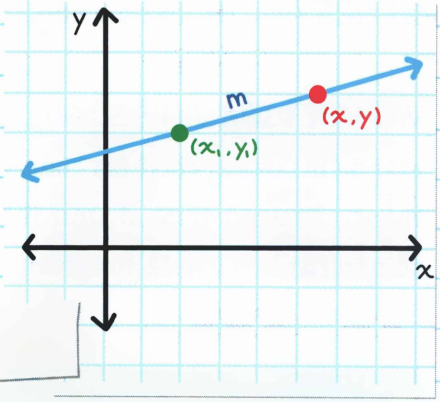
Công thức phương trình đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc:

Hệ số góc

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Tọa độ của một điểm mà đường thẳng đi qua.

(x_1, y_1) là điểm đã biết, m là hệ số góc của đường thẳng. (x, y) là bất kỳ điểm nào khác trên đường thẳng.



VÍ DỤ: Phương trình của một đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc là $y - 3 = 2(x - 7)$. Tìm hệ số góc của đường thẳng và tọa độ của một điểm mà đường thẳng đó đi qua.

Công thức đường thẳng khi biết điểm và hệ số góc là $y - y_1 = m(x - x_1)$; điều này có nghĩa là hệ số góc m là 2, và tọa độ của một điểm mà nó đi qua là $(x_1, y_1) = (7, 3)$.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của đường thẳng có hệ số góc 2 và đi qua điểm (–1, 4).

Bước 1: Vẽ điểm đã cho.

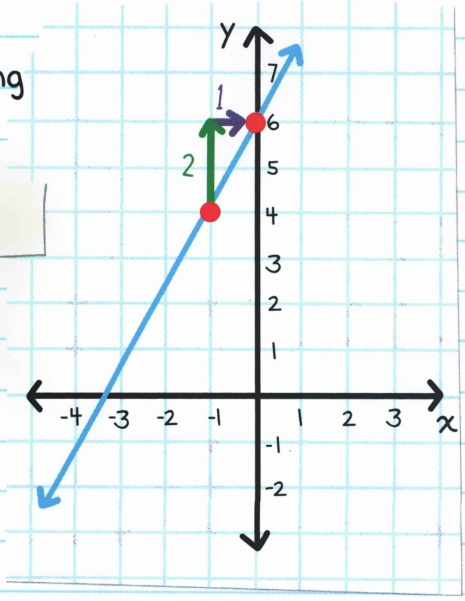
Vẽ điểm (–1, 4) trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2: Sử dụng hệ số góc để vẽ một điểm khác.

Vì hệ số góc là $m = 2 = \frac{2}{1}$, điều này có nghĩa là thay đổi dọc = 2 và thay đổi ngang = 1.

Vẽ một điểm thứ hai nằm trên 2 và bên phải 1 so với điểm đầu tiên.

Bước 3: Vẽ một đường thẳng nối các điểm.



VÍ DỤ: Một đường thẳng đi qua các điểm (3, -5) và (7, 1). Tìm phương trình của đường thẳng dựa trên một điểm và hệ số góc.

Bước 1: Xác định công thức nào nên được sử dụng.

Vì ta được cung cấp tọa độ của hai điểm, nên ta có thể tính được hệ số góc của đường thẳng.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-5)}{7-3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Bước 2: Thế thông tin đã cho.

Hệ số góc là $m = \frac{3}{2}$ và một trong các điểm là (3, -5).

Ta có thể thay thế các giá trị này thành phương trình đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-5) = \frac{3}{2}(x - 3)$$

$$y + 5 = \frac{3}{2}(x - 3)$$

Ta cũng có thể thay thế điểm (7, 1) trong bước 2.
Trong trường hợp đó, câu trả lời sẽ là

$$y - 1 = \frac{3}{2}(x - 7).$$

Do đó, đáp số là: $y + 5 = \frac{3}{2}(x - 3)$.

VÍ DỤ: Một đường thẳng có hệ số góc -2 và đi qua điểm $(1, 6)$. Tìm phương trình đoạn chắn.

Bước 1: Xác định công thức nào nên được sử dụng.

Vì ta đã có giá trị của hệ số góc và tọa độ của một điểm mà nó đi qua, ta nên sử dụng công thức đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Bước 2: Thế thông tin đã cho.

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 6 = -2(x - 1)$

Bước 3: Viết lại phương trình thành dạng phương trình đoạn chắn.

$y - 6 = -2(x - 1)$ Áp dụng tính chất phân phối.

$y - 6 = -2x + 2$

$y = -2x + 8$

Do đó, câu trả lời là: $y = -2x + 8$.

DẠNG CHUẨN

Ta cũng có thể viết phương trình của một đường thẳng ở DẠNG CHUẨN:

$$Ax + By = C$$

Ở dạng này, A, B và C là các hằng số và A là số dương.

VÍ DỤ: Một đường thẳng có hệ số góc $\frac{1}{3}$ và đi qua điểm $(-12, 7)$.

Tìm phương trình dạng chuẩn của đường thẳng.

Bước 1: Xác định công thức nào nên được sử dụng.

Vì ta đã biết giá trị của hệ số góc và tọa độ của một điểm mà nó đi qua, chúng ta nên sử dụng dạng phương trình khi biết một điểm và hệ số góc: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Bước 2: Thế thông tin đã cho.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 7 = \frac{1}{3}(x - (-12))$$

Bước 3: Viết lại phương trình ở dạng chuẩn.

$$y - 7 = \frac{1}{3}x + 4$$

$$y - 7 = \frac{1}{3}(x + 12)$$

$$y - 7 = \frac{1}{3}x + 4$$

$$-\frac{1}{3}x + y = 11$$

Đây là A

Đây là B

Đây là C

Do đó, câu trả lời là: $\frac{1}{3}x - y = -11$.

CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

Phương trình đoạn chắn: $y = mx + b$

Phương trình khi biết một điểm và hệ số góc: $y - y_1 = m(x - x_1)$

Phương trình dạng chuẩn: $Ax + By = C$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Phương trình của đường thẳng là $y - 1 = 5(x - 3)$. Tìm hệ số góc của đường thẳng và tọa độ của một điểm mà đường thẳng đó đi qua.

2. Phương trình của đường thẳng là $y + 1 = -2(x - 9)$. Tìm hệ số góc của đường thẳng và tọa độ của một điểm mà đường thẳng đó đi qua.

3. Phương trình của một đường thẳng là $y = 5(x - \frac{4}{3})$. Tìm hệ số góc của đường thẳng và tọa độ của một điểm mà đường thẳng đó đi qua.

4. Một đường thẳng có hệ số góc 4 và đi qua điểm (9, 5). Tìm phương trình của đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc.

5. Một đường thẳng có hệ số góc $-\frac{7}{6}$ và đi qua điểm (3, 0). Tìm phương trình của đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc.

6. Một đường thẳng có hệ số góc -3 và đi qua điểm (2, 5). Tìm phương trình đoạn chắn của đường thẳng.

7. Một đường thẳng có hệ số góc $\frac{1}{2}$ và đi qua điểm $(-6, 7)$. Tìm phương trình đoạn chắn.

8. Một đường thẳng có hệ số góc bằng 2 và đi qua điểm $(10, 3)$. Tìm phương trình dạng chuẩn của đường thẳng.

9. Một đường thẳng có hệ số góc 6 và đi qua điểm $(-\frac{3}{4}, 1)$. Tìm phương trình dạng chuẩn của đường thẳng.

10. Một đường thẳng có hệ số góc $-\frac{5}{4}$ và đi qua điểm $(8, -6)$. Tìm phương trình dạng chuẩn của đường thẳng.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Hệ số góc = 5; tọa độ của một điểm = (3, 1)

2. Hệ số góc = −2; tọa độ của một điểm = (9, −1)

3. Hệ số góc = 5; tọa độ của một điểm = $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

4. $y - 5 = 4(x - 9)$

5. $y - 0 = -\frac{7}{6}(x - 3)$

6. $y = -3x + 11$

7. $y = \frac{1}{2}x + 10$

8. $2x - y = 17$

9. $6x - y = -\frac{11}{2}$

10. $\frac{5}{4}x + y = 4$

Chương 36

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH BẰNG ĐỒ THỊ

Khi cho một cặp phương trình tuyến tính, ta có thể vẽ đồ thị của mỗi phương trình tuyến tính trên cùng một mặt phẳng tọa độ, và sau đó tìm điểm chung của cả hai đường thẳng. Giao điểm này là nghiệm của hệ.

Cặp số theo thứ tự là nghiệm của cả hai phương trình.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của hệ phương trình tuyến tính để tìm nghiệm.

$$\begin{cases} x + y = 5 & 1 \\ 2x - y = 4 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Viết lại từng phương trình thành dạng đoạn chắn $y = mx + b$. Bước này giúp vẽ đồ thị dễ dàng hơn.

Viết lại 1 thành dạng phương trình đoạn chắn:

$x + y = 5$

$y = -x + 5$

Viết lại 2 thành dạng phương trình đoạn chắn:

$2x - y = 4$

$-y = -2x + 4$

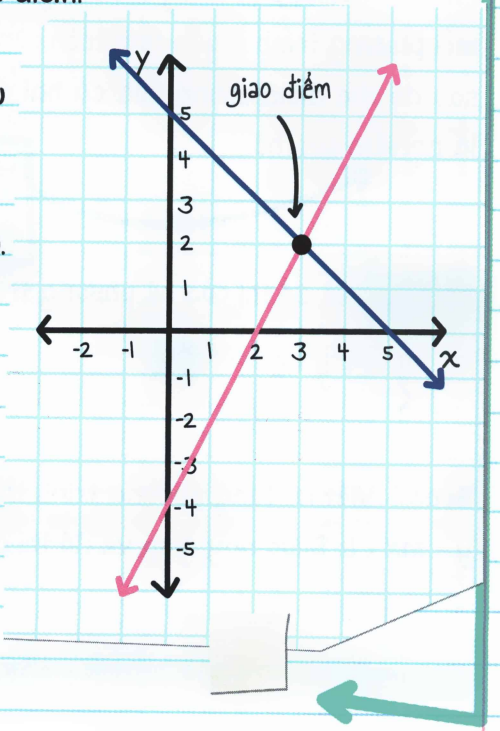
$y = 2x - 4$

Bước 2: Vẽ đồ thị của mỗi phương trình trên cùng một mặt phẳng tọa độ bằng cách sử dụng hệ số góc và điểm chắn trục y của mỗi đường.

Bước 3: Xác định vị trí giao điểm.

Hai đường thẳng giao nhau tại (3, 2).

Vậy nghiệm của hệ là (3, 2).



Kiểm tra câu trả lời của bạn theo phương pháp đại số bằng cách thế các tọa độ trở lại hệ ban đầu.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của hệ phương trình tuyến tính để tìm nghiệm.

$$\begin{cases} 2x + y = -2 & 1 \\ 4x + 2y = 6 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Viết lại từng phương trình thành dạng đoạn chắn $y = mx + b$. Bước này giúp vẽ đồ thị dễ dàng hơn.

Viết lại 1 thành dạng phương trình đoạn chắn:

$2x + y = -2$

$y = -2x - 2$

Viết lại 2 thành dạng phương trình đoạn chắn:

$4x + 2y = 6$

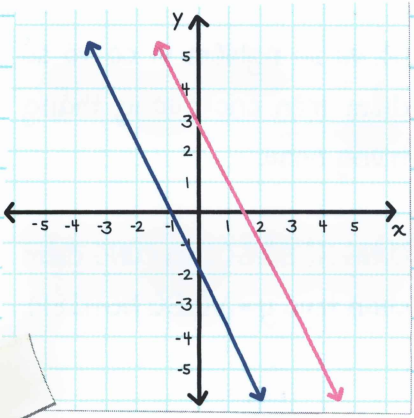
$2y = -4x + 6$

$y = -2x + 3$

Bước 2: Vẽ đồ thị của mỗi phương trình trên cùng một mặt phẳng tọa độ bằng cách sử dụng hệ số góc và điểm chắn trục y của mỗi đường thẳng.

Bước 3: Xác định vị trí giao điểm.

KHÔNG có giao điểm. Vì vậy KHÔNG CÓ NGHIỆM cho hệ.



Chung hệ số góc, khác điểm chắn trục y.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của hệ phương trình tuyến tính để tìm nghiệm.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 & (1) \\ 2x - y = 3 & (2) \end{cases}$$

Bước 1: Viết lại từng phương trình thành dạng đoạn chắn.

(1) $4x - 2y = 6$

$-2y = -4x + 6$

$y = 2x - 3$

(2) $2x - y = 3$

$-y = -2x + 3$

$y = 2x - 3$

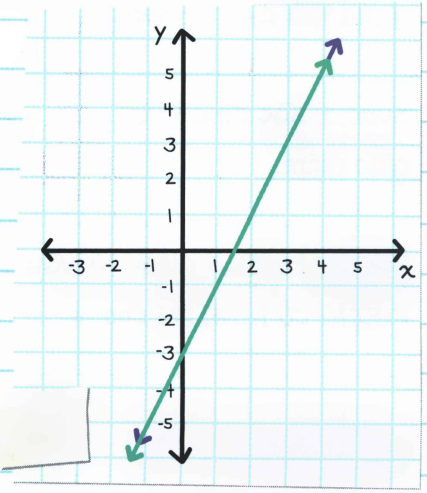
Bước 2: Vẽ đồ thị của các phương trình trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Bước 3: Xác định vị trí giao điểm.

Các đồ thị nằm trên cùng một đường thẳng nên các phương trình là TƯƠNG ĐƯƠNG.

Có vô số nghiệm vì có vô số điểm trên các đường thẳng trùng nhau.

CÙNG HỆ SỐ GÓC và CÙNG điểm chắn trục y = VÔ SỐ NGHIỆM.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Vẽ đồ thị của mỗi hệ phương trình tuyến tính sau đây để xác định nghiệm.

1. $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 6x + 3y = -9 \\ -4x - 2y = 6 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x - 4y = 10 \\ 3x + 4y = 15 \end{cases}$

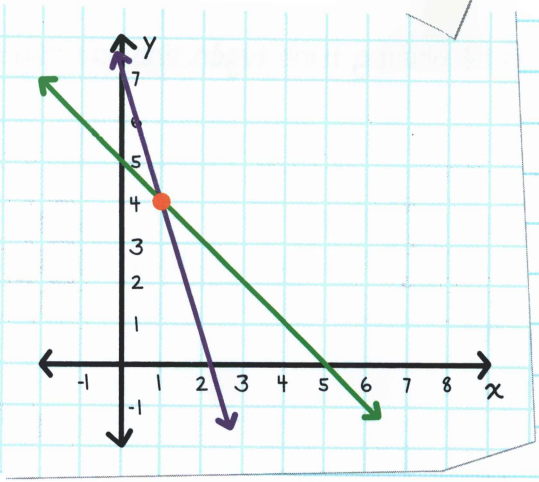
4. $\begin{cases} 3x - 2y = -10 \\ -5x + 4y = 14 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x - 3y = -14 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

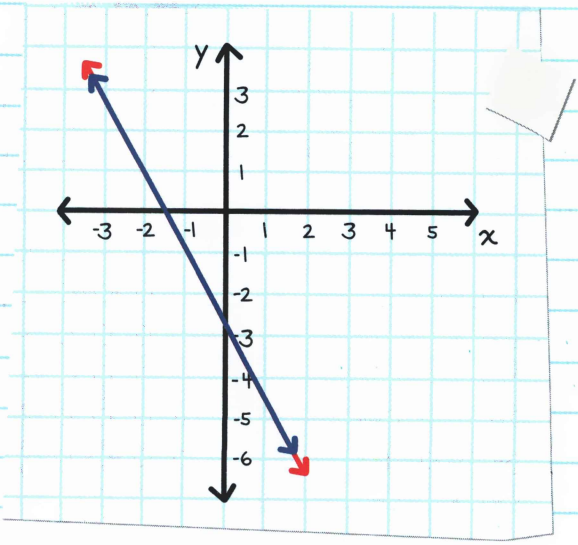
6. $\begin{cases} 3x - 6y = 12 \\ x = 2y \end{cases}$

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

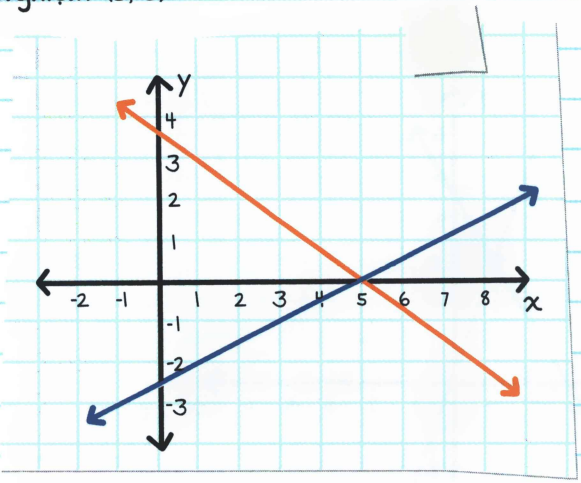
1. Nghiệm: (1, 4)



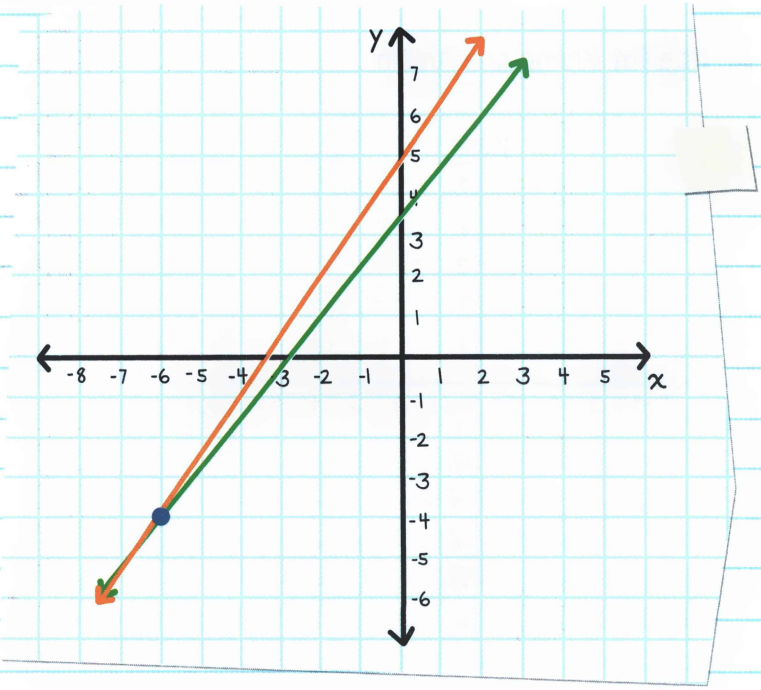
2. Nghiệm: Vô số nghiệm trên đường thẳng



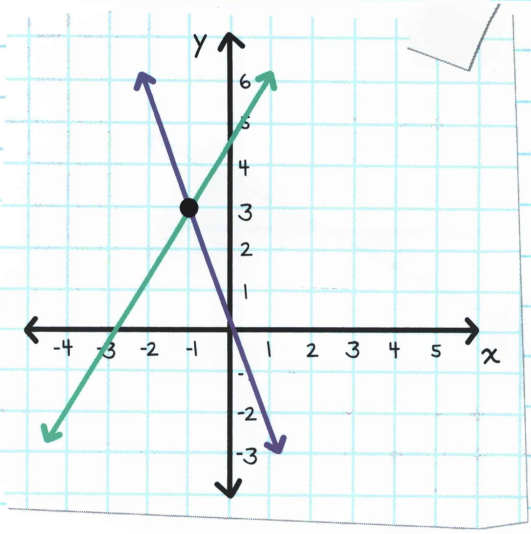
3. Nghiệm: (5, 0)



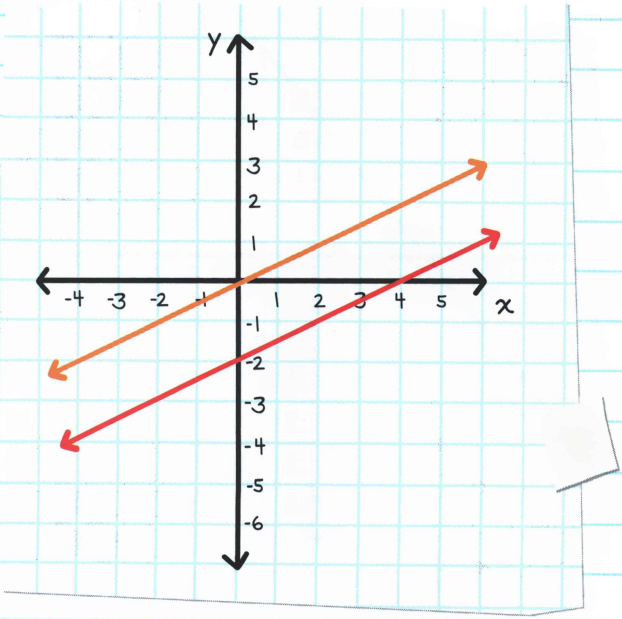
4. Nghiệm: (-6, -4)



5. Nghiệm: $(-\frac{5}{7}, \frac{16}{7})$



6. Nghiệm: Không có nghiệm



Chương 37

VẼ ĐỒ THỊ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

Khi giải các bất phương trình một biến, ta vẽ đáp án của mình trên một trục số và sử dụng một vòng tròn rỗng nếu *không* bao gồm số đó trong tập nghiệm hoặc ta sử dụng một vòng tròn kín nếu số đó có trong tập nghiệm.

Để giải bất phương trình tuyến tính với hai biến, ta có thể áp dụng kiến thức đã biết về cách vẽ đồ thị của phương trình tuyến tính hai biến. Đồ thị bất phương trình tuyến tính hai biến có nghĩa là nghiệm phải được vẽ trên một mặt phẳng tọa độ.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của bất phương trình $y < x + 3$.

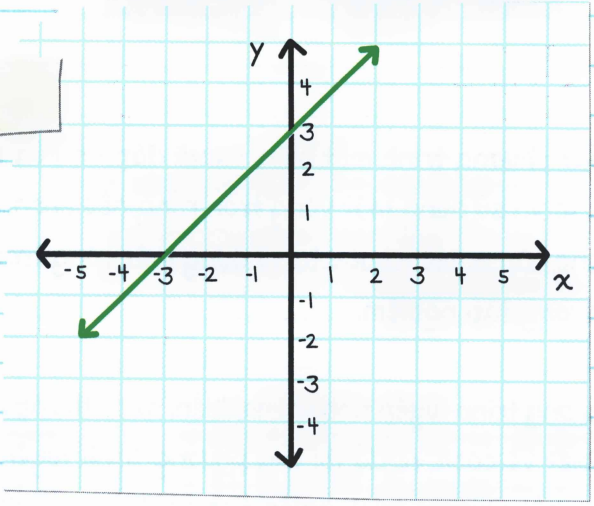
Bước 1: Biến đổi tạm thời bất phương trình thành phương trình và vẽ đồ thị của phương trình.

Thay đổi bất phương trình thành một phương trình.

$y < x + 3$

$y = x + 3$

Vẽ đồ thị của phương trình $y = x + 3$. Kiểm tra xem đồ thị của bạn có chính xác không bằng cách sử dụng điểm kiểm tra.



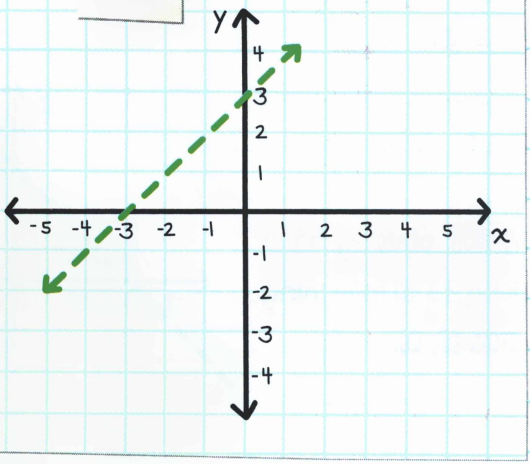
Bước 2: Xác định xem đường thẳng là nét liền hay nét đứt:

• Nếu bất phương trình chứa dấu < hoặc > thì đường thẳng là nét đứt

• Nếu bất phương trình chứa dấu ≤ hoặc ≥ thì đường thẳng là nét liền.

Vì bất phương trình $y < x + 3$ có dấu $<$ nên đường thẳng là nét đứt.

Đường nét đứt giống như vòng tròn rỗng trên đồ thị phương trình tuyến tính trên một trục số. Nó có nghĩa là vị trí đó không thuộc tập nghiệm.



Bước 3: Tô màu đúng vùng làm cho bất phương trình đúng, bằng cách kiểm tra điểm bất kỳ.

Đường thẳng chia mặt phẳng thành 2 phần.

Kiểm tra (0, 0) để xem nó có phải là nghiệm của bất phương trình đã cho hay không.

- Nếu (0, 0) là nghiệm, hãy tô màu toàn bộ vùng chứa (0, 0).

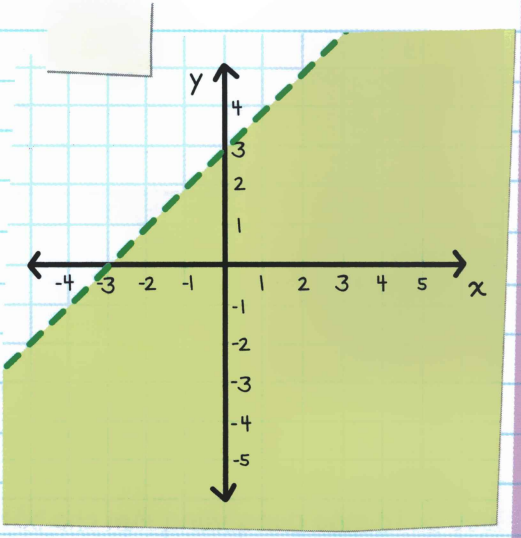
Ta có thể chọn bất kỳ điểm nào, nhưng (0, 0) thường làm cho các phép tính đơn giản hơn và ít có khả năng xảy ra lỗi hơn. Nếu điểm (0,0) nằm trên đường thẳng của bạn, bạn phải chọn một điểm khác.

Nếu (0, 0) **không** phải là nghiệm, hãy tô màu vùng không chứa (0, 0).

$(0) \overset{?}{<} (0) + 3$

$0 \overset{?}{<} 3$ ✓

Vì bất phương trình đúng, ta tô màu vùng chứa (0, 0).



VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của bất phương trình $6x - 2y \geq 5$.

Bước 1: Biến đổi tạm thời bất phương trình thành phương trình và vẽ đồ thị của phương trình.

Thay đổi bất phương trình thành một phương trình:

$6x - 2y \geq 5$

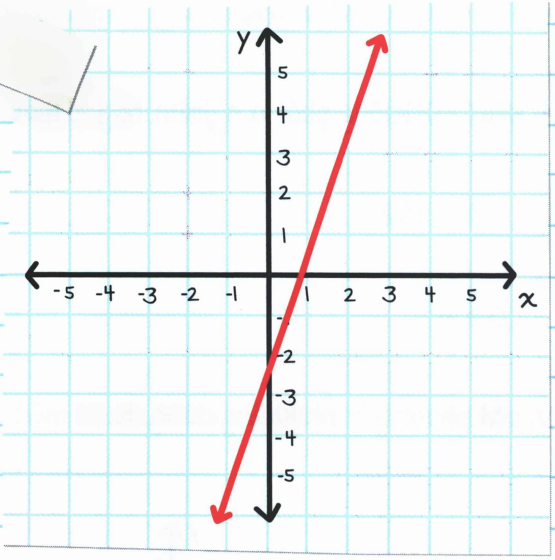
$6x - 2y = 5$

Vẽ đồ thị của phương trình $6x - 2y = 5$. Kiểm tra xem đồ thị của bạn có chính xác không bằng cách sử dụng điểm kiểm tra.

$6x - 2y = 5$

$-2y = -6x + 5$

$y = 3x - \frac{5}{2}$



Bước 2: Xác định xem đường thẳng nét liền hay nét đứt:

- Nếu bất phương trình chứa dấu < hoặc >, thì đường thẳng phải là nét đứt.

- Nếu bất phương trình chứa dấu ≤ hoặc ≥ thì đường thẳng là nét liền.

Vì bất phương trình $6x - 2y \geq 5$ có dấu ≥ nên đường thẳng là nét liền.

Bước 3: Tô màu phần làm cho bất phương trình đúng, bằng cách kiểm tra điểm bất kỳ.

Đường thẳng chia mặt phẳng thành 2 phần.

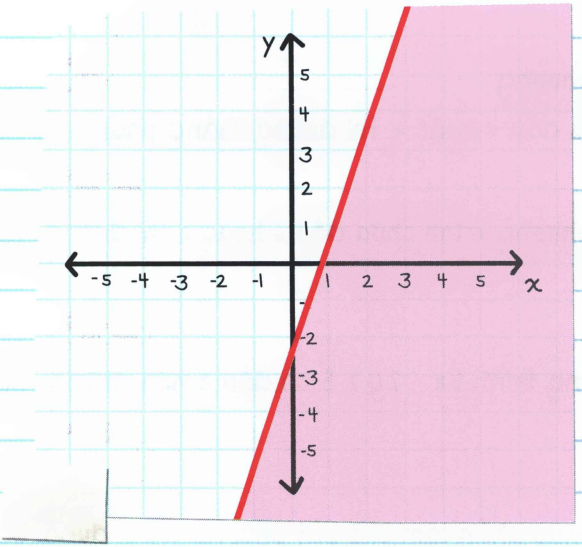
Kiểm tra (0, 0) có phải là nghiệm của bất phương trình đã cho không.

- Nếu (0, 0) là một nghiệm, hãy tô màu toàn bộ vùng chứa (0, 0).
- Nếu (0, 0) không phải là nghiệm, hãy tô màu vùng không chứa (0, 0).

$6(0) - 2(0) \stackrel{?}{\geq} 5$

$0 \stackrel{?}{\geq} 5$ ✗

Vì bất phương trình *không* đúng, ta tô màu vùng *không* chứa (0, 0).



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Vẽ đồ thị bất phương trình tuyến tính.

1. $y > 4 - x$

2. $x - y \geq -5$

3. $x - y \leq 6$

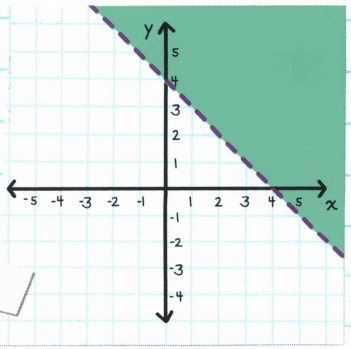
4. $4x + 3y > 12$

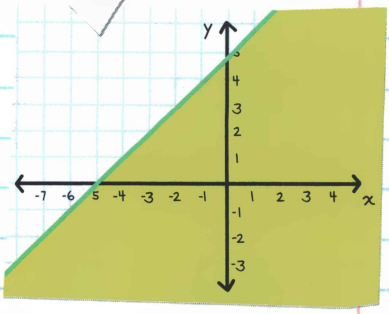
5. $y > -5$

6. $3x - 2y \geq -6$

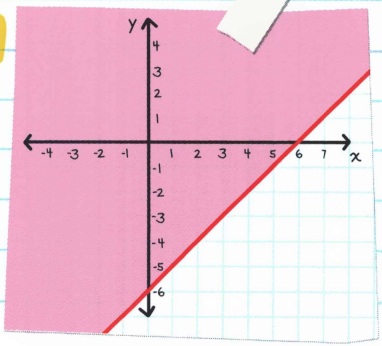
KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1.

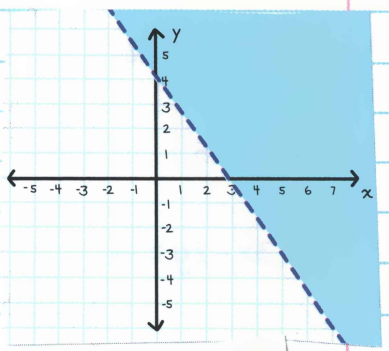




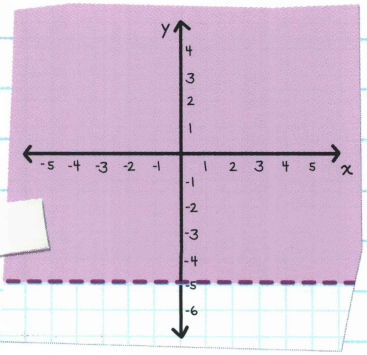
2.



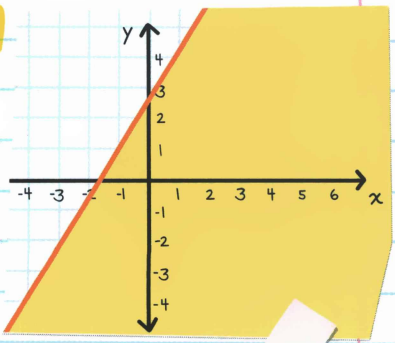
3.



4.



5.



Chương 38

GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH BẰNG ĐỒ THỊ

Ta giải hệ bất phương trình tuyến tính tương tự như giải hệ phương trình tuyến tính.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của hệ bất phương trình tuyến tính để tìm nghiệm.

$$\begin{cases} x + y < 2 & 1 \\ 2x - y > 10 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Biến đổi tạm thời mỗi bất phương trình thành một phương trình ở dạng đoạn chắn và vẽ đồ thị của phương trình.

Biến 1 thành phương trình: $x + y = 2$

Biến 2 thành phương trình: $2x - y = 10$

Viết lại thành dạng đoạn chắn:

$x + y = 2$

$y = -x + 2$

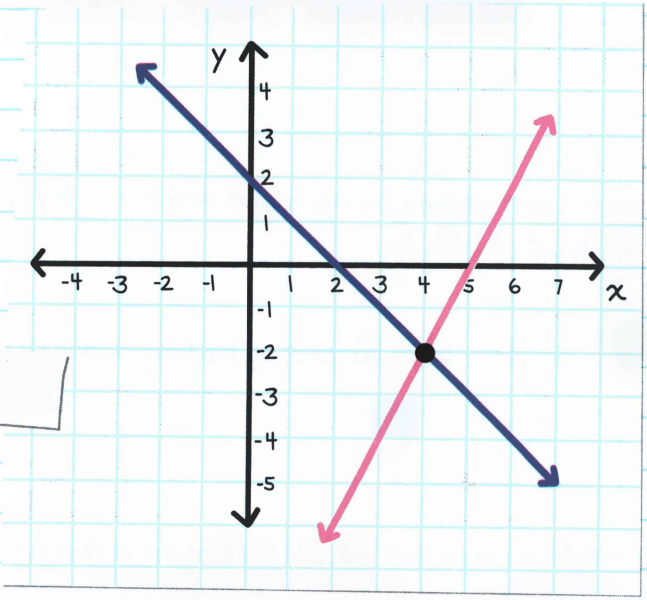
Viết lại thành dạng đoạn chắn:

$2x - y = 10$

$-y = -2x + 10$

$y = 2x - 10$

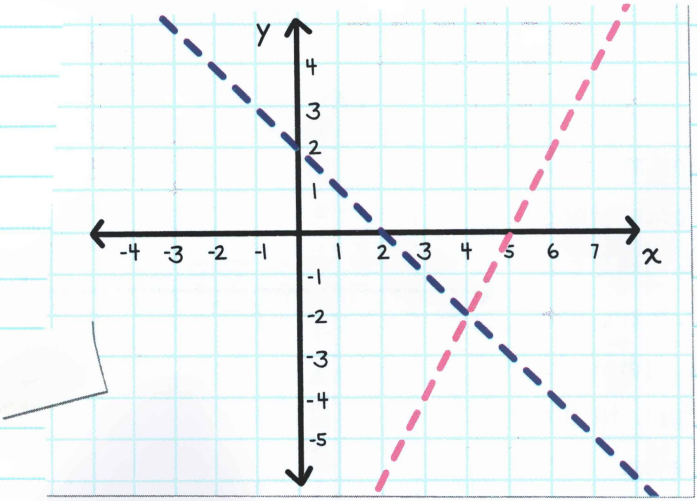
Hai đường thẳng cắt nhau tại (4, -2).



Bước 2: Xác định xem các đường thẳng là nét liền hay đứt.

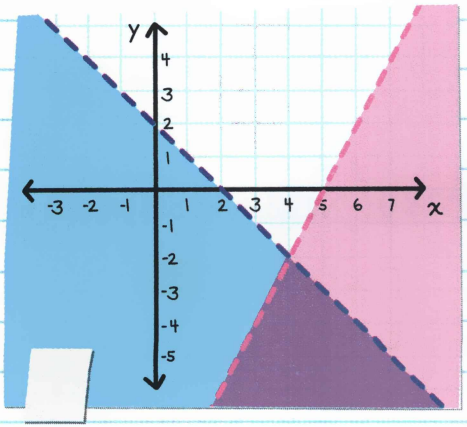
Vì bất phương trình $x + y < 2$ có dấu < nên là nét đứt.

Vì bất phương trình $2x - y > 10$ có dấu > nên là nét đứt.



Bước 3: Tô màu vùng làm cho bất phương trình đúng, bằng cách kiểm tra điểm bất kỳ.

Kiểm tra (0, 0) có phải là nghiệm của bất phương trình đã cho hay không.



$(0) + (0) \overset{?}{<} 2$

$0 \overset{?}{<} 2$ ✓

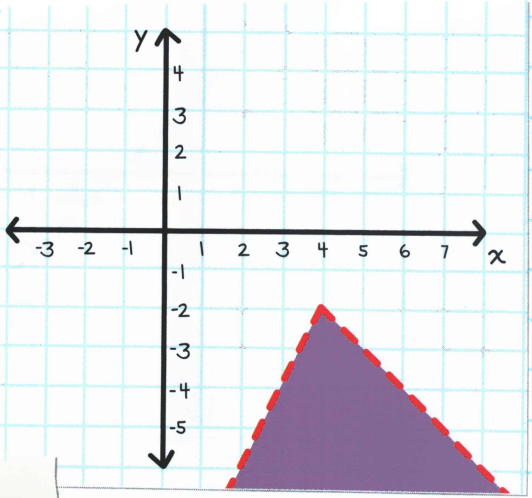
Vì bất phương trình đúng, nên tô màu vùng chứa (0, 0).

$2(0) - (0) \overset{?}{>} 10$

$0 \overset{?}{>} 10$ ✗

Vì bất phương trình *không* đúng, nên tô màu vùng không chứa (0, 0).

Vì nghiệm cuối cùng phải thỏa mãn CẢ ~~HAI~~ bất phương trình, nên nghiệm phải là vùng được tô bởi CẢ ~~HAI~~ màu.



VÍ DỤ: Vẽ đồ thị hệ bất phương trình tuyến tính để tìm nghiệm.

$$\begin{cases} x + y > -5 & 1 \\ -x + y \leq 1 & 2 \end{cases}$$

Bước 1: Biến đổi tạm thời mỗi bất phương trình thành một phương trình đoạn chắn và vẽ đồ thị của phương trình.

Biến 1 thành một phương trình: $3x + y = -5$

Viết lại thành dạng đoạn chắn:

$3x + y = -5$

$y = -3x - 5$

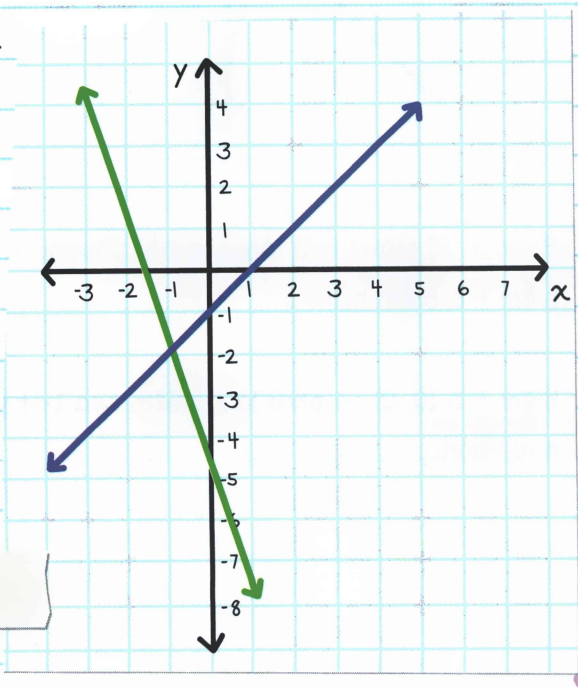
Biến 2 thành một phương trình: $-x + y = -1$

Viết lại thành dạng đoạn chắn:

$-x + y = -1$

$y = x - 1$

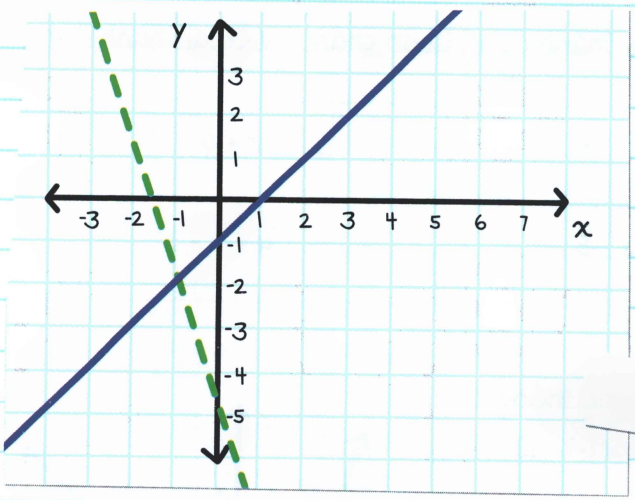
Hai đường thẳng cắt nhau tại (-1, -2).



Bước 2: Xác định xem đường thẳng là nét liền hay nét đứt.

Vì bất phương trình $3x + y > -5$ có dấu $>$, nên đường thẳng là nét đứt.

Vì bất phương trình $-x + y \leq -1$ có dấu $\leq$ nên đường thẳng là nét liền.



Bước 3: Tô màu vùng làm cho bất phương trình đúng, bằng cách kiểm tra điểm bất kỳ.

Kiểm tra (0, 0) có phải là nghiệm của bất phương trình đã cho hay không.

$3(0) + (0) \overset{?}{>} -5$

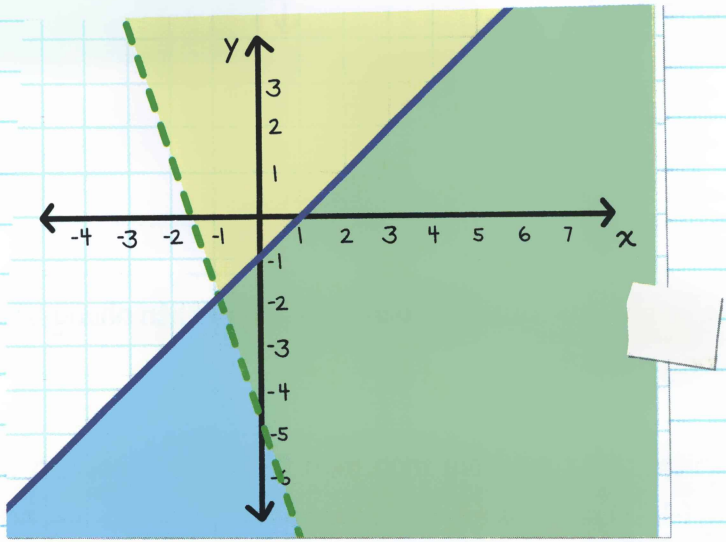
$0 \overset{?}{>} -5$ ✓

Vì bất phương trình đúng, nên tô màu vùng có chứa (0, 0)

$-(0) + (0) \overset{?}{\leq} -1$

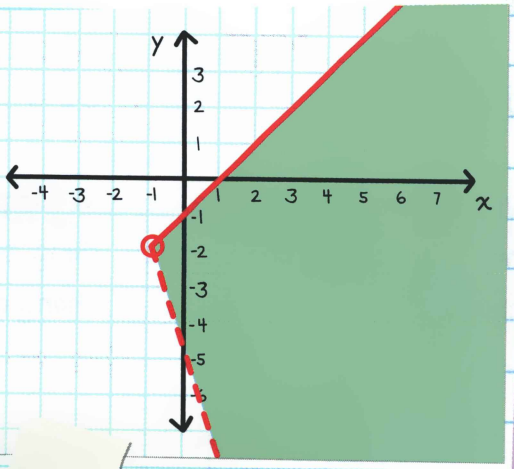
$0 \overset{?}{\leq} -1$ ✗

Vì bất phương trình *không* đúng, nên tô màu vùng không chứa (0,0)



Vì nghiệm cuối cùng phải thỏa mãn CẢ ~~HAI~~ bất phương trình, nên nghiệm phải là vùng được tô CẢ ~~HAI~~ màu.

Còn giao điểm (-1, -2) thì sao?



Chúng ta phải làm gì, vì một bên là đường nét liền nhưng bên kia là đường nét đứt?

Vì nghiệm cuối cùng phải thỏa mãn CẢ ~~HAI~~ bất phương trình, nhưng (-1, -2) chỉ thỏa mãn MỘT trong các phương trình, nên ta không đưa nó vào nghiệm cuối cùng và ta sử dụng một vòng tròn rỗng tại (-1, -2).

Để cho thấy rằng (-1, -2) không được tính.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Vẽ đồ thị của mỗi hệ bất phương trình tuyến tính sau đây để tìm nghiệm.

1. $\begin{cases} x + y < 1 \\ x - y > -5 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + y \geq -2 \\ 4x + y \leq 7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x - y < 4 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$

4. $\begin{cases} y > 3 \\ x \geq -5 \end{cases}$

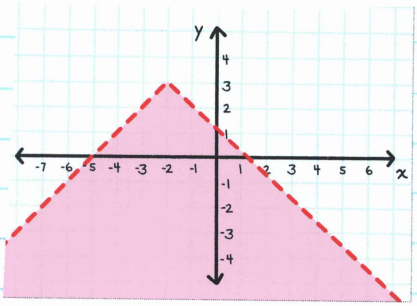
5. $\begin{cases} x + 2y > -7 \\ -x + 3y < -3 \end{cases}$

6. $\begin{cases} -2x + y > 3 \\ 3x + y < -7 \end{cases}$

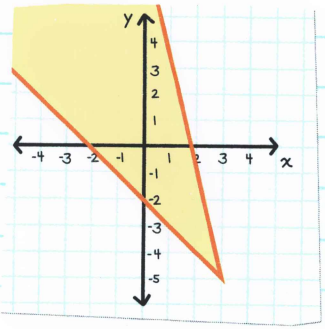
ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

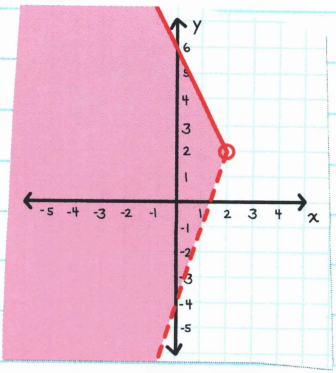
1.



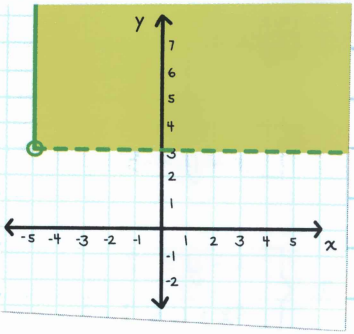
2.



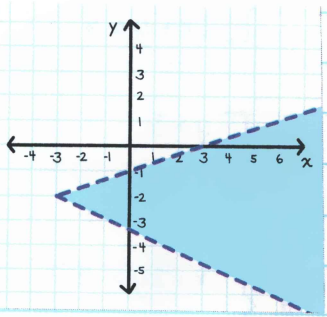
3.



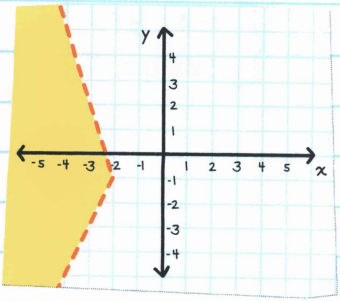
4.



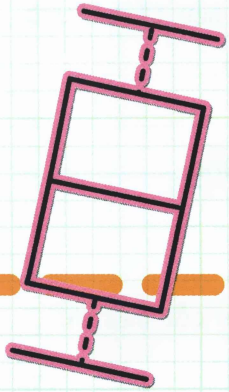
5.

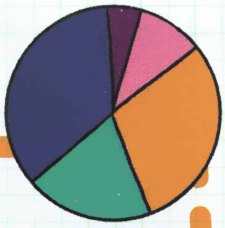


6.



Bài 7





Thống kê và xác suất

Chương 39

GIỚI THIỆU VỀ THỐNG KÊ

THỐNG KÊ là tổ chức, trình bày và nghiên cứu dữ liệu. **DỮ LIỆU** là tập hợp các dữ kiện dưới dạng số, từ hoặc mô tả.

Dữ liệu và số liệu thống kê rất quan trọng vì chúng:

- Giúp ta xác định các vấn đề.
- Cung cấp bằng chứng để chứng minh cho yêu cầu của ta.
- Giúp chúng ta đưa ra quyết định sáng suốt.

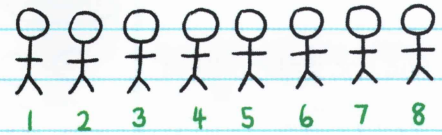
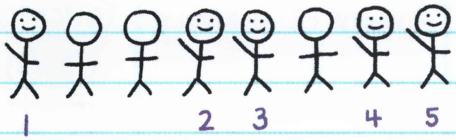
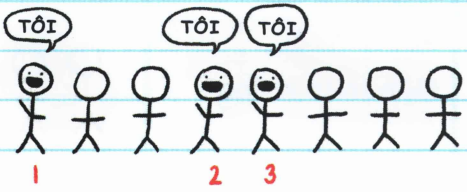
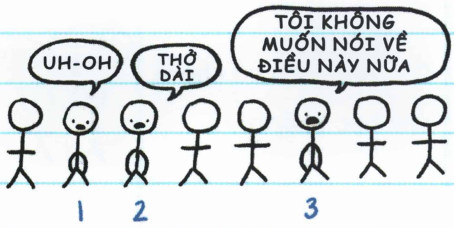
Có hai loại dữ liệu:

- Dữ liệu định lượng
- Dữ liệu định tính.

THỐNG KÊ
giúp ta thu thập, diễn giải, tổng hợp và trình bày dữ liệu.

DỮ LIỆU ĐỊNH LƯỢNG

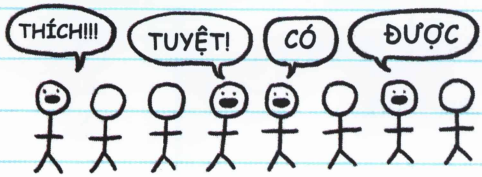
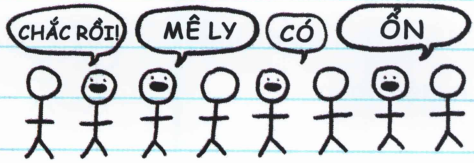
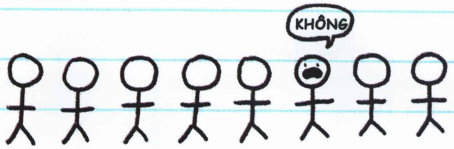
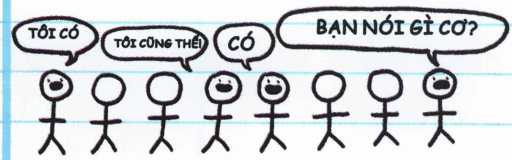
Thông tin được cung cấp dưới dạng số. Thông thường đây là thông tin mà bạn có thể đo đếm được.

DỮ LIỆU ĐỊNH LƯỢNG	
Số học sinh trong lớp Toán	
Số học sinh thi đỗ lớp chuyên Toán	
Số học sinh đạt điểm A môn Toán	
Số học sinh có nguy cơ trượt môn Toán	

DỮ LIỆU ĐỊNH TÍNH

Thông tin được cung cấp mô tả điều gì đó. Thông thường đây là thông tin mà bạn có thể quan sát, chẳng hạn như hình dáng, kết cấu, mùi và vị.

DỮ LIỆU ĐỊNH TÍNH

Các học sinh có thích lớp học Toán không?	
Học sinh có vui không?	
Học sinh có thân thiện không?	
Các học sinh có chăm chú học không?	

Dữ liệu định lượng và định tính có thể được thu thập, giải thích và tổng hợp.

SUY NGHĨ: Có thể có bao nhiêu câu trả lời? Nếu chỉ có một câu trả lời thì đó không phải là một câu hỏi thống kê. Nếu có thể có nhiều hơn một câu trả lời, thì đó là một câu hỏi thống kê.

THU THẬP DỮ LIỆU

CÂU HỎI THỐNG KÊ là một câu hỏi dự đoán sẽ có nhiều cách trả lời khác nhau. Các câu trả lời khác nhau có TÍNH BIẾN THIÊN, điều này mô tả mức độ dàn trải hoặc co cụm của một bộ dữ liệu.

Ví dụ: "Tôi bao nhiêu tuổi?" Câu hỏi này chỉ có một câu trả lời, vì vậy nó không phải là một câu hỏi thống kê.

"Các thành viên trong gia đình tôi bao nhiêu tuổi?" Câu hỏi này có nhiều hơn một câu trả lời, vì vậy nó là một câu hỏi thống kê.

Các câu trả lời cho một câu hỏi thống kê "dàn trải" và có thể rất khác nhau - vì vậy có thể có ĐỘ BIẾN THIÊN CAO khi dàn trải hoặc ĐỘ BIẾN THIÊN THẤP khi co cụm.

LẤY MẪU

Đôi khi ta có thể thu thập dữ liệu từ mọi thành viên trong một nhóm. Hầu như điều đó là không thể. Do đó, ta cần LẤY MẪU, lấy một phần nhỏ của một nhóm lớn hơn để ước tính các đặc điểm của cả nhóm.

Ví dụ, một trường học có 2.500 học sinh và bạn muốn biết có bao nhiêu học sinh yêu thích môn Toán. Việc chọn mẫu sẽ bao gồm phỏng vấn một bộ phận học sinh và sử dụng kết quả để đưa ra kết luận gần đúng về toàn bộ nhóm.

Điều quan trọng là phải đảm bảo rằng mẫu là đại diện tốt cho toàn bộ nhóm. Ví dụ, bạn biết trường học có 2.500 học sinh, và bạn chọn ngẫu nhiên 50 người. Bạn có thể tìm ra 40 học sinh học cùng một khối. Đây không phải là mẫu tốt vì mẫu không phải là đại diện thực sự của toàn bộ trường.

CÁC TỪ KHÓA TRONG THỐNG KÊ:

Tổng thể: Tập hợp mà từ đó ta chọn ra một mẫu dữ liệu.

Mẫu: Một phần đại diện cho tổng thể.

Mẫu ngẫu nhiên: Mẫu thu được từ một tổng thể trong đó mỗi phần tử đều có cơ hội được chọn như nhau.

Lấy mẫu: Chọn một nhóm nhỏ đại diện cho toàn bộ tổng thể.

VÍ DỤ: Một nghìn người đã mua thức ăn tại quầy mua bán đồ ăn, thức uống ở một rạp hát. Bạn muốn biết có bao nhiêu người trong số đó đã mua đồ ăn nhẹ thuần chay. Vì vậy, bạn hỏi 20 người xem họ mua đồ ăn nhẹ thuần chay hay không. Trong số 20 người, 5 người cho biết họ mua đồ ăn nhẹ thuần chay. Hỏi có khoảng bao nhiêu người đã mua đồ ăn nhẹ thuần chay tại rạp hát?

Bởi vì có 5 người mua đồ ăn nhẹ thuần chay trong số 20 người, có nghĩa là $\frac{5}{20}$ người trong số mẫu đã mua đồ ăn nhẹ thuần chay.

Áp dụng con số này cho toàn bộ tập hợp 1.000 người.

$1.000 \times \frac{5}{20} = 250$

Khoảng 250 người đã mua đồ ăn nhẹ thuần chay.

Đó là đồ chay!

VÍ DỤ: Có 150 thành viên trong nhóm kịch của Kaycee. Kaycee muốn biết có bao nhiêu thành viên quan tâm đến dự án rạp hát mùa hè. Kaycee hỏi 30 thành viên và tìm ra được 10 thành viên sẽ quan tâm đến dự án. Hỏi có khoảng bao nhiêu thành viên trong nhóm kịch của Kaycee muốn tham gia vào dự án rạp hát mùa hè?

Bởi vì 10 trong số 30 thành viên quan tâm, có nghĩa là $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ trong số mẫu quan tâm.

$150 \times \frac{1}{3} = 50$

Toàn bộ thành viên.

Có khoảng 50 thành viên quan tâm đến dự án rạp chiếu mùa hè.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Câu hỏi nào sau đây hỏi về dữ liệu định lượng? Câu hỏi nào về dữ liệu định tính?

A. Có bao nhiêu khách hàng trong cửa hàng tạp hóa?

B. Màu sắc yêu thích của bạn là gì?

C. Các loại xe mà giáo viên trong trường của bạn lái?

D. Có bao nhiêu học sinh tham gia trò chơi?

2. Có 140 ô tô trong một bãi đậu xe. Keisha nhìn vào 15 chiếc ô tô và thấy rằng 2 trong số những chiếc xe đó có màu đỏ. Hỏi có khoảng bao nhiêu ô tô trong bãi đậu xe màu đỏ?

3. Maya muốn đoán có bao nhiêu viên bi trong một hộp cao 18 inch. Cô biết rằng có 32 viên bi trong một hộp cao 5 inch. Hỏi hộp thứ nhất có bao nhiêu viên bi?

4. Jason có 25 bạn cùng lớp. Mười lăm bạn học của anh ấy đã thực tập mùa hè. Nếu có tổng cộng 500 sinh viên trong trường của Jason, thì có khoảng bao nhiêu sinh viên đã thực tập mùa hè?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. **A.** Định lượng.
   B. Định tính.
   C. Định tính.
   D. Định lượng.

2. Khoảng 19 xe (làm tròn lên từ 18,67).

3. Khoảng 115 viên bi (làm tròn xuống từ 115,2).

4. 300 sinh viên đã thực tập mùa hè.

Chương 40

SỐ ĐO TRUNG BÌNH VÀ PHƯƠNG SAI

SỐ ĐO TRUNG BÌNH

Nhóm các số trong dữ liệu thu thập được gọi là TẬP HỢP. Ta có thể biểu diễn dữ liệu trong một tập hợp bằng cách sử dụng các SỐ ĐO TRUNG BÌNH. Số đo trung bình là số duy nhất được sử dụng để tóm tắt tất cả các giá trị của tập dữ liệu.

Ví dụ: Điểm trung bình của học sinh là số đo trung bình cho tất cả các điểm của học sinh.

Ba loại số đo trung bình phổ biến nhất là:

1. MEAN (còn gọi là kỳ vọng) là giá trị trung bình của một tập số. Để tính kỳ vọng, hãy cộng tất cả các số lại rồi chia tổng đó cho số các số hạng. Kỳ vọng hữu ích nhất khi các giá trị dữ liệu sát nhau.

VÍ DỤ: Trong 4 trận đấu, Fola ghi được 11, 18, 22 và 10 điểm. Hỏi giá trị kỳ vọng của số điểm Fola ghi được là bao nhiêu?

Bước 1: Cộng tất cả các số.

11 + 18 + 22 + 10 = 61

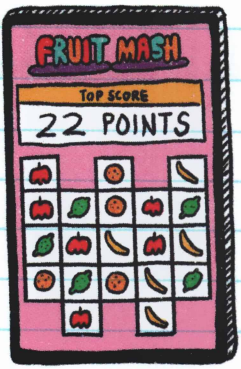
Bước 2: Chia cho tổng số trận đấu.

Tổng là 61.

Số lượng trận đấu: 4

61 ÷ 4 = 15,25

Kỳ vọng là 15,25. Vì vậy, Fola ghi trung bình 15,25 điểm trong mỗi trận.



2. MEDIAN (giá trị giữa) là số ở giữa của một tập hợp các số được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

VÍ DỤ: Jason và bạn của anh ấy thi xem ai có thể nhảy dây nhiều lần nhất. Số lần nhảy là 120, 90, 140, 200 và 95. Hỏi giá trị median của số lần nhảy là bao nhiêu?

Bước 1: Sắp xếp các số theo thứ tự từ nhỏ nhất đến lớn nhất.

90 95 120 140 200

Bước 2: Xác định con số rơi vào giữa tập hợp.

Số ở giữa là 120.

Median của số lần nhảy là 120.

Giá trị lớn nhất trong tập dữ liệu được gọi là MAX (tối đa)
Giá trị nhỏ nhất được gọi là MIN (tối thiểu).
Số ở giữa được gọi là MEDIAN.

Khi không có số ở giữa, hãy tìm giá trị trung bình của hai số ở giữa bằng cách cộng chúng lại với nhau rồi chia cho 2.

13 24 40 52

24 + 40 = 64

64 ÷ 2 = 32 Median là 32.

3. MOD (giá trị xuất hiện thường xuyên nhất trong tập hợp) là số trong tập dữ liệu xuất hiện nhiều nhất. Bạn có thể có một mod, nhiều hơn một hoặc không có mod nào cả. Nếu không có số nào được lặp lại, ta nói rằng không có mod.

VÍ DỤ: Các sinh viên trong một lớp học tiếng Tây Ban Nha nhận được các điểm kiểm tra sau: 65, 90, 85, 90, 70, 80, 80, 95, 80, 98. Hỏi điểm số xuất hiện nhiều nhất là bao nhiêu?

Bước 1: Sắp xếp các số theo thứ tự.
65, 70, 80, 80, 80, 85, 90, 90, 95, 98

Bước 2: Xác định các số lặp lại và tần suất chúng lặp lại.

80 lặp lại 3 lần và 90 lặp lại 2 lần.
Mod là 80. Vì vậy, điểm 80 trong bài kiểm tra tiếng Tây Ban Nha xuất hiện nhiều nhất.

SỐ ĐO PHƯƠNG SAI

Một công cụ khác mà chúng ta có thể sử dụng để mô tả và phân tích một tập dữ liệu là **SỐ ĐO PHƯƠNG SAI**, nó mô tả các giá trị của một tập dữ liệu thay đổi như thế nào. Số đo phương sai chính là **RANGE**. Range là phần chênh lệch của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trong một tập dữ liệu.

Ghi nhớ: Range = Lớn nhất - Nhỏ nhất

Range (phạm vi) cho biết mức độ "dàn trải" của một tập dữ liệu.

VÍ DỤ: Khi được hỏi đã dành bao nhiêu tiếng đồng hồ vào cuối tuần để xem màn hình, học sinh trả lời:

10 tiếng, 6 tiếng, 4 tiếng, 20 tiếng, 12 tiếng, 8 tiếng, 8 tiếng, 6 tiếng, 14 tiếng.

Hỏi khoảng thời gian dành để xem màn hình là bao nhiêu?

Bước 1: Xác định giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Giá trị lớn nhất: 20 giờ, Giá trị nhỏ nhất: 4 giờ

Bước 2: Thực hiện phép trừ.

$20 - 4 = 16$

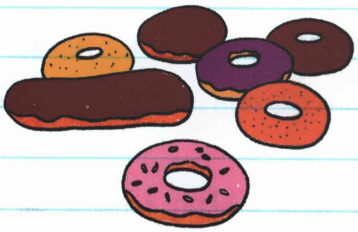
Khoảng thời gian để xem màn hình là 16 tiếng.

Giá trị dữ liệu nhỏ hơn hoặc lớn hơn đáng kể so với các giá trị khác trong tập hợp được gọi là GIÁ TRỊ NGOẠI LỆ. Một giá trị ngoại lệ có thể làm mất giá trị trung bình của một tập dữ liệu và đưa ra mô tả sai lệch về dữ liệu.

không chính xác; gây hiểu lầm

VÍ DỤ: Năm bạn đã ăn số bánh rán như sau:

Justin: 1 chiếc bánh rán
Manuel: 10 chiếc bánh rán
Sam: 2 chiếc bánh rán
Tamara: 2 chiếc bánh rán
Frances: 3 chiếc bánh rán



Hỏi bạn nào dường như là ngoại lệ? Manuel

Manuel là ngoại lệ vì bạn ấy đã ăn số lượng bánh rán nhiều hơn đáng kể so với các bạn của mình.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 3, hãy tìm mean, median, mod và range cho từng tập dữ liệu.

1. 290, 306, 309, 313, 330, 357, 400, 431, 461, 601

2. 6, 11, 20, 4, 1, 15, 10, 8, 5, 1, 2, 12, 4

3. 81, 38, 91, 71, 87, 97, 100, 82, 71, 70

4. Năm học sinh ghi lại số phút mà họ đọc sách vào cuối tuần. Thời gian của họ là: 85 phút, 90 phút, 75 phút, 85 phút và 95 phút. Tính mean, median, mod và range của tập dữ liệu.

5. Một số công ty đã quyên góp tiền cho một ngân hàng thực phẩm địa phương. Số tiền quyên góp là 1.200 đô la, 1.000 đô la, 900 đô la, 2.000 đô la và 1.500 đô la. Tính mean, median, mod và range đóng góp.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Mean: 379,8

Median: 343,5

Mod: không có

Range: 311

2. Mean: 7,6

Median: 6

Mod: 1 và 4

Range: 19

3. Mean: 78,8

Median: 81,5

Mod: 71

Range: 62

4. Mean: 86

Median: 85

Mod: 85

Range: 20

5. Mean: 1.320$

Median: 1.200$

Mod: không có

Range: 1.100$

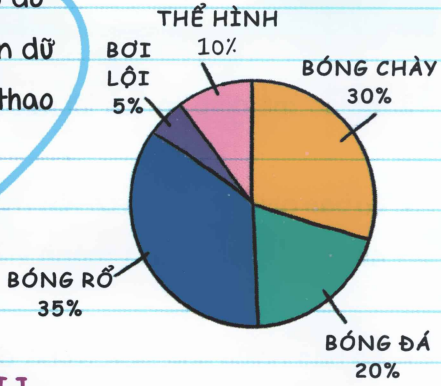
Chương 41

BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

Bảng được sử dụng để trình bày dữ liệu ở dạng danh sách. Nhưng ta cũng có thể biểu diễn dữ liệu một cách trực quan bằng đồ thị, biểu đồ hình tròn và sơ đồ.

Ví dụ: Lena có thể sử dụng biểu đồ hình tròn để biểu diễn trực quan dữ liệu thu thập được về môn thể thao mà bạn cùng lớp thích nhất.

Sơ đồ: Bản vẽ được sử dụng để thể hiện thông tin.



BẢNG HAI CHIỀU

BẢNG HAI CHIỀU có các hàng và cột, nhưng nó hiển thị hai hoặc nhiều bộ dữ liệu về cùng một chủ đề. Bạn sử dụng bảng hai chiều để xem liệu có mối quan hệ giữa các danh mục hay không.

VÍ DỤ: Cô Misra thu thập dữ liệu từ các học sinh trong lớp về việc họ có phải là thành viên của một câu lạc bộ ngoại khóa và có trong danh sách được khen thưởng hay không. Cô Mirsa muốn tìm hiểu xem có bằng chứng cho thấy các thành viên của các câu lạc bộ ngoại khóa cũng có trong danh sách được khen thưởng hay không.

	Tham gia câu lạc bộ ngoại khóa	Không tham gia câu lạc bộ ngoại khóa	Tổng
Được khen thưởng	16	8	(16 + 8) = 24
Không được khen thưởng	3	4	(3 + 4) = 7
TỔNG	(16 + 3) = 19	(8 + 4) = 12	31

Tổng số học sinh.

Bảng có thể giúp ta trả lời các câu hỏi sau.

- Có bao nhiêu học sinh có tên trong danh sách được khen thưởng nhưng không phải là thành viên của câu lạc bộ ngoại khóa? 8
- Có bao nhiêu học sinh trong danh sách được khen thưởng và cũng là thành viên của một câu lạc bộ ngoại khóa? 16
- Có bao nhiêu học sinh là thành viên của câu lạc bộ ngoại khóa nhưng không có tên trong danh sách được khen thưởng? 3

Dữ liệu trong bảng có thể được hiểu là nếu bạn là thành viên của một câu lạc bộ ngoại khóa, bạn cũng có khả năng nằm trong danh sách được khen thưởng. Phần đó có số học sinh nhiều nhất.

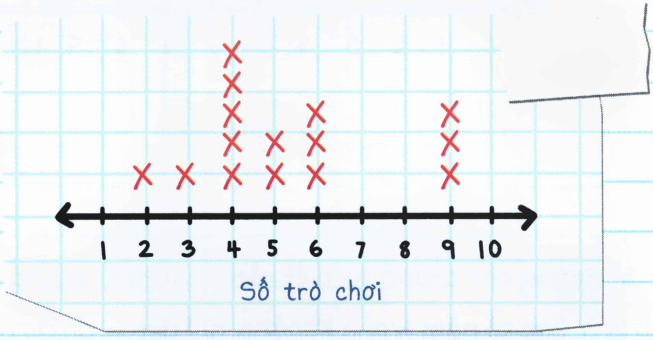
Hãy đọc kỹ bảng hai chiều! Đôi khi chúng **không** thể hiện mối quan hệ nào cả!

Cái gì đó xảy ra thường xuyên như thế nào

BIỂU ĐỒ ĐƯỜNG

BIỂU ĐỒ ĐƯỜNG hiển thị tần suất của dữ liệu. Nó hiển thị dữ liệu bằng cách đặt một dấu x ở trên một trục số.

Biểu đồ đường này hiển thị số lượng trò chơi cài trên điện thoại di động của các bạn chơi.



Mỗi x tượng trưng cho 1 bạn.

VÍ DỤ: Mười học sinh được hỏi, "Bạn đã đọc bao nhiêu cuốn sách trong mùa hè?"

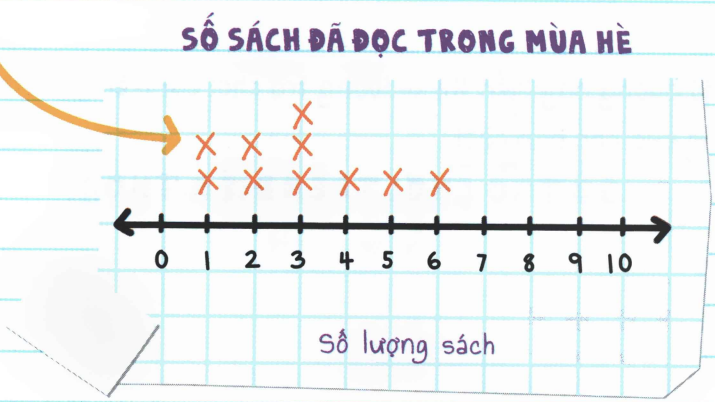
Câu trả lời của họ là: 4, 3, 2, 5, 1, 1, 3, 6, 3, và 2.

Vẽ biểu đồ đường để hiển thị dữ liệu đã ghi.

Đầu tiên, đặt dữ liệu theo thứ tự số: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, và 6.

Sau đó, vẽ biểu đồ đường để hiển thị số sách đã đọc trong mùa hè.

Viết dấu x phía trên mỗi câu trả lời trên biểu đồ đường.



Biểu đồ đường cho chúng ta biết rằng câu trả lời phổ biến nhất (mod) là 3. Các số nằm trong khoảng từ 1 đến 6, do đó range là 5.

BIỂU ĐỒ TẦN SUẤT

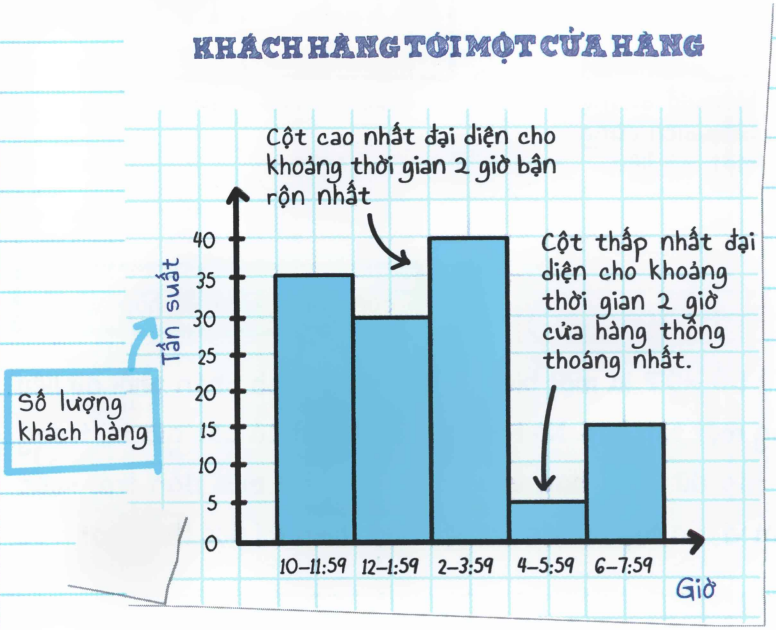
BIỂU ĐỒ TẦN SUẤT là một biểu đồ thể hiện tần suất của dữ liệu trong những khoảng thời gian bằng nhau. Nó trông giống như một biểu đồ cột, nhưng khác ở chỗ nó không có khoảng cách giữa các thanh dọc hoặc ngang trừ khi có một khoảng có tần suất bằng 0.

> Vì không thể sử dụng một cột để hiển thị số 0, nên một khoảng trống được sử dụng để thay thế.

Biểu đồ này hiển thị số lượng khách hàng ghé thăm cửa hàng trong quãng thời gian 10 tiếng được chia thành các khoảng thời gian 2 tiếng. Từ biểu đồ, ta có thể thấy như sau:

35 khách hàng đã ghé thăm cửa hàng trong khoảng thời gian từ 10 giờ sáng đến 11 giờ 59 phút sáng.

15 khách hàng đã ghé cửa hàng trong khoảng thời gian từ 6 giờ chiều đến 7:59 tối.

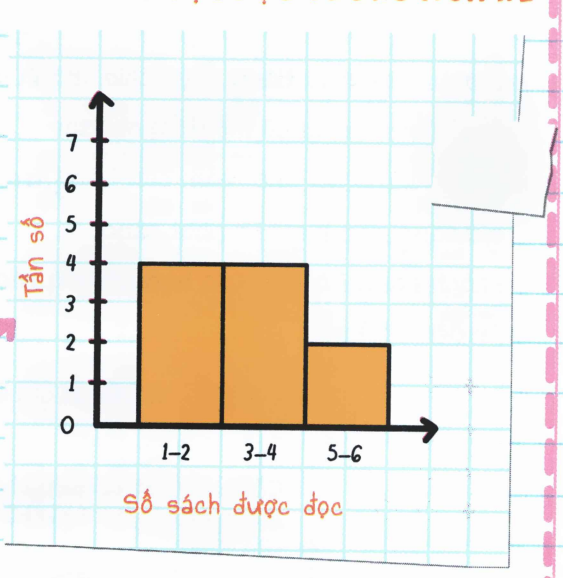


VÍ DỤ: Hãy xem lại bài ở trang 346. Mười học sinh được hỏi, "Bạn đã đọc bao nhiêu cuốn sách trong mùa hè?"

Câu trả lời của họ là: 4, 3, 2, 5, 1, 1, 3, 6, 3, và 2.
Tạo biểu đồ tần suất để hiển thị dữ liệu này.

Đầu tiên, sắp xếp dữ liệu theo thứ tự số: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, và 6.

Sau đó, vẽ một cột phía trên mỗi nhóm câu trả lời.



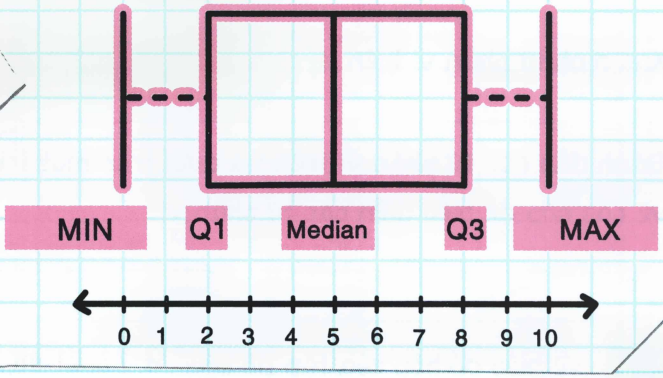
So sánh với biểu đồ đường biểu diễn cùng một dữ liệu.

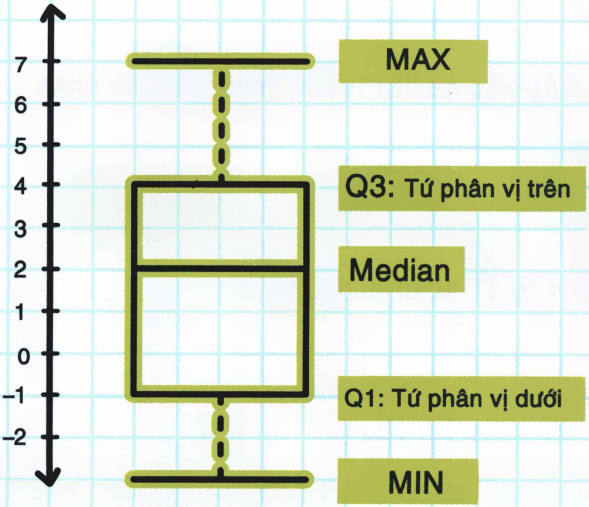
BIỂU ĐỒ HỘP

còn gọi là biểu đồ hộp và râu

BIỂU ĐỒ HỘP là một biểu đồ cho thấy cách phân phối dữ liệu trong một tập hợp. Nó không hiển thị tất cả các giá trị trong một tập dữ liệu. Thay vào đó, nó tóm tắt mức dàn trải hoặc phạm vi của tập dữ liệu. Dữ liệu được hiển thị dọc theo một trục

số và được chia thành các TỨ PHÂN VỊ (phần tư). Median của dữ liệu tách dữ liệu làm đôi. Tứ phân vị là các giá trị chia dữ liệu thành bốn. Median của nửa dưới là TỨ PHÂN VỊ DƯỚI của dữ liệu và được ký hiệu là Q1. Median của nửa trên là TỨ PHÂN VỊ TRÊN của dữ liệu và được ký hiệu là Q3. Kích thước của mỗi phần cho biết sự thay đổi của dữ liệu.





Để vẽ biểu đồ hộp:

1. Sắp xếp dữ liệu từ nhỏ nhất đến lớn nhất dọc theo một trục số.

2. Xác định điểm Min, Max, Median, nửa dưới và nửa trên.

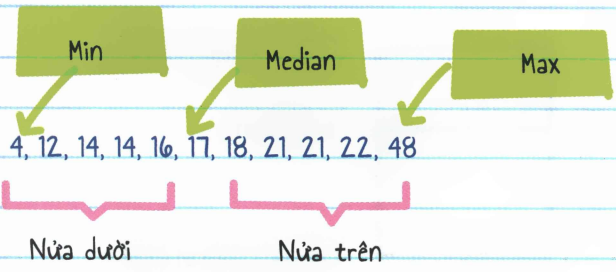
3. Xác định tứ phân vị dưới. ← Tìm median nửa dưới của dữ liệu

4. Xác định tứ phân vị trên. ← Tìm median nửa trên của dữ liệu

5. Đánh dấu các tứ phân vị trên và dưới trên một trục số và vẽ các hộp để biểu diễn các tứ phân vị.

VÍ DỤ: Vẽ biểu đồ hộp của tập dữ liệu: 14, 22, 21, 48, 12, 4, 18, 14, 21, 17, và 16.

Bước 1: Sắp xếp dữ liệu từ nhỏ nhất đến lớn nhất.



Bước 2: Xác định điểm Min (4), Max (48), Median (17), nửa dưới và nửa trên.

Bước 3: Tính tứ phân vị dưới bằng cách tìm median của nửa dưới của dữ liệu.

14 là median, đây là điểm tứ phân vị đầu Q1

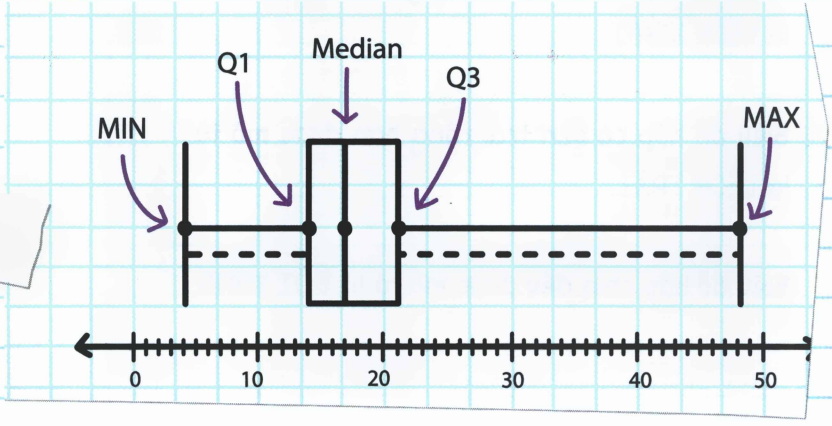
- Tứ phân vị dưới = median của 4, 12, 14, 14 và 16.

Bước 4: Tính tứ phân vị trên bằng cách tìm median của nửa trên của dữ liệu.

21 là median, đây là điểm tứ phân vị cuối Q3

- Tứ phân vị trên = median của 18, 21, 21, 22 và 48.

Bước 5: Vẽ các giá trị phía trên một trục số và vẽ các hộp để biểu diễn cho các tứ phân vị.



Biểu đồ cho thấy:

25% dữ liệu trên 21.

Q3 lên đến max

25% dữ liệu nằm trong khoảng từ 17 đến 21.

Median lên đến Q3

25% dữ liệu nằm trong khoảng từ 14 đến 17.

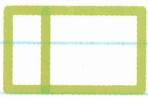
Q1 lên đến median

25% dữ liệu dưới 14.

Q1 xuống đến min

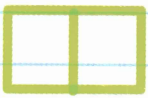
Biểu đồ hộp cho thấy phần bên phải của hộp có vẻ rộng hơn phần bên trái của hộp. Khi biểu đồ hộp không chia đều, nó được gọi là LỆCH.

- Biểu đồ hộp có bên phải rộng hơn được mô tả là LỆCH PHẢI.



- Biểu đồ hộp có bên trái rộng hơn được mô tả là LỆCH TRÁI.

- Biểu đồ hộp chia đều được mô tả là ĐỐI XỨNG.



BIỂU ĐỒ PHÂN TÁN

BIỂU ĐỒ PHÂN TÁN là một đồ thị so sánh hai tập dữ liệu có liên quan trên một mặt phẳng tọa độ. Biểu đồ phân tán biểu diễn dữ liệu dưới dạng **CẶP THỨ TỰ**.

Để vẽ một biểu đồ phân tán:

1. Chọn tiêu đề cho biểu đồ.

2. Vẽ trục tung và trục hoành.

3. Chọn tỷ lệ cho mỗi trục, sử dụng phạm vi và khoảng phù hợp với dữ liệu.

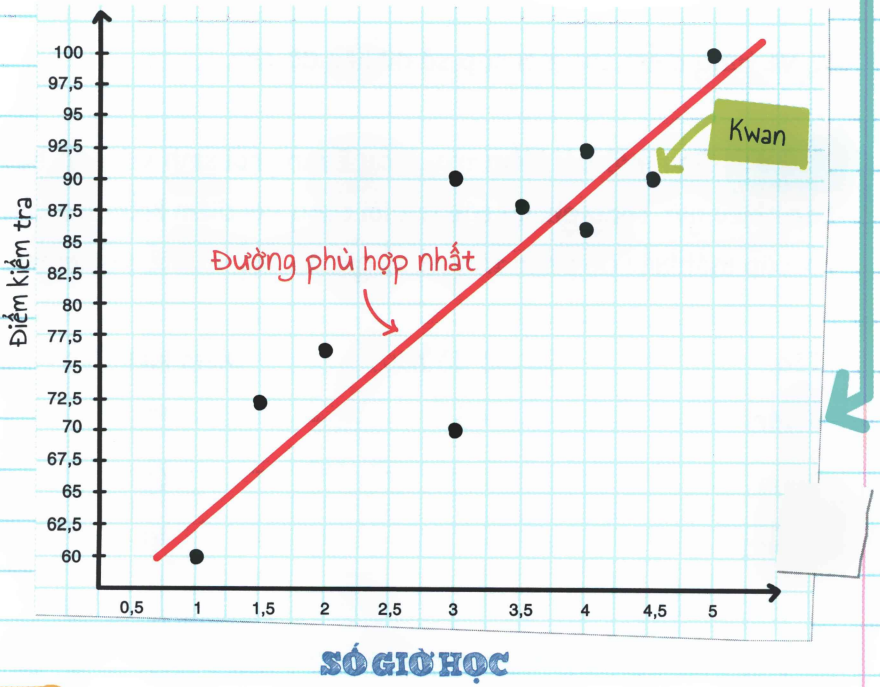
4. Vẽ từng điểm cho mỗi cặp số dữ liệu đã cho.

VÍ DỤ: Sau một bài kiểm tra, thầy Evans hỏi sinh viên đã học bao nhiêu giờ. Thầy ghi lại câu trả lời cùng với điểm kiểm tra của họ. Lập một biểu đồ phân tán về số giờ đã học và điểm kiểm tra.

Tên	Số giờ đã học	Điểm kiểm tra
Kwan	4,5	90
Anna	1	60
James	4	92

Tên	Số giờ đã học	Điểm kiểm tra
Mike	3,5	88
Latisha	2	76
Serena	5	100
Tyler	3	90
Todd	1,5	72
Chris	3	70
Maya	4	86

Để biểu diễn dữ liệu của thầy Kwan, hãy đánh dấu điểm có giá trị ngang là 4,5 và có giá trị trên trục dọc là 90. Cặp thứ tự cho dữ liệu này là (4,5; 90).



Bằng cách trình bày dữ liệu trên biểu đồ phân tán, ta có thể xem liệu có mối quan hệ giữa số giờ học và điểm kiểm tra hay không. Điểm số thường tăng lên khi thời gian học tập tăng lên, vì vậy điều này cho thấy có mối quan hệ giữa điểm kiểm tra và số giờ học.

Ta có thể vẽ một đường thẳng trên biểu đồ mô tả gần đúng mối quan hệ giữa hai bộ dữ liệu (số giờ học và điểm kiểm tra). Đường này được gọi là **ĐƯỜNG PHÙ HỢP NHẤT** (xem đường màu đỏ trên đồ thị). Đường phù hợp nhất gần với hầu hết các điểm dữ liệu. Nó là chỉ báo tốt nhất về mối liên quan giữa các điểm với nhau.

Không có điểm nào trên biểu đồ này nằm trên đường phù hợp nhất. Điều đó không sao, vì đường này chỉ mô tả mối quan hệ của tất cả các điểm.

Tyler chỉ học trong 3 giờ nhưng vẫn đạt điểm 90. Chris cũng học trong 3 giờ nhưng đạt điểm 70. Biểu đồ phân tán cho thấy mối quan hệ tổng thể giữa dữ liệu, trong khi các cặp được sắp riêng lẻ (như của Tyler và của Chris) không hiển thị xu hướng chung. Tyler và Chris có thể được coi là trường hợp **NGOẠI LỆ** trong tình huống này vì họ có thể bị coi là không phù hợp nhất.

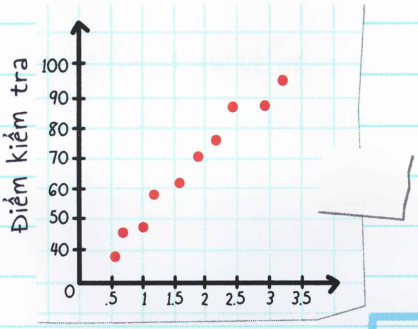
Tách biệt khỏi tập dữ liệu

Biểu đồ phân tán thể hiện các mối quan hệ được gọi là MỐI QUAN HỆ TƯƠNG QUAN.

- **Tương quan thuận** khi bộ giá trị này tăng lên, bộ giá trị kia cũng tăng theo.

Không nhất thiết mọi giá trị

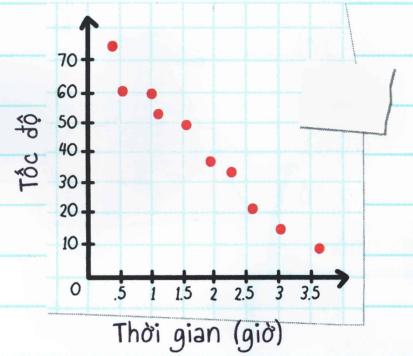
Ví dụ, thời gian học và điểm kiểm tra:

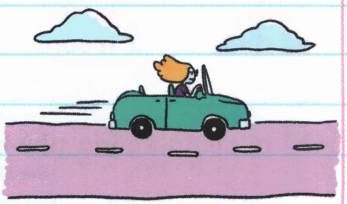


Không nhất thiết mọi giá trị

- **Tương quan nghịch** khi bộ giá trị này tăng lên, bộ kia giảm.

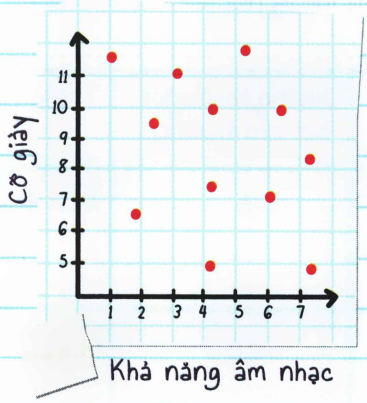
Ví dụ, tốc độ của ô tô và thời gian cần thiết để đến đích:





- **Không tương quan** Các giá trị không có mối quan hệ nào.

Ví dụ, cỡ giày của một người và khả năng âm nhạc của họ:



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Trả lời các câu hỏi dựa trên bảng hai chiều dưới đây.

	Đội bơi tại trường học	Không thuộc đội bơi của trường	Tổng
Nhân viên cứu hộ mùa hè	12	4	(12 + 4) = 16
Không phải nhân viên cứu hộ mùa hè	8	20	(8 + 20) = 28
TỔNG	(12 + 8) = 20	(4 + 20) = 24	44

A. Có bao nhiêu học sinh là nhân viên cứu hộ mùa hè nhưng không thuộc đội bơi ở trường?

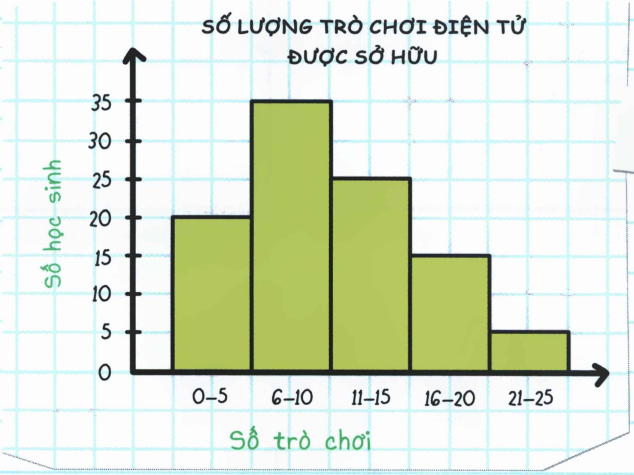
B. Có bao nhiêu học sinh trong đội bơi của trường nhưng không phải là nhân viên cứu hộ mùa hè?

C. Có bao nhiêu học sinh trong đội bơi của trường và cũng là nhân viên cứu hộ mùa hè?

D. Bạn có thể rút ra kết luận gì từ thông tin về một học sinh trong đội bơi của trường ở bảng trên?

2. Câu hỏi dành cho khách hàng tại một hiệu sách là họ đã mua bao nhiêu cuốn sách trong sáu tháng qua. Các câu trả lời là 3, 5, 6, 4, 8, 5, 4, 4, 1, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 3 và 4. Tạo một biểu đồ đường về dữ liệu mà hiệu sách thu được.

3. Trả lời các câu hỏi dựa trên biểu đồ tần suất bên dưới.



A. Bao nhiêu học sinh được khảo sát?

B. Tần suất xảy ra lớn nhất trong khoảng nào?

C. Bao nhiêu học sinh có không quá 15 trò chơi điện tử?

4. Vẽ một biểu đồ hộp của tập dữ liệu: 5, 12, 4, 6, 0, 20, 14, 14, 12 và 13. Sau đó hoàn thành các câu hỏi về biểu đồ.

A. Range là gì?

B. Median là gì?

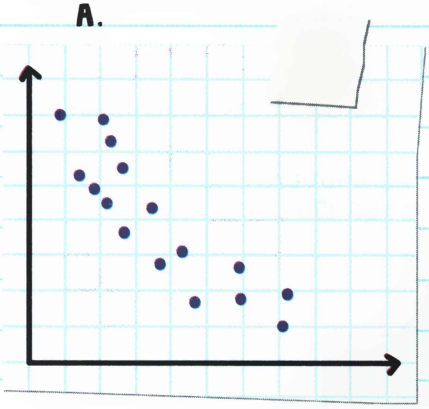
C. Tứ phân vị dưới là số nào?

D. Tứ phân vị trên là số nào?

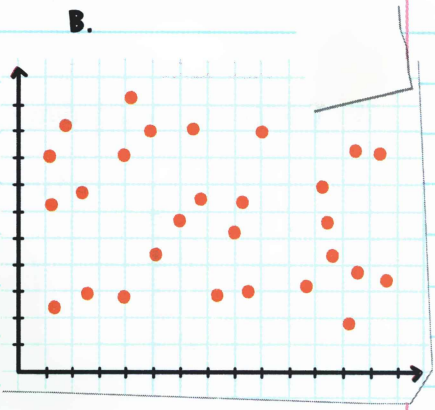
ĐÁP ÁN

5. Trong mỗi biểu đồ phân tán sau đây, hãy chỉ ra mối tương quan thuận, mối tương quan nghịch hoặc không có mối tương quan nào?

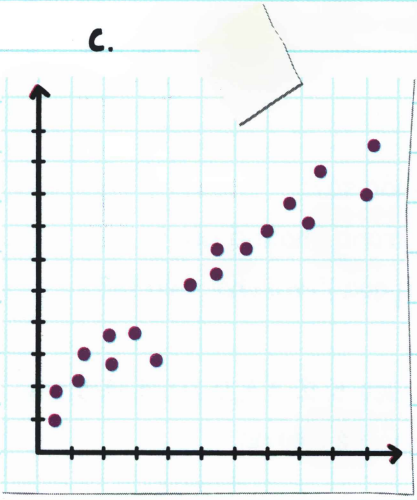
A.



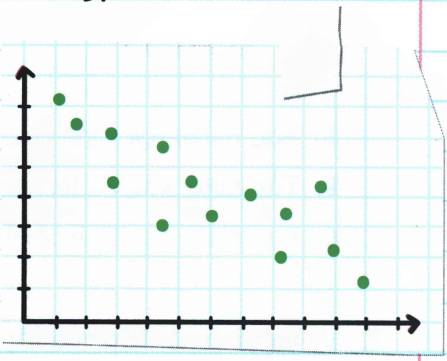
B.



C.



D.



KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. **A.** 4

B. 8

C. 12

D. Một học sinh trong đội bơi ở trường có nhiều khả năng cũng trở thành nhân viên cứu hộ mùa hè.

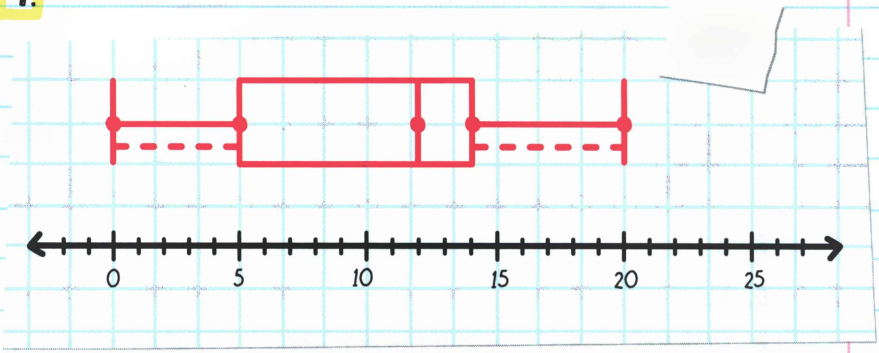
2.

3. **A.** 20 + 35 + 25 + 15 + 5 = 100; 100 học sinh.

B. Khoảng 6–10 trò chơi.

C. 80 học sinh.

4.



A. Range là 20.

B. Median là 12.

C. Tứ phân vị dưới bằng 5.

D. Tứ phân vị trên bằng 14.

5. **A.** Tương quan nghịch.

B. Không tương quan.

C. Tương quan thuận.

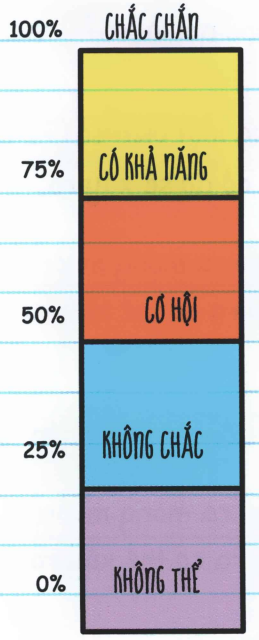
D. Tương quan nghịch.

Chương 42

XÁC SUẤT

Xác suất là khả năng một biến cố sẽ xảy ra. Nó là một số từ 0 đến 1 và có thể được viết dưới dạng phần trăm.

Xác suất = khả năng cái gì đó sẽ xảy ra.



Số càng cao có nghĩa là càng có nhiều khả năng xảy ra biến cố hơn.

100% hoặc 1: Biến cố chắc chắn xảy ra.

50% hoặc 0,5: Cơ hội cân bằng, nó sẽ có thể xảy ra hoặc không xảy ra.

Đồng xu ngửa

0% hoặc 0: Không có cơ hội để biến cố xảy ra.

Chúng ta sẽ thấy hai mặt trăng.

Khi ta tung hai đồng xu, chúng có thể rơi ngửa hoặc sấp.

HÀNH ĐỘNG là những gì đang xảy ra

Tung hai đồng xu.

ĐẦU RA là tất cả các kết quả có thể có.

Đồng xu rơi ngửa, ngửa và sấp, hoặc hai đồng xu rơi sấp.

BIẾN CỐ là bất kỳ đầu ra nào hoặc một nhóm đầu ra nào.

Ngửa và ngửa, ngửa và sấp, sấp và sấp.

Khi ta tung một đồng xu, cả hai đầu ra đều có khả năng xảy ra như nhau. Tính chất này được gọi là NGẪU NHIÊN.

Khi cố gắng tìm xác suất của một biến cố (P), ta sử dụng một tỉ lệ để tìm ra khả năng biến cố đó sẽ xảy ra.

$$\text{Xác suất (Biến cố)} = \frac{\text{số đầu ra mong muốn}}{\text{số đầu ra có thể xảy ra}}$$

VÍ DỤ: Xác suất để một đồng xu rơi ngửa là bao nhiêu?

$$\text{Xác suất (Biến cố)} = \frac{\text{số đầu ra mong muốn}}{\text{số đầu ra có thể xảy ra}}$$

Số lượng đầu ra mong muốn ngửa là 1 và số lượng đầu ra có thể xảy ra (ngửa hoặc sấp) là 2

Điều ta muốn nó xảy ra

$$P(\text{Ngửa}) = \frac{1}{2} = 50\%$$

Vì vậy, có 50% khả năng đồng xu sẽ rơi ngửa.

VÍ DỤ: Xác suất để quay vào ô màu xanh lam là bao nhiêu? Coi các ô màu có kích thước và hình dạng giống nhau.

$$\text{Xác suất (Biến cố)} = \frac{\text{số đầu ra mong muốn}}{\text{số đầu ra có thể xảy ra}}$$

$$P(\text{Xanh lam}) = \frac{1}{5} = 20\%$$

Có 20% xác suất để con quay dừng lại tại ô màu xanh lam.

VÍ DỤ: Xác suất để con quay dừng ở ô màu xanh lam hoặc màu vàng là bao nhiêu?

"hoặc" và "và" nghĩa là cộng xác xuất lại

$$\text{Xác suất (Biến cố)} = \frac{\text{số đầu ra mong muốn}}{\text{số đầu ra có thể xảy ra}}$$

$$P(\text{Xanh lam hoặc vàng}) = \frac{2}{5} = 40\%$$

xanh lam + vàng

Có 40% xác suất để con quay dừng ở ô màu xanh lam hoặc màu vàng.

Nếu gặp câu hỏi xác suất phức tạp hơn, ta có thể lập một bảng để liệt kê các đầu ra có thể xảy ra.

VÍ DỤ: Kevin tung đồng xu hai lần. Xác suất để anh ta tung ngửa hai lần là bao nhiêu?

Bước 1: Lập bảng liệt kê tất cả các kết hợp có thể có.

Đầu ra của lần tung đầu tiên	Đầu ra của lần tung thứ 2	Kết hợp hai lần tung
Ngửa	Ngửa	2 ngửa
Ngửa	Sấp	1 ngửa, 1 sấp
Sấp	Ngửa	1 sấp, 1 ngửa
Sấp	Sấp	2 sấp

Bước 2: Sử dụng công thức.

$$\text{Xác suất (biến cố)} = \frac{\text{số đầu ra mong muốn}}{\text{số đầu ra có thể xảy ra}}$$

$$P(\text{2 ngửa}) = \frac{1}{4} = 25\%$$

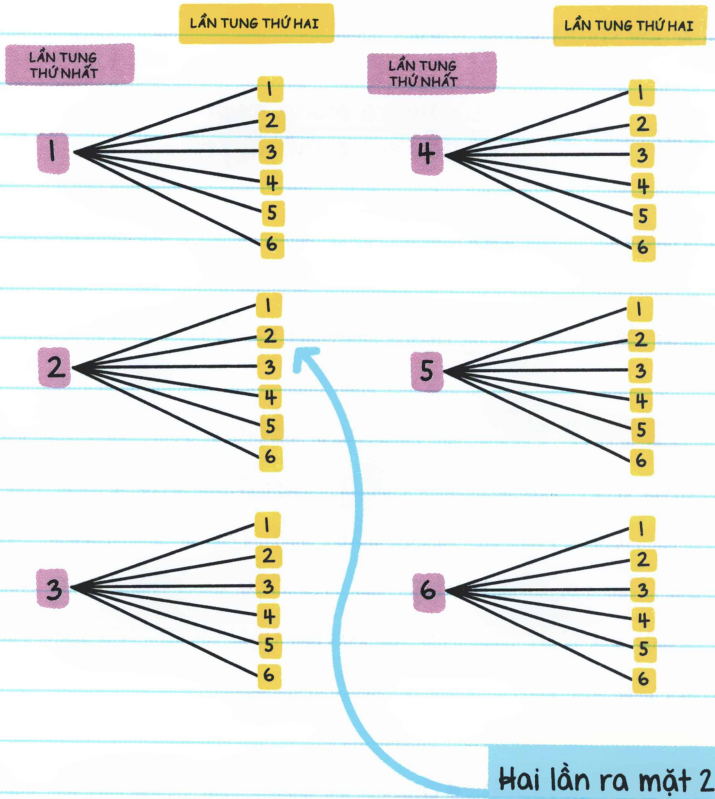
Xác suất để Kevin tung ngửa hai lần là 25%.

KHÔNG GIAN MẪU là tập hợp tất cả các đầu ra có thể có trong một phép thử. Không gian mẫu cho phép thử của Kevin là ngửa, ngửa; ngửa, sấp; sấp, ngửa; sấp, sấp. Khi tất cả các đầu ra của một phép thử đều có khả năng xảy ra như nhau và một biến cố có từ hai giai đoạn trở lên, ta nên vẽ một SƠ ĐỒ CÂY.

SƠ ĐỒ CÂY là một biểu diễn trực quan cho thấy tất cả các đầu ra có thể xảy ra của một hoặc nhiều biến cố.

VÍ DỤ: Nếu Keisha tung một cặp xúc xắc hai lần, xác suất cô ấy tung hai lần đều ra mặt hai là bao nhiêu?

Ghi lại tất cả các đầu ra có thể có trong một sơ đồ cây.



Sau đó, sử dụng tỉ lệ xác suất:

$$\text{Xác suất (biến cố)} = \frac{\text{số đầu ra mong muốn}}{\text{số đầu ra có thể xảy ra}}$$

Trong số 36 đầu ra có thể xảy ra, có tổng cộng 1 đầu ra có hai lần đều ra mặt 2.

$$\text{Xác suất (hai lần mặt 2)} = \frac{1}{36} = 2{,}8\%$$

Làm tròn đến số thập phân thứ nhất.

NGUYÊN TẮC ĐẾM CƠ BẢN nói rằng nếu có a cách để làm một việc này và b cách để làm việc kia, thì có $a \cdot b$ cách để làm cả hai việc.

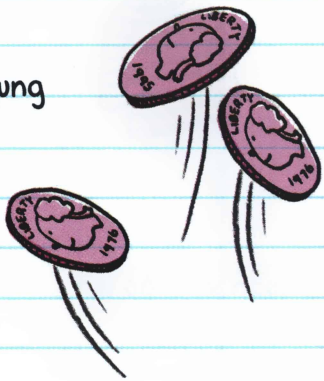
Ví dụ: Nếu một chiếc áo khoác có 3 màu và 4 kích cỡ, thì sẽ có 3 x 4 hoặc 12 đầu ra có thể xảy ra cho sự kết hợp giữa màu sắc và kích cỡ. Quá trình nhân là NGUYÊN TẮC ĐẾM.

Thay vì liệt kê tất cả các kết hợp có thể có, ta nhân các lựa chọn có thể.

VÍ DỤ: Một đồng xu được tung 3 lần. Có bao nhiêu cách tung ra mặt ngửa và sấp?

2 lựa chọn (ngửa hoặc sấp) và 3 lần tung

2 x 3 = 6 lựa chọn có thể



VÍ DỤ: Bạn có 5 chiếc quần dài và 6 chiếc áo len. Hỏi bạn có thể kết hợp bao nhiêu bộ trang phục?

5 quần và 6 áo len

$5 \times 6 = 30$

Có thể kết hợp thành 30 bộ trang phục.

BIẾN CỐ ĐỐI LẬP là ngược lại với biến cố đang xảy ra.

Biến cố	Đối lập
Thắng	Thua
Nổi	Chìm
Ngửa	Sấp

BIẾN CỐ: THẮNG

ĐỐI LẬP: THUA

Xác suất của một biến cố + xác suất của biến cố đối lập = 1

HOẶC

Xác suất của một biến cố + xác suất của biến cố đối lập = 100%

Nói cách khác, có 100% khả năng một biến cố hoặc biến cố đối lập sẽ xảy ra.

VÍ DỤ: Nếu xác suất thắng cuộc là 45%, thì khả năng không thắng cuộc là 55%.

45% + 55% = 100%

VÍ DỤ: Xác suất để một học sinh trong lớp của bạn thuận tay phải là 82%. Hỏi đối lập với học sinh thuận tay phải là biến cố nào và xác suất của biến cố đối lập là bao nhiêu?

Biến cố đối lập của việc thuận tay phải là người thuận tay trái.

P (thuận tay phải) + P (thuận tay trái) = 100%

82% + P (thuận tay trái) = 100%

P (thuận tay trái) = 18%

Vì vậy, xác suất học sinh thuận tay trái là 18%.

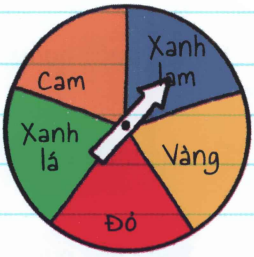
THỬ LẠI

P (thuận tay phải) + P (thuận tay trái) = 100%?

82% + 18% = 100% ✓

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Sử dụng con quay để trả lời các câu hỏi từ 1 đến 3.



1. Xác suất quay vào màu đỏ là bao nhiêu?

2. Xác suất quay vào màu vàng hoặc đỏ là bao nhiêu?

3. Xác suất để không quay vào màu xanh lam là bao nhiêu?

4. Một hình lập phương được đánh dấu các mặt từ 1 đến 6. Hỏi xác suất để số 6 xuất hiện trong một lần tung khối lập phương là bao nhiêu?

5. Kim có 6 loại kem và 4 loại gia vị. Cô ấy có thể làm bao nhiêu loại kem hoa quả khác nhau?

6. Xác suất để một vận động viên trong đội bóng rổ địa phương cao hơn 6 feet 2 inch là 75%. Xác suất của biến cố đối lập là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Xác suất quay vào màu đỏ là 20%.

2. Xác suất quay vào màu vàng hoặc đỏ là 40%.

3. Xác suất quay không trúng màu xanh lam là 80%.

4. Xác suất để số 6 xuất hiện là $\frac{1}{6}$ hoặc 16,7%.

5. Kim có thể làm 24 loại kem hoa quả.

6. Xác suất của biến cố đối lập là 25%.

Chương 43

BIẾN CỐ TỔNG

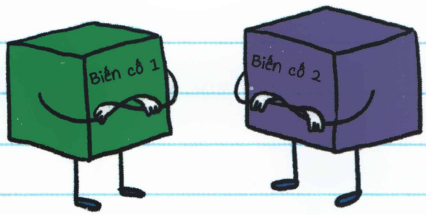
BIẾN CỐ TỔNG là một biến cố bao gồm hai hoặc nhiều biến cố đơn lẻ.

Biến cố đơn + Biến cố đơn = Biến cố tổng

Biến cố tổng có thể là **BIẾN CỐ ĐỘC LẬP** hoặc **BIẾN CỐ PHỤ THUỘC**.

BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

BIẾN CỐ ĐỘC LẬP là biến cố trong đó đầu ra của một biến cố không ảnh hưởng đến bất kỳ biến cố hoặc nhóm biến cố nào khác.

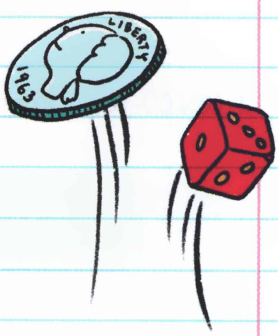


Nếu các biến cố là độc lập, hãy nhân xác suất của từng biến cố.

Nếu A và B là các biến cố độc lập, thì

$$P(A \text{ và } B) = P(A) \cdot P(B)$$

VÍ DỤ: Drake tung một đồng xu và một con xúc xắc sáu mặt cùng một lúc. Xác suất để Drake nhận được mặt sấp trên đồng xu và mặt 3 của con xúc xắc cùng nhau là bao nhiêu?



Biến cố A = đồng xu ra mặt sấp

Biến cố B = xúc xắc ra mặt 3

Đầu ra mong muốn.

Đầu tiên, hãy tìm xác suất để đồng xu ra mặt sấp: $\frac{1}{2}$.

$P(A) = \frac{1}{2}$

Đầu ra có thể.

Tiếp theo, tìm xác suất để xúc xắc ra mặt 3: $\frac{1}{6}$.

$P(B) = \frac{1}{6}$

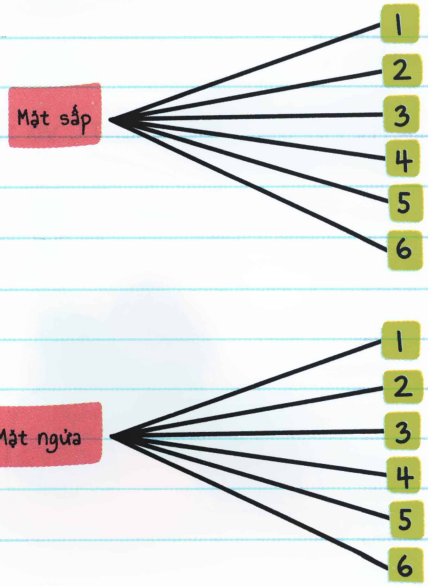
Sau đó, nhân các xác suất để tìm xác suất của cả hai đều rơi sấp và trúng mặt 3.

$P(A \text{ và } B) = P(A) \cdot P(B)$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} =$ xấp xỉ 8%

Xác suất để Drake tung đồng xu ra mặt sấp và tung xúc xắc ra mặt 3 là khoảng 8%.

Ví dụ cũng có thể được hiển thị như sau:



VÍ DỤ: Lisette đặt 10 thẻ chỉ mục vào một cái lọ. Trên mỗi thẻ chỉ mục đó được viết một chữ cái từ A đến J. Lisette đặt 5 thẻ chỉ mục tiếp vào lọ thứ hai. Trên mỗi thẻ đó được viết một số từ 1 đến 5. Các chữ cái và chữ số không được lặp lại. Lisette rút một thẻ từ mỗi lọ. Xác suất để Lisette rút được thẻ chữ C và số 5 là bao nhiêu?

Biến cố A = rút thẻ có chữ C

Biến cố B = rút thẻ có số 5

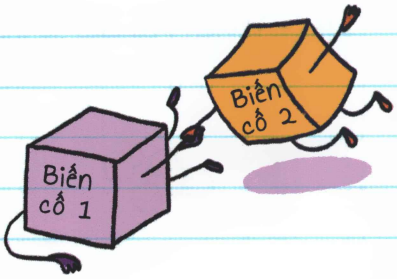
$P(A \text{ và } B) = P(A) \cdot P(B)$

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{50} = 2\%$$

Xác suất Lisette rút được thẻ có chữ C và số 5 là 2%.

BIẾN CỐ PHỤ THUỘC

BIẾN CỐ PHỤ THUỘC là biến cố trong đó biến cố đầu tiên ảnh hưởng đến xác suất của biến cố thứ hai.



Nếu các biến cố là phụ thuộc, nhân xác suất của biến cố đầu tiên với xác suất của biến cố thứ hai sau khi biến cố đầu tiên đã xảy ra.

Nếu A và B là các biến cố phụ thuộc, thì

$P(A, \text{sau đó } B) = P(A) \cdot P(B, \text{sau khi } A)$

VÍ DỤ: Jamal có một túi kẹo cao su gồm 3 viên kẹo cao su màu đỏ và 6 viên màu vàng. Anh ta lấy ngẫu nhiên một viên kẹo cao su ra khỏi túi cho một người bạn. Sau đó anh ta lấy một viên kẹo cao su khác một cách ngẫu nhiên cho mình.

Xác suất để Jamal chọn một viên kẹo cao su màu đỏ và màu vàng từ túi là bao nhiêu?

$P(A, \text{sau đó } B) = P(A) \cdot P(B, \text{sau khi } A)$

Biến cố A = chọn một viên kẹo cao su màu đỏ.
Biến cố B = chọn một viên kẹo cao su màu vàng.

$P(A) = P(\text{viên kẹo cao su màu đỏ}) = \frac{3}{9}$

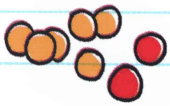
Số lượng kẹo cao su màu đỏ.

Tổng số viên kẹo cao su.

$P(B) = P(\text{viên kẹo cao su màu vàng}) = \frac{6}{8}$

Số lượng kẹo cao su màu vàng.

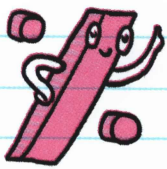
Tổng số kẹo cao su còn lại (ít hơn 1 viên so với trước).



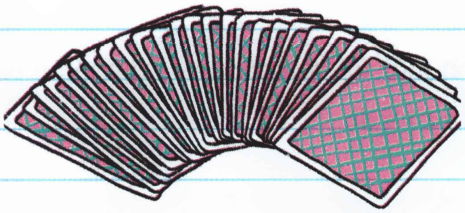
P (viên kẹo cao su màu đỏ, rồi viên kẹo cao su màu vàng)

$$= \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4} = 25\%$$

Xác suất để Jamal chọn được một viên kẹo cao su màu đỏ và sau đó là một viên kẹo cao su màu vàng là 25%.



VÍ DỤ: Hai lá bài được rút ra từ bộ bài 52 lá. Lá đầu tiên được rút ra và không được đưa lại vào bộ bài. Sau đó, lá bài thứ hai được rút ra. Tìm xác suất để rút ra một quân át và sau đó là một quân át nữa: P (át, át).



Có 4 quân mỗi loại trong một bộ bài.

Quân át được chọn là quân bài đầu tiên.
Vì vậy, còn lại 51 lá bài và 3 trong số đó là quân át.

$$P(\text{át, át}) = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{12}{2.652} = \frac{1}{221} = 0{,}45\%$$

Xác suất chọn một quân át và sau đó chọn một quân át khác là 0,45%.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu hỏi từ 1 đến 3, hãy xác định xem các biến cố là độc lập hay phụ thuộc.

1. Chọn một viên bi đỏ trong một túi và không bỏ lại nó vào túi, chọn tiếp một viên bi đỏ từ túi đó.

2. Chọn hai tên từ một cái lọ mà không được bỏ lại vào lọ.

3. Tung 2 xúc xắc số cùng lúc và nhận được hai mặt 6.

4. Tamara tung 2 đồng xu. Xác suất để cả hai đồng xu ra mặt sấp là bao nhiêu?

5. Hai lá bài được rút ra từ bộ bài 52 lá. Lá đầu tiên không được đặt lại trước khi lá thứ hai được rút ra. Hãy tìm xác suất của:
   A. P (J, sau đó K)
   B. P (2 đỏ, 2 đen)

6. Có 5 thẻ được đánh số từ 1 đến 5. Sam chọn một thẻ, không thay thế thẻ đó và sau đó chọn lại. Hỏi P (1, sau đó 3) là bao nhiêu?

7. Luis có 4 thẻ gồm 1 thẻ vàng, 1 thẻ tím và 2 thẻ đen. Anh ta chọn ngẫu nhiên một thẻ và giữ nó. Sau đó, anh ta chọn một thẻ thứ hai. Hỏi xác suất để Luis nhận một thẻ đen đầu tiên và sau đó là một thẻ vàng là bao nhiêu?

8. Evan có 3 bút nhớ màu đỏ, 4 bút nhớ màu xanh lá cây, 1 bút nhớ màu vàng và 2 bút nhớ màu đen trong hộp bút chì của mình. Cậu ấy chọn một bút nhớ từ hộp bút và không đặt lại nó. Sau đó, Evan chọn một bút nhớ thứ hai. Hãy tìm xác suất của:

A. P (đen, sau đó đen)

B. P (đỏ, sau đó xanh)

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Biến cố phụ thuộc

2. Biến cố phụ thuộc

3. Biến cố độc lập

4. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; xác suất là 25%

5. **A.** $\frac{4}{52} \times \frac{4}{51} = \frac{16}{2652} = \frac{4}{663}$; xác suất xấp xỉ 0,6%

B. $\frac{2}{52} \times \frac{2}{51} = \frac{4}{2652} = \frac{1}{663}$; xác suất xấp xỉ 0,15%

6. $\frac{1}{20} = 5\%$

7. $\frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$; xác suất xấp xỉ 16,7%

8. **A.** $\frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$; xác suất xấp xỉ 2,2%

B. $\frac{3}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$; xác suất xấp xỉ 13,3%

Chương 44

HOÁN VỊ VÀ TỔ HỢP

HOÁN VỊ là sự sắp xếp mà các thứ tự LÀ quan trọng.

Hoán vị giống như một tổ hợp có thứ tự.

TỔ HỢP là sự sắp xếp mà thứ tự KHÔNG quan trọng.

Ghi nhớ: Hoán vị → Định vị

HOÁN VỊ LẶP

Khi một sắp xếp có một số khả năng (n) nhất định, thì ta có từng đó (n) cách chọn mỗi lần.

Ví dụ, nếu $n = 3$, điều này có nghĩa là ta có 3 lựa chọn mỗi lần.

Vì vậy, nếu ta có thể chọn 4 lần, thì cách sắp xếp sẽ là $3 \times 3 \times 3 \times 3$.

Chọn một số (r) trong một tập hợp các đối tượng có n loại khác nhau có thể được viết dưới dạng n^r.

Số lần

Số các vật ta chọn từ đó

Ví dụ, nếu ta muốn viết một số có 3 chữ số, trong đó mỗi chữ số có thể được chọn từ các số 1, 2, 3, 4 hoặc 5, hoán vị sẽ là $5 \times 5 \times 5$ hoặc 5^3.

LẶP: số lượng lựa chọn không đổi mỗi lần. Các lựa chọn có thể được lặp lại và sắp xếp thứ tự. Ví dụ: 113, 131 và 311 là các hoán vị khác nhau.

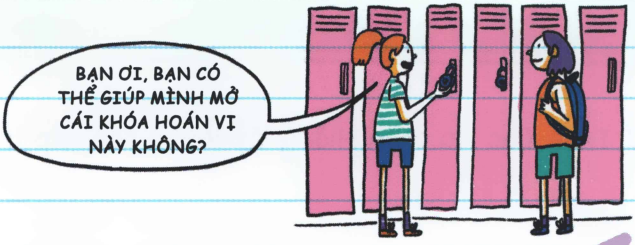
VÍ DỤ: Maya có thể viết mã gồm 5 chữ số từ 10 số có thể để đặt mật mã trên ổ khóa. Với mỗi số Maya đã chọn, cô ấy có thể chọn từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và 9. Maya có thể chọn bao nhiêu hoán vị?

Vì ta có kể đến thứ tự các chữ số và Maya có thể lặp lại các chữ số:

$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ hoặc 10^5

Maya có thể chọn từ 10 chữ số cho mỗi mã gồm 5 chữ số.

Maya có thể chọn từ 100.000 hoán vị.



HOÁN VỊ KHÔNG LẶP

Đối với mỗi hoán vị không cho phép lặp lại, ta phải giảm số lượng các lựa chọn có sẵn mỗi lần để tránh lặp lại.

Có bao nhiêu cách chọn 6 hạt màu nếu ta không muốn lặp lại một màu?

Các lựa chọn giảm đi sau mỗi lần. Vì vậy, lựa chọn đầu tiên là 6, lựa chọn thứ hai là 5, và lựa chọn thứ ba là 4...

$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

Có 720 hoán vị. Trong toán học ta có thể sử dụng HÀM GIAI THỪA để viết biểu thức này.

Hàm giai thừa (!) có nghĩa là nhân tất cả các số nguyên từ một số đã cho đến khi giảm xuống 1.

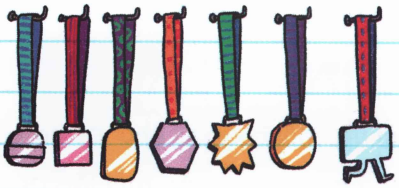
Đọc là năm giai thừa.

5! có nghĩa là $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

Lưu ý: $0! = 1$

HÀM GIAI THỪA: Các lựa chọn không lặp lại và sắp xếp theo thứ tự.

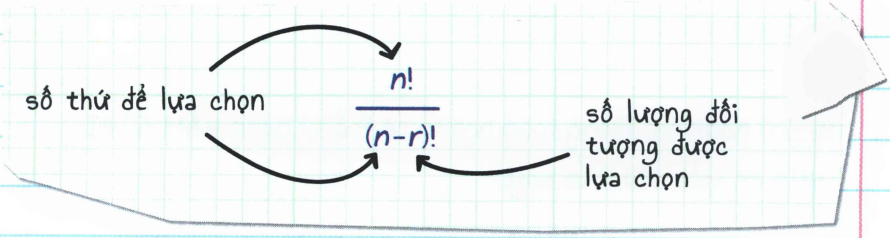
VÍ DỤ: Nico trưng bày 7 huy chương trong phòng của mình. Nico có thể sắp xếp các huy chương trong một hàng bằng bao nhiêu cách khác nhau?



$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5.040$

Có 5.040 cách khác nhau để Nico có thể sắp xếp các huy chương của mình trong một hàng.

Để chọn ít hơn tổng số đối tượng khi sắp xếp thứ tự, hãy sử dụng công thức:



Vì vậy, nếu ta chỉ muốn chọn 3 trong số 6 hạt từ ví dụ trước đó, ta có thể viết số hoán vị là:

$$\frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}} = 120$$

Có 120 hoán vị.

CÔNG THỨC HOÁN VỊ này gọi là chỉnh hợp chập r của n phần tử:

$$A(n, r) \rightarrow A_n^r$$

Điều này có nghĩa là hoán vị của bộ r phần tử chọn từ n vật tại một thời điểm.

Vì vậy, $A(6, 3)$ hoặc A_6^3 đại diện cho số hoán vị của bộ 3 thứ được chọn từ 6 thứ tại một thời điểm.

VÍ DỤ: Jordan đang ở một tiệm kem và đã chọn 5 hương vị kem. Hỏi với 3 thìa kem, cậu ấy có bao nhiêu cách sắp xếp thìa cho chiếc kem của mình?

A_5^3 hoặc $A(5, 3)$ có nghĩa là chọn 3 vị trong 5 vị một lúc, hoặc $5 \times 4 \times 3$.

Có 60 cách khác nhau mà Jordan có thể làm.

CÁC TỔ HỢP KHÔNG LẶP

Một tổ hợp là một nhóm các đối tượng mà thứ tự không quan trọng.

Công thức tổ hợp có thể tính qua công thức chỉnh hợp:

$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!}$ Ta cũng có thể sử dụng ký hiệu $C(n, r)$.

Sử dụng các phép hoán vị để tìm số tổ hợp.

Đầu tiên, tìm số hoán vị bằng cách chọn một số đối tượng nhất định, A_n^r.

Sau đó chia số hoán vị cho số đối tượng được chọn, $r!$.

Ví dụ, có bao nhiêu tổ hợp có thể có khi chọn 4 số trong số 8 số?

$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!}$

Số hoán vị khi chọn 4 số từ 8 số.

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1.680}{24} = 70$

Số hoán vị của 4 số.

VÍ DỤ: Jaz đang ăn tráng miệng tại một nhà hàng. Cô ấy muốn chọn món kết hợp, ở đây khách có thể chọn 2 món tráng miệng khác nhau từ 4 món trong thực đơn tráng miệng. Jaz có thể chọn từ bánh phomai, bánh táo, kem sô cô la, phomai và trái cây. Hỏi Jaz có thể có bao nhiêu cách chọn món tráng miệng kết hợp?

Bước 1: Tìm số hoán vị khi chọn một số đối tượng nhất định.

Bước 2: Chia cho số đối tượng đã chọn.

$$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!} = \frac{\text{hoán vị của 2 trong 4}}{\text{hoán vị của 2}} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{12}{2} = 6$$

Jaz có 6 cách kết hợp món tráng miệng.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Có 9 học sinh trong nhóm thảo luận. Giáo viên đang chọn ra 3 người thuyết trình đầu tiên. Giáo viên có thể sắp xếp thứ tự trình bày của 3 người thuyết trình đầu tiên bằng bao nhiêu cách?

2. Có bao nhiêu cách xếp 5 cuốn sách trên một giá sách?

3. Một bàn phím có 10 chữ số. Có thể lập bao nhiêu mã định danh cá nhân gồm 4 chữ số nếu không có chữ số nào lặp lại?

4. Ba học sinh đang đứng xếp hàng. Có bao nhiêu cách khác nhau mà học sinh có thể xếp thành một hàng?

5. Glen có 5 chiếc áo phông. Có bao nhiêu cách cậu ấy có thể chọn 1 áo phông vào thứ Hai, 1 áo phông vào thứ Ba và 1 áo phông vào thứ Tư nếu cậu ấy không lặp lại bất kỳ chiếc áo phông nào?

6. Glenn có 5 chiếc áo phông. Có bao nhiêu cách chọn một nhóm gồm 3 chiếc áo phông nếu cậu ấy không lặp lại bất kỳ chiếc áo phông nào?

7. Có bao nhiêu cách mà bạn có thể chọn 2 quả bóng từ 20 quả bóng trên bãi biển?

8. Một đội đang chọn màu đồng phục của mình. Họ có thể chọn các màu đỏ, vàng, đen, xanh lá cây, tím, bạc, xanh dương, cam, trắng và đỏ. Nhóm có thể có bao nhiêu cách kết hợp 2 màu khác nhau?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $9 \times 8 \times 7 = 504$ cách.

2. $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ cách.

3. $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5.040$.

4. $3 \times 2 \times 1 = 6$ cách.

5. Vì sự sắp xếp theo thứ tự quan trọng, nên ta sử dụng hoán vị:

$$A_n^r = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ cách.}$$

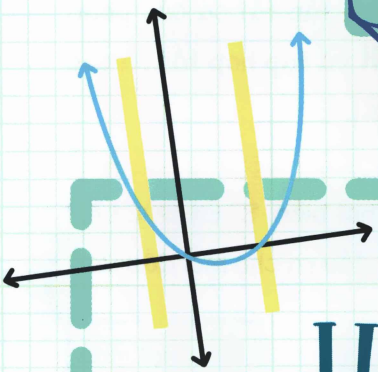
6. Vì sự sắp xếp theo thứ tự không quan trọng, ta sử dụng tổ hợp:

$$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!} = C_5^3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = \frac{60}{6} = 10 \text{ cách.}$$

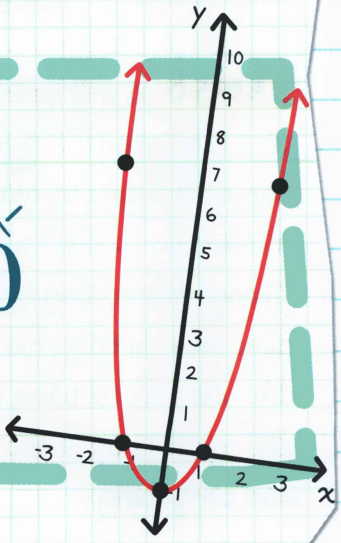
7. $$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!} = C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{2 \cdot 1} = \frac{380}{2} = 190 \text{ cách.}$$

8. $$C_{10}^2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = \frac{90}{2} = 45 \text{ cách kết hợp khác nhau.}$$

Bài 8



Hàm số



Chương 45

QUAN HỆ VÀ HÀM SỐ

QUAN HỆ là một tập hợp các giá trị đầu vào và đầu ra (các cặp có thứ tự).

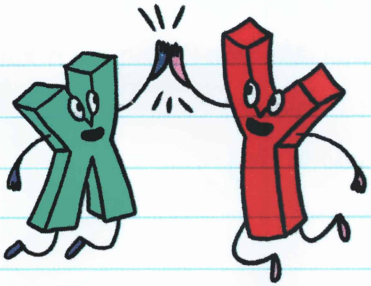
Bất cứ khi nào có mối quan hệ giữa hai tập, tập tất cả các phần tử đầu vào được gọi là **MIỀN XÁC ĐỊNH** và tập hợp tất cả các phần tử đầu ra được gọi là **TẬP GIÁ TRỊ**.

HÀM SỐ là mối quan hệ toán học giữa hai biến, BIẾN ĐỘC LẬP và BIẾN PHỤ THUỘC, trong đó *chỉ có* một đầu ra cho mỗi đầu vào. Bạn có thể gọi các giá trị đầu vào và đầu ra là x và y. (Trong nhiều trường hợp, đầu ra được biểu thị bằng giá trị y và đầu vào biểu thị bằng giá trị x. Nhưng điều này không phải lúc nào cũng đúng).

Phụ thuộc vào các biến độc lập.

Đứng một mình: không bị ảnh hưởng bởi các biến khác.

Trong một hàm, giá trị của y phụ thuộc vào giá trị của x.



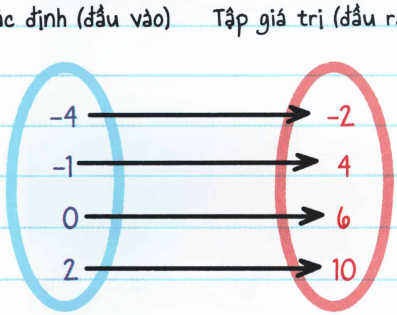
Một hàm là một mối quan hệ đặc biệt trong đó mỗi phần tử của miền xác định tương ứng với đúng một phần tử trong tập giá trị.

Bạn có thể biểu diễn một hàm bằng bảng, bằng đồ thị, lời nói hoặc dưới dạng biểu đồ.

Quan hệ có thể là bất kỳ kiểu liên hệ nào giữa các tập hợp số, nhưng các hàm là một loại quan hệ đặc biệt khi chỉ có một giá trị y cho mỗi giá trị x.

VÍ DỤ: Quan hệ (−4, −2), (−1, 4), (0, 6), (2, 10) có phải là một hàm không?

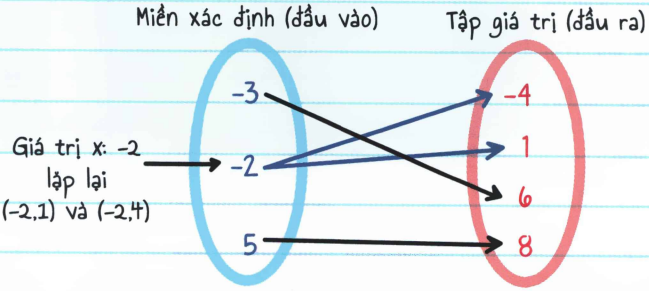
Sử dụng biểu đồ để hiển thị hệ thức giữa tất cả các giá trị của miền xác định và tất cả các giá trị của tập giá trị.



Mỗi đầu vào (trong miền xác định) chỉ có một đầu ra (trong tập giá trị). Quan hệ này là một hàm vì tất cả các giá trị đầu vào là duy nhất.

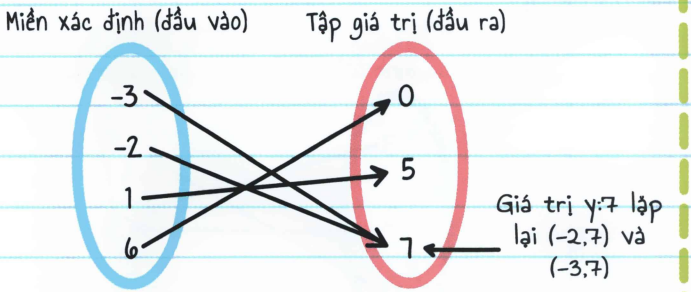
VÍ DỤ: Quan hệ (5, 8), (−2, 1), (−3, 6), (−2, −4) có phải là một hàm không?

Sử dụng biểu đồ để hiển thị quan hệ giữa tất cả các giá trị của miền xác định và tất cả các giá trị của tập giá trị.



Quan hệ này *không phải* là một hàm vì đầu vào −2 có nhiều hơn một đầu ra. Có giá trị *x* lặp lại.

VÍ DỤ: Quan hệ (6, 0), (−2, 7), (1, 5), (−3, 7) có phải là một hàm không?

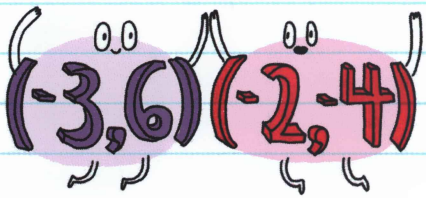


Quan hệ này *là* một hàm vì mỗi đầu vào (trong miền xác định) chỉ có một đầu ra (trong tập giá trị). Tất cả các giá trị đầu vào là duy nhất.

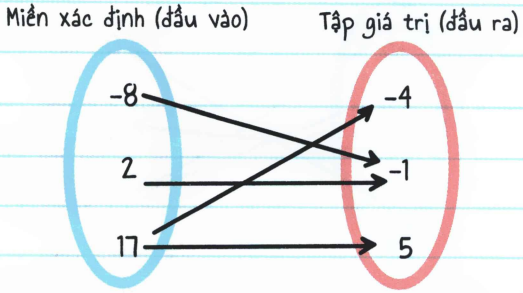
Mặc dù có giá trị y lặp lại, đây vẫn là một hàm.

LƯU Ý QUAN TRỌNG

Với một hàm:
Các giá trị x KHÔNG được lặp lại.
Các giá trị y ĐƯỢC lặp lại.



VÍ DỤ: Quan hệ (-8, -1), (2, -1), (17, -4), (17, 5) có phải là một hàm không?

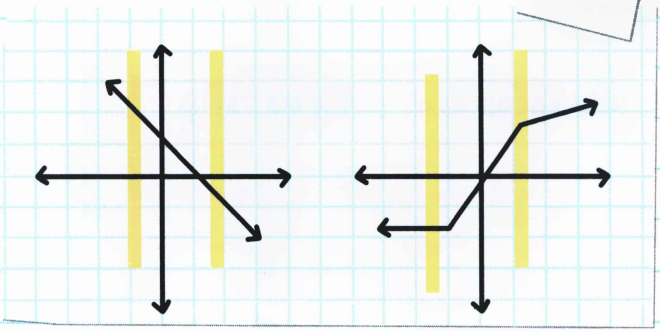


Quan hệ này *không* phải là một hàm vì đầu vào 17 có nhiều hơn một đầu ra.

Một cách khác để dễ dàng xác định xem một quan hệ có phải là một hàm hay không là vẽ đồ thị của nó trên mặt phẳng tọa độ và làm PHÉP THỬ ĐƯỜNG DỌC. Đây là phép thử trong đó bạn vẽ bất kỳ đường thẳng đứng nào (hoặc nhiều hơn) trên đồ thị: Nếu đường thẳng đứng của bạn chạm vào nhiều điểm của quan hệ, đó không phải là một hàm.

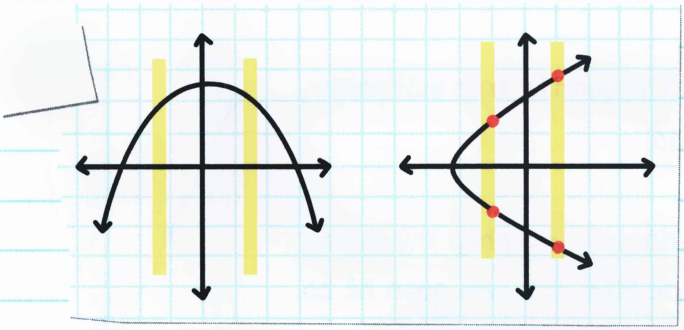
Kiểm tra đường thẳng đứng xác nhận rằng không có giá trị x nào lặp lại và quan hệ là một hàm nếu không có số nào trong miền xác định (tọa độ x) lặp lại.

Phép thử đường dọc:



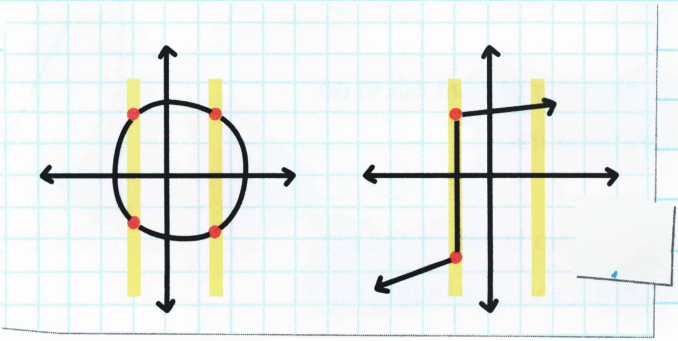
HÀM SỐ

HÀM SỐ



HÀM SỐ

KHÔNG PHẢI HÀM SỐ



KHÔNG PHẢI HÀM SỐ

KHÔNG PHẢI HÀM SỐ

VÍ DỤ: Quan hệ được hiển thị trong bảng dưới đây có phải là một hàm không?

MIỀN XÁC ĐỊNH (x)	TẬP GIÁ TRỊ (y)
-4	8
-2	4
0	0
2	-4
4	-8

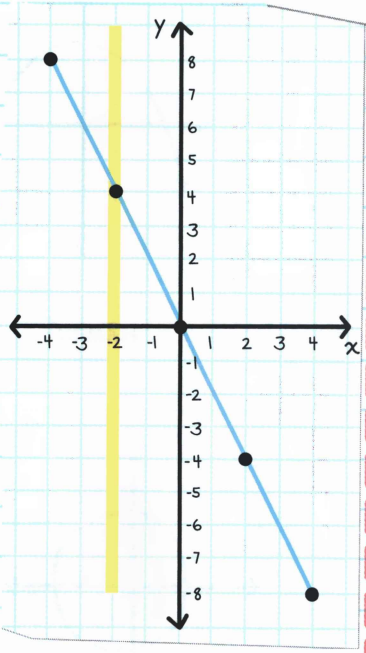
Vẽ đồ thị quan hệ trên mặt phẳng tọa độ.

Sau đó, sử dụng phép thử đường dọc để kiểm tra xem quan hệ có phải là một hàm hay không.

Đây có phải là một hàm số không?

Quan hệ này là một hàm bởi vì nó thỏa mãn phép thử.

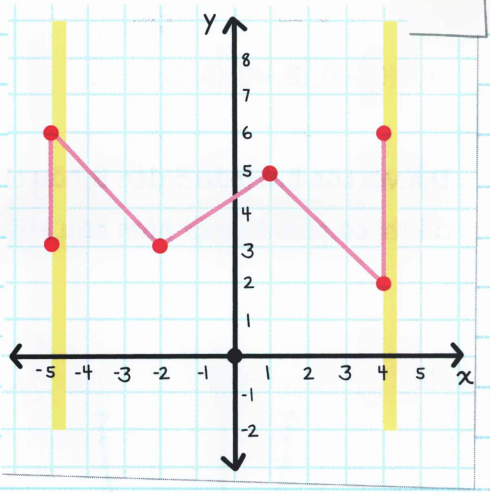
Điều này có nghĩa là tất cả các giá trị trong miền xác định là duy nhất.



VÍ DỤ: Quan hệ được hiển thị trong bảng dưới đây có phải là một hàm không?

MIỀN XÁC ĐỊNH (x)	TẬP GIÁ TRỊ (y)
-5	3
-5	6
-2	3
1	5
4	2
4	6

Vẽ đồ thị quan hệ trên mặt phẳng tọa độ.



Sau đó, sử dụng phép thử đường dọc để kiểm tra xem quan hệ có phải là một hàm hay không.

Đây có phải là một hàm số không?

Quan hệ này *không* phải là một hàm vì phép thử đường thẳng đứng chạm vào nhiều điểm. Điều này có nghĩa là có các giá trị trong miền xác định lặp lại.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 4, hãy cho biết mỗi quan hệ đã cho có phải là một hàm hay không.

1. (3, 5), (2, 0), (7, 8), (12, 1)

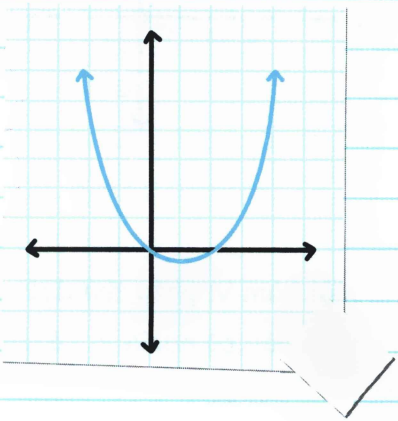
2. (4, −9), (8, 7), (−5, 2), (8, 0)

3. (−0,6; 3,7), (4,1; 5,9), (5,9; −2,8), (−7,3; 8,2)

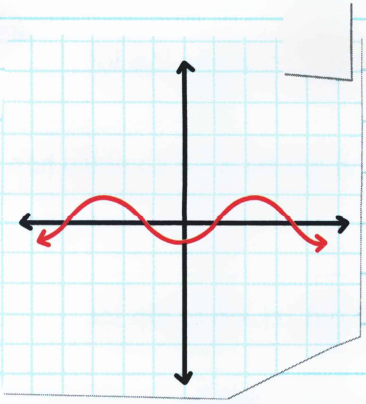
4. (0, −5), (8, −7), (0, 5)

Đối với các bài toán 5 đến 8, hãy cho biết quan hệ được vẽ trên đồ thị có phải là một hàm hay không.

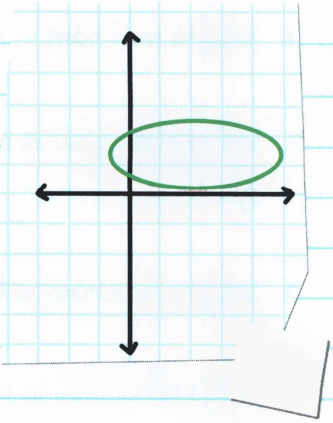
5.



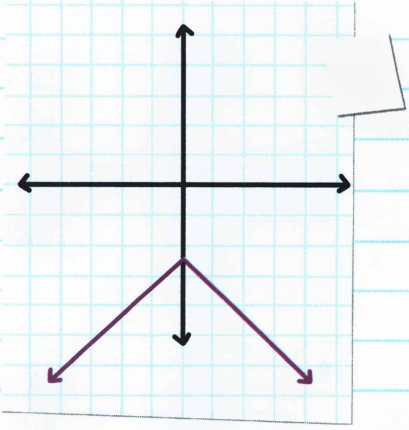
6.



7.



8.



KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

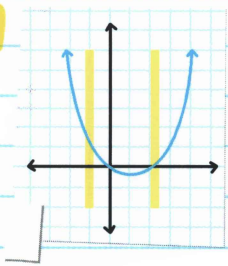
1. Đây là một hàm vì không có giá trị x nào lặp lại.

2. Đây không phải là một hàm vì giá trị $x = 8$ có nhiều hơn một giá trị y.

3. Đây là một hàm vì không có giá trị x nào lặp lại.

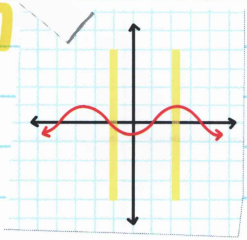
4. Đây không phải là một hàm vì giá trị $x = 0$ có nhiều hơn một giá trị y.

5.



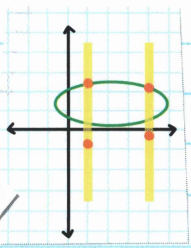
Có, vì nó thỏa mãn phép thử đường dọc.

6.



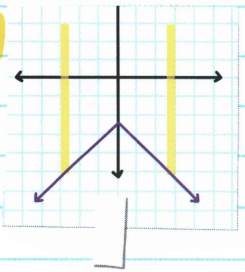
Có, vì nó thỏa mãn phép thử đường dọc.

7.



Không, nó không thỏa mãn phép thử đường dọc.

8.

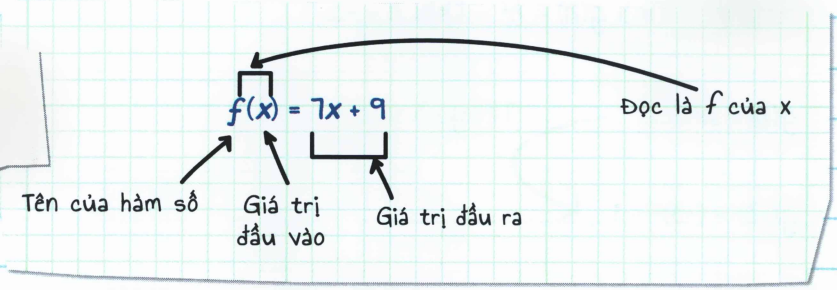


Có, vì nó thỏa mãn phép thử đường dọc.

Chương 46

KÝ HIỆU HÀM

Các hàm có thể được biểu diễn bằng đồ thị, bảng và phương trình. Chúng cũng có thể được biểu diễn bằng KÝ HIỆU HÀM, một cách rút gọn để viết các hàm.



Ta thường sử dụng chữ cái f đại diện cho một hàm số, nhưng bất kỳ chữ cái nào cũng có thể được sử dụng.

Đầu vào là biến bên trong dấu ngoặc đơn.

TÍNH GIÁ TRỊ HÀM SỐ là quá trình thay một số vào đầu vào để tìm ra đầu ra.

Ví dụ, $f(x) = -3x + 10$ khi $x = 2$ nghĩa là ta cần tìm giá trị của $f(x)$. Ta thế giá trị đã cho vào đầu vào để tìm đầu ra.

$f(x) = -3x + 10$ Đầu tiên, thay 2 vào biến x.

$f(2) = -3(2) + 10$

$f(2) = -6 + 10$ Sau đó, tính.

$\therefore f(2) = 4$ Nghĩa là "do đó".

VÍ DỤ: Tính $g(h) = h^2 - 1$ khi $h = -3$.

$g(h) = h^2 - 1$ Thay -3 vào h.

$g(-3) = (-3)^2 - 1$

$g(-3) = 9 - 1$ Tính.

$\therefore g(-3) = 8$

Đôi khi đầu vào có thể là một biểu thức đại số, nhưng các bước vẫn giống nhau.

VÍ DỤ: Tính $f(x) = 2x + 7$ khi $x = 3a + b$.

$f(x) = 2x + 7$ Thay $3a + b$ vào x.

$f(3a + b) = 2(3a + b) + 7$ Sử dụng tính chất phân phối để tính

$\therefore f(3a + b) = 6a + 2b + 7$

VÍ DỤ: Tính $j(p) = 2n - 3p$ khi $p = 5m + 2n$.

$j(p) = 2n - 3p$ Thay $5m + 2n$ vào p.

$j(5m + 2n) = 2n - 3(5m + 2n)$

$j(5m + 2n) = 2n - 15m - 6n$ Phân phối rồi kết hợp như các số hạng.

$j(5m + 2n) = -15m - 4n$

Ta có thể sử dụng ký hiệu hàm để tính một giá trị đầu vào.

VÍ DỤ: Nếu $f(x) = x - 9$, tìm giá trị của x khi $f(x) = 11$.

Đây là giá trị ta đang tìm.

$f(x) = x - 9$ — Thay 11 vào $f(x)$.

$11 = x - 9$

$11 + 9 = x - 9 + 9$ — Cộng 9 vào cả hai vế để cô lập x.

$\therefore x = 20$ — Giá trị đầu vào.

VÍ DỤ: Nếu $g(x) = 3x + 5$, tìm giá trị của x khi:

$g(x) = 12$.

$g(x) = 3x + 5$ — Thay 12 vào $g(x)$.

$12 = 3x + 5$

$7 = 3x$

$\frac{7}{3} = \frac{3x}{3}$ — Chia hết cho 3 để cô lập x.

$\therefore x = \frac{7}{3}$

VÍ DỤ: Nếu $j(x) = \frac{2x-5}{7}$, tìm giá trị của x khi: $j(x) = -3$.

$j(x) = \frac{2x-5}{7}$ — Thay thế -3 vào $j(x)$.

$-3 = \frac{2x-5}{7}$

$-3(7) = \frac{2x-5}{7}(7)$ — Nhân cả hai vế với 7.

$-21 = 2x - 5$ — Cộng 5 vào cả hai vế.

$-16 = 2x$

$\therefore x = -8$

VÍ DỤ: Tìm $p(a) = a^2 - 5$, hãy tìm giá trị của a khi $p(a) = 11$.

$p(a) = a^2 - 5$ — Thay thế 11 vào $p(a)$.

$11 = a^2 - 5$ — Cộng 5 vào cả hai vế.

$16 = a^2$ — Lấy căn bậc hai.

$\therefore a = 4$ hoặc -4 — $(4 \times 4) = 16$ và $(-4) \times (-4) = 16$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 5, hãy tính giá trị hàm số.

1. $f(x) = x - 7$ khi $x = 5$

2. $g(x) = -6x + 9$ khi $x = -2$

3. $h(a) = a^2 + 4$ khi $a = -3$

4. $k(p) = p^2 - 5p$ khi $p = 6$

5. $j(x) = 9x^2 - 6x + 1$ khi $x = -2$

Đối với các bài toán từ 6 đến 10, hãy tìm giá trị của mỗi biến sau.

6. Nếu $f(x) = x + 3$, tìm giá trị của x khi $f(x) = -2$.

7. Nếu $m(n) = -9 + \frac{1}{2}n$, tìm giá trị của n khi $m(n) = 3$.

8. Nếu $p(t) = \frac{8t+7}{3}$, tìm giá trị của t khi $p(t) = -3$.

9. Nếu $k(s) = s^2 - 7$, tìm giá trị của s khi $k(s) = 18$.

10. Nếu $j(a) = a^3 + 11$, tìm giá trị của a khi $j(a) = 38$.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

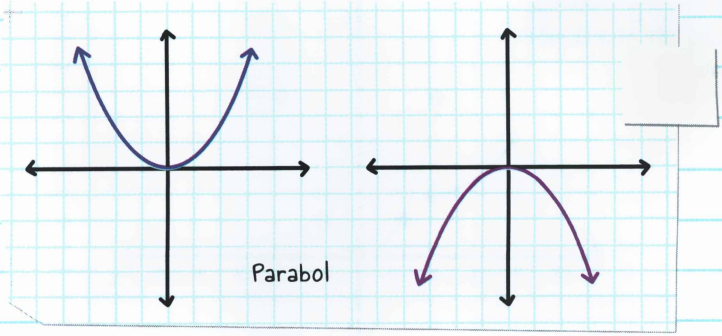
1. $f(5) = -2$
2. $g(-2) = 21$
3. $h(-3) = 13$
4. $k(6) = 6$
5. $j(-2) = 49$
6. $x = -5$
7. $n = 24$
8. $t = -2$
9. $s = 5$ hoặc -5 ($5 \times 5 = 25$ và $(-5) \times (-5) = 25$)
10. $a = 3$

Chương 47

ỨNG DỤNG CỦA HÀM SỐ

Ta có thể vẽ đồ thị và tính giá trị các hàm số. **HÀM TUYẾN TÍNH** là hàm số có đồ thị là đường thẳng. **HÀM PHI TUYẾN TÍNH** là hàm số có đồ thị KHÔNG phải là đường thẳng và KHÔNG có dạng $y = mx + b$.

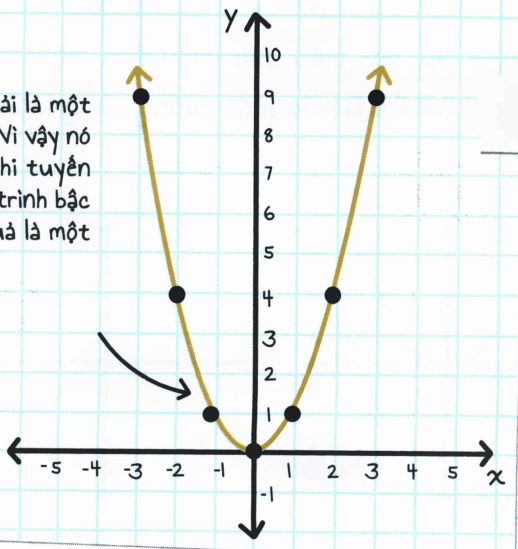
Một ví dụ về hàm phi tuyến là PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI. Trong phương trình bậc hai, biến đầu vào (x) là bình phương (x^2). Đồ thị có dạng **PARABOL**, là một đường cong hình chữ U.



Để lập bảng đầu vào/đầu ra và vẽ đồ thị $y = x^2$, hãy dựa trên dữ liệu đầu vào đã cho để tìm đầu ra. Sử dụng các giá trị để vẽ một điểm tọa độ.

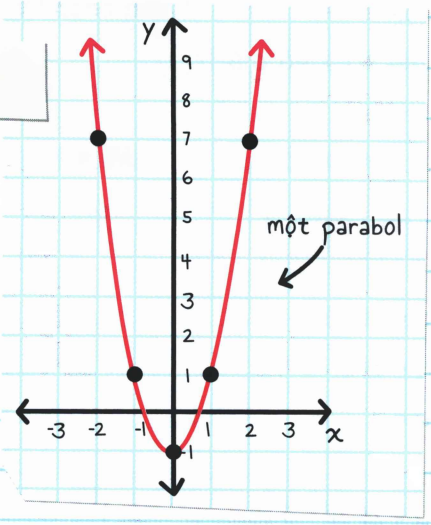
ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = x^2$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
-3	$y = (-3)^2$	9	(-3, 9)
-2	$y = (-2)^2$	4	(-2, 4)
-1	$y = (-1)^2$	1	(-1, 1)
0	$y = (0)^2$	0	(0, 0)
1	$y = (1)^2$	1	(1, 1)
2	$y = (2)^2$	4	(2, 4)
3	$y = (3)^2$	9	(3, 9)

Đây không phải là một đường thẳng. Vì vậy nó là một hàm phi tuyến tính. Phương trình bậc hai cho kết quả là một parabol.



VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = 2x^2 - 1$ bằng cách lập bảng thể hiện quan hệ giữa giá trị x và giá trị y.

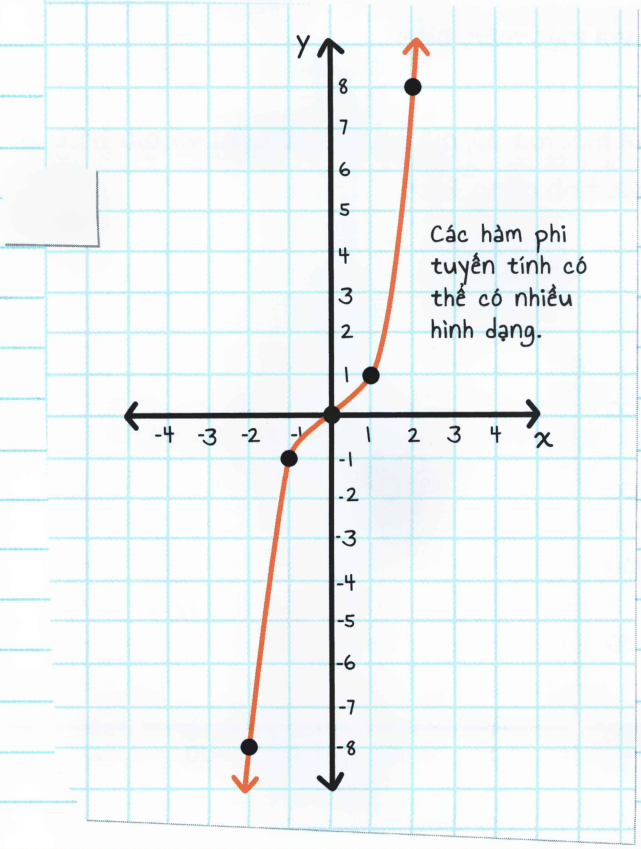
ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = 2x^2 - 1$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
-2	$y = 2(-2)^2 - 1$ $y = 2(4) - 1$ $y = 7$	7	$(-2, 7)$
-1	$y = 2(-1)^2 - 1$ $y = 2(1) - 1$ $y = 1$	1	$(-1, 1)$
0	$y = 2(0)^2 - 1$ $y = 2(0) - 1$ $y = -1$	-1	$(0, -1)$
1	$y = 2(1)^2 - 1$ $y = 2(1) - 1$ $y = 1$	1	$(1, 1)$
2	$y = 2(2)^2 - 1$ $y = 2(4) - 1$ $y = 7$	7	$(2, 7)$



VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = x^3$ bằng cách lập một bảng thể hiện quan hệ giữa một số giá trị đầu vào x và giá trị y tương ứng.

ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = x^3$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
-2	$y = (-2)^3$ $y = -8$	-8	(-2, -8)
-1	$y = (-1)^3$ $y = -1$	-1	(-1, -1)
0	$y = (0)^3$ $y = 0$	0	(0, 0)

1	$y = (1)^3$ $y = 1$	1	(1, 1)
2	$y = (2)^3$ $y = 8$	8	(2, 8)



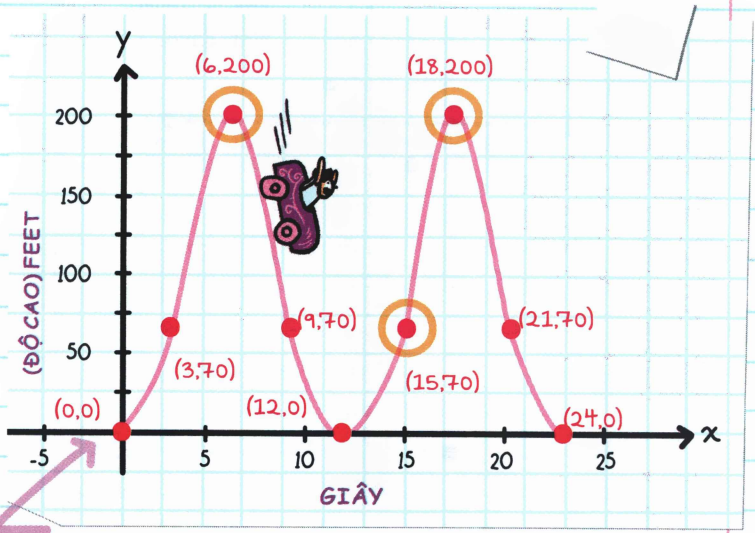
Các hàm phi tuyến tính cũng có thể được sử dụng để mô tả các tình huống thực tế.

VÍ DỤ: Javier đi tàu lượn siêu tốc. Biểu đồ dưới đây hiển thị chiều cao của Javier trên tàu lượn so với mực nước biển (feet), sau một khoảng thời gian cụ thể (giây).

Mực nước biển = trục x

Vào những thời điểm nào thì tàu lượn ở độ cao 200 feet so với mực nước biển?

Lưu ý: Đối với mỗi tọa độ, giá trị x là số giây và giá trị y là chiều cao được tính bằng feet.



Mực nước biển

Biểu đồ cho thấy tàu lượn đạt độ cao 200 feet hai lần.

Tàu lượn cao 200 feet trên mực nước biển tại thời điểm **6 giây** và **18 giây**.

Hỏi sau 7 giây tàu lượn ở độ cao xấp xỉ bao nhiêu?

Vì 7 giây thuộc từ 6 giây đến 9 giây, câu trả lời của ta nằm trong khoảng 200 feet đến 70 feet.

Sau 7 giây, tàu lượn với Javier ở độ cao **xấp xỉ 175 feet** so với mực nước biển.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Hoàn thành bảng. Sau đó vẽ đồ thị $y = x^2 - 3$.

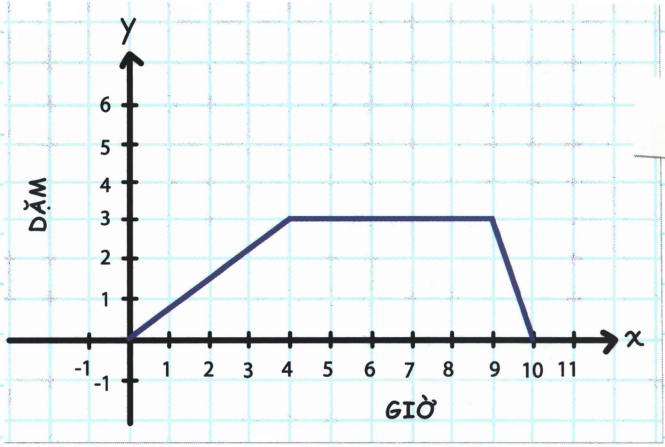
ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = x^2 - 3$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
-2			
-1			
0			
1			
2			

2. Hoàn thành bảng. Sau đó vẽ đồ thị $y = \frac{1}{2}x^3 + 4$.

ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = \frac{1}{2}x^3 + 4$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
-2			
-1			
0			
1			
2			

Đối với các bài toán từ 3 đến 5, hãy sử dụng thông tin đã cho bên dưới.

Tanya rời nhà và đi bộ đến công viên. Cô ấy nghỉ ở công viên một lúc rồi chạy về nhà. Biểu đồ dưới đây biểu thị khoảng cách giữa Tanya và nhà của cô ấy (dặm) sau một khoảng thời gian được tính bằng giờ.



3. Sau 5 giờ, Tanya cách nhà cô ấy bao xa?

4. Khoảng mấy giờ thì Tanya cách nhà 3 dặm?

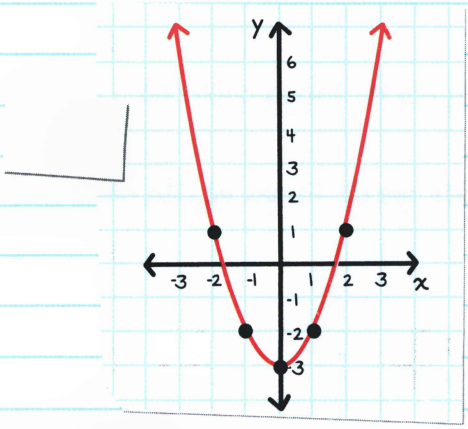
5. Mất bao nhiêu giờ để Tanya về đến nhà từ công viên?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1.

ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = x^2 - 3$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
-2	$y = (-2)^2 - 3$ $y = 4 - 3$; $y = 1$	1	(-2, 1)
-1	$y = (-1)^2 - 3$ $y = 1 - 3$; $y = -2$	-2	(-1, -2)
0	$y = (0)^2 - 3$ $y = 0 - 3$; $y = -3$	-3	(0, -3)
1	$y = (1)^2 - 3$ $y = 1 - 3$; $y = -2$	-2	(1, -2)
2	$y = (2)^2 - 3$ $y = 4 - 3$; $y = 1$	1	(2, 1)

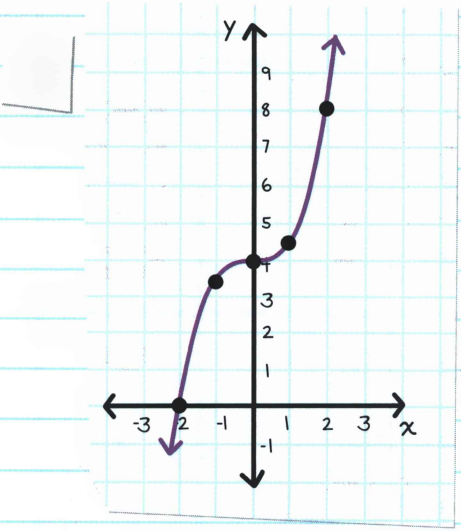


2.

ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = \frac{1}{2}x^3 + 4$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
-2	$y = \frac{1}{2}(-2)^3 + 4$ $y = \frac{1}{2}(-8) + 4$ $y = 0$	0	$(-2, 0)$
-1	$y = \frac{1}{2}(-1)^3 + 4$ $y = \frac{1}{2}(-1) + 4$ $y = \frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\left(-1, \frac{7}{2}\right)$
0	$y = \frac{1}{2}(0)^3 + 4$ $y = \frac{1}{2}(0) + 4$ $y = 4$	4	$(0, 4)$
1	$y = \frac{1}{2}(1)^3 + 4$ $y = \frac{1}{2}(1) + 4$ $y = \frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	$(1, \frac{9}{2})$

THÊM ĐÁP ÁN

ĐẦU VÀO (x)	HÀM SỐ $y = \frac{1}{2}x^3 + 4$	ĐẦU RA (y)	TỌA ĐỘ (x, y)
2	$y = \frac{1}{2}(2)^3 + 4$ $y = \frac{1}{2}(8) + 4$ $y = 8$	8	(2, 8)

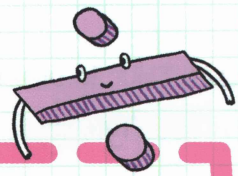


3. 3 dặm.

4. Khoảng 4 giờ và 9 giờ.

5. Tanya về nhà sau 10 giờ.

Bài 9



Phép toán đa thức

Chương 48

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC

ĐƠN THỨC là biểu thức có 1 số hạng.

Ví dụ: $38m$

đơn = một

NHỊ THỨC là biểu thức có 2 số hạng.

Ví dụ: $-7y + \frac{1}{2}$

nhị = hai

TAM THỨC là biểu thức có 3 số hạng.

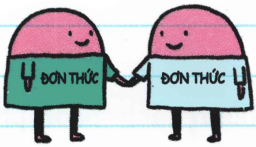
Ví dụ: $8a^2 - \frac{3}{5}ab + 6b^2$

tam = ba

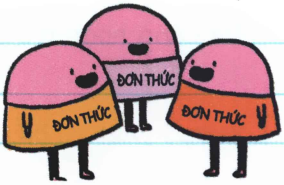
Biểu thức cũng có thể có nhiều hơn 3 số hạng.

ĐA THỨC là biểu thức của nhiều hơn hai số hạng đại số mà tổng (hoặc hiệu) của một số số hạng chứa các lũy thừa khác nhau của cùng một biến số.

ĐƠN THỨC



NHỊ THỨC:
MỘT DẠNG ĐA THỨC



TAM THỨC:
MỘT DẠNG ĐA THỨC

Ví dụ về đa thức:

$38m - 7y + \frac{1}{2}$

$8a^2 - \frac{3}{5}ab + 6b^2$

$\sqrt{3}\,xyz^3 - \frac{9}{8}abc^5 + 7k - 4m + 2{,}6$

Biểu thức có thể được rút gọn bằng cách *kết hợp các số hạng giống nhau.*

Theo cách tương tự, chúng ta có thể **rút gọn** đa thức bằng cách **kết hợp các số hạng giống nhau** bằng phép cộng và phép trừ.

Các số hạng giống nhau có các biến giống nhau (đôi khi có nhiều hơn một biến, như $7ab$) với số mũ giống nhau.

Để cộng hoặc trừ đa thức:

Bước 1: Viết lại biểu thức bằng cách "phân phối" phép cộng hoặc phép trừ để không còn dấu ngoặc.

Bước 2: Kết hợp các số hạng giống nhau.

Bước 3: Viết đa thức theo thứ tự giảm dần theo x.

Ví dụ: $2x + 5x^3 + 6 \longrightarrow 5x^3 + 2x + 6$.

Hãy nhớ tính chất phân phối!

Dấu dương hoặc dấu âm trước đa thức cũng giống như phân phối 1 hoặc -1

$-(7x - 9y) = -1(7x - 9y) = -7x + 9y$

Kết quả không còn dấu ngoặc đơn.

VÍ DỤ: Tìm tổng và/hoặc hiệu.

$(3x + 5y) + (7x - 9y)$. Rút gọn câu trả lời của bạn.

$= (3x + 5y) + (7x - 9y)$

$= 3x + 5y + 7x - 9y$

$= 3x + 7x + 5y - 9y$

$= 10x - 4y$

Phân phối dấu + cho cả $7x$ và $-9y$:

$+(7x) = 7x$ và $+(-9y) = -9y$

Rút gọn bằng cách kết hợp các số hạng giống nhau.

$3x + 7x = 10x$ và $5y - 9y = -4y$

VÍ DỤ: Tìm tổng và/hoặc hiệu.

$(8a^2 + 11a) - (19a - 5)$. Rút gọn câu trả lời của bạn.

$= (8a^2 + 11a) - (19a - 5)$ Phân phối dấu $-$ cho cả $19a$ và -5. Trừ đi bằng cách cộng số đối của số trừ $-(19a) = -19a$ và $-(-5) = 5$

$= 8a^2 + 11a - 19a + 5$ Rút gọn bằng cách kết hợp các số hạng giống nhau $11a - 19a = -8a$

$= 8a^2 - 8a + 5$

VÍ DỤ: Tìm tổng và/hoặc hiệu.

$(3m^2 + n) - (5n - 6m^2)$. Rút gọn câu trả lời của bạn.

$= (3m^2 + n) - (5n - 6m^2)$ Phân phối dấu $-$ cho cả $5n$ và $-6m^2$.

$= 3m^2 + n - 5n + 6m^2$

$= 3m^2 + 6m^2 + n - 5n$ Rút gọn bằng cách kết hợp các số hạng giống nhau.

$n - 5n = -4n$ và $3m^2 + 6m^2 = 9m^2$

$= 9m^2 - 4n$

VÍ DỤ: Tìm tổng và/hoặc hiệu.

$(9a + 10b + 14c) + (8a + 2b + 5c)$. Rút gọn câu trả lời của bạn.

$= (9a + 10b + 14c) + (8a + 2b + 5c$ Phân phối dấu + cho $8a$, $2b$ và $5c$.

$= 9a + 10b + 14c + 8a + 2b + 5c$

$= 9a + 8a + 10b + 2b + 14c + 5c$ Rút gọn bằng cách kết hợp các số hạng giống nhau.

$= 17a + 12b + 19c$

VÍ DỤ: Tìm tổng và/hoặc hiệu.

$(0{,}7a + 9a^2 - 6) - (5 + 4a + 2{,}6a^2)$. Rút gọn câu trả lời của bạn.

$= (0{,}7a + 9a^2 - 6) - (5 + 4a + 2{,}6a^2)$ Phân phối dấu − cho 5, $4a$ và $2{,}6a^2$.

$= 0{,}7a + 9a^2 - 6 - 5 - 4a - 2{,}6a^2$

$= 0{,}7a - 4a + 9a^2 - 2{,}6a^2 - 6 - 5$ Rút gọn bằng cách kết hợp các số hạng.

$= -3{,}3a + 6{,}4a^2 - 11$

$= 6{,}4a^2 - 3{,}3a - 11$

Luôn viết câu trả lời của bạn theo thứ tự giảm dần.

VÍ DỤ: Tìm tổng và/hoặc hiệu.

$(3m^2 - 6n + 7mn) - (9mn - 4) + (2n + 8m^2 - 1)$.

Rút gọn câu trả lời của bạn.

$= (3m^2 - 6n + 7mn) - (9mn - 4)$

$+ (2n + 8m^2 - 1)$

Phân phối dấu − cho $9mn$ và -4, và dấu + cho $2n$, $8m^2$, và -1.

$= 3m^2 - 6n + 7mn - 9mn + 4 + 2n + 8m^2 - 1$

$= 3m^2 + 8m^2 - 6n + 2n + 7mn - 9mn + 4 - 1$

$= 11m^2 - 4n - 2mn + 3$

$= 11m^2 - 2mn - 4n + 3$

Đừng quên sắp xếp các biến của bạn theo thứ tự trong bảng chữ cái: m đứng trước n.

VÍ DỤ: Jared có một khối gỗ hình chữ nhật. Cậu ấy muốn đo một đoạn dây quấn quanh chu vi của khối gỗ. Tuy nhiên, Jared không có một cái thước bên mình. Cậu ấy chỉ có một cây bút và một cục tẩy. Cậu ấy phát hiện ra chiều dài của khối gỗ bằng chiều dài của 9 cục tẩy và chiều rộng của khối gỗ bằng chiều dài của 4 cái bút đặt cạnh nhau. Hỏi đoạn dây dài bao nhiêu?

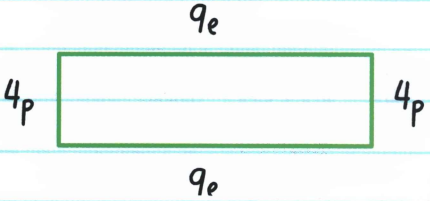
Gọi e là chiều dài của cục tẩy.
Gọi p là chiều dài của bút.

Chiều dài của khối gỗ là: $9 \cdot e = 9e$.
Chiều rộng của khối gỗ là: $4 \cdot p = 4p$.

Chu vi = chiều dài + chiều rộng + chiều dài + chiều rộng

$= 9e + 4p + 9e + 4p$

$= 18e + 8p$



Do đó, độ dài của dây là: $18e + 8p$.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tìm tổng và/hoặc hiệu của từng đa thức rồi rút gọn câu trả lời của bạn.

1. $(3x^2 - 6x) + (4x^2 - 11x)$

2. $(3k^2 - 8) + (-4k - 5)$

3. $(8w^9 - 5z - wz^3) + (8wz^3 + 4w^9)$

4. $(2p^3 - 5pq^2 + 7pq) + (11p^2q - 4pq - 3)$

5. $(8x - 5y) - (7x - 9y)$

6. $(7m^5 + 0{,}7y - 1) - (6y + m^5 - 12)$

7. $(6z + 9t^2 + 7tz) - (4tz - 3t^2 + 5z + 8)$

8. $(\frac{1}{2}s + 4st - 7t^2) - (3s + st) - (6st - \frac{1}{4}t^2)$

9. $(6a^5 - 7abc + 9b^2c - 8) + (5b^2c + 8abc - 4) - (4a^5 + 9a^4 - 3ab)$

10. Adam đang cần tính chu vi hình vuông. Cậu ấy phát hiện ra chiều dài của một cạnh bằng chiều dài của 2 đồng xu và 5 hào đặt cạnh nhau. Hỏi chu vi hình vuông là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $7x^2 - 17x$

2. $3k^2 - 4k - 13$

3. $12w^9 + 7wz^3 - 5z$

4. $2p^3 + 11p^2q - 5pq^2 + 3pq - 3$

5. $x + 4y$

6. $6m^5 - 5,3y + 11$

7. $12t^2 + 3tz + z - 8$

8. $-\frac{5}{2}s - 3st - \frac{27}{4}t^2$

9. $2a^5 - 9a^4 + 3ab + abc + 14b^2c - 12$

10. Nếu p biểu thị độ dài của một đồng xu và d biểu thị độ dài của một hào thì chu vi là: $8p + 20d$.

Chương 49

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA LŨY THỪA

Bạn có thể rút gọn các biểu thức số và đại số có chứa nhiều hơn một số mũ bằng cách kết hợp các lũy thừa. Yêu cầu duy nhất là **CƠ SỐ** phải **GIỐNG NHAU**.

$3^2 \cdot 3^9$ **CÓ THỂ** rút gọn được → Các cơ số 3 và 3 giống nhau.

$8^5 \cdot 7^4$ **KHÔNG THỂ** rút gọn → Các cơ số, 8 và 7, không giống nhau.

$4^5 \div 3^5$ **KHÔNG THỂ** rút gọn → Các cơ số 4 và 3 không giống nhau mặc dù các số mũ giống nhau.

Nhân các lũy thừa có cùng cơ số

Bạn có thể nhân các lũy thừa có cùng cơ số bằng phép cộng:

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

Khi nhân các lũy thừa có cùng một cơ số:

1. Viết cơ số chung.
2. **CỘNG** các số mũ.

VÍ DỤ: Tính $5^2 \cdot 5^6$.

$= 5^2 \cdot 5^6$ ← Các số mũ *có thể* cộng bởi vì có cùng cơ số.

$= 5^{2+6}$ Cộng các số mũ.

$= 5^8$

Thử lại:

$5^2 \cdot 5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^8$

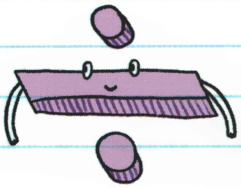
Chia lũy thừa có cùng cơ số

Bạn có thể chia lũy thừa có cùng cơ số bằng phép trừ:

$$x^a \div x^b = x^{a-b}$$

Khi chia lũy thừa cùng cơ số:

1. Viết cơ số chung.
2. **TRỪ** các số mũ.



VÍ DỤ: Tính $8^7 \div 8^3$.

$= 8^7 \div 8^3$ ← Các số mũ *có thể* trừ cho nhau vì các cơ số giống nhau.

$= 8^{7-3}$ Trừ các số mũ.

$= 8^4$

Thử lại:

$$8^7 \div 8^3 = \frac{8^7}{8^3} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8} = 8^4$$

VÍ DỤ: Tính $(-2)^9 \div (-2)$.

$= (-2)^9 \div (-2)$ ← Các số mũ *có thể* trừ cho nhau vì các cơ số giống nhau.

$= (-2)^9 \div (-2)^1$ ← Bất cứ khi nào một số mũ không được viết, điều đó có nghĩa là số mũ đó bằng 1.

$= (-2)^{9-1}$ Trừ các số mũ.

$= (-2)^8$

VÍ DỤ: Tính $6^{12} \div 6^9 \div 6^5$.

$= 6^{12} \div 6^9 \div 6^5$ ← Các cơ số giống nhau.

$= 6^{12-9-5}$ Trừ các số mũ.

$= 6^{-2}$

Cách khác để viết biểu thức này là: $6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$

Ta có thể nhân VÀ chia lũy thừa trong cùng một biểu thức.

Hãy nhớ thực hiện đúng Thứ tự phép tính!

Ví dụ: Để rút gọn biểu thức $9^7 \cdot 9^3 \div 9^2$:

1. Cộng hai số mũ đầu tiên vì đó là phép nhân.

$= 9^{7+3} \div 9^2$

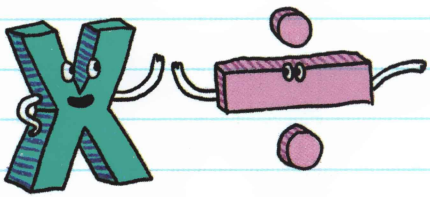
$= 9^{10} \div 9^2$

2. Sau đó lấy tổng trừ đi số mũ tiếp theo vì đó là phép chia.

$= 9^{10-2}$

Rút gọn:

$= 9^8$



VÍ DỤ: Rút gọn:

$(-3)^7 \div (-3)^9 \cdot (-3)^{10} \cdot (-3)^5 \div (-3)^{-2}$.

$(-3)^7 \div (-3)^9 \cdot (-3)^{10} \cdot (-3)^5 \div (-3)^{-2}$ ← Các cơ số giống nhau.

$= (-3)^{7-9} \cdot (-3)^{10} \cdot (-3)^5 \div (-3)^{-2}$ ← Trừ hai số mũ đầu tiên.

$= (-3)^{-2} \cdot (-3)^{10} \cdot (-3)^5 \div (-3)^{-2}$

$= (-3)^{-2+10} \cdot (-3)^5 \div (-3)^{-2}$ ← Cộng hiệu và số mũ tiếp theo.

$= (-3)^8 \cdot (-3)^5 \div (-3)^{-2}$

$= (-3)^{8+5} \div (-3)^{-2}$ ← Cộng tổng vào số mũ tiếp theo.

$= (-3)^{13} \div (-3)^{-2}$

$= (-3)^{13-(-2)}$ ← Trừ tổng cho số mũ cuối cùng.

$= (-3)^{15}$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tính từng biểu thức.

1. $7^2 \cdot 7^8$

2. $9^3 \div 9^1$

3. $(-12)^2 \div (-12)^{-9}$

4. $3^8 \cdot 3^6 \div 3^9$

5. $(-5)^7 \div (-5)^6 \cdot (-5)^3$

Giải.

6. Thầy Jones yêu cầu Ahmed, Brian, Celia và Dee tính $3^5 \cdot 3^7$. Đây là câu trả lời của họ:

Ahmed: $3^5 \cdot 3^7 = (3 + 3)^{5+7} = 6^{12}$.

Brian: $3^5 \cdot 3^7 = (3 \cdot 3)^{5+7} = 9^{12}$.

Celia: $3^5 \cdot 3^7 = 3^{5+7} = 3^{12}$.

Dee: $3^5 \cdot 3^7 = 3^{5 \cdot 7} = 3^{35}$.

Hỏi ai đúng?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 7^{10}

2. 9^{2}

3. $(-12)^{11}$

4. 3^{5}

5. $(-5)^{4}$

6. Câu trả lời của Celia là đúng.

Chương 50

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA ĐƠN THỨC

Ta có thể nhân và chia các đơn thức bằng cách sử dụng cùng một phương pháp mà ta sử dụng để nhân và chia lũy thừa.

- Nếu các cơ số **giống nhau**, bạn **có thể** rút gọn các đơn thức.
- Nếu các cơ số **khác nhau**, bạn **không thể** rút gọn các đơn thức.

Để rút gọn biểu thức $a^3 \cdot 2b^5$:

1. Nhìn vào các cơ số: Chúng có giống nhau không?

2. Nếu các cơ số **giống nhau**, hãy **kết hợp** các số mũ.

$a^3 \cdot 2b^5$ Hai cơ số a và b khác nhau.

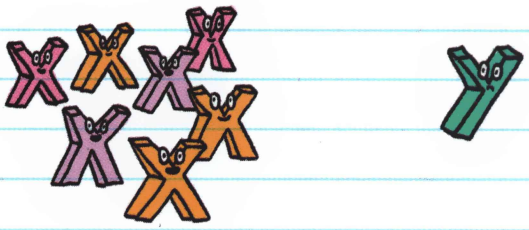
$= 2a^3b^5$

VÍ DỤ: Rút gọn $x^2 \cdot 2xy \cdot x^4$.

$x^2 \cdot 2xy \cdot x^4$

$= 2 \cdot x^{2+1+4} \cdot y$ Kết hợp các lũy thừa cơ số x. Lũy thừa của cơ số y không kết hợp được

$= 2x^7y$



VÍ DỤ: Rút gọn $3m^{-4}n^{7} \cdot 5m^{6}n^{2}$.

$3m^{-4}n^{7} \cdot 5m^{6}n^{2}$

Kết hợp các lũy thừa của cơ số m.
Kết hợp các lũy thừa của cơ số n.
Lũy thừa của m và n không thể kết hợp với nhau.

$= 3 \cdot 5 \cdot m^{-4+6} \cdot n^{7+2}$

$= 3 \cdot 5 \cdot m^{2}n^{9}$ Nhân các hằng số: $3 \cdot 5 = 15$

$= 15m^{2}n^{9}$

VÍ DỤ: Rút gọn $21x^{6}y^{10} \div 7x^{4}y^{3}$.

$21x^{6}y^{10} \div 7x^{4}y^{3}$

$21 \div 7 = 3$ Chia các hệ số.

$= 3x^{6-4}y^{10-3}$ Kết hợp các lũy thừa của cơ số x.
Kết hợp các lũy thừa của cơ số y.
Lũy thừa của x và y không thể kết hợp với nhau.

$= 3x^{2}y^{7}$

VÍ DỤ: Rút gọn $3a^5 \div 10a^9$.

$3a^5 \div 10a^9$

$= \frac{3}{10} a^{5-9}$

$= \frac{3}{10} a^{-4}$

Để kết quả dễ nhìn hơn, bạn cũng có thể viết lời giải là:

$3a^5 \div 10a^9 = \frac{3a^5}{10a^9}$

$= \frac{3}{10a^4}$

Một lũy thừa bên trong dấu ngoặc đơn và một lũy thừa khác bên ngoài dấu ngoặc đơn được gọi là LŨY THỪA CỦA LŨY THỪA. Một lũy thừa của lũy thừa có thể được rút gọn bằng cách nhân các số mũ. Ta thực hiện như sau:

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

Mẹo ghi nhớ cho lũy thừa của lũy thừa: Nhân mũ

Lời **C**húc **L**ộc

Năm **M**ới.

VÍ DỤ: Rút gọn $(3a^7b^4)^2$.

$(3a^7b^4)^2$

$= 3^{1\cdot 2} \cdot a^{7\cdot 2} \cdot b^{4\cdot 2}$ Nhân từng số mũ bên trong ngoặc với số mũ bên ngoài.

$= 3^2a^{14}b^8$

$= 9a^{14}b^8$

VÍ DỤ: Rút gọn $(5a^3b^4)^2 \cdot (2a^5b)^3$.

$(5a^3b^4)^2 \cdot (2a^5b)^3$ Đầu tiên, khai triển từng đơn thức.

$= (5^{1\cdot 2}a^{3\cdot 2}b^{4\cdot 2}) \cdot (2^{1\cdot 3}a^{5\cdot 3}b^{1\cdot 3})$

$= (5^2a^6b^8) \cdot (2^3a^{15}b^3)$ Tiếp theo, nhân các đơn thức.

$= (25a^6b^8) \cdot (8a^{15}b^3)$

$= 25 \cdot 8 \cdot a^{6+15} \cdot b^{8+3}$

$= 200a^{21}b^{11}$

VÍ DỤ: Rút gọn $(2p^3q)^4 \div (4p^6q^2)^3$.

$(2p^3q)^4 \div (4p^6q^2)^3$ Đầu tiên, khai triển từng đơn thức.

$= (2^{1\cdot4}p^{3\cdot4}q^{1\cdot4}) \div (4^{1\cdot3}p^{6\cdot3}q^{2\cdot3})$

$= (2^4p^{12}q^4) \div (4^3p^{18}q^6)$

$= (16p^{12}q^4) \div (64p^{18}q^6)$ Tiếp theo, chia các đơn thức.

$= 16 \div 64 \cdot p^{12-18} \cdot q^{4-6} = \frac{1}{4}p^{-6}q^{-2}$ $\left[\text{hoặc } \frac{1}{4p^6q^2}\right]$

VÍ DỤ: Rút gọn $(2x^4y^{-5})^{-3} \div (5x^9y^{-7})^2$.

$(2x^4y^{-5})^{-3} \div (5x^9y^{-7})^2$ Đầu tiên, khai triển từng đơn thức.

$= (2^{1\cdot(-3)}x^{4\cdot(-3)}y^{-5\cdot(-3)}) \div (5^{1\cdot2}x^{9\cdot2}y^{-7\cdot2})$

$= (2^{-3}x^{-12}y^{15}) \div (5^2x^{18}y^{-14})$

$= (\frac{1}{8}x^{-12}y^{15}) \div (25x^{18}y^{-14})$ Tiếp theo, chia các đơn thức.

$= \frac{1}{8} \div 25 \cdot x^{-12-18} \cdot y^{15-(-14)}$

$= \frac{1}{200}x^{-30}y^{29}$ $\left[\text{hoặc } \frac{y^{29}}{200x^{30}}\right]$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Rút gọn từng biểu thức. Viết câu trả lời của bạn bằng số mũ dương.

1. $x^4y^7 \cdot x^3y^5$

2. $3a^4b^2c^6 \cdot (-2a^5b)$

3. $(12x^5y^{-8}z^4) \div (-15x^9y^3z)$

4. $(3x^3)^2$

5. $(8m^{-3}n^{-4})^2 \div (4m^{-5}n^2)^3$

Giải.

6. Cô Smith yêu cầu Ming và Nathan rút gọn $(5a^2)^3$.

Đây là câu trả lời của họ:

Ming: $(5a^2)^3 = 5^3 \cdot (a)^{2^3} = 125a^8$.

Nathan: $(5a^2)^3 = 5^3 \cdot (a)^{2 \cdot 3} = 125a^6$.

Hỏi ai trả lời đúng?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. x^7y^{12}

2. $-6a^9b^3c^6$

3. $-\frac{4z^3}{5x^4y^{11}}$

4. $9x^6$

5. $\frac{m^9}{n^{14}}$

6. Nathan trả lời đúng.

Chương 51

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA ĐA THỨC

Ta có thể sử dụng tính chất phân phối để nhân các đa thức.

Để rút gọn biểu thức $x^2(x^3 + 7y)$:

$x^2(x^3 + 7y)$

Đầu tiên, sử dụng tính chất phân phối. Nhân từng số hạng bên trong ngoặc với số hạng bên ngoài ngoặc.

$= (x^2 \cdot x^3) + (x^2 \cdot 7y)$

Sau đó, nhân các số mũ cùng cơ số bằng cách cộng các số mũ.

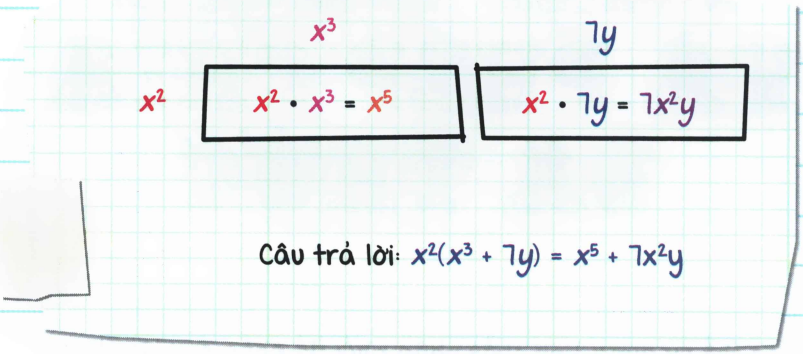
$= x^{2+3} + 7x^2y$

$= x^5 + 7x^2y$

Đây không phải là các số hạng giống nhau, vì vậy chúng không thể kết hợp với nhau.

Nhân một đơn thức (x^2) với một nhị thức ($x^3 + 7y$) có dạng như sau:

$x^2(x^3 + 7y)$



Câu trả lời: $x^2(x^3 + 7y) = x^5 + 7x^2y$

VÍ DỤ: Rút gọn $a^3b(a^2b^7 + ab^4)$.

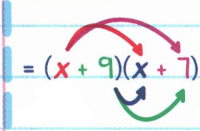
$= a^3b(a^2b^7 + ab^4)$ Sử dụng tính chất phân phối.

$= (a^3b \cdot a^2b^7) + (a^3b \cdot ab^4)$ Nhân lũy thừa bằng phép cộng.

$= (a^{3+2}b^{1+7}) + (a^{3+1}b^{1+4})$

$= a^5b^8 + a^4b^5$

VÍ DỤ: Rút gọn $(x + 9)(x + 7)$.



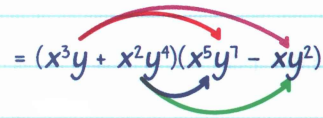
$= (x + 9)(x + 7)$

$= (x \cdot x) + (x \cdot 7) + (9 \cdot x) + (9 \cdot 7)$

$= x^2 + 7x + 9x + 63$ Kết hợp các số hạng giống nhau.

$= x^2 + 16x + 63$

VÍ DỤ: Rút gọn $(x^3y + x^2y^4)(x^5y^7 - xy^2)$.



$= (x^3y + x^2y^4)(x^5y^7 - xy^2)$

$= (x^3y \cdot x^5y^7) - (x^3y \cdot xy^2) + (x^2y^4 \cdot x^5y^7) - (x^2y^4 \cdot xy^2)$

$= (x^{3+5}y^{1+7}) - (x^{3+1}y^{1+2}) + (x^{2+5}y^{4+7}) - (x^{2+1}y^{4+2})$

$= x^8y^8 - x^4y^3 + x^7y^{11} - x^3y^6$

Nhân một nhị thức với một nhị thức khác, ta sử dụng công thức TNTS.

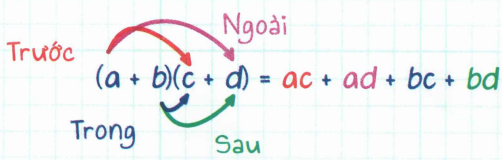
Trước, Ngoài, Trong, Sau

1. Nhân hai số hạng phía Trước trong mỗi dấu ngoặc đơn.

2. Nhân các số hạng phía Ngoài của dấu ngoặc đơn.

3. Nhân các số hạng bên Trong của dấu ngoặc đơn.

4. Nhân các số hạng phía Sau của dấu ngoặc.



	c	d
a	$a \cdot c = ac$	$a \cdot d = ad$
b	$b \cdot c = bc$	$b \cdot d = bd$

Kết quả: $ac + ad + bc + bd$

Lưu ý: **Công thức TNTS** cũng giống như sử dụng tính chất phân phối để nhân hai nhị thức!

Ta có thể chia một **đa thức** cho một **đơn thức** bằng cách tách biểu thức thành các phân số riêng biệt.

VÍ DỤ: Rút gọn $(a^{10}b^4 - a^8b^5) \div (a^2b^3)$.

$(a^{10}b^4 - a^8b^5) \div (a^2b^3)$

Chia thành các phân số riêng biệt bằng cách chia từng số hạng cho a^2b^3.

$$= \frac{a^{10}b^4}{a^2b^3} - \frac{a^8b^5}{a^2b^3}$$

$= (a^{10-2}b^{4-3}) - (a^{8-2}b^{5-3})$

Trừ để rút gọn:

$10 - 2 = 8$; $4 - 3 = 1$

$8 - 2 = 6$; $5 - 3 = 2$

$= a^8b - a^6b^2$

VÍ DỤ: Rút gọn $(8x^3y^7 - 9x^{12}y^5) \div (6x^{10}y^{11})$.

$(8x^3y^7 - 9x^{12}y^5) \div (6x^{10}y^{11})$

Chia từng số hạng trong ngoặc cho $6x^{10}y^{11}$.

$$= \frac{8x^3y^7}{6x^{10}y^{11}} - \frac{9x^{12}y^5}{6x^{10}y^{11}}$$

$$= \left(\frac{8}{6}x^{3-10}y^{7-11}\right) - \left(\frac{9}{6}x^{12-10}y^{5-11}\right)$$

Trừ để rút gọn:

$3 - 10 = -7$; $7 - 11 = -4$

$12 - 10 = 2$; $5 - 11 = -6$

$$= \frac{4}{3}x^{-7}y^{-4} - \frac{3}{2}x^2y^{-6} \quad \left[\text{hoặc } \frac{4}{3x^7y^4} - \frac{3x^2}{2y^6}\right]$$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Rút gọn từng biểu thức. Viết câu trả lời của bạn bằng số mũ dương.

1. $xy(x^3y^5 - x^7)$

2. $3m^2n^3(-5m + 7m^6n^4)$

3. $(x + 2y)(3x - 4y)$

4. $(a^2b - ab^2)(ab + a^5b^3)$

5. $(3x^5y^4 - xy^3)(y^2 + 5xy)$

6. $(3p^3 - 2q^5)(2p^6 + 5q^8)$

7. $(x^5y^3 + x^9y^6) \div (xy)$

8. $(a^{13}b^4 + a^8b^{10}) \div (a^6b^3)$

9. $(6m^{10}n^3 - 8m^2n) \div (2m^8n)$

10. $(3x^5y^2z^7 - 10x^6yz + 8xy^9z^2) \div (-6x^2yz^4)$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $x^4y^6 - x^8y$

2. $-15m^3n^3 + 21m^8n^7$

3. $3x^2 + 2xy - 8y^2$

4. $a^3b^2 + a^7b^4 - a^2b^3 - a^6b^5$

5. $3x^5y^6 + 15x^6y^5 - xy^5 - 5x^2y^4$

6. $6p^9 + 15p^3q^8 - 4p^6q^5 - 10q^{13}$

7. $x^4y^2 + x^8y^5$

8. $a^7b + a^2b^7$

9. $3m^2n^2 - \frac{4}{m^6}$

10. $-\frac{1}{2}x^3yz^3 + \frac{5x^4}{3z^3} - \frac{4y^8}{3xz^2}$

Bài 10

Phân tích đa thức thành nhân tử

Chương 52

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

Một số nguyên có thể được phân tích thành THỪA SỐ. Thừa số của một số là các số nguyên mà khi nhân với các số nguyên khác sẽ cho ta số ban đầu.

Ví dụ, số 12 có thể phân tích thành các thừa số sau:

1 và 12: $1 \cdot 12 = 12$

2 và 6: $2 \cdot 6 = 12$

3 và 4: $3 \cdot 4 = 12$

Do đó, các thừa số của 12 là: 1, 2, 3, 4, 6, và 12.

Nhiều đa thức có thể phân tích thành các nhân tử mà khi nhân với nhau ta được đa thức ban đầu.

Ví dụ, đơn thức $6x$ có thể được chia thành:

1 và $6x$: $1 \cdot 6x = 6x$
2 và $3x$: $2 \cdot 3x = 6x$
3 và $2x$: $3 \cdot 2x = 6x$
6 và x: $6 \cdot x = 6x$

Do đó, các nhân tử của $6x$ là 1, 2, 3, 6, x, $2x$, $3x$, và $6x$.

VÍ DỤ: Chỉ ra các nhân tử của đơn thức $7y^3$.

- 1 và $7y^3$: $1 \cdot 7y^3 = 7y^3$
- 7 và y^3: $7 \cdot y^3 = 7y^3$
- y và $7y^2$: $y \cdot 7y^2 = 7y^3$
- $7y$ và y^2: $7y \cdot y^2 = 7y^3$

Vậy, các nhân tử của $7y^3$ là: 1, $7y^3$, 7, y^3, y, $7y^2$, $7y$, và y^2.

Ta có thể sắp xếp các nhân tử theo thứ tự của số mũ:
1, 7, y, $7y$, y^2, $7y^2$, y^3, và $7y^3$.

VÍ DỤ: Viết các nhân tử của đơn thức $6ab$.

1 và $6ab$: $1 \cdot 6ab = 6ab$

2 và $3ab$: $2 \cdot 3ab = 6ab$

3 và $2ab$: $3 \cdot 2ab = 6ab$

6 và ab: $6 \cdot ab = 6ab$

a và $6b$: $a \cdot 6b = 6ab$

$2a$ và $3b$: $2a \cdot 3b = 6ab$

$3a$ và $2b$: $3a \cdot 2b = 6ab$

$6a$ và b: $6a \cdot b = 6ab$

Vậy, các nhân tử của $6ab$ là: 1, 2, 3, 6, a, $2a$, $3a$, $6a$, b, $2b$, $3b$, $6b$, ab, $2ab$, $3ab$, và $6ab$.

Khi tìm nhân tử của một đa thức, hãy hỏi: "Nhân tử nào có thể nhân với nhau để tạo ra đa thức ban đầu?"

VÍ DỤ: Tanya được cho biểu thức $ax + ay$.

Tanya nói, "Các nhân tử của $ax + ay$ là: 1, a, $(x + y)$, và $(ax + ay)$."

Hỏi Tanya trả lời có đúng không?

Nhân một số biểu thức với nhau, để xem liệu ta có kết quả bằng với đa thức ban đầu hay không:

$1 \cdot (ax + ay) = ax + ay$ ✓

$a \cdot (x + y) = ax + ay$ ✓

Vậy các nhân tử của $ax + ay$ là: 1, a, $(x + y)$, và $(ax + ay)$.

Do đó, Tanya chính xác.

Quá trình viết lại các đa thức thành tích các nhân tử của chúng được gọi là **NHÂN TỬ HÓA**.

NHÂN TỬ CHUNG LỚN NHẤT CỦA ĐA THỨC

Khi xét hai số nguyên, ta có thể cần xác định trong các thừa số chung của chúng, thừa số nào lớn nhất. Quá trình này được gọi là, tìm ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT (ƯCLN). Đối với đa thức là tìm NHÂN TỬ CHUNG LỚN NHẤT (NTCLN)

VÍ DỤ: Tìm ƯCLN của 12 và 20.

- Các thừa số của 12 là: 1, 2, 3, 4, 6, và 12.
- Các thừa số của 20 là: 1, 2, 4, 5, 10, và 20.

Do đó, ƯCLN của 12 và 20 là: 4.

Ta có thể tìm NTCLN của đa thức theo cách tương tự.

VÍ DỤ: Tìm NTCLN của ax và ay.

- Các nhân tử của ax là: 1, ax, a, và x.
- Các nhân tử của ay là: 1, ay, a, và y.

Do đó, NTCLN của ax và ay là: a.

VÍ DỤ: Tìm NTCLN của $4xy$ và $6xz$.

- Các nhân tử của $4xy$ là: $1, 2, 4, x, 2x, 4x, y, 2y, 4y, xy, 2xy,$ và $4xy$.

- Các nhân tử của $6xz$ là: $1, 2, 3, 6, x, 2x, 3x, 6x, z, 2z, 3z, 6z, xz, 2xz, 3xz,$ và $6xz$.

Do đó, NTCLN của $4xy$ và $6xz$ là: $2x$.

Liệt kê tất cả các nhân tử của một đơn thức thường mất quá nhiều thời gian.

Có một cách hiệu quả hơn để tìm NTCLN của hai đơn thức:

1. Tìm ƯCLN của các hệ số.

2. Tìm số mũ cao nhất của mỗi biến số xuất hiện trong từng đơn thức.

3. Thực hiện phép nhân. NTCLN là tích của kết quả hai bước đầu tiên.

VÍ DỤ: Tìm NTCLN của $8a^2b^7$ và $12a^5b^3$.

Bước 1: Tìm ƯCLN của các hệ số.

Các hệ số là 8 và 12, và ƯCLN của các hệ số là 4.

Bước 2: Tìm số mũ lớn nhất của mỗi biến trong các đơn thức.

Các đơn thức có chung cả a và b:

Lũy thừa cao nhất của a mà $8a^2b^7$ và $12a^5b^3$ đều chứa là a^2.

Lũy thừa cao nhất của b mà $8a^2b^7$ và $12a^5b^3$ đều chứa là b^3.

Bước 3: Nhân lên. NTCLN là tích của các bước 1 và 2.

$4 \cdot a^2 \cdot b^3 = 4a^2b^3$

VÍ DỤ: Tìm NTCLN của $10p^5q^9r^2$, $4p^{11}q^4r^3$, và $9p^{13}q^8rs^7$.

Bước 1: Tìm ƯCLN của các hệ số.

Các hệ số là 10, 4 và 9. ƯCLN của các hệ số là: 1.

Bước 2: Tìm số mũ lớn nhất của mỗi biến trong các đơn thức.

Các đơn thức có chung p, q, và r: Các đơn thức không có chung s.

- Lũy thừa cao nhất của p mà tất cả đơn thức đều chứa là: p^5.
- Lũy thừa cao nhất của q mà tất cả đơn thức chứa là: q^4.
- Lũy thừa cao nhất của r mà tất cả đơn thức đều chứa là: r.

Bước 3: Nhân các bước trên.

$1 \cdot p^5 \cdot q^4 \cdot r = p^5q^4r$

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Khi ta tìm được NTCLN của các số hạng trong một đa thức, ta có thể phân tích đa thức thành nhân tử.

Hãy tự hỏi: "Nếu tách NTCLN ra khỏi mỗi số hạng, thì còn lại những nhân tử nào?"

Ta sử dụng câu trả lời này để viết đa thức dưới dạng tích của NTCLN và một nhân tử khác.

Để phân tích đa thức thành nhân tử:

Bước 1: Tìm NTCLN của tất cả các số hạng trong đa thức.

Bước 2: Với mỗi số hạng, hãy tìm nhân tử còn lại sau khi chia cho NTCLN.

Bước 3: Viết câu trả lời dưới dạng tích của NTCLN và tổng (hoặc hiệu) của các nhân tử còn lại.

Ví dụ để phân tích $ax + ay$ thành nhân tử:

Bước 1: Tìm NTCLN của các số hạng ax và ay:

Vì a là thừa số chung duy nhất nên NTCLN là a.

Bước 2: Với mỗi số hạng, hãy tìm thừa số còn lại sau khi chia cho a.

- Đối với số hạng ax: $\frac{ax}{a} = x$
- Đối với số hạng ay: $\frac{ay}{a} = y$

Bước 3: Viết câu trả lời dưới dạng tích của a và tổng của x và y.

$ax + ay = a(x + y)$

VÍ DỤ: Phân tích $6x^9y^7 - 10x^4y^{15}$ thành nhân tử

Bước 1: Tìm NTCLN của các số hạng $6x^9y^7$ và $10x^4y^{15}$.

Vì các số hạng là $6x^9y^7$ và $10x^4y^{15}$, nên NTCLN là: $2x^4y^7$.

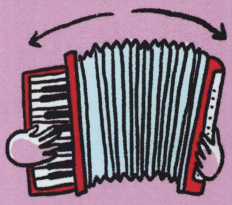
Bước 2: Với mỗi số hạng, tìm nhân tử còn lại sau khi chia cho $2x^4y^7$.

- Đối với số hạng $6x^9y^7$: $\frac{6x^9y^7}{2x^4y^7} = 3x^5$
- Đối với số hạng $10x^4y^{15}$: $\frac{10x^4y^{15}}{2x^4y^7} = 5y^8$

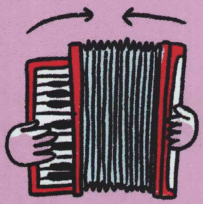
Bước 3: Viết câu trả lời dưới dạng tích của $2x^4y^7$ và hiệu của $3x^5$ và $5y^8$.

$6x^9y^7 - 10x^4y^{15} = 2x^4y^7(3x^5 - 5y^8)$

Phân tích đa thức thành nhân tử là "ngược lại" của phép nhân đa thức. Khi ta nhân đa thức, nghĩa là ta đang "khai triển" đa thức. Nhưng khi ta phân tích nhân tử các đa thức, nghĩa là ta đang "rút gọn" đa thức.



Phép nhân đa thức



Phân tích đa thức thành nhân tử

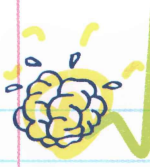
Ví dụ:

$8x^2y - 6xy^3$ có thể phân tích thành: $2xy(4x - 3y^2)$.

Nhân $2xy(4x - 3y^2)$ ta được:

$$2xy(4x - 3y^2) = 2xy \cdot 4x - 2xy \cdot 3y^2$$

$$= 8x^2y - 6xy^3$$



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các câu từ 1 đến 4, hãy tìm NTCLN của mỗi biểu thức.

1. $cx + cy$

2. $8m - 6n$

3. $10a^2b + 8a^3b^2$

4. $12m^2n^5p^4 - 8mn^3p^5 + 20mp^2$

Đối với các câu 5 đến 8, phân tích mỗi biểu thức thành nhân tử.

5. $km + kn$

6. $30x^5 - 12x^3$

7. $16a^3b^7 - 12a^2b^6$

8. $18f^{20}g^{12}h^{16} - 15f^4g^8h^{24}$

9. Lisa muốn phân tích biểu thức $12x^7y^9 - 16x^{10}y^4$ hoàn toàn thành nhân tử. Cậu ấy phân tích thành $2x^7y^2(6y^7 - 8x^3y^2)$. Hỏi Lisa có đúng không? Giải thích tại sao.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. c

2. 2

3. $2a^2b$

4. $4mp^2$

5. $k(m + n)$

6. $6x^3(5x^2 - 2)$

7. $4a^2b^6(4ab - 3)$

8. $3f^4g^8h^{16}(6f^{16}g^4 - 5h^8)$

9. Không, Lisa không sử dụng NTCLN, vì vậy cậu ấy chưa phân tích hoàn toàn biểu thức đã cho thành nhân tử.

Chương 53

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ

Một cách khác để tách nhân tử là viết lại một biểu thức thành các nhóm riêng biệt, trong đó mỗi nhóm có thể có một NTCLN mà ta có thể sử dụng để tách nhân tử. Phương pháp này được gọi là PHÂN TÍCH THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP NHÓM.

Để phân tích nhân tử bằng phương pháp nhóm:

Bước 1: Sử dụng dấu ngoặc đơn để kết hợp các số hạng thành các nhóm khác nhau.

Bước 2: Phân tích từng nhóm thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung của từng nhóm.

Bước 3: Phân tích toàn bộ đa thức thành nhân tử bằng NTCLN của tất cả các số hạng.

Ví dụ, để phân tích hoàn toàn biểu thức sau thành nhân tử: $ax + ay + bx + by$:

Bốn số hạng ax, ay, bx và by không có NTCLN.

1. Sử dụng dấu ngoặc đơn để nhóm các số hạng thành hai nhóm khác nhau.

$ax + ay + bx + by$

$(ax + ay) + (bx + by)$

2. Tìm NTCLN của từng nhóm:

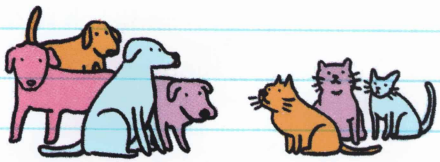
a là NTCLN của nhóm đầu tiên.

b là NTCLN của nhóm thứ hai.

$a(x + y) + b(x + y)$

3. Vì hai số hạng $a(x + y)$ và $b(x + y)$ có NTCLN là $(x + y)$, nên ta đặt nhân tử chung $(x + y)$.

$(x + y)(a + b)$



Phân tích nhân tử bằng phương pháp nhóm là cách duy nhất áp dụng cho đa thức. Chúng ta không thể sử dụng các phương pháp trước đó để tìm NTCLN của tất cả các số hạng.

VÍ DỤ: Phân tích đa thức $pq - 3q + 4p - 12$ thành nhân tử.

$pq - 3q + 4p - 12$

$= (pq - 3q) + (4p - 12)$

Sử dụng dấu ngoặc đơn để nhóm các số hạng thành hai nhóm khác nhau.

$= q(p - 3) + 4(p - 3)$

Vì hai số hạng $q(p - 3)$ và $4(p - 3)$ có NTCLN là $(p - 3)$, nên ta đặt nhân tử chung $(p - 3)$.

$= (p - 3)(q + 4)$

Khi nhóm các hạng tử, phải chú ý đến dấu của đa thức.

Ví dụ, phân tích đa thức sau thành nhân tử.

$mx - my - nx + ny$.

$= (mx - my) - (nx - ny)$

Hãy nhớ quy tắc nhân số nguyên: $- \cdot - = +$

$= m(x - y) - n(x - y)$

$= (x - y)(m - n)$ ← Sử dụng phép toán chính xác.

Nếu tất cả các số hạng đều có NTCLN, hãy tách NTCLN đó trước.

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử.

$12m^5n^2 - 8m^4n^2 + 9m^3n^5 - 6m^2n^5$.

$12m^5n^2 - 8m^4n^2 + 9m^3n^5 - 6m^2n^5$

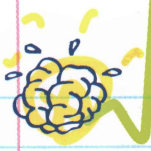
$= m^2n^2(12m^3 - 8m^2 + 9mn^3 - 6n^3)$ NTCLN của tất cả các số hạng là m^2n^2.

$= m^2n^2[4m^2(3m - 2) + 3n^3(3m - 2)]$ Áp dụng phương pháp nhóm cho các số hạng trong ngoặc.

Thực hiện các phép tính bên trong dấu ngoặc vuông trước.

$= m^2n^2[(3m - 2)(4m^2 + 3n^3)]$

$= m^2n^2(3m - 2)(4m^2 + 3n^3)$



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 6, hãy phân tích từng biểu thức sau thành nhân tử.

1. $x^2 + 5x + xy + 5y$

2. $3fm - gm + 6fn - 2gn$

3. $10a^2 + 14a - 15ab - 21b$

4. $5ac - 15ad - bc + 3bd$

5. $2m + 7am - 6n - 21an$

6. $30am^2 - 40amn + 16bmn - 12bm^2$

7. Chuck được yêu cầu phân tích biểu thức sau thành nhân tử: $8x^5y^6 - 2x^3y^9 - 24x^5y^4 + 6x^3y^7$.

Dòng 1: $= 8x^5y^6 - 2x^3y^9 - 24x^5y^4 + 6x^3y^7$

Dòng 2: $= (8x^5y^6 - 2x^3y^9) - (24x^5y^4 + 6x^3y^7)$

Dòng 3: $= 2x^3y^6(4x^2 - y^3) - 6x^3y^4(4x^2 + y^3)$

Dòng 4: Hai số hạng không có NTCLN, vì vậy không thể phân tích thành nhân tử.

Chuck phân tích có đúng không? Nếu không, cậu ấy đã mắc lỗi ở đâu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $(x + 5)(x + y)$

2. $(3f - g)(m + 2n)$

3. $(5a + 7)(2a - 3b)$

4. $(c - 3d)(5a - b)$

5. $(2 + 7a)(m - 3n)$

6. $2m(3m - 4n)(5a - 2b)$

7. Chuck phân tích sai. Cậu ấy mắc lỗi ở dòng 2 vì sai dấu bên trong ngoặc đơn thứ hai. Số hạng đúng là $(24x^5y^4 - 6x^3y^7)$.

Chương 54

PHÂN TÍCH TAM THỨC THÀNH NHÂN TỬ KHI $a = 1$

Tam thức $ax^2 + bx + c$ được tạo thành từ ba số hạng.

Suy nghĩ khi a = 1. Trong trường hợp này, x^2, ax^2 và $1x^2$ là như nhau.

- Hệ số a của số hạng đầu tiên là 1.
- Các hằng số là b và c.

Ví dụ về tam thức khi $a = 1$:

$x^2 - 5x + 14$ $x^2 + x - 2$ $x^2 + 6x + 1$

Nhiều tam thức dạng này có thể phân tích thành tích của hai nhị thức.

Ví dụ, tam thức $x^2 + 7x + 12$ có thể phân tích thành $(x + 3)(x + 4)$.

Ta có thể xác minh điều đó như thế nào?

Nếu $x^2 + 7x + 12$ có thể phân tích thành $(x + 3)(x + 4)$, có nghĩa là điều ngược lại cũng đúng: $(x + 3)(x + 4)$ phải bằng $x^2 + 7x + 12$.

$(x + 3)(x + 4) \stackrel{?}{=} x^2 + 7x + 12$

$(x + 3)(x + 4) \stackrel{?}{=} x^2 + 4x + 3x + 12$ Sử dụng quy tắc TNTS.

$\stackrel{?}{=} x^2 + 7x + 12$ ✓

Quá trình này chứng minh rằng một tam thức ở dạng $x^2 + bx + c$ có thể phân tích được thành tích của hai nhị thức.

Làm thế nào để tìm được hai nhị thức đó?

Giả sử tam thức $x^2 + bx + c$ có thể phân tích được thành tích của hai nhị thức. Ta có thể sử dụng các hình để biểu thị các số hạng chưa biết:

1. $x^2 + bx + c = (\square + \triangle)(\bigcirc + \star)$ Sử dụng quy tắc TNTS, ta biết rằng cả hai $\square$ và $\bigcirc$ phải là x, vì $x \cdot x = x^2$.

2. $x^2 + bx + c = (x + \triangle)(x + \star)$

Đây là phần "Sau" của quy tắc TNTS.

Sử dụng quy tắc TNTS cả hai $\triangle$ và $\star$ có tích là hằng số c vì $\triangle \cdot \star = c$.

$x^2 + bx + c = (x + d)(x + e)$

Gọi các hằng số là d và e.
Do đó, $d \cdot e = c$.

$x^2 + bx + c = (x + d)(x + e)$

Đây là "trong" và "ngoài" của quy tắc TNTS.

Sử dụng quy tắc TNTS, ta biết rằng tổng của $x \cdot e = ex$ và $d \cdot x = dx$ phải bằng bx.

Do đó, nếu $x^2 + bx + c$ có thể phân tích thành $(x + d)(x + e)$, ta sẽ tìm hai số (d và e).

- Tổng của hai số bằng b.
- Tích của hai số bằng c.

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^2 + 8x + 15$.

$x^2 + 8x + 15$

Hai số nào khi nhân với nhau bằng 15 và khi cộng lại bằng 8?
Các số đó là 3 và 5.

$= (x + 3)(x + 5)$

Bạn cũng có thể viết là $(x + 5)(x + 3)$.

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^2 + 10x + 24$.

$x^2 + 10x + 24$

Hai số nào khi nhân với nhau bằng 24 và khi cộng lại với nhau bằng 10?
Các số đó là 4 và 6.

$= (x + 4)(x + 6)$

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^2 + 5x + 6$.

$x^2 + 5x + 6$

Hai số nào khi nhân với nhau bằng 6 và khi cộng lại với nhau bằng 5?
Các số đó là 2 và 3.

$= (x + 2)(x + 3)$

Vì cả hai số đều dương nên có nghĩa là:

- c là số dương vì một số dương nhân với một số dương = một số dương.
- b là số dương vì một số dương cộng với một số dương = một số dương.

Nếu một hoặc cả hai số hạng là số âm, hãy làm theo các bước tương tự.

Để phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^2 - 10x + 21$:

$x^2 - 10x + 21$ — Hỏi: "Hai số nào nhân với nhau bằng 21 và cộng với nhau bằng -10? -3 và -7."

$= (x - 3)(x - 7)$ ← Bạn cũng có thể viết là $(x-7)(x-3)$.

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^2 - 12x + 11$.

$= x^2 - 12x + 11$ — Hai số nào khi nhân với nhau bằng 11 và khi cộng lại bằng với nhau bằng -12? Các số đó là -1 và -11.

$= (x - 1)(x - 11)$

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $a^2 - 18a + 32$.

$a^2 - 18a + 32$ Hai số nào nhân với nhau bằng 32 và cộng với nhau bằng -18? Các số đó là -16 và -2.

Hãy cẩn thận! Số hạng đầu tiên của biểu thức là a^2, vì vậy số hạng đầu tiên của nhị thức phải là a.

$= (a - 16)(a - 2)$

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^2 + 2x - 35$.

$x^2 + 2x - 35$ Hai số nào nhân với nhau bằng -35 và cộng với nhau bằng 2?
Các số đó là -5 và 7.

$= (x - 5)(x + 7)$ Bạn cũng có thể viết là $(x+7)(x-5)$.

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^2 - 2x - 35$.

$= x^2 - 2x - 35$ Hai số nào nhân với nhau bằng -35 và cộng với nhau bằng -2?
Các số đó là 5 và -7.

$= (x + 5)(x - 7)$ Bạn cũng có thể viết là $(x-7)(x+5)$.

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $y^2 + 8y - 48$.

$= y^2 + 8y - 48$

$= (y - 4)(y + 12)$

Không phải tất cả các tam thức đều phân tích được thành nhân tử.

Ví dụ, $x^2 + 5x + 3$ không phân tích được. Không có hai số nào có tích bằng 3 và tổng bằng 5.

Một ví dụ khác là $x^2 + 10x - 16$. Không có hai số nào có tích bằng -16 và tổng bằng 10.

Hãy cẩn thận!

Đảm bảo rằng bạn sử dụng các dấu chính xác cho từng nhân tử.

Đáp án $(x + 7)(x - 5)$ **KHÔNG** giống với $(x - 7)(x + 5)$!

$(x + 7)(x - 5) = x^2 + 2x - 35$

$(x - 7)(x + 5) = x^2 - 2x - 35$

Đây không phải là những đáp án giống nhau!

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 9, hãy phân tích từng tam thức sau thành nhân tử. Nếu không phân tích được, viết N/A.

1. $x^2 + 9x + 14$

2. $x^2 + 13x + 30$

3. $x^2 - 7x + 6$

4. $x^2 - 5x + 16$

5. $x^2 - 17x + 60$

6. $x^2 - x - 6$

7. $x^2 - 3x - 54$

8. $x^2 + 13x - 24$

9. $x^2 - 13x - 48$

10. Thầy Lee yêu cầu Linda và Maleek phân tích $x^2 - 3x - 28$ thành nhân tử.

Linda nói: "$x^2 - 3x - 28$ có thể phân tích thành $(x - 7)(x + 4)$ hoặc $(x + 7)(x - 4)$."

Maleek nói: "$x^2 - 3x - 28$ có thể tính thành $(x - 7)(x + 4)$ hoặc $(x + 4)(x - 7)$."

Hỏi ai đúng?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $(x + 2)(x + 7)$

2. $(x + 3)(x + 10)$

3. $(x - 1)(x - 6)$

4. N/A

5. $(x - 5)(x - 12)$

6. $(x + 2)(x - 3)$

7. $(x - 9)(x + 6)$

8. N/A

9. $(x + 3)(x - 16)$

10. Maleek đúng.

Chương 55

PHÂN TÍCH TAM THỨC THÀNH NHÂN TỬ KHI $a \neq 1$

Một số tam thức có dạng $ax^2 + bx + c$, trong đó hệ số a của số hạng đầu tiên không phải bằng 1. Ví dụ:

$5x^2 + 17x + 6$ $5x^2 - 28x - 12$ $6a^2 + a - 12$

Nhiều tam thức dạng này có thể phân tích thành tích của hai nhị thức. Vì vậy, $ax^2 + bx + c$ có thể phân tích nhân tử thành $(dx + e)(fx + g)$.

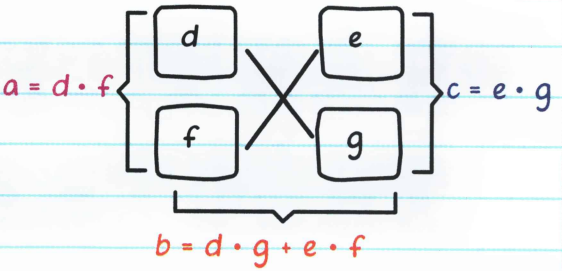
Điều này có nghĩa là ta cần tìm 4 số d, e, f và g, trong đó:

$ax^2 + bx + c = (dx + e)(fx + g)$

$= (d \cdot f)x^2 + (d \cdot g + e \cdot f)x + (e \cdot g)$

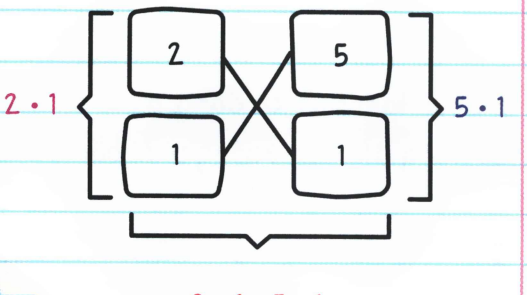
Vì $ax^2 + bx + c = (dx + e)(fx + g) = (d \cdot f)x^2 + (d \cdot g + e \cdot f)x + (e \cdot g)$, ta cần tìm bốn số d, e, f và g, trong đó:

- $a = d \cdot f$
- $c = e \cdot g$
- $b = d \cdot g + e \cdot f$



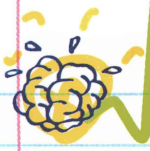
Vậy, để phân tích $2x^2 + 7x + 5$ thành nhân tử, bốn số nào tương ứng với d, e, f và g?

- $a = d \cdot f = 2$
- $c = e \cdot g = 5$
- $b = d \cdot g + e \cdot f = 7$



$= (2x + 5)(x + 1)$

Bạn cũng có thể viết câu trả lời dưới dạng $(x + 1)(2x + 5)$.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Phân tích từng tam thức sau thành nhân tử. Nếu tam thức không phân tích được thành nhân tử, viết N/A.

1. $3x^2 + 16x + 5$

2. $7x^2 + 17x + 6$

3. $6x^2 + 31x + 35$

4. $3x^2 - 10x + 8$

5. $2x^2 - 15x + 28$

6. $4x^2 - 16x + 15$

7. $6x^2 + 17x + 5$

8. $20x^2 - 44x - 15$

9. $6x^2 - 5x + 14$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $(x + 5)(3x + 1)$
2. $(7x + 3)(x + 2)$
3. $(3x + 5)(2x + 7)$
4. $(3x - 4)(x - 2)$
5. $(x - 4)(2x - 7)$
6. $(2x - 3)(2x - 5)$
7. $(2x + 5)(3x + 1)$
8. $(10x + 3)(2x - 5)$
9. ~~N/A~~

Chương 56

PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG HẰNG ĐẲNG THỨC

Có một số công thức hằng đẳng thức mà ta có thể sử dụng để phân tích một số đa thức thành nhân tử.

HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG

Sử dụng công thức hiệu hai bình phương khi trừ hai bình phương.

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

Có thể được viết dưới dạng $(x - y)(x + y)$.

Khi áp dụng công thức này, hãy hỏi:

"Số hạng đầu tiên có phải là một bình phương? Số hạng thứ hai cũng là một bình phương?"

Bình phương là kết quả khi bạn nhân một số với chính nó.

Nếu cả hai đều là bình phương, thì bạn có thể sử dụng công thức.

Ví dụ, phân tích đa thức sau thành nhân tử $a^2 - 81b^2$, a^2 có thể được viết thành:

$a^2 = (a)^2$ và $81b^2$ có thể được viết thành $(9b)^2$.

$= (a)^2 - (9b)^2$

$= (a + 9b)(a - 9b)$

Hãy chú ý đến các phép toán (cộng và/hoặc trừ)!

VÍ DỤ: Phân tích đa thức sau thành nhân tử $25a^6b^{14} - 4c^2d^8$.

$25a^6b^{14} - 4c^2d^8$

$25a^6b^{14}$ có thể viết thành: $25a^6b^{14} = (5a^3b^7)^2$ và $4c^2d^8$ có thể viết thành: $4c^2d^8 = (2cd^4)^2$, vì vậy ta có thể sử dụng công thức hiệu của hai bình phương.

$= (5a^3b^7)^2 - (2cd^4)^2$

$= (5a^3b^7 - 2cd^4)(5a^3b^7 + 2cd^4)$

BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG

Ta sử dụng công thức bình phương của một tổng để phân tích tam thức thành bình phương của một nhân tử. "Nếu tôi nhân $x \cdot y$ rồi nhân đôi lên, tôi có nhận được số hạng chính giữa là $2xy$ trong biểu thức ban đầu không?"

$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$

Nếu các điều kiện sau thỏa mãn, thì sử dụng công thức bình phương của một tổng:

- Số hạng đầu tiên là một bình phương $(x)^2$.
- Số hạng thứ hai là một bình phương $(y)^2$.
- Nhân $x \cdot y$, rồi nhân đôi với nó, kết quả là số hạng chính giữa.

Ví dụ phân tích $a^2 + 6a + 9$ thành nhân tử

$a^2 + 6a + 9$	a^2 có thể được viết thành $(a)^2$
$= a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2$	9 có thể được viết thành $(3)^2$
$= (a + 3)^2$	$(a \cdot 3) \cdot 2 = 6a$, vậy ta có thể sử dụng công thức bình phương của một tổng.

VÍ DỤ: Phân tích $4m^2 - 20mn + 25n^2$ thành nhân tử.

$4m^2 - 20mn + 25n^2$ — $4m^2$ có thể viết thành $(2m)^2$,

$= (2m)^2 - 2 \cdot 2m \cdot 5n + (5n)^2$ — $25n^2$ có thể viết thành $(5n)^2$ và $(2m \cdot 5n) \cdot 2 = 20mn$

$= (2m - 5n)^2$

Hãy chắc chắn bạn sử dụng đúng dấu.

VÍ DỤ: Phân tích $16x^6 + 40x^3y^7 + 25y^{14}$ thành nhân tử.

$16x^6 + 40x^3y^7 + 25y^{14}$ — $16x^6$ có thể viết thành: $(4x^3)^2$

$= (4x^3)^2 + 2 \cdot 4x^3 \cdot 5y^7 + (5y^7)^2$ — $25y^{14}$ có thể viết thành: $(5y^7)^2$ và $(4x^3 \cdot 5y^7) \cdot 2 = 40x^3y^7$

$= (4x^3 + 5y^7)^2$

TỔNG HAI LẬP PHƯƠNG VÀ HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG

Ta có thể sử dụng công thức tính tổng của hai lập phương và hiệu của hai lập phương khi ta CỘNG hai lập phương:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Hoặc khi ta TRỪ hai lập phương:

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Hỏi "Số hạng đầu tiên có phải là lập phương không?
Số hạng thứ hai có phải là lập phương không?

Khi bạn nhân một số với chính nó 3 lần.

Ví dụ, để phân tích nhân tử $a^3 + 8b^3$:

$a^3 + 8b^3$ a^3 có thể viết thành: $(a)^3$ và $8b^3$ có thể viết thành: $(2b)^3$.

2b x 2b x 2b

$= (a)^3 + (2b)^3$

$= (a + 2b)[(a)^2 - a \cdot 2b + (2b)^2]$

$= (a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$

VÍ DỤ: Phân tích $125 - m^9n^{12}$ thành nhân tử.

$125 - m^9n^{12}$ — 125 có thể viết thành 5^3; m^9n^{12} có thể viết thành $(m^3n^4)^3$.

$= (5)^3 - (m^3n^4)^3$

$= (5 - m^3n^4)[(5)^2 + 5 \cdot m^3n^4 + (m^3n^4)^2]$

$= (5 - m^3n^4)(25 + 5m^3n^4 + m^6n^8)$

VÍ DỤ: Phân tích $27x^3y^{12} - 64z^{21}$ thành nhân tử.

$27x^3y^{12} - 64z^{21}$ — $27x^3y^{12}$ có thể viết thành $(3xy^4)^3$ và $64z^{21}$ có thể viết thành $(4z^7)^3$.

$= (3xy^4)^3 - (4z^7)^3$

$= (3xy^4 - 4z^7)[(3xy^4)^2 + (3xy^4) \cdot (4z^7) + (4z^7)^2]$

$= (3xy^4 - 4z^7)(9x^2y^8 + 12xy^4z^7 + 16z^{14})$

Lưu ý: Có công thức **TỔNG HAI LẬP PHƯƠNG**, **HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG** và **HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG**, nhưng **KHÔNG** có công thức "tổng hai bình phương".

Ta có thể kết hợp tất cả các phương pháp để phân tích đa thức thành nhân tử.

VÍ DỤ: Phân tích $18ax^2 - 32a$ thành nhân tử.

$= 18ax^2 - 32a$ — NTCLN của $18ax^2$ và $32a$ là: $2a$.

$= 2a(9x^2 - 16)$ — Sử dụng công thức hiệu hai bình phương. $9x^2$ và 16 là hai bình phương.

$= 2a[(3x)^2 - (4)^2]$

$= 2a(3x + 4)(3x - 4)$

VÍ DỤ: Phân tích $x^4 - 81 + 6x^3 - 54x$ thành nhân tử.

$x^4 - 81 + 6x^3 - 54x$

$= x^4 - 81 + 6x^3 - 54x$ — Sử dụng phương pháp nhóm hạng tử.

$= (x^4 - 81) + (6x^3 - 54x)$ — Sử dụng công thức hiệu hai bình phương cho dấu ngoặc đơn đầu tiên.

$= (x^2 - 9)(x^2 + 9) + 6x(x^2 - 9)$ Sử dụng NTCLN của $6x$ cho dấu ngoặc thứ hai.

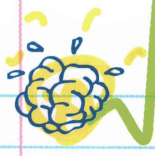
$= (x^2 - 9)(x^2 + 9 + 6x)$ NTCLN là $x^2 - 9$.

$= (x^2 - 9)(x^2 + 6x + 9)$ Sử dụng công thức hiệu hai bình phương cho dấu ngoặc đơn đầu tiên.

$= (x - 3)(x + 3)(x + 3)^2$ Sử dụng công thức bình phương một tổng cho dấu ngoặc thứ hai.

$= (x - 3)(x + 3)^3$

Luôn kiểm tra NTCLN trước. Điều này sẽ làm cho việc phân tích nhân tử hiệu quả hơn.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Phân tích hoàn toàn từng tam thức sau thành nhân tử. Nếu tam thức không phân tích được thành nhân tử, hãy viết N/A.

1. $m^2 - 121$

2. $9x^2 + 6xy + y^2$

3. $64 - a^3b^6$

4. $25p^2 - 15pq + 9q^2$

5. $25f^{16} - 36g^{36}$

6. $27a^6 + 64b^3c^{15}$

7. $121p^4q^{10} - 66p^2q^5r^4 + 9r^8$

8. $4m^2n^8 - 36n^2p^8$

9. $8a^8b^4 - 40a^5b^6 + 50a^2b^8$

10. $16a^6b^3 + 54b^{18}c^3$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $(m + 11)(m - 11)$

2. $(3x + y)^2$

3. $(4 - ab^2)(16 + 4ab^2 + a^2b^4)$

4. N/A

5. $(5f^8 - 6g^{18})(5f^8 + 6g^{18})$

6. $(3a^2 + 4bc^5)(9a^4 - 12a^2bc^5 + 16b^2c^{10})$

7. $(11p^2q^5 - 3r^4)^2$

8. $4n^2(mn^3 - 3p^4)(mn^3 + 3p^4)$

9. $2a^2b^4(2a^3 - 5b^2)^2$

10. $2b^3(2a^2 + 3b^5c)(4a^4 - 6a^2b^5c + 9b^{10}c^2)$

Bài 11

Căn thức

Chương 57

CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

CĂN BẬC HAI

Khi ta **BÌNH PHƯƠNG** một số, ta nâng nó lên lũy thừa 2.

Ví dụ: $3^2 = 3 \times 3 = 9$ $8^2 = 8 \times 8 = 64$

Đọc là "tám bình phương".

Ngược lại với bình phương một số là lấy **CĂN BẬC HAI** của nó.

Căn bậc hai của một số được biểu thị bằng cách đặt nó vào bên trong một **DẤU CĂN THỨC**, hoặc $\sqrt{\ }$. Ví dụ: $\sqrt{49}$

Đọc là "căn bậc hai của 49".

Khi rút gọn một căn bậc hai, hãy hỏi: "Số nào nhân với chính nó bằng số bên trong dấu căn?"

Ví dụ, để rút gọn $\sqrt{16}$, hãy hỏi: Số nào nhân với chính nó bằng 16?

$$\sqrt{16} = \sqrt{4 \times 4}$$

$$= \sqrt{4^2} = 4$$

Lưu ý: Một căn bậc hai và một bình phương "triệt tiêu" lẫn nhau.

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt{81}$.

$$\sqrt{81}$$

$$= \sqrt{9 \times 9}$$ Số nào nhân với chính nó bằng 81?

$$= \sqrt{9^2} = 9$$

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt{-9}$.

Vì không có số nào nhân với chính nó bằng -9 nên không có câu trả lời!

Ta biết $4 \times 4 = 16$ và $(-4) \times (-4) = 16$.

Điều này có nghĩa là 16 có hai căn bậc hai: 4 và −4.

Mặc dù 16 có hai căn bậc hai là 4 và −4, 4 được gọi là **CĂN BẬC HAI SỐ HỌC**, là căn bậc hai không âm.

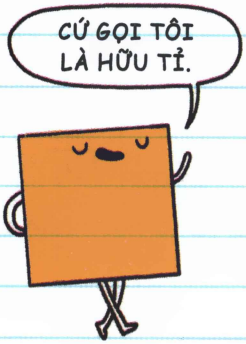
Bất cứ khi nào ta nhìn thấy ký hiệu căn bậc hai, ta chỉ nên viết căn bậc hai số học.

SỐ CHÍNH PHƯƠNG

Một **SỐ CHÍNH PHƯƠNG** là bình phương của một số hữu tỉ.

Căn bậc hai của một số chính phương luôn là một *số hữu tỉ*.

Căn bậc hai của một số dương không phải số chính phương là một *số vô tỉ*.



Ví dụ:

- Dạng rút gọn của $\sqrt{144}$ là số hữu tỉ hay số vô tỉ?

  Vì $144 = 12^2$, nên 144 là một số chính phương.

  Do đó, dạng rút gọn của $\sqrt{144}$ là số hữu tỉ 12.

- Dạng rút gọn của $\sqrt{\frac{49}{36}}$ là số hữu tỉ hay số vô tỉ?

  Vì $\frac{49}{36} = \left(\frac{7}{6}\right)^2$, nên $\frac{49}{36}$ là một số chính phương.

  Do đó, dạng rút gọn của $\sqrt{\frac{49}{36}}$ là một số hữu tỉ $\frac{7}{6}$.

- Dạng rút gọn của $\sqrt{20}$ là số hữu tỉ hay số vô tỉ?

  Vì $\sqrt{20} = 4{,}472$, nên $\sqrt{20}$ không phải là một số chính phương.

  Do đó, dạng rút gọn của $\sqrt{20}$ là một số vô tỉ 4,472.

CĂN BẬC BA

Khi ta lấy **LẬP PHƯƠNG** một số, ta nâng nó lên lũy thừa 3.

Ví dụ về căn bậc ba:

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Ngược lại với lập phương của một số là lấy **CĂN BẬC BA** của nó.

Căn bậc ba của một số được biểu thị bằng cách đặt nó bên trong một dấu căn với số 3 nhỏ lên ở bên trái của dấu căn: $\sqrt[3]{\ }$.

Khi rút gọn một căn bậc ba, hãy hỏi: "Số nào nhân với chính nó ba lần bằng số bên trong dấu căn?"

Ví dụ, để rút gọn $\sqrt[3]{125}$, hãy hỏi: Số nào nhân với chính nó ba lần bằng 125?

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}$$

$$= \sqrt[3]{5^3} = 5$$

Lưu ý: Một căn bậc ba và một lập phương "triệt tiêu" lẫn nhau!

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$.

Số nào nhân ba lần với chính nó bằng $\frac{1}{27}$?

$$\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = \frac{1}{3}$$

Số lập phương đúng

SỐ LẬP PHƯƠNG ĐÚNG là lập phương của một số hữu tỉ. Số lập phương đúng có thể là số dương hoặc số âm.

VÍ DỤ: 125 có phải là số lập phương đúng không?

$125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

125 là lập phương của một số hữu tỉ. Do đó, 125 là số lập phương đúng.

VÍ DỤ: -125 có phải là số lập phương đúng không?

$-125 = (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^3$

-125 là lập phương của một số hữu tỉ. Do đó, -125 là số lập phương đúng.

VÍ DỤ: 9 có phải là số lập phương đúng không?

9 KHÔNG phải là lập phương của một số hữu tỉ. Do đó, 9 KHÔNG phải là số lập phương đúng.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 9, hãy rút gọn từng căn thức. Nếu câu trả lời không phải là một số hữu tỉ, hãy viết N/A.

1. $\sqrt{64}$
2. $\sqrt{1}$
3. $\sqrt{-25}$
4. $\sqrt{169}$
5. $\sqrt{0}$
6. $\sqrt[3]{-216}$
7. $\sqrt[3]{25}$
8. $\sqrt{\frac{121}{9}}$
9. $\sqrt[3]{-\frac{1000}{27}}$

10. Cô Wong yêu cầu cả lớp rút gọn $\sqrt[3]{-64}$.

Adam nói: "64 là một số chính phương, vì vậy câu trả lời là 8."
Brianna nói: "-64 không phải là một số chính phương, vì vậy không có đáp án."
Carlos nói: "64 là một số lập phương đúng, vì vậy câu trả lời là 4."
Damon nói: "-64 không phải là một số lập phương đúng, vì vậy không có đáp án."
Eddie nói: "-64 là một số lập phương đúng, vì vậy câu trả lời là -4."
Ai trả lời đúng?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 8

2. 1

3. N/A

4. 13

5. 0

6. -6

7. N/A

8. $\frac{11}{3}$

9. $-\frac{10}{3}$

10. Eddie trả lời đúng. Kết quả sau khi rút gọn là -4.

Chương 58

RÚT GỌN CĂN THỨC

Ta có thể rút gọn căn bậc hai của số chính phương và căn bậc ba của số lập phương đúng.

Ví dụ:

$\sqrt{25} = \sqrt{5 \times 5} = 5$ $\qquad$ $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4) \times (-4) \times (-4)} = -4$

Ta cũng có thể rút gọn căn bậc hai của một số không phải là số chính phương và rút gọn căn bậc ba của một số không phải là số lập phương đúng.

Các bước để rút gọn CĂN BẬC HAI của bất kỳ số nào như sau:

Bước 1: Hỏi: "Thừa số LỚN NHẤT là số *chính phương* là số nào?"

Bước 2: Dùng phép nhân để viết lại số trong căn dưới dạng tích của hai thừa số.

Bước 3: Rút gọn căn bậc hai.

Ví dụ, để rút gọn $\sqrt{18}$, hãy hỏi: Thừa số LỚN NHẤT của 18 là một số chính phương nào? 9.

$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$

9 là một số chính phương, vì vậy lấy căn bậc hai: $\sqrt{9} = 3$

$= 3\sqrt{2}$

Căn bậc hai của thừa số lớn nhất.

Nhân tử thứ hai.

Đọc là "3 căn 2", bằng $3 \times \sqrt{2}$.

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt{75}$.

$= \sqrt{75}$ Thừa số lớn nhất của 75 có số chính phương là số nào? 25

$= \sqrt{25 \times 3}$ Vì 25 là một số chính phương nên $\sqrt{25} = 5$.

$= 5\sqrt{3}$

Ta sử dụng quy trình tương tự để rút gọn các căn bậc ba.

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt[3]{40}$.

$= \sqrt[3]{40}$

Thừa số LỚN NHẤT của số 40 có số lập phương đúng là số nào? 8

$2 \times 2 \times 2$

$= \sqrt[3]{8 \times 5}$

Vì 8 là một lập phương đúng nên $\sqrt[3]{8} = 2$.

$= 2\sqrt[3]{5}$

Đọc là "Hai lần căn bậc ba của 5".

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt[3]{-128}$.

$= \sqrt[3]{-128}$

Thừa số LỚN NHẤT của -128 có số lập phương đúng là số nào? -64

$= \sqrt[3]{-64 \times 2}$

Vì -64 là một lập phương đúng nên $\sqrt[3]{-64} = -4$.

$= -4\sqrt[3]{2}$

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt[3]{\frac{1}{54}}$.

$= \sqrt[3]{\frac{1}{54}}$ Thừa số lớn nhất của $\frac{1}{54}$ có số lập phương đúng là số nào? $\frac{1}{27}$

$= \sqrt[3]{\frac{1}{27} \times \frac{1}{2}}$ Vì $\frac{1}{27}$ là lập phương đúng nên $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

Đảm bảo chọn nhân tử lớn nhất khi rút gọn.

Ví dụ, khi rút gọn $\sqrt{48}$, ta có thể chọn cả 4 và 16 vì cả hai đều là các thừa số chính phương của 48.

Nhưng ta cần chọn thừa số LỚN NHẤT, vì vậy ta chọn 16:

$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

Tìm căn bậc hai lớn nhất không phải lúc nào cũng dễ dàng. Bạn có thể sử dụng một cây thừa số khi chưa nhẩm ra được thừa số chính phương lớn nhất.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 10, hãy rút gọn từng căn thức. Nếu căn không thể rút gọn được, viết N/A.

1. $\sqrt{45}$
2. $\sqrt{10}$
3. $\sqrt{300}$
4. $\sqrt{72}$
5. $\sqrt{63}$
6. $\sqrt{32}$
7. $\sqrt[3]{16}$
8. $\sqrt[3]{81}$
9. $\sqrt[3]{45}$
10. $\sqrt[3]{500}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

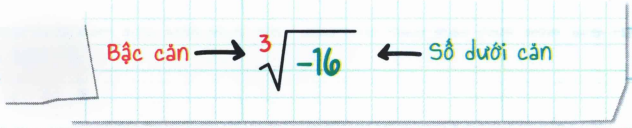
1. $3\sqrt{5}$
2. ~~N/A~~
3. $10\sqrt{3}$
4. $6\sqrt{2}$
5. $3\sqrt{7}$
6. $4\sqrt{2}$
7. $2\sqrt[3]{2}$
8. $3\sqrt[3]{3}$
9. ~~N/A~~
10. $5\sqrt[3]{4}$

Chương 59

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ CĂN THỨC

CÁC THÀNH PHẦN CỦA CĂN THỨC

Mỗi căn được tạo thành từ hai thành phần: bậc căn và số dưới căn.



Vì vậy, đối với $\sqrt[3]{-16}$, bậc căn là 3 và số dưới căn là −16.

> Mặc dù ta không viết bậc căn cho căn bậc hai, nhưng bậc căn vẫn là 2.
>
> Vì vậy, $\sqrt{15}$ thực sự là $\sqrt[2]{15}$.

Vì $13\sqrt[8]{200}$ đại diện cho $13 \times \sqrt[8]{200}$, bậc căn là 8 và số dưới căn là 200.

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ CĂN THỨC

Bạn chỉ có thể cộng hoặc trừ các căn thức khi chúng có cùng bậc căn và cùng số dưới căn.

Nếu hai căn thức không cùng bậc căn và số dưới căn, thì chúng KHÔNG THỂ kết hợp với nhau.

VÍ DỤ: Rút gọn $7\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{5}$.

$7\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{5}$ — Cả hai căn thức có cùng bậc căn 3 và cùng số dưới căn là 5, do đó, các căn có thể kết hợp với nhau.

$7\sqrt[3]{5} + 4\sqrt[3]{5}$ — Không cộng bậc căn hoặc số dưới căn.

$= 7 + 4 = 11$

$= 11\sqrt[3]{5}$

VÍ DỤ: Rút gọn $9\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$.

$= 9\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$ — Cả hai căn thức có cùng bậc căn 2 và cùng số dưới căn là 5, do đó, các căn có thể kết hợp với nhau.

$= 3\sqrt{5}$ — $9 - 6 = 3$

Đôi khi các căn có thể được kết hợp nếu ta rút gọn chúng theo cách riêng trước.

Ví dụ, $\sqrt{12} + 8\sqrt{3}$ không thể kết hợp được vì chúng không cùng số dưới căn. Tuy nhiên, ta có thể rút gọn từng căn thức:

$= \sqrt{12} + 8\sqrt{3}$ Rút gọn $\sqrt{12}$ thành $2\sqrt{3}$ để chúng có số dưới căn cùng với số còn lại.

$= 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$ Các căn thức có thể được kết hợp ở dạng này, vì chúng có cùng bậc căn 2 và cùng số dưới căn là 3.

$= 10\sqrt{3}$ Cộng các căn thức. Giữ nguyên bậc căn và số dưới căn. $2 + 8 = 10$.

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{24}$.

Không thể kết hợp các căn thức ở dạng này, bởi vì số dưới căn của chúng khác nhau.

$= \sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{24}$

Rút gọn $\sqrt[3]{128}$ thành $4\sqrt[3]{2}$.
Rút gọn $\sqrt[3]{54}$ thành $3\sqrt[3]{2}$.
Rút gọn $\sqrt[3]{24}$ thành $2\sqrt[3]{3}$.

$= 4\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{3}$

Chỉ có thể kết hợp hai căn thức đầu tiên vì chúng có cùng bậc căn và số dưới căn.

$= \sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{3}$

Các căn thức không thể kết hợp thêm với nhau.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Bậc căn và số dưới căn của $\sqrt[3]{11}$ là số nào?

2. Bậc căn và số dưới căn của $9\sqrt{20}$ là số nào?

Đối với các bài toán từ 3 đến 6, hãy rút gọn từng biểu thức căn thức:

3. $\sqrt{13} + 6\sqrt{13}$

4. $5\sqrt{14} - 8\sqrt{14}$

5. $\sqrt{3} + \sqrt{75}$

6. $\sqrt{45} - \sqrt{80}$

7. Sal đang xem bản đồ vùng Texas. Cậu ấy nhận thấy ba thành phố Dallas, Houston và San Antonio tạo thành một hình tam giác trên bản đồ. Thầy Green nói với Sal rằng khoảng cách trên bản đồ từ Dallas đến Houston là $\sqrt{175}$ inch, khoảng cách từ Houston đến San Antonio là $\sqrt{112}$ inch và khoảng cách từ San Antonio đến Dallas là $\sqrt{162}$ inch. Sal vẽ hình tam giác nối ba thành phố. Hỏi chu vi hình tam giác là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Bậc căn: 3; số dưới căn: 11

2. Bậc căn: 2; số dưới căn: 20

3. $7\sqrt{13}$

4. $-3\sqrt{14}$

5. $6\sqrt{3}$

6. $-\sqrt{5}$

7. Chu vi hình tam giác: $(\sqrt{175} + \sqrt{112} + \sqrt{162}) =$
$(5\sqrt{7} + 4\sqrt{7} + 9\sqrt{2}) = (9\sqrt{7} + 9\sqrt{2})$ inch.

Chương 60

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA CĂN THỨC

Bạn chỉ có thể nhân hoặc chia các căn thức có cùng bậc căn.

Nếu tất cả các bậc căn đều giống nhau, ta có thể viết lại bài toán thành một căn thức sau đó nhân và chia các số dưới căn.

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$.

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ Cả hai căn thức đều có cùng bậc căn 2, vì vậy các căn có thể thực hiện được phép nhân và có thể được viết dưới dạng một căn.

$= \sqrt{5 \cdot 7} = \sqrt{35}$ Ta nhân các số dưới căn 5 và 7.

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt[3]{2} \cdot 6\sqrt[3]{5}$.

$= \sqrt[3]{2} \cdot 6\sqrt[3]{5}$

Cả hai căn thức đều có cùng bậc căn 3, do đó, các căn có thể thực hiện được phép nhân và viết dưới dạng một căn.

$= 6\sqrt[3]{2 \cdot 5}$

Nhân các số dưới căn 2 và 5.

$= 6\sqrt[3]{10}$

Hãy cẩn thận! 6 không phải là số dưới căn, vì vậy ta không đưa 6 vào trong căn.

Áp dụng các bước tương tự để thực hiện phép chia căn thức.
Ví dụ, rút gọn: $12\sqrt[5]{21} \div 6\sqrt[5]{3}$:

$= 12\sqrt[5]{21} \div 6\sqrt[5]{3}$

Cả hai căn thức đều có cùng bậc căn 5, do đó, có thể thực hiện được phép chia các số dưới căn và viết dưới dạng một căn duy nhất.

$12 \div 6 = 2$

Hãy cẩn thận! 12 và 6 không phải là số dưới căn, nên không đặt chúng trong căn.

$= 2\sqrt[5]{21 \div 3}$

$= 2\sqrt[5]{7}$

VÍ DỤ: Rút gọn $\sqrt[3]{8} \div \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{10}$.

$= \sqrt[3]{8} \div \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{10}$

Đừng quên thực hiện theo thứ tự các phép toán!

$= \sqrt[3]{8 \div 2} \times \sqrt[3]{10}$

$= \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{10}$

$= \sqrt[3]{40}$

Đảm bảo rằng các câu trả lời được rút gọn hoàn toàn.

$= 2\sqrt[3]{5}$

TRỤC CĂN THỨC Ở MẪU

Khi viết các biểu thức hữu tỉ có chứa căn thức, ta không muốn câu trả lời cuối cùng chứa một căn ở mẫu số. Ta nhân cả tử số và mẫu số với cùng một số sao cho căn bị loại bỏ ở mẫu số. Quá trình này được gọi là TRỤC CĂN THỨC Ở MẪU.

Ví dụ, ta có thể rút gọn $\frac{6}{\sqrt{7}}$ bằng cách trục căn thức ở mẫu.

$\frac{6}{\sqrt{7}}$

Nhân cả tử số và mẫu số với $\sqrt{7}$, vậy nên căn số bị xóa khỏi mẫu số.

$= \dfrac{6 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$

$= \dfrac{6\sqrt{7}}{7}$

VÍ DỤ: Rút gọn biểu thức $\dfrac{8}{\sqrt{20}}$ bằng cách trục căn thức ở mẫu.

$= \dfrac{8}{\sqrt{20}}$ Nhân cả tử số và mẫu số với $\sqrt{20}$ để xóa căn khỏi mẫu số.

$= \dfrac{8 \times \sqrt{20}}{\sqrt{20} \times \sqrt{20}}$

$= \dfrac{8\sqrt{20}}{20}$ Rút gọn căn.

$= \dfrac{8 \cdot 2\sqrt{5}}{20}$

$= \dfrac{16\sqrt{5}}{20}$

$= \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 7, hãy rút gọn từng biểu thức.

1. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}$

2. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{18}$

3. $7\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{10}$

4. $\sqrt{45} \div \sqrt{5}$

5. $\sqrt{8} \div \sqrt{32}$

6. $10\sqrt[3]{42} \div \sqrt[3]{7}$

7. $2\sqrt[3]{6} \cdot 8\sqrt[3]{16} \div 4\sqrt[3]{3}$

Đối với các bài toán 8 và 9, hãy rút gọn biểu thức bằng cách trục căn thức ở mẫu.

8. $\dfrac{9}{\sqrt{5}}$

9. $\dfrac{10}{\sqrt{8}}$

10. Chiều rộng của một hình chữ nhật là $7\sqrt[3]{4}$ feet và chiều dài là $9\sqrt[3]{18}$ feet. Tính diện tích của hình chữ nhật?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $\sqrt{21}$

2. $3\sqrt[3]{2}$

3. $14\sqrt{80} = 14 \times 4\sqrt{5} = 56\sqrt{5}$

4. 3

5. $\frac{1}{2}$

6. $10\sqrt[3]{6}$

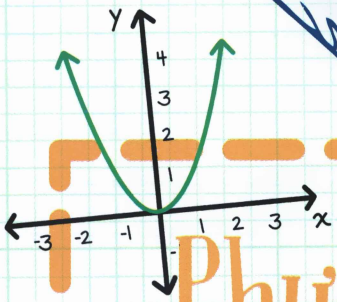
7. $8\sqrt[3]{4}$

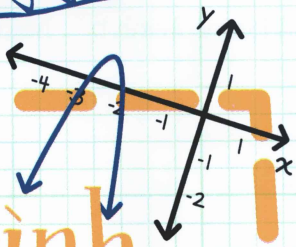
8. $\frac{9\sqrt{5}}{5}$

9. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

10. Diện tích của hình chữ nhật là $126\sqrt[3]{9}$ ft^2.

Bài 12





Phương trình bậc hai

Chương 61

GIỚI THIỆU PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI là một phương trình có một biến lũy thừa hai nhưng không có biến nào cao hơn lũy thừa hai.

Phương trình bậc hai luôn có dạng sau:

$$y = ax^2 + bx + c,$$

trong đó $a \neq 0$

Ví dụ, chỉ ra các giá trị của a, b, và c cho phương trình $y = 3x^2 - 5x + 7$.

Vì phương trình bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$, trong đó $a \neq 0$: $a = 3$, $b = -5$, và $c = 7$.

VÍ DỤ: $y = 4x^2 - x + \frac{1}{3}$ có phải là một ví dụ của phương trình bậc hai không?

Vì lũy thừa cao nhất là 2 và $a = 4$, $b = -1$, $c = \frac{1}{3}$, nên đây là một phương trình bậc hai.

VÍ DỤ: $y = 12x + 5$ có phải là một ví dụ của phương trình bậc hai không?

Phương trình không có ax^2.

Lũy thừa cao nhất là 1, và $a = 0$, $b = 12$, $c = 5$.

Nên đây **KHÔNG PHẢI** là phương trình bậc hai.

Phương trình này thực chất là phương trình tuyến tính: $y = mx + b$.

VÍ DỤ: $y = 9x^3 + x^2 - x + 8$ có phải là một ví dụ của phương trình bậc hai không?

Lũy thừa cao nhất **KHÔNG PHẢI** là 2.

Nên đây **KHÔNG PHẢI** là phương trình bậc hai.

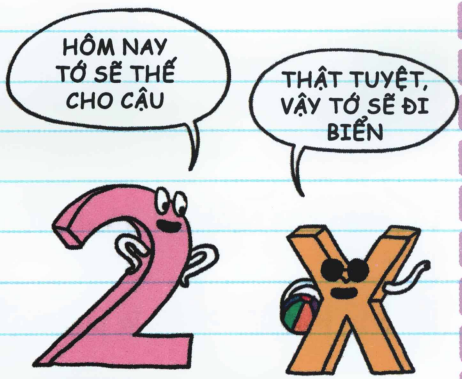
Phương trình được gọi là **PHƯƠNG TRÌNH BẬC** 3 vì nó chứa một đa thức bậc ba: $9x^3$.

Tất cả các phương trình bậc hai đều có nghiệm. Ta có thể kiểm tra một nghiệm bằng cách thế giá trị vào biến.

VÍ DỤ: $x = 2$ có phải là nghiệm của $x^2 - 5x + 6 = 0$?

$(2)^2 - 5(2) + 6 \stackrel{?}{=} 0$ Thế 2 vào x.

$0 \stackrel{?}{=} 0$



Cả hai vế của phương trình đều bằng nhau nên $x = 2$ là nghiệm.

VÍ DỤ: $x = -3$ có phải là nghiệm của $-2x^2 = 7x + 10$ không?

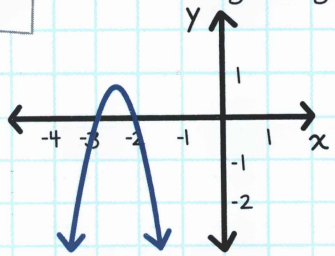
$-2(-3)^2 \stackrel{?}{=} 7(-3) + 10$ Thế -3 vào x.

$-18 \stackrel{?}{=} -11$

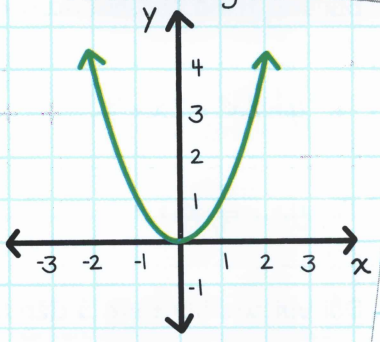
Cả hai vế của phương trình KHÔNG bằng nhau nên $x = -3$ KHÔNG phải là nghiệm.

Đồ thị hàm số bậc hai là một đường cong chữ U hình PARABOL.
Parabol có thể mở hướng lên hoặc hướng xuống.

Parabol hướng xuống



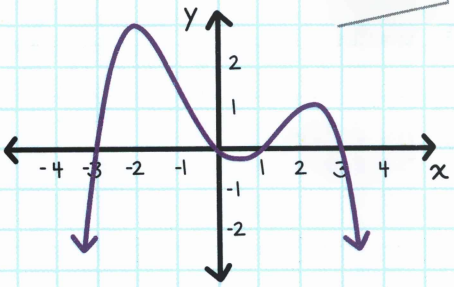
Parabol hướng lên



VÍ DỤ: Đồ thị dưới đây có biểu diễn một phương trình bậc hai không?

Đồ thị KHÔNG phải là một đường cong hình chữ U, vì vậy nó KHÔNG phải là một parabol.

Vì đồ thị KHÔNG phải là một parabol nên nó KHÔNG biểu diễn một phương trình bậc hai.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với bài toán 1 và 2, hãy chỉ ra giá trị của a, b và c của các phương trình bậc hai đã cho.

1. $y = 8x^2 - 2x + 9$

2. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$

Đối với các bài toán 3 đến 6, hãy cho biết phương trình đã cho có phải là phương trình bậc hai hay không.

3. $y = x^2 + 3x - 15$

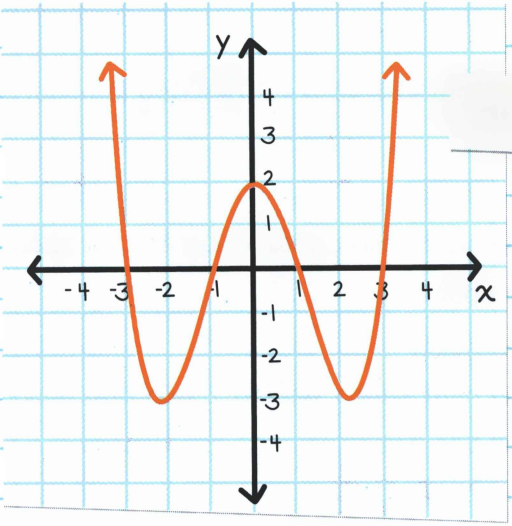
4. $y = 6x^5 - 0{,}7x + \pi$

5. $y = 9x$

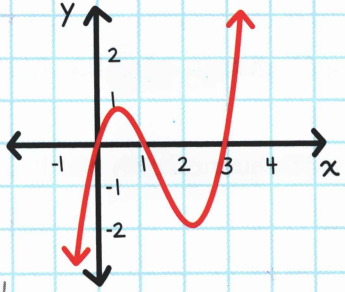
6. $y = -\frac{4}{3}x^2$

Đối với các bài toán 7 và 8, hãy cho biết đồ thị có biểu diễn một phương trình bậc hai hay không.

7.



8.



KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $a = 8$, $b = -2$, và $c = 9$

2. $a = -\frac{1}{3}$, $b = 0$, và $c = 4$

3. Vì lũy thừa cao nhất là 2 và $a \neq 0$, nên đây là phương trình bậc hai.

4. Vì lũy thừa cao nhất không phải là 2, nên đây không phải là phương trình bậc hai.

5. Vì lũy thừa cao nhất không phải là 2 nên đây không phải là phương trình bậc hai.

6. Vì lũy thừa cao nhất là 2 và $a \neq 0$ nên đây là một phương trình bậc hai.

7. Đồ thị không biểu diễn một phương trình bậc hai.

8. Đồ thị không biểu diễn một phương trình bậc hai.

Chương 62

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH THÀNH NHÂN TỬ

Đôi khi ta không được cho trước một số để thế cho một biến trong phương trình bậc hai. Khi đó, ta phải giải tìm biến.
Có nhiều phương pháp khác nhau để giải phương trình bậc hai. Một trong những cách đó là **phương pháp phân tích thành nhân tử.**

Sau khi phân tích một phương trình bậc hai thành nhân tử, ta sử dụng QUY TẮC TÍCH BẰNG KHÔNG, nghĩa là khi nhân hai số với nhau bằng không.

QUY TẮC TÍCH BẰNG KHÔNG

Nếu $a \cdot b = 0$, thì $a = 0$ hoặc $b = 0$.

Nếu hai số có tích bằng không thì số thứ nhất bằng 0 hoặc số thứ hai bằng 0.

VÍ DỤ: Giải phương trình $xy = 0$.

$xy = 0$ Áp dụng quy tắc tích bằng không.

Vì vậy, $x = 0$ hoặc $y = 0$.

Vì vậy, nếu $(x - 2)(y - 5) = 0$ thì $(x - 2) = 0$ hoặc $(y - 5) = 0$

Để $(x - 2)$ bằng 0 thì x cần bằng 2.

Để $(y - 5)$ bằng 0 thì y cần bằng 5.

VÍ DỤ: Giải phương trình $(a - 3)(b + 5) = 0$.

$(a - 3)(b + 5) = 0$ Áp dụng quy tắc tích bằng không.

$a - 3 = 0$ hoặc $b + 5 = 0$ Giải từng phương trình tuyến tính.

$3 - 3 = 0$, do đó, $a = 3$ hoặc
$-5 + 5 = 0$, do đó, $b = -5$

PHÂN TÍCH PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI THÀNH NHÂN TỬ

Khi giải phương trình bậc hai bằng phương pháp phân tích thành nhân tử, hãy hỏi: "Phương trình này có phân tích thành nhân tử được không?"

Nếu một phương trình bậc hai có thể phân tích thành nhân tử, ta phân tích phương trình đó rồi sử dụng quy tắc tích bằng không để tìm ra nghiệm.

ĐỂ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH THÀNH NHÂN TỬ:

1. Viết lại phương trình bậc hai về dạng $ax^2 + bx + c = 0$.

   Đảm bảo rằng vế phải (VP) bằng 0.

2. Phân tích nhân tử vế trái (VT).

   Sử dụng bất kỳ phương pháp nào có thể áp dụng được cho biểu thức.

3. Sử dụng quy tắc tích bằng không để giải phương trình.

VÍ DỤ: $x^2 + 3x - 10 = 0$ Phân tích vế trái (VT).

$(x + 5)(x - 2) = 0$ Áp dụng quy tắc tích bằng không.

$x + 5 = 0$ hoặc $x - 2 = 0$ Giải từng phương trình tuyến tính.

$x = -5$ hoặc $x = 2$

Hãy nhớ sử dụng tất cả các quy tắc phân tích thành nhân tử. khi có thể, chẳng hạn như tách NTCLN .

VÍ DỤ: Giải phương trình $6x^2 - 4x - 10 = 0$.

$6x^2 - 4x - 10 = 0$ Đầu tiên, tách NTCLN: 2.

$2(3x^2 - 2x - 5) = 0$ Phân tích $3x^2 - 2x - 5$ thành nhân tử.

$2(3x - 5)(x + 1) = 0$

$2 = 0$ ← Điều này không bao giờ đúng.

$3x - 5 = 0$ hoặc $x = \frac{5}{3}$

$x + 1 = 0$ hoặc $x = -1$

Vậy nghiệm là $x = \frac{5}{3}$ hoặc $x = -1$.

Một cách khác để rút gọn phương trình này là chia cho NTCLN.

$6x^2 - 4x - 10 = 0$ Đầu tiên, chia cho NTCLN: 2.

$\frac{6x^2}{2} = 3x^2$

$\frac{4x}{4} = 2x$

$\frac{10}{2} = 5$

$3x^2 - 2x - 5 = 0$

Trước khi sử dụng quy tắc tích bằng không, đừng quên rằng vế phải (VP) phải bằng 0!

VÍ DỤ: Giải phương trình $2x^2 - 11x = -12$.

$2x^2 - 11x = -12$

$2x^2 - 11x + 12 = 0$

$(2x - 3)(x - 4) = 0$

$2x - 3 = 0$ hoặc $x - 4 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ hoặc $x = 4$

VÍ DỤ: Giải phương trình $4x^2 = 20 - 2x^2 - 7x$.

$4x^2 = 20 - 2x^2 - 7x$ Viết lại biểu thức sao cho VP = 0.

$6x^2 + 7x - 20 = 0$

$(3x - 4)(2x + 5) = 0$

$3x - 4 = 0$ hoặc $2x + 5 = 0$

$x = \frac{4}{3}$ hoặc $x = -\frac{5}{2}$

VÍ DỤ: Giải phương trình $x^2 - 16x = -64$.

$x^2 - 16x = -64$ Viết lại biểu thức sao cho VP = 0.

$x^2 - 16x + 64 = 0$ VT là một tam thức chính phương!

$(x - 8)(x - 8) = 0$

$x - 8 = 0$ hoặc $x - 8 = 0$ Vì hai phương trình tuyến tính giống nhau nên bạn chỉ viết một phương trình.

$x - 8 = 0$

$x = 8$

VÍ DỤ: Giải phương trình $10 - 9x = 3x - 4x^2 + 1$.

$10 - 9x = 3x - 4x^2 + 1$ Viết lại biểu thức sao cho VP = 0.

$4x^2 - 12x + 9 = 0$ VT là một tam thức chính phương!

$(2x - 3)(2x - 3) = 0$

$2x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$

Bạn chỉ có thể sử dụng quy tắc tích bằng không nếu phương trình có một vế bằng KHÔNG!

- Bạn có thể rút gọn $(x - 4)(x + 3) = 0$ thành:
  $x - 4 = 0$ hoặc $x + 3 = 0$
  Nhưng bạn KHÔNG THỂ rút gọn $(x - 4)(x + 3) = 2$ thành:
  $x - 4 = 2$ hoặc $x + 3 = 2$
- Trước tiên, bạn cần viết lại phương trình để VP bằng 0.

VÍ DỤ: Giải phương trình $(x + 1)(x + 4) = 10$.

$(x + 1)(x + 4) = 10$ Sử dụng quy tắc TNTS để khai triển VT.

$x^2 + 5x + 4 = 10$

$x^2 + 5x - 6 = 0$

$(x + 6)(x - 1) = 0$

$x + 6 = 0$ hoặc $x - 1 = 0$

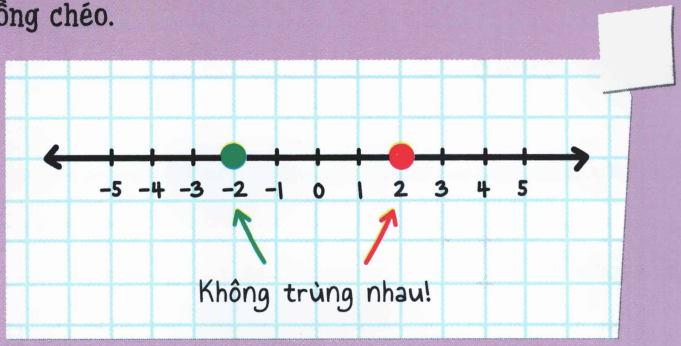
$x = -6$ hoặc $x = 1$

Khi giải phương trình bậc hai, tại sao ta viết tập nghiệm bằng từ *hoặc* thay vì từ *và*?

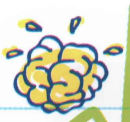
Hãy nhớ những gì chúng ta đã học về các từ *hoặc* và từ *và* trong phần giải bất phương trình hỗn hợp:

- Từ VÀ được sử dụng khi ta lấy giao của các nghiệm. Nói cách khác, ta xét sự trùng lặp của các nghiệm trên một trục số.
- Từ HOẶC được sử dụng khi ta lấy hợp của các nghiệm. Nói cách khác, ta xét tất cả các nghiệm cùng nhau trên một trục số.

Khi ta giải phương trình bậc hai, các nghiệm là những con số cụ thể, không phải khoảng. Vì vậy, khi ta vẽ đồ thị các nghiệm trên một trục số, chúng không bị chồng chéo.



Nếu ta sử dụng từ VÀ, nghiệm cuối sẽ là "không có nghiệm" vì không có sự chồng chéo. Đó là lý do tại sao ta sử dụng từ HOẶC trong nghiệm cuối cùng.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 9, hãy giải từng phương trình bậc hai bằng phương pháp phân tích thành nhân tử.

1. $x^2 + 7x + 10 = 0$

2. $x^2 - 4x - 21 = 0$

3. $2x^2 + 9x + 4 = 0$

4. $3x^2 + 10x - 8 = 0$

5. $6x^2 - 13x - 28 = 0$

6. $x^2 = 4x + 32$

7. $4x^2 + 6x = 10$

8. $(x - 3)(x + 4) = 8$

9. $(3x - 4)(2x + 5) = -10$

10. Cô Fung yêu cầu Eric giải phương trình $(x - 4)(x - 2) = 3$. Sau đây là các bước của Eric:

Dòng 1: $(x - 4)(x - 2) = 3$
Dòng 2: $x - 4 = 3$ hoặc $x - 2 = 3$
Dòng 3: $x = 7$ hoặc $x = 5$

Cô Fung nói rằng câu trả lời của Eric là sai. Eric đã mắc lỗi từ dòng nào?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $x = -2$ hoặc $x = -5$

2. $x = 7$ hoặc $x = -3$

3. $x = -\frac{1}{2}$ hoặc $x = -4$

4. $x = \frac{2}{3}$ hoặc $x = -4$

5. $x = -\frac{4}{3}$ hoặc $x = \frac{7}{2}$

6. $x = -4$ hoặc $x = 8$

7. $x = -\frac{5}{2}$ hoặc $x = 1$

8. $x = -5$ hoặc $x = 4$

9. $x = \frac{5}{6}$ hoặc $x = -2$

10. Eric đã mắc lỗi từ dòng 2, vì cậu ấy đã áp dụng nguyên tắc tích bằng 0 khi VP không bằng 0.

Chương 63

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG PHƯƠNG PHÁP LẤY CĂN BẬC HAI

Khi được cho phương trình bậc hai có chính phương, ta có thể tìm ra nghiệm bằng cách lấy căn bậc hai cả hai vế.

Để tìm nghiệm của phương trình $x^2 = 64$, hãy hỏi: "Số nào nhân với chính nó bằng 64?" Lưu ý rằng có thể có nhiều hơn một nghiệm.
Câu trả lời là: 8 và −8.
Khi trình bày, ta sẽ viết như sau: Giải $x^2 = 64$.

Để giải phương trình, ta có thể lấy căn bậc hai của cả hai vế: $\sqrt{x^2} = \sqrt{64}$.
Khi gặp ký hiệu căn bậc hai, ta chỉ xét căn bậc hai số học: $x = 8$.

Tuy nhiên, xét như vậy sẽ không đưa ra được nghiệm có giá trị âm.

Vì vậy, khi ta giải phương trình bậc hai bằng cách lấy căn bậc hai, ta sử dụng tính chất CĂN BẬC HAI. Tính chất này liệt kê cả căn bậc hai âm và căn bậc hai dương.

Tính chất căn bậc hai:

Nếu $a^2 = b$, thì $a = \pm\sqrt{b}$

VÍ DỤ: Giải $x^2 = 9$.

$x^2 = 9$ — Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa cả hai dấu ± vào một vế.

$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$ ← Điều này có nghĩa nghiệm là: $x = 3$ hoặc $x = -3$.

VÍ DỤ: Giải $y^2 = \frac{64}{121}$.

$y^2 = \frac{64}{121}$ — Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.

$\sqrt{y^2} = \pm\sqrt{\frac{64}{121}}$

$y = \pm\frac{8}{11}$

VÍ DỤ: Giải $x^2 = 20$.

$x^2 = 20$	Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.
$x = \pm\sqrt{20}$	Rút gọn căn.
$x = \pm 2\sqrt{5}$	

Ta cũng có thể sử dụng tính chất căn bậc hai khi VT chứa nhiều hơn một biến.

VÍ DỤ: Giải $(m - 3)^2 = 7$.

$(m - 3)^2 = 7$	Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.
$\sqrt{(m-3)^2} = \pm\sqrt{7}$	Giải tìm biến m.
$m - 3 = \pm\sqrt{7}$	

$m - 3 + 3 = +3 \pm \sqrt{7}$

$m = 3 \pm \sqrt{7}$

VÍ DỤ: Giải $(k + 4)^2 = 9$.

$(k + 4)^2 = 9$ Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.

$\sqrt{(k+4)^2} = \pm\sqrt{9}$

$k + 4 = \pm 3$

$k + 4 - 4 = -4 \pm 3$

$k = -4 + 3$ hoặc $k = -4 - 3$

$k = -1$ hoặc $k = -7$

Trước khi ta sử dụng tính chất căn bậc hai, trước tiên đừng quên tách phần bình phương, sau đó lấy căn bậc hai của cả hai vế!

VÍ DỤ: Giải $3k^2 = 48$.

$3k^2 = 48$

$\frac{3k^2}{3} = \frac{48}{3}$

Vì chỉ có k bình phương nên trước tiên ta tách k^2 bằng cách chia cả hai vế cho 3.

$k^2 = 16$

$k = \pm\sqrt{16}$

$k = \pm 4$

VÍ DỤ: Giải $3(x + 1)^2 - 7 = 11$.

$3(x + 1)^2 - 7 = 11$

$3(x + 1)^2 = 18$

Bởi vì chỉ có $(x + 1)$ ở dạng bình phương, trước tiên ta cô lập $(x + 1)^2$.

$(x + 1)^2 = 6$

$x + 1 = \pm\sqrt{6}$

$x = -1 \pm \sqrt{6}$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 9, hãy giải từng phương trình bậc hai bằng cách sử dụng tính chất căn bậc hai.

1. $x^2 = 144$

2. $b^2 = \frac{9}{49}$

3. $3y^2 = 75$

4. $\frac{1}{2}x^2 = 50$

5. $a^2 - 4 = 5$

6. $10x^2 + 1 = x^2 + 5$

7. $(x + 1)^2 = 15$

8. $(x - 5)^2 = 18$

9. $\frac{1}{2}(p + 7)^2 - 6 = 19$

10. Thầy Brown yêu cầu Lina giải phương trình:

$9x^2 - 2x - 1 = 15 - 2x$.

Dưới đây là các bước của Lina:

Dòng 1: $9x^2 - 2x - 1 = 15 - 2x$

Dòng 2: $9x^2 = 16$

Dòng 3: $9x = \pm 4$

Dòng 4: $x = \pm \frac{4}{9}$

Thầy Brown nói rằng câu trả lời của Lina là sai. Lina mắc lỗi từ dòng nào?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $x = \pm 12$

2. $b = \pm\frac{3}{7}$

3. $y = \pm 5$

4. $x = \pm 10$

5. $a = \pm 3$

6. $x = \pm\frac{2}{3}$

7. $x = -1 \pm \sqrt{15}$

8. $x = 5 \pm 3\sqrt{2}$

9. $p = -7 \pm 5\sqrt{2}$

10. Lina đã mắc lỗi ở dòng 3 vì cậu ấy không cô lập số hạng x^2 trước, hoặc nói cách khác là không chuyển nó thành bình phương $(3x)^2 = \pm 16$.

Chương 64

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN BÙ BÌNH PHƯƠNG

Ta có thể sử dụng TÍNH CHẤT CĂN BẬC HAI để giải các phương trình bậc hai có dạng chính phương.

Không phải mọi phương trình bậc hai đều có dạng chính phương mà bạn có thể dễ dàng nhìn thấy.

Ta có thể viết lại bất kỳ phương trình bậc hai nào thành dạng chính phương bằng phương pháp PHẦN BÙ BÌNH PHƯƠNG.

Cần thêm số nào vào $x^2 + 6x$ để được một chính phương?

9 vì $x^2 + 6x + 9$ là một chính phương: $(x + 3)^2$

Cần thêm số nào vào $x^2 - 10x$ để được một chính phương?

25 vì $x^2 - 10x + 25$ là một chính phương: $(x - 5)^2$

Nếu ta có biểu thức bậc hai $x^2 + bx$, ta có thể thu được một số chính phương qua các bước sau:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$.

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó.

Bước 3: Cộng giá trị này vào biểu thức.

Bước 4: Áp dụng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai để tìm các nghiệm.

VÍ DỤ: Cần thêm số nào vào $x^2 + 8x$ để được một số chính phương?

Vì biểu thức là $x^2 + 8x$, điều này có nghĩa là $b = 8$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\left(\frac{8}{2}\right) = 4$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $(4)^2 = 16$

Do đó, 16 sẽ được cộng vào $x^2 + 8x$.

$x^2 + 8x + 16$ là một số chính phương: $(x + 4)^2$

VÍ DỤ: Nên thêm số nào vào $x^2 + \frac{2}{3}x$ để có được một số chính phương?

Vì biểu thức là $x^2 + \frac{2}{3}x$, điều này có nghĩa $b = \frac{2}{3}$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\left(\frac{\frac{2}{3}}{2}\right) = \frac{2}{3} \div 2$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

Do đó, $\frac{1}{9}$ sẽ được cộng vào $x^2 + \frac{2}{3}x$.

$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ là một số chính phương: $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

Ta có thể sử dụng phương pháp phần bù bình phương để tìm nghiệm của phương trình bậc hai.

Nếu ta có phương trình bậc hai $x^2 + bx = c$, ta có thể tìm nghiệm qua các bước sau:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$.

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó.

Bước 3: Cộng số đó vào cả hai vế của phương trình.

Bước 4: Áp dụng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai để tìm các nghiệm.

VÍ DỤ: Giải $x^2 + 18x = 0$ bằng phương pháp phần bù bình phương.

Vì phương trình là $x^2 + 18x = 0$, điều này có nghĩa $b = 18$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\left(\frac{18}{2}\right) = 9$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $(9)^2 = 81$

Bước 3: Cộng số đó vào **cả hai vế** của phương trình:

$x^2 + 18x + 81 = 0 + 81$

$x^2 + 18x + 81 = 81$

Bước 4: Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai:

$x^2 + 18x + 81 = 81$

$(x + 9)^2 = 81$ Phân tích VT thành dạng chính phương.

$\sqrt{(x+9)^2} = \pm\sqrt{81}$ Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.

$x + 9 = \pm 9$

$x = -9 \pm 9$

$x = -9 + 9$ hoặc $x = -9 - 9$

$x = 0$ hoặc $x = -18$

Ta cũng có thể giải bài này bằng phương pháp phân tích thành nhân tử.

VÍ DỤ: Giải $x^2 - 5x = 0$ bằng phương pháp phần bù bình phương.

Vì phương trình là $x^2 - 5x = 0$, điều này có nghĩa $b = -5$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}: \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{2}$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó $\left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

Bước 3: Cộng số đó vào **cả hai vế** của phương trình:

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0 + \frac{25}{4}$$

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4}$$

Bước 4: Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai:

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$ Phân tích VT thành số chính phương.

$$\sqrt{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{25}{4}}$$ Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.

$$x - \frac{5}{2} = \pm\frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}$$

$$x = 5 \quad \text{hoặc} \quad x = 0$$

VÍ DỤ: Giải $x^2 - 14x = -11$ bằng phương pháp phần bù bình phương.

Vì phương trình là $x^2 - 14x = -11$, điều này có nghĩa $b = -14$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\left(\frac{-14}{2}\right) = -7$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $(-7)^2 = 49$

Bước 3: Cộng số đó vào **cả hai vế** của phương trình:

$x^2 - 14x + 49 = -11 + 49$

$x^2 - 14x + 49 = 38$

Bước 4: Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai:

$x^2 - 14x + 49 = 38$

$(x - 7)^2 = 38$ Phân tích VT thành số chính phương.

$x - 7 = \pm\sqrt{38}$ Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.

$x = 7 \pm \sqrt{38}$

Trước khi sử dụng phương pháp phần bù bình phương, hãy đảm bảo bạn đã viết lại phương trình thành dạng $x^2 + bx = c$.

VÍ DỤ: Giải $2x^2 + 12x = 10$ bằng phương pháp phần bù bình phương.

Đầu tiên, chúng ta viết lại phương trình $2x^2 + 12x = 10$ thành dạng $x^2 + bx = c$:

$2x^2 + 12x = 10$ Chia tất cả các số hạng cho 2.

$x^2 + 6x = 5$

Vì phương trình là $x^2 + 6x = 5$, điều này có nghĩa $b = 6$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\left(\frac{6}{2}\right) = 3$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $(3)^2 = 9$

Bước 3: Cộng số đó vào **cả hai vế** của phương trình:

$x^2 + 6x + 9 = 5 + 9$

$x^2 + 6x + 9 = 14$

Bước 4: Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai:

$x^2 + 6x + 9 = 14$

$(x + 3)^2 = 14$ Phân tích VT thành một số chính phương.

$x + 3 = \pm\sqrt{14}$ Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu vào ± một vế.

$x = -3 \pm \sqrt{14}$

VÍ DỤ: Giải $-3x^2 - x + 10 = 0$ bằng phương pháp phần bù bình phương.

Đầu tiên, viết lại phương trình $-3x^2 - x + 10 = 0$ thành dạng $x^2 + bx = c$:

$-3x^2 - x + 10 = 0$

$-3x^2 - x = -10$

$x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{10}{3}$

Vì biểu thức là $x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{10}{3}$, điều này có nghĩa $b = \frac{1}{3}$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\left(\frac{\frac{1}{3}}{2}\right) = \frac{1}{6}$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

Bước 3: Cộng số đó vào **cả hai vế** của phương trình:

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{10}{3} + \frac{1}{36}$$

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{120}{36} + \frac{1}{36}$$

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{121}{36}$$

Bước 4: Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai:

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{121}{36}$$

$$(x + \frac{1}{6})^2 = \frac{121}{36}$$ Phân tích VT thành số chính phương.

$$x + \frac{1}{6} = \pm\frac{11}{6}$$ Lấy căn bậc hai của cả hai vế và đưa dấu ± vào một vế.

$$x = -\frac{1}{6} + \frac{11}{6} \quad \text{hoặc} \quad x = -\frac{1}{6} - \frac{11}{6}$$

$$x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = -\frac{12}{6} = -2$$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 3, hãy tìm số cần thêm vào biểu thức để có dạng chính phương.

1. $x^2 + 22x$

2. $x^2 - 2x$

3. $x^2 + 7x$

Đối với các bài toán 4 đến 8, hãy giải từng phương trình bậc hai bằng phương pháp phần bù bình phương.

4. $x^2 + 10x = 4$

5. $x^2 - 18x = -57$

6. $3x^2 + 12x = 21$

7. $4x^2 = 8 - 40x$

8. $-2x^2 + 7x + 4 = 0$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 121

2. 1

3. $\frac{49}{4}$

4. $x = -5 \pm \sqrt{29}$

5. $x = 9 \pm 2\sqrt{6}$

6. $x = -2 \pm \sqrt{11}$

7. $x = -5 \pm 3\sqrt{3}$

8. $x = -\frac{1}{2}, 4$

Chương 65

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG CÔNG THỨC NGHIỆM

Không phải tất cả các phương trình bậc hai đều có thể giải được bằng phương pháp phân tích thành nhân tử và tính chất căn bậc hai.

Nhưng tất cả các phương trình bậc hai có thể được giải bằng phương pháp phần bù bình phương.

Tất cả các phương trình bậc hai cũng có thể giải được bằng cách sử dụng CÔNG THỨC NGHIỆM.

Công thức nghiệm phương trình bậc hai:

Đối với phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$,

nghiệm là: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

VÍ DỤ: Giải phương trình $x^2 + 6x + 5 = 0$ bằng công thức nghiệm.

$x^2 + 6x + 5 = 0$

Thay $a = 1$, $b = 6$, và $c = 5$ vào công thức nghiệm.

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm 4}{2}$$

$$x = \frac{-6 + 4}{2} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{-6 - 4}{2}$$

$$x = \frac{-2}{2} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{-10}{2}$$

$$x = -1 \quad \text{hoặc} \quad x = -5$$

Ta cũng có thể giải phương trình bậc hai này bằng phương pháp phân tích thành nhân tử hoặc phần bù bình phương.

VÍ DỤ: Giải phương trình $2x^2 - 7x + 3 = 0$ bằng công thức nghiệm.

$2x^2 - 7x + 3 = 0$

Thay $a = 2$, $b = -7$, và $c = 3$ vào công thức nghiệm.

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$x = \frac{7+5}{4} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{7-5}{4}$$

$$x = \frac{12}{4} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{2}{4}$$

$$x = 3 \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{1}{2}$$

Phương trình bậc hai này có thể giải bằng phương pháp phân tích thành nhân tử hoặc phần bù bình phương.

VÍ DỤ: Giải phương trình $2x^2 + 4x - 5 = 0$ bằng công thức nghiệm.

$2x^2 + 4x - 5 = 0$

Thay $a = 2$, $b = 4$, và $c = -5$ vào công thức nghiệm.

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4(2)(-5)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{2}$$

Phương trình bậc hai này có thể giải bằng phương pháp phần bù bình phương.

Đảm bảo rằng phương trình phải ở dạng $ax^2 + bx + c = 0$ trước khi sử dụng công thức nghiệm.

VÍ DỤ: Giải phương trình $(3x - 1)^2 = 4$ bằng công thức nghiệm.

$(3x - 1)^2 = 4$

Viết lại phương trình dưới dạng $ax^2 + bx + c = 0$.

$9x^2 - 6x + 1 = 4$

$9x^2 - 6x - 3 = 0$

Thay $a = 9$, $b = -6$, và $c = -3$ vào công thức nghiệm.

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-3)}}{2 \cdot 9}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{18}$$

$$x = \frac{6 \pm 12}{18}$$

$$x = \frac{6 + 12}{18} \text{ hoặc } x = \frac{6 - 12}{18}$$

$$x = \frac{18}{18} \text{ hoặc } x = \frac{-6}{18}$$

$$x = 1 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{3}$$

Chúng ta cũng có thể sử dụng tính chất căn bậc hai để giải phương trình bậc hai này.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 8, hãy giải bằng công thức nghiệm.

1. $x^2 + 4x - 5 = 0$

2. $x^2 + 8x + 12 = 0$

3. $2x^2 + 5x - 12 = 0$

4. $3x^2 + 4x - 4 = 0$

5. $x^2 - 3x - 7 = 0$

6. $x^2 + 7x + 2 = 0$

7. $4x^2 - x - 6 = 0$

8. $2x^2 = -5x + 6$

Với các bài toán 9 và 10, hãy giải và nêu phương pháp bạn đã sử dụng.

9. $x^2 - 3x - 10 = 0$

10. $2x^2 - x + 4 = 9$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $x = 1, -5$

2. $x = -2, -6$

3. $x = -4, \frac{3}{2}$

4. $x = \frac{2}{3}, -2$

5. $x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$

6. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2}$

7. $x = \frac{1 \pm \sqrt{97}}{8}$

8. $x = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{4}$

9. Phân tích thành nhân tử, phần bù bình phương, công thức nghiệm.

10. Phần bù bình phương, công thức nghiệm.

Chương 66

BIỆT THỨC VÀ SỐ NGHIỆM

Phương trình bậc hai có thể có 0, 1 hoặc 2 nghiệm. Biểu thức $b^2 - 4ac$ có thể được sử dụng khi giải phương trình bậc hai để xác định các nghiệm có thể có. Biểu thức này được gọi là BIỆT THỨC.

Công thức để tìm BIỆT THỨC (Δ) là: $b^2 - 4ac$

Đối với đồ thị của phương trình bậc hai:

- Nếu $\Delta > 0$, phương trình bậc hai có 2 nghiệm và đồ thị parabol tương ứng có 2 giao điểm với trục hoành.
- Nếu $\Delta = 0$, phương trình bậc hai có 1 nghiệm và đồ thị parabol tương ứng 1 giao điểm với trục hoành.
- Nếu $\Delta < 0$, phương trình bậc hai không có nghiệm và đồ thị parabol tương ứng không cắt trục hoành.

VÍ DỤ: Tìm giá trị biệt thức của phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Sau đó xác định số nghiệm của phương trình bậc hai.

Vì $a = 1$, $b = -6$, và $c = 5$, nên giá trị của biệt thức là:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$

$= 36 - 20$

$= 16$

Vì $\Delta > 0$, nên parabol có 2 giao điểm với trục hoành.

VÍ DỤ: Tìm giá trị biệt thức của phương trình $\frac{1}{2}x^2 - 8x + 32 = 0$.

Sau đó xác định số giao điểm với trục hoành của parabol đó.

Vì $a = \frac{1}{2}$, $b = -8$, và $c = 32$, nên giá trị biệt thức là:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-8)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (32)$$
$$= 64 - 64$$
$$= 0$$

Vì $\Delta = 0$, nên parabol có 1 giao điểm với trục hoành.

Ta có thể xác minh điều này bằng cách giải phương trình bậc hai.

$$\frac{1}{2}x^2 - 8x + 32 = 0$$

Thay $a = \frac{1}{2}$, $b = -8$, và $c = 32$ vào công thức nghiệm.

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (32)}}{2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{1}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{0}}{1}$$

$$= 8$$

Do đó, phương trình có 1 nghiệm.

VÍ DỤ: Tìm giá trị biệt thức của phương trình $-2x^2 + 7x = 8$.

Sau đó xác định số nghiệm của phương trình bậc hai.

Viết lại phương trình dưới dạng $ax^2 + bx + c = 0$,

$-2x^2 + 7x = 8$

$-2x^2 + 7x - 8 = 0$

Vì $a = -2$, $b = 7$, và $c = -8$, nên giá trị biệt thức là:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 7^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-8)$

$= 49 - 64$

$= -15$

Vì $\Delta < 0$, nên phương trình bậc hai có 0 nghiệm.

Ta có thể xác minh điều này bằng cách thử giải phương trình bậc hai.

$-2x^2 + 7x - 8 = 0$

Thay $a = -2$, $b = 7$, và $c = -8$ vào công thức nghiệm.

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-8)}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 64}}{-4}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{-15}}{-4}$$

Tuy nhiên, $\sqrt{-15}$ không phải là một số thực.

Do đó, phương trình có 0 nghiệm.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 8, hãy tìm giá trị biệt thức. Sau đó xác định số nghiệm của phương trình bậc hai.

1. $x^2 + 6x + 3 = 0$

2. $x^2 + 6x + 11 = 0$

3. $x^2 + 6x + 9 = 0$

4. $3x^2 - 5x - 7 = 0$

5. $-3x^2 - 5x - 7 = 0$

6. $-3x^2 - 5x + 7 = 0$

7. $-\frac{1}{2}x^2 = -64$

8. $3x^2 + 75 = 30x$

Đối với các bài toán 9 và 10, hãy tìm giá trị biệt thức. Sau đó xác định số nghiệm của phương trình bậc hai. Kiểm tra bằng cách tìm nghiệm cho phương trình.

9. $x^2 + 5x - 6 = 0$

10. $8 = 6x - 3x^2$

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $\Delta = 24$; có 2 nghiệm.

2. $\Delta = -8$; có 0 nghiệm.

3. $\Delta = 0$; có 1 nghiệm.

4. $\Delta = 109$; có 2 nghiệm.

5. $\Delta = -59$; có 0 nghiệm.

6. $\Delta = 109$; có 2 nghiệm.

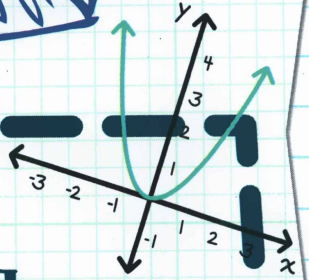
7. $\Delta = 128$; có 2 nghiệm.

8. $\Delta = 0$; có 1 nghiệm.

9. $\Delta = 49$; có 2 nghiệm. $x = -6$ hoặc $x = 1$.

10. $\Delta = -60$; có 0 nghiệm.

Bài 13



Hàm bậc hai

Chương 67

VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI

HÀM BẬC HAI là một hàm có thể viết dưới dạng chuẩn như sau:

$$y = ax^2 + bx + c,$$

trong đó $a \neq 0$

Mọi hàm số bậc hai đều có đồ thị hình chữ U được gọi là **parabol**.

Có một số đặc điểm của đồ thị mà ta có thể suy ra từ phương trình.

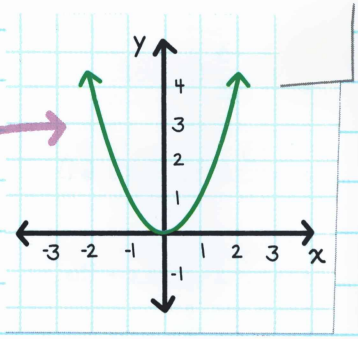
HƯỚNG

Hầu hết các parabol mở hướng lên hoặc hướng xuống.

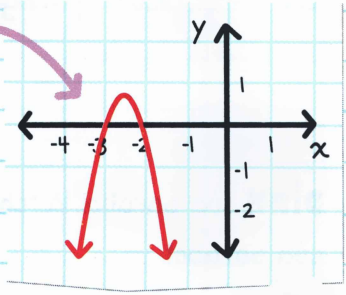
Hình parabol sẽ mở ra hướng lên nếu giá trị của a là dương.

Hình parabol sẽ mở hướng xuống nếu giá trị của a là âm.

- Nếu $a > 0$, thì parabol sẽ hướng LÊN. Đồ thị của $y = x^2$ sẽ hướng lên vì $a = 1$.



- Nếu $a < 0$, thì parabol hướng XUỐNG. Đồ thị của $y = -4x^2 - 20x - \frac{97}{4}$ hướng xuống vì $a = -4$.



Để xác định hướng của parabol $y = 5x^2 - 2x + 1$:

Viết công thức $y = ax^2 + bx + c$.

Viết giá trị của từng biến:

$a = 5$, $b = -2$, và $c = 1$

$a > 0$, do đó, parabol hướng lên.

VÍ DỤ: Xác định hướng của parabol $y = -\frac{3}{2}(x - 8)^2$.

Viết lại phương trình dưới dạng $y = ax^2 + bx + c$,

$$y = -\frac{3}{2}(x - 8)^2$$

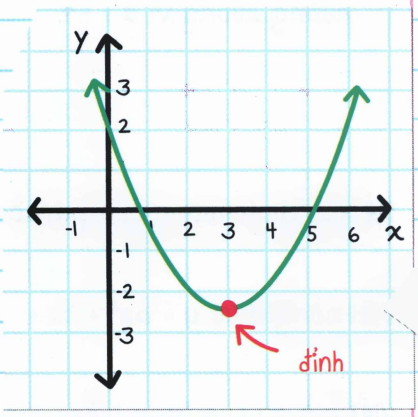
$$= -\frac{3}{2}(x^2 - 16x + 64)$$

$$= -\frac{3}{2}x^2 + 24x - 96$$

Vì $a = -\frac{3}{2}$, điều này có nghĩa là $a < 0$, do đó, parabol hướng xuống.

ĐỈNH

ĐỈNH của parabol là "chóp" của parabol.



Bạn có thể tìm tọa độ đỉnh của đồ thị $y = ax^2 + bx + c$.

- Tọa độ x của đỉnh là: $-\frac{b}{2a}$.
- Tọa độ y của đỉnh được tìm bằng cách thay thế giá trị của tọa độ x vào phương trình.

VÍ DỤ: Tìm tọa độ đỉnh của đồ thị $y = x^2 + 6x - 7$.

Bước 1: Tìm tọa độ x bằng công thức $x = -\frac{b}{2a}$.

Vì $a = 1$, $b = 6$, và $c = -7$, nên tọa độ x của đỉnh là:

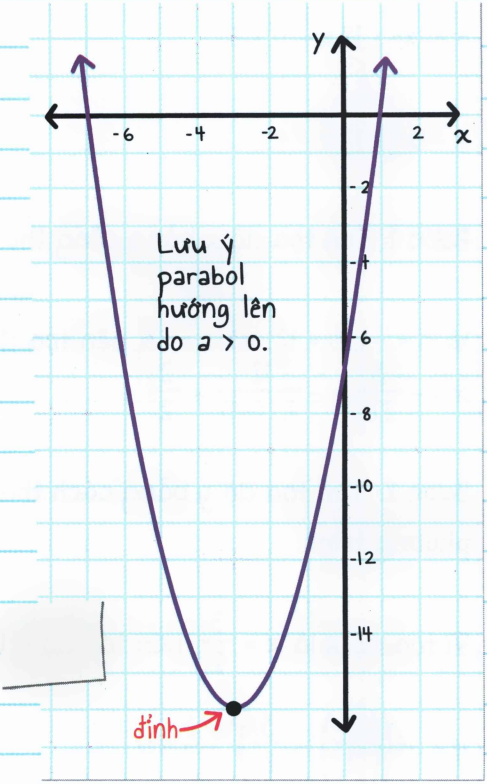
$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot 1} = -3.$$

Bước 2: Tìm tọa độ y bằng cách thay giá trị của tọa độ x vào phương trình.

Vì tọa độ x là $x = -3$ nên tọa độ y là:

$y = (-3)^2 + 6(-3) - 7 = -16$.

Do đó, tọa độ của đỉnh là: $(-3, -16)$.



VÍ DỤ: Tìm tọa độ đỉnh của đồ thị $y = -4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 5$.

Viết lại phương trình dưới dạng $y = ax^2 + bx + c$.

$$y = -4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 5$$

$$= -4\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + 5$$

$$= -4x^2 + 12x - 9 + 5$$

$$= -4x^2 + 12x - 4$$

Bước 1: Tìm tọa độ x bằng công thức $x = -\frac{b}{2a}$.

Vì $a = -4$, $b = 12$, và $c = -4$, nên tọa độ x của đỉnh là:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \cdot (-4)} = \frac{3}{2}$$

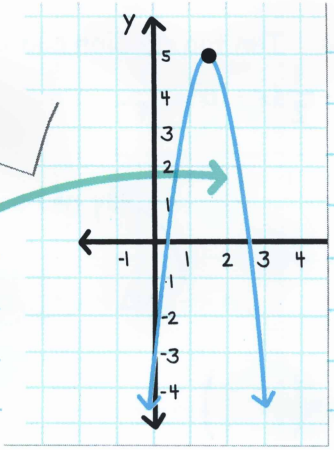
Bước 2: Tìm tọa độ y bằng cách thay giá trị của tọa độ x vào phương trình.

Vì tọa độ x là $x = \frac{3}{2}$, nên tọa độ y là:

$$y = -4\left(\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}\right)^2 + 5 = 5$$

Do đó, tọa độ của đỉnh là:

$\left(\frac{3}{2}, 5\right)$.



Chú ý: parabol này mở xuống dưới vì $a < 0$.

DẠNG ĐỈNH

Dạng chuẩn của phương trình bậc hai là: $y = ax^2 + bx - c$. Một dạng khác để viết phương trình bậc hai là dạng đỉnh. Ở cả dạng chuẩn và dạng đỉnh, y là tung độ y, x là hoành độ x và a là hằng số cho biết khi nào parabol hướng lên (> 0) hoặc hướng xuống (<0).

Dạng đỉnh

$y = a(x - h)^2 + k$,

trong đó (h, k) là tọa độ của đỉnh

VÍ DỤ: Tìm tọa độ đỉnh của phương trình bậc hai $y = 7(x - 3)^2 + 8$.

Vì $a = 7$, $h = 3$, và $k = 8$, nên tọa độ của đỉnh là: $(h, k) = (3, 8)$.

VÍ DỤ: Tìm tọa độ đỉnh của phương trình bậc hai $y = -\frac{1}{2}(x + 7)^2 + \frac{3}{4}$.

Hãy nhớ bao gồm cả dấu "−"

Vì $a = -\frac{1}{2}$, $h = -7$, và $k = \frac{3}{4}$, nên tọa độ của đỉnh là:

$(h, k) = \left(-7, \frac{3}{4}\right)$

Để viết lại một phương trình bậc hai từ dạng chuẩn sang dạng đỉnh, ta sử dụng phương pháp phần bù bình phương, vì dạng đỉnh chứa một số chính phương.

VÍ DỤ: Viết lại phương trình $y = x^2 + 10x - 7$ thành dạng đỉnh.

$y = x^2 + 10x - 7$ Viết lại phương trình sao cho VP có dạng $x^2 + bx$.

$y + 7 = x^2 + 10x$

Điều này có nghĩa là $b = 10$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\frac{10}{2} = 5$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $5^2 = 25$

Bước 3: Cộng số đó vào cả hai vế của phương trình:

$$y + 7 + 25 = x^2 + 10x + 25$$

$$y + 32 = x^2 + 10x + 25$$

Bước 4: Phân tích VP thành nhân tử và sau đó tìm y:

$$y + 32 = (x + 5)^2$$

$$y = (x + 5)^2 - 32$$

VÍ DỤ: Viết lại phương trình $y = 3x^2 - 6x + 7$ thành dạng đỉnh và chỉ ra tọa độ của đỉnh.

$$y = 3x^2 - 6x + 7$$

$$y - 7 = 3x^2 - 6x$$

$$\frac{1}{3}y - \frac{7}{3} = x^2 - 2x$$

Điều này có nghĩa là $b = 2$:

Bước 1: Tính giá trị của $\frac{b}{2}$: $\frac{-2}{2} = -1$

Bước 2: Tính bình phương giá trị đó: $(-1)^2 = 1$

Bước 3: Cộng số đó vào **cả hai** vế của phương trình:

$$\frac{1}{3}y - \frac{7}{3} + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$\frac{1}{3}y - \frac{4}{3} = (x - 1)^2$$

Bước 4: Phân tích VP thành nhân tử và sau đó tìm y:

$$\frac{1}{3}y = (x - 1)^2 + \frac{4}{3}$$

$$y = 3(x - 1)^2 + 4$$

Do đó, tọa độ của đỉnh là:

$(1, 4)$.

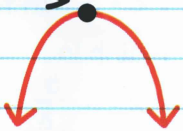
CỰC ĐẠI/CỰC TIỂU

Nếu một parabol **hướng lên trên**, nó có GIÁ TRỊ CỰC TIỂU, và giá trị cực tiểu đó nằm ở **đỉnh**.

Giá trị cực tiểu của một parabol hướng lên trên nằm ở đỉnh.

Nếu một parabol **hướng xuống dưới**, nó có GIÁ TRỊ CỰC ĐẠI và giá trị cực đại đó nằm ở **đỉnh**.

Giá trị cực đại của một parabol hướng xuống dưới nằm ở đỉnh.



Giá trị cực đại/cực tiểu luôn là tung độ y của đỉnh.

Để tìm giá trị cực đại/cực tiểu của phương trình bậc hai:

Bước 1: Xác định xem hình parabol mở hướng lên hay hướng xuống.

Hướng lên = giá trị cực tiểu

Hướng xuống = giá trị cực đại

Bước 2: Tìm tọa độ của đỉnh.

Tung độ y của đỉnh có giá trị cực tiểu/cực đại.

VÍ DỤ: Tìm xem $y = x^2 - 8x + 3$ có giá trị cực đại hay cực tiểu, rồi tìm giá trị đó.

Bước 1: Vì $a = 1$, nghĩa là $a > 0$. nên parabol sẽ hướng lên trên. Parabol có giá trị **CỰC TIỂU** ở đỉnh (chóp).

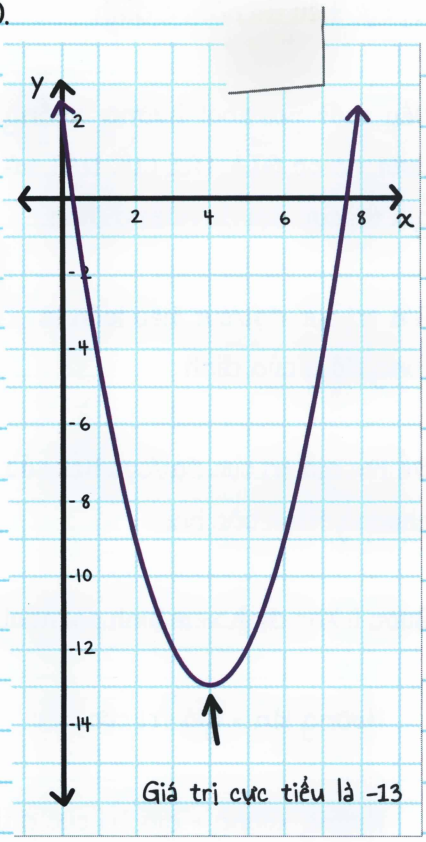
Bước 2: Vì $a = 1$, $b = -8$, và $c = 3$, nên tọa độ x của đỉnh là:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2 \cdot 1} = 4.$$

Thay $x = 4$ vào phương trình. Tọa độ y của đỉnh là:

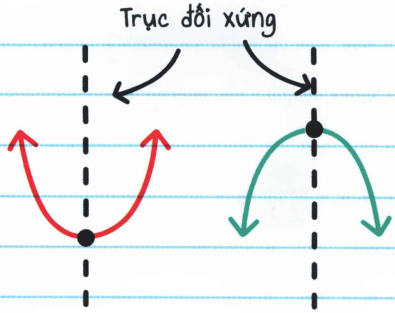
$$y = (4)^2 - 8(4) + 3$$
$$= 16 - 32 + 3 = -13.$$

Parabol $y = x^2 - 8x + 3$ có **GIÁ TRỊ CỰC TIỂU** là -13.



TRỤC ĐỐI XỨNG

Tất cả các parabol đều ĐỐI XỨNG.



Điều này có nghĩa là nếu ta vẽ một đường thẳng đứng ở trung tâm của parabol, bên trái và bên phải sẽ giống như hình ảnh phản chiếu qua gương của nhau. Đường thẳng đứng đó được gọi là TRỤC ĐỐI XỨNG.

Phương trình của trục đối xứng là $x = -\frac{b}{2a}$.

Giá trị này giống với hoành độ của đỉnh, bởi vì trục đối xứng đi qua đỉnh.

VÍ DỤ: Tìm phương trình trục đối xứng của parabol $y = -\frac{1}{2}(x - 1)(x + 8)$.

Viết lại phương trình dưới dạng $y = ax^2 + bx + c$.

$$y = -\frac{1}{2}(x - 1)(x + 8)$$

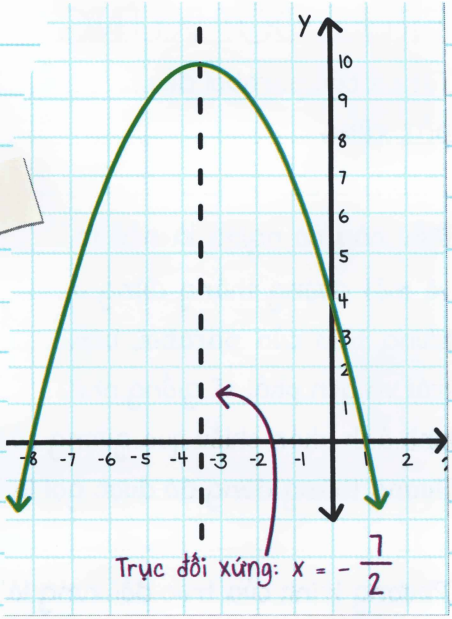
$$= -\frac{1}{2}(x^2 + 7x - 8)$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 4$$

Vì $a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{7}{2}$, và $c = 4$, nên phương trình của trục đối xứng là:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-\frac{7}{2})}{2 \cdot (-\frac{1}{2})}$$

$$= -\frac{7}{2}$$



ĐIỂM CHẮN

ĐIỂM CHẮN là những điểm mà parabol giao với hoặc cắt trục x và trục y. Chúng được biểu thị dưới dạng số hoặc tọa độ.

Điểm chắn trục x là nơi mà parabol giao với trục x. Điểm chắn trục y là nơi mà parabol giao với trục y.

- Để tìm điểm chắn trục y, hãy thay 0 vào x và sau đó tìm y.
- Để tìm điểm chắn trục x, hãy thay 0 vào y và sau đó tìm x.

Điểm chắn trục x còn được gọi là điểm **KHÔNG** hoặc điểm **NGHIỆM**.

VÍ DỤ: Tìm tất cả các điểm chắn của parabol: $y = x^2 + 3x - 10$.

Tìm điểm chắn trục y bằng cách thay 0 vào x:

$y = x^2 + 3x - 10$

$= (0)^2 + 3(0) - 10$

$= -10$

Do đó, điểm chắn trục y là -10 hoặc $(0, -10)$.

Tìm điểm chắn trục x bằng cách thay 0 vào y:

$y = x^2 + 3x - 10$

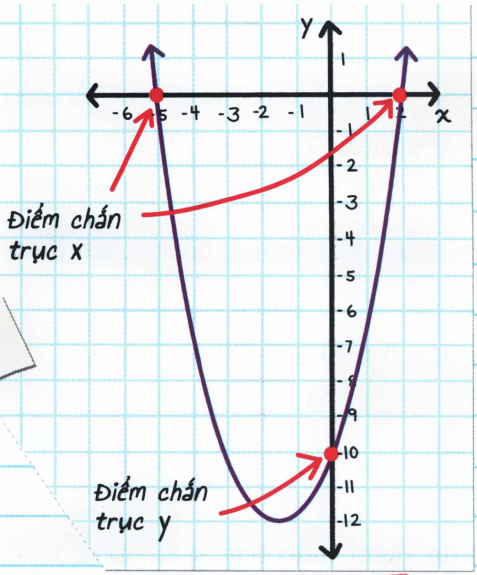
$(0) = x^2 + 3x - 10$

Áp dụng phương pháp phân tích thành nhân tử hoặc phần bù bình phương hoặc công thức nghiệm để tìm các nghiệm.

$0 = (x + 5)(x - 2)$

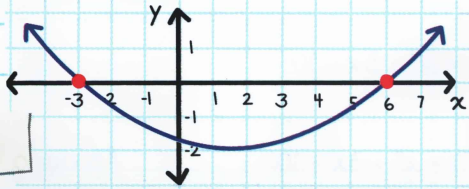
$x = -5, 2$

Do đó, các điểm chắn trục x là: (-5, 0) và (2, 0).

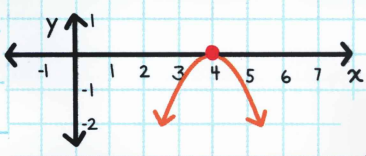


BIỆT THỨC

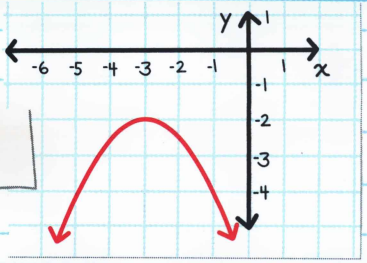
Một số parabol có 2 điểm chắn trục x:



Một số parabol chỉ có 1 điểm chắn trục x:



Một số parabol không có điểm chắn trục x:



Ta có thể tìm số điểm chắn trục x (hoặc nghiệm) qua giá trị của BIỆT THỨC: $\Delta = b^2 - 4ac$

- Nếu $\Delta > 0$, parabol có 2 điểm chắn trục x.
- Nếu $\Delta = 0$, parabol có 1 điểm chắn trục x.
- Nếu $\Delta < 0$, parabol không có điểm chắn trục x.

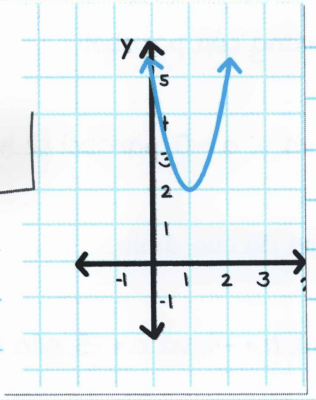
VÍ DỤ: Cho parabol $y = 3x^2 - 6x + 5$, tìm giá trị của biệt thức.

Sau đó, xác định số lượng các điểm chắn trục x của parabol.

Vì $a = 3$, $b = -6$, và $c = 5$,
nên giá trị của biệt thức là:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$= (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5$$
$$= 36 - 60 = -24$$

Vì $\Delta < 0$, nên parabol không có 0 điểm chắn trục x.



Để vẽ đồ thị một phương trình bậc hai, hãy xét tất cả các đặc điểm khác nhau của một parabol và nối các điểm. Khi vẽ đồ thị một parabol, chúng ta luôn phải tìm:

- Hướng của parabol.
- Tọa độ của đỉnh.
- Tọa độ của các điểm chắn trục y và điểm chắn trục x.

Biệt thức sẽ cho biết có bao nhiêu điểm chắn trục x.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = x^2 - 4x - 5$.

Tìm hướng của parabol:

$a = 1$, và vì $a > 0$, parabol sẽ hướng lên **trên**.

Tìm tọa độ của đỉnh:

Vì $a = 1$, $b = -4$, và $c = -5$, nên tọa độ x của đỉnh là:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$$

Thay $x = 2$ vào phương trình. Tọa độ y của đỉnh là:

$y = (2)^2 - 4(2) - 5 = 4 - 8 - 5 = -9$

Do đó, tọa độ của **đỉnh** là: $(2, -9)$

Tìm điểm chắn trục y bằng cách thay 0 vào x:

$y = x^2 - 4x - 5$

$= (0)^2 - 4(0) - 5$

$= -5$

Do đó, điểm chắn trục y là -5 hoặc $(0, -5)$.

Tìm số điểm chắn trục x bằng cách tính biệt thức.

Vì $a = 1$, $b = -4$, và $c = -5$, nên giá trị của biệt thức là:

$\Delta = b^2 - 4ac$.

$= (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$

Vì $\Delta > 0$, nên parabol có 2 điểm chắn trục x.

Tìm các điểm chắn trục x bằng cách thay 0 vào y:

$y = x^2 - 4x - 5$

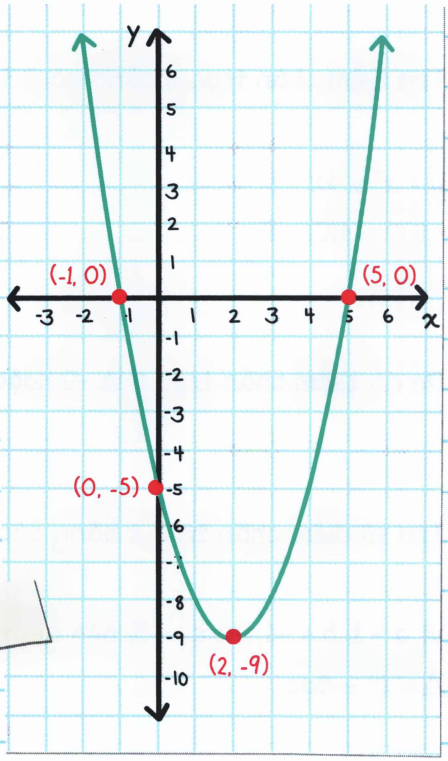
$(0) = x^2 - 4x - 5$ Áp dụng phương pháp phân tích thành nhân tử để tìm các nghiệm.

$0 = (x - 5)(x + 1)$

$x = 5, -1$

Do đó, các điểm chắn trục x là: 5 và -1 hoặc (5, 0) và (-1, 0).

Xác định các điểm và vẽ parabol nối các điểm đó.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đối với các bài toán từ 1 đến 3, hãy tìm các đặc điểm sau của mỗi parabol:

- Hướng
- Tọa độ của đỉnh
- Parabol có giá trị cực đại hay cực tiểu
- Phương trình của trục đối xứng
- Giá trị của biệt thức
- Tọa độ của tất cả các điểm chắn

1. $y = x^2 - 6x + 8$

2. $y = -x^2 + 2x + 3$

3. $y = 2x^2 + 8x - 10$

ĐÁP ÁN

Đối với bài toán 4, viết lại phương trình bậc hai thành dạng đỉnh. Sau đó chỉ ra tọa độ của đỉnh.

4. $y = 4x^2 + 12x - 7$

5. Vẽ đồ thị của $y = x^2 - 2x - 8$.

6. Vẽ đồ thị của $y = -2x^2 - 8x - 3$.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Hướng: hướng lên trên

Đỉnh: (3, −1)

Parabol có một giá trị cực tiểu

Trục đối xứng: $x = 3$

Biệt thức: $\Delta = 4$

Điểm chắn trục y (0, 8); điểm chắn trục x (4, 0) và (2, 0)

2. Hướng: hướng xuống

Đỉnh: (1, 6)

Parabol có một giá trị cực đại

Trục đối xứng: $x = 1$

Biệt thức: $\Delta = 16$

Điểm chắn trục y: (0, 3); điểm chắn trục x: (3, 0) và (−1, 0)

3. Hướng: hướng lên trên

Đỉnh: (−2, −18)

Parabol có một giá trị cực tiểu

Trục đối xứng: $x = -2$

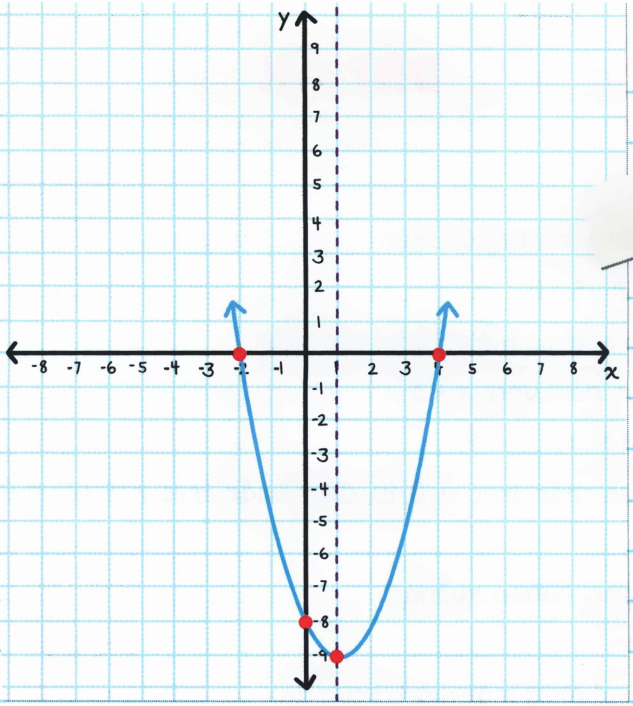
Biệt thức: $\Delta = 144$

Điểm chắn trục y: (0, −10); điểm chắn trục x: (−5, 0), và (1, 0)

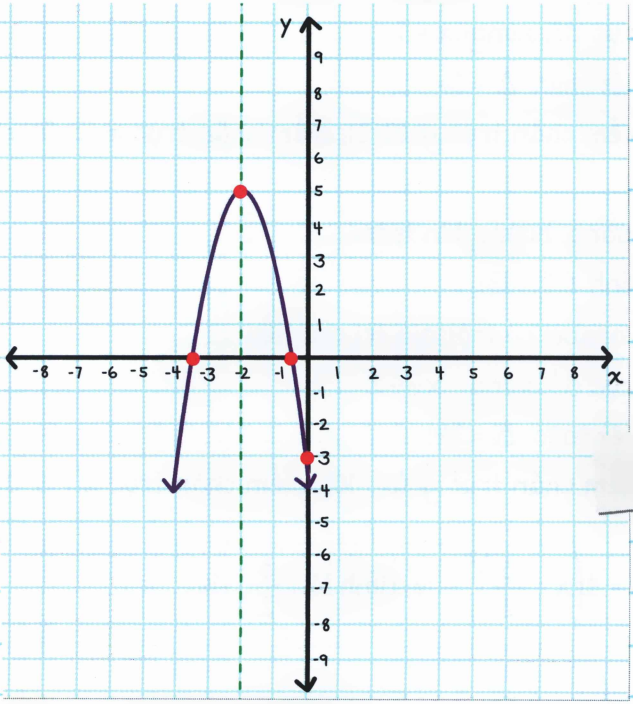
4. $y = 4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 16$; đỉnh là $\left(\frac{3}{2}, -16\right)$

THÊM ĐÁP ÁN

5.



6.



Chương 68

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG ĐỒ THỊ

Khi ta vẽ đồ thị phương trình bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, các điểm chắn trục x là nơi mà parabol cắt trục x và có tung độ bằng 0.

Đây là lý do tại sao các điểm chắn trục x biểu diễn **nghiệm** của phương trình bậc hai.

$0 = ax^2 + bx + c$ hoặc $ax^2 + bx + c = 0$

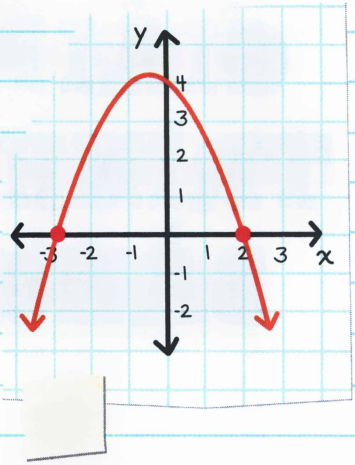
Lưu ý: y đã được thay thế bằng 0.

VÍ DỤ: Tìm nghiệm $-\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 4 = 0$.

Sử dụng đồ thị của $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 4$, như trong hình.

Nghiệm của $-\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 4 = 0$ là các điểm chắn trục x của phương trình $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 4$.

Vì các điểm chắn trục x của đồ thị là -3 và 2 nên các nghiệm là: $x = -3$ và $x = 2$.

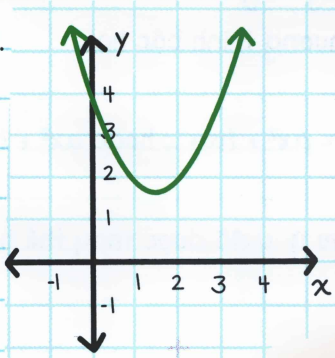


VÍ DỤ: Tìm nghiệm của $x^2 - 3x + 4 = 0$.

Sử dụng đồ thị của $y = x^2 - 3x + 4$.

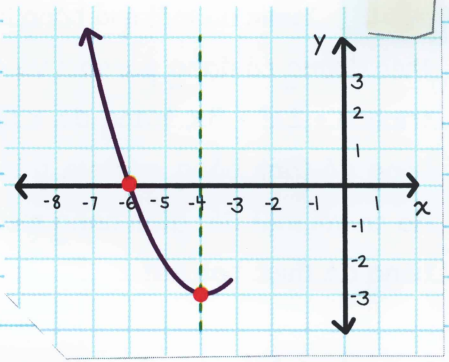
Các nghiệm của $x^2 - 3x + 4 = 0$ là các điểm chắn trục x của phương trình $y = x^2 - 3x + 4$.

Vì không có điểm chắn trục x nên không có nghiệm nào.



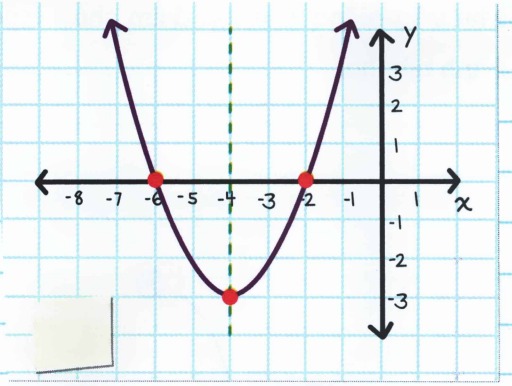
VÍ DỤ: Đỉnh của một parabol là (−4, −3). Một trong những nghiệm của phương trình bậc hai là (−6, 0). Tìm nghiệm khác của phương trình bậc hai.

Vẽ đồ thị của đỉnh và nghiệm, trong đó trục đối xứng chạy qua đỉnh.



Sử dụng phép đối xứng, ta có thể tìm được nghiệm khác, vì các nghiệm cách trục đối xứng một khoảng tương đương.

Do đó, nghiệm còn lại là: (−2, 0).



Có những bài toán thực tế cần tìm nghiệm của phương trình bậc hai.

VÍ DỤ: Jamie đá một quả bóng lên không trung. Quả bóng đi theo đường có dạng parabol và được biểu diễn bằng phương trình $y = 2x^2 + 9x$, trong đó x biểu thị tầm bay xa của quả bóng đá (tính bằng mét) và y biểu thị độ cao của quả bóng đá so với mặt đất (tính bằng mét). Hỏi khi chạm mặt đất quả bóng đá được bao xa?

Vì ta đang kiểm tra thời điểm khi quả bóng chạm đất, nghĩa là độ cao của quả bóng so với mặt đất là $y = 0$.

Như vậy giống như tìm điểm chắn trục x của đồ thị phương trình bậc hai.

Thay $y = 0$ vào $y = 2x^2 + 9x$:

$(0) = 2x^2 + 9x$ Sử dụng phương pháp phân tích thành nhân tử.

$0 = -x(2x - 9)$ Áp dụng quy tắc tích bằng không.

$x = 0$ hoặc $2x - 9 = 0$

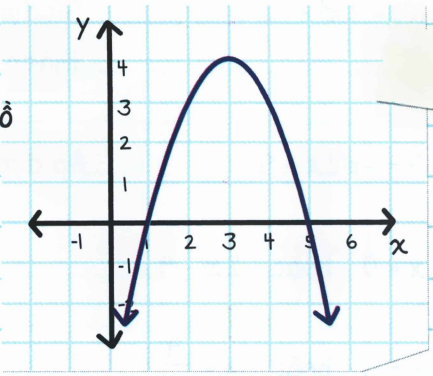
$x = 0$ hoặc $x = \frac{9}{2}$

Có hai câu trả lời: cách 0 mét, hoặc $\frac{9}{2} = 4{,}5$ mét.

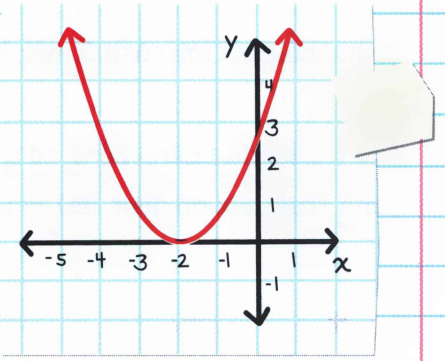
Câu trả lời đầu tiên không có ý nghĩa (nó thể hiện vị trí của quả bóng trước khi nó được đá), vì vậy đáp án đúng là: $\frac{9}{2} = 4{,}5$ mét.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

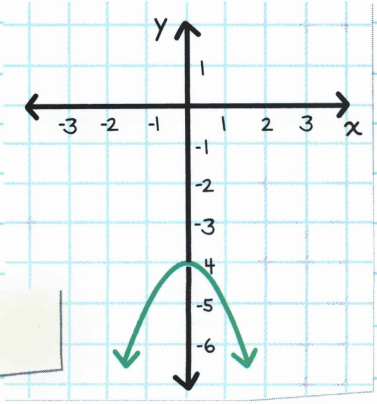
1. Tìm nghiệm của $-x^2 + 6x - 5 = 0$, sử dụng đồ thị của $y = -x^2 + 6x - 5$.



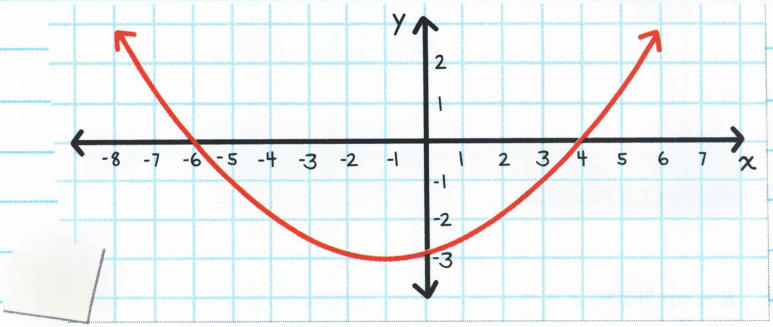
2. Tìm nghiệm của $\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{8}{3} = 0$, sử dụng đồ thị của $y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{8}{3}$.



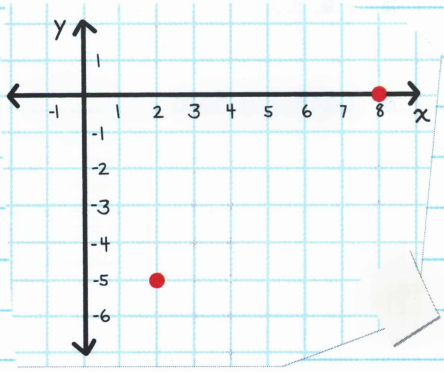
3. Tìm nghiệm của $-x^2 - 4 = 0$, sử dụng đồ thị của $y = -x^2 - 4$.



4. Tìm nghiệm của $\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x - 3 = 0$, sử dụng đồ thị của $y = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x - 3$.



5. Đỉnh của một parabol là (2,-5). Một trong những nghiệm của phương trình bậc hai là (8, 0). Hãy tìm nghiệm khác của phương trình bậc hai.



6. Một viên đạn đại bác được bắn ra. Đường mà viên đạn bắn ra có dạng parabol và được biểu diễn bằng phương trình $y = -4 + 31x$, trong đó x biểu thị quãng đường mà viên đạn đi được (tính theo dặm) và y biểu thị độ cao viên đạn bay trên mặt đất (tính theo dặm). Hỏi viên đạn đại bác bay được bao xa?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $x = 1$ hoặc $x = 5$

2. $x = -2$

3. Không có nghiệm

4. $x = -6$ hoặc $x = 4$

5. $(-6, 10)$

6. Cách 7,75 dặm

CHỈ MỤC

B

bậc, 157
bản vẽ tỉ lệ, 79
bảng hai chiều, 343-345
bảng
  giá trị, vẽ đồ thị đường thẳng từ bảng, 255-257 626
  hai chiều, 343-345
  tỉ lệ, 135-137
bất phương trình hỗn hợp, 206-215
bất phương trình một biến, 195-201,
bất phương trình tuyến tính/ đồ thị, 307-312./giải hệ, bằng cách vẽ đồ thị, 315-324
bất phương trình
  đồ thị bất phương trình tuyến tính, 307-314
  đồ thị, 196-197
  giải bất phương trình hỗn hợp, 206-215
  giải bất phương trình một biến, 195-205
  giải hệ bất phương trình tuyến tính, bằng cách vẽ đồ thị, 315-324,
  giải, 198-201
  viết ,195
biến cố độc lập, 375-378
biến cố đối lập, 371 -372
biến cố phụ thuộc, 375, 379-381
biến cố tổng, 375-384
biến cố
  định nghĩa, 364
  đối lập , 371-372
  tổng, 375-381
biến độc lập, 177-179, 396-397
biến không đổi, 93
biến phụ thuộc, 177-179, 396-397
biến thiên, 329
biến thiên
  biến không đổi, 93
  phương sai, 339-340
biến
  cô lập , 185-194
  có lũy thừa, 157-158
  định nghĩa, 156
  độc lập, 177-179, 396-397
  giải bất phương trình một biến, 195-201
  giải phương trình một biến, 185-191
  phụ thuộc, 177-179, 396-397
biệt thức, 579-586, 602-606
biểu đồ đường, 345-346
biểu đồ hộp, 348-352
biểu đồ tần suất, 347-348
biểu đồ phân tán, 353-357,
biểu đồ tròn, 343
biểu thức
  các loại, 156
  dạng chuẩn, 158-160
  định nghĩa, 155
  giới thiệu, 155-160
  kết hợp các số hạng giống nhau, 169-172
  số mũ và biểu thức, 157-158
  tính biểu thức đại số, 163-168
biểu thức đại số, đánh giá, 163-165
biểu thức dưới căn, 521-524,
bình phương, giải phương trình bậc hai bằng phần bù bình phương, 561-572
bội chung nhỏ nhất (BCNN), 54-56, 221, 241-243

C

căn bậc ba
  lập phương đúng, 511-512,
  mô tả, 510-511
  rút gọn, 517-518
căn bậc hai số học, 508
căn bậc hai
  chính phương, 508-509
  giải phương trình bậc hai bằng cách lấy căn bậc hai, 553-5
  mô tả, 506-508

rút gọn, 515–516
căn thức
căn bậc ba, 510–511
căn bậc hai, 506–508
chính phương, 508–509
cộng và trừ, 521–526
lập phương đúng, 511–512
nhân và chia, 527–532
rút gọn, 515–518
thành phần, 521
cặp sắp thứ tự, 248–249, 353–355
câu hỏi thống kê, 329
chỉ số, 521–524, 527–529
chiết khấu, tính toán, 111–115
chính phương, 508–509, 553–557
chọn số hạng giống nhau, kết hợp các số hạng giống nhau, 385, 390–391
cô lập biến, 185–194
cơ số, số mũ, 142–146
công thức
biệt thức, 579– 586
công thức nghiệm, 573–576 /biến đổi, 219–224
hệ số góc, 263, 268, 270, 280
hiệu của hai bình phương, 495–496
hiệu của hai lập phương, 499–502
hoán vị, 388–389
lãi đơn, 124
phân tích thành nhân tử bằng hằng đẳng thức, 495–502
phương trình đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc, 290
tam thức chính phương, 497–498
tổng của hai lập phương, 499–502
công thức nghiệm, giải phương trình bậc hai, 573–576
công thức bình phương, hiệu hai bình phương, 495–496, 501–502
công thức hoán vị, 388–389
công thức tam thức chính phương, 497–498

C

đa thức
bậc, 158
cộng và trừ, 428–434
định nghĩa, 156
nhân và chia, 453–460
phân tích thành nhân tử bằng hằng đẳng thức, 495–504
phân tích thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung, 462–474
phân tích thành nhân tử bằng phương pháp nhóm, 475–478
đại lượng chưa biết, tìm, 91–92
dạng/ký hiệu
dạng chuẩn của biểu thức, 158–160,
dạng chuẩn của phương trình, 294
dạng đỉnh, 593–596
ký hiệu khoảng đoạn, 212–215
ký hiệu chuẩn 149–152,
ký hiệu khoa học, 149–152
phương trình bậc hai, 534–535
phương trình đoạn chắn, 277–283, 295, 315–316, 319
phương trình đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc, 289–298
dạng biểu thức chuẩn, 158–160
dạng chuẩn của phương trình, 294
dạng đỉnh, 593–596
dấu ngoặc nhọn, ký hiệu tập hợp, 252
đầu ra, 364
điểm chắn trục x, 277–283, 288
điểm chắn trục y, 277–283,

288
điểm, 248-252
điểm, giao điểm, 299-300
điểm, phân tán, 353-357
đỉnh của parabol, 590-596
độ biến thiên cao, 329
độ biến thiên thấp, 329
đồ thị
hàm số, 415-426
hiển thị dữ liệu, 343-362
đồ thị
bất phương trình tuyến tính, 307-314
bất phương trình, 196-197
đường thẳng từ bảng giá trị, 255-262
giải hệ bất phương trình tuyến tính, 315-324
giải hệ phương trình tuyến tính, 299-306
giải phương trình bậc hai, 611-616
hàm số bậc hai, 588-606
đoạn chắn, 277-278, 600-602
đối xứng, trục đối xứng, 599-600
đối, cộng, 33-36
đơn giá, 85
đơn thức
định nghĩa, 156, 428
nhân và chia, 445-450
dữ liệu định lượng, 326-327, 329
dữ liệu định tính, 326, 328-329
dữ liệu
định lượng, 326-327, 329
định nghĩa, 326
định tính, 326, 328-329
hiển thị, 343-357
lấy mẫu, 330-332
thu thập , 329
đường thẳng phù hợp nhất, 354-355
đường thẳng
dạng chuẩn, 294
hệ số góc , 263-276
mặt phẳng tọa độ, 248-252
phương trình đoạn chắn, 277-283, 295, 315-316, 319
phương trình đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc, 289-295
vẽ đồ thị từ bảng giá trị, 255-257

G

giá trị
cực đại , 337, 597-598
cực tiểu, 337, 597-598
tuyệt đối, 27-29, 61-63
vẽ đồ thị đường thẳng từ bảng giá trị, 255-257
giá trị cực đại, 337, 597-598
giá trị cực tiểu, 337, 597-598
giá trị tuyệt đối, 17, 27-28, 52-53, 61-63
giá
thuế bán hàng, 107-109
tìm giá gốc, 110, 114, 117-118
giảm chéo/rút gọn chéo, 44
giao điểm, 299-300
giao nhau, 206-209, 549
góc phần tư, 251
gốc, 124
gốc, 248-249, 309-310

H

hàm bậc hai, vẽ đồ thị, 588-606
hàm giai thừa, 387-388
hàm phi tuyến, 415-421
hàm số
bậc hai, 588-610
định nghĩa, 396-397
giai thừa, 387-388
ký hiệu, 407-414
nguyên tắc đếm cơ bản, 369 -370
phi tuyến, 415-426
quan hệ, 396-406
tính giá trị, 407-411
ứng dụng, 415-421
hàm tuyến tính, 415
hằng số, 158
hành động, 364
hệ phương trình tuyến tính

giải bằng đồ thị, 299–306
giải bằng phép khử, 237–244
giải bằng phép thế, 225–234
hệ số góc âm, 267, 272
hệ số góc dương, 267, 271
hệ số góc không xác định, 267
hệ số góc không, 267
hệ số góc
âm , 267, 272
định nghĩa, 263
dương, 267, 271
không xác định, 267
không, 267
mô tả, 263–265
tìm, 268–272
tổng quan, 263–276
hệ số, 156–157
hiệu của hai biểu thức bình phương, 495–496
hiệu của hai biểu thức lập phương, 499– 502
hình vẽ, tỉ lệ, 79
hoán vị, 385–389
hoành độ, 248–252
hợp (hoặc), 210–211, 549
hướng của parabol, 589–590

K

kết hợp số hạng giống nhau, 169–174, 190, 429
không (điểm chắn trục x), 601–602
không gian mẫu, 367–368
không tương quan, 357
khử, giải
hệ phương trình tuyến tính, 237–244
ký hiệu căn, 506
kiểm tra đường thẳng đứng 400–403
ký hiệu/dạng
dạng chuẩn của biểu thức, 158–160
dạng chuẩn của phương trình, 294
dạng đỉnh, 593–596
ký hiệu dạng chuẩn, 149–154
ký hiệu khoa học, 149–152
ký hiệu khoảng đoạn, 212–215
phương trình bậc hai, 534 –535
phương trình đoạn chắn, 277–288, 295, 315–316, 319
phương trình đường thẳng khi biết một điểm và hệ số góc, 289–295
ký hiệu
dấu căn, 506
ký hiệu bất phương trình, 196, 200, 212
ký hiệu vô cùng, 215
ký hiệu bất đẳng thức, 196, 200, 212
ký hiệu chuẩn , ký hiệu khoa học và, 149–154
ký hiệu khoa học, 149–154,
ký hiệu khoảng đoạn, 212–215
ký hiệu vô cùng, 215

L

lãi đơn, 123–130
lãi kép, 125
lãi suất
kép, 125
lãi đơn, 123–130
tỷ lệ, 124
lập phương đúng, 499, 511–512
lập phương
hiệu của hai biểu thức lập phương, 499–502
tổng của hai biểu thức lập phương, 499– 502
lặp
hoán vị không lặp, 387–389
hoán vị lặp, 385–387
lấy mẫu, 330–332
lũy thừa của lũy thừa, 448–450
lũy thừa
âm, 144–146
biến có lũy thừa, 157–158
định nghĩa, 142
giới thiệu, 142–148
ký hiệu khoa học, 149–152
lũy thừa của lũy thừa,

448–450
nhân và chia, 437–444
phân thức có lũy thừa âm , 146
rút gọn, 437–444
tính chất, 143–144
mặt phẳng tọa độ, 248–252
mẫu ngẫu nhiên,331
mẫu số
cộng phân số cùng mẫu, 51–52
cộng phân số khác mẫu, 54–56
rút gọn, 165
trừ các phân số cùng mẫu, 53
trục căn thức ở mẫu, 529–530
mẫu, 331
mean, 336
median, 337–338
miền xác định, 252, 396–403
mod, 338

N
nghịch đảo, 46–47, 144–146
nghiệm (điểm chắn trục x), 601–602
nghiệm
bất phương trình, 198–201
định nghĩa, 176–177
hệ phương trình tuyến tính, 226
kiểm tra, 179
phương trình bậc hai, 536
ngoại lệ, 340, 355
nguyên tắc tích số không, 541–548
nhân chéo 369–370,
nhân tử chung lớn nhất (NTCLN), 466–469
nhân tử hóa, 465, 472
nhị thức, 156, 428–429, 456
nhóm, phân tính đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm, 475–478

P
parabol
biệt thức, 602–606
điểm chắn, 600–602
đỉnh, 590–598
đồ thị phương trình bậc hai, 415–418, 537, 588–606
giá trị cực đại, 597–598
giá trị cực tiểu, 597–598
hướng, 589–590
trục đối xứng, 599–600
phạm vi, 252, 339, 396–406
phần bù bình phương, 561–570, 594
phân số dương
cộng và trừ, 51–58
nhân và chia, 43–50
phân số tương đương, 54–56, 89
phân thức âm
cộng và trừ, 51–56
nhân và chia, 43–50
phân thức
có số mũ âm, 146
cộng và trừ, 51–58
nhân và chia, 43–50
phần trăm, 99
tương đương, 54–55, 89
phân tích thành nhân tử, định nghĩa, 462
phân tích thành nhân tử
giải phương trình bậc hai, 541–552
hằng đẳng thức, 495–504
khi a = 1, 481–490
khi a ≠ 1, 491– 494
phương pháp nhóm, 475–478
sử dụng NTCLN, 462–474
phần trăm
chuyển đổi thành phân số, 99
chuyển đổi thành số thập phân, 100
định nghĩa, 98
tìm toàn phần, 103–104
tính toán, 101–103
tổng quan, 98–106
xác suất, 363–372
phép chia
căn thức , 527–530
đa thức, 453–460
đơn thức, 445–450

lũy thừa, 437–442
phân số dương và âm, 43–50
số nguyên dương và âm, 37–42
số thập phân, 70–72
thứ tự phép tính, 17–22
phép cộng
căn thức, 521–526
phân số dương và âm, 51–52, 54–56
số nguyên dương và âm, 24–29
số thập phân, 59–61
thứ tự phép tính, 17–20
đa thức, 428–436
tính chất giao hoán, 9, 11
tính chất kết hợp, 10
tính chất phân phối của phép nhân và phép cộng, 12–13, 14
phép nhân chéo, 90
số thập phân, 67–69
lũy thừa, 437–442
nguyên tắc đếm cơ bản, 369–370
đơn thức, 445–452
thứ tự phép tính và, 17–20
đa thức, 453–460
phân thức dương và âm, 43–50
số nguyên dương và âm, 37–42
căn thức, 527–532
tính chất giao hoán, 9–10, 171
tính chất kết hợp, 10–11
tính chất phân phối, 12–14
phép thế
giải hệ phương trình tuyến tính, 225–234
phương pháp thế, 227–234
tính giá trị biểu thức đại số, 163–168
phép toán ngược, 186–194, 219–224
phép trừ
số thập phân, 59–60, 62–63
thứ tự phép tính, 17–22
đa thức, 428–434
phân thức dương và âm, 53–56
số nguyên dương và âm, 33–36
căn thức, 521–524
tính chất phân phối của phép nhân và phép trừ, 13, 14
phương pháp cộng, 241
phương pháp khử, 237–244
phương pháp TNTS, 456, 482–483, 548
phương pháp trục số, 24–27
phương trình bậc hai
biệt thức, 579–583
dạng, 534–535
đồ thị parabol, 415–418, 537, 588–610
giải bằng cách lấy căn bậc hai, 553–560
giải bằng công thức nghiệm, 573–578
giải bằng đồ thị, 611–618
giải bằng phần bù bình phương, 561–572
giải bằng phương pháp đặt nhân tử chung, 541–549
giới thiệu, 534–540
thử lại nghiệm, 536
ứng dụng thực tế, 614–615
phương trình bậc nhất, 180–182
phương trình đoạn chắn, 277–283, 295, 315–316, 319
phương trình đường thẳng
khi biết một điểm và hệ số góc, 289–298
phương trình tuyến tính tương đương, 302
phương trình tuyến tính dạng, 295
giải hệ bằng đồ thị, 299–306
giải hệ bằng phương pháp khử, 237–244
giải hệ bằng phương pháp thế, 225–236
không có nghiệm, 301
mô tả, 180– 182
tương đương, 302
Xem thêm đường thẳng; hệ số góc;

dạng phương trình đoạn chắn
phương trình
bậc hai, 415–418
bậc một, 180–182
định nghĩa, 176
giải bằng cách vẽ đồ thị, 299–306
giải bằng phương pháp khử, 237–244
giải bằng phương pháp thế, 225–234
giới thiệu, 176–184
một biến, 185–194
viết phương trình đoạn chắn, 279–283
Xem thêm phương trình tuyến tính; đường thẳng; phương trình bậc hai

Q

quan hệ
định nghĩa, 252, 396
hàm, 396–406

R

rút gọn
căn bậc ba, 510–511, 517–518
căn bậc hai, 507
căn thức, 515–518
đơn thức, 445–450
lũy thừa, 437–444
nhân và chia đa thức, 453–460
tỷ lệ, 78

S

số âm
cộng, 24–32
nhân và chia, 37–42
trừ, 33–36
số bị chia, 70
số chia, 70
số đếm, nguyên tắc đếm 2,
sơ đồ cây, 367–368
số đo phương sai, 339–340
số đo trung bình, 335–338
số đối, 33–34, 53
số dư, 125
số dương
cộng, 24–29
nhân và chia, 37–42
trừ, 33–36
số hạng giống nhau, kết hợp, 169–174, 190, 429
số hạng, 155–156
số hữu tỉ, 3, 5, 508–509, 511–512
số mũ âm, 144–145
số nguyên
cộng số nguyên, 24–29
định nghĩa, 2
nhân và chia số nguyên, 37–39
trong phép toán, 5
trừ số nguyên, 33–36
số nguyên, 3,5
số thập phân
chuyển đổi tỷ lệ phần trăm, 100
cộng và trừ, 59–63
hữu hạn, 6
nhân và chia , 67–74 / lặp, 6
số thập phân hữu hạn, 6
số thập phân tuần hoàn, 6
số thực, 4, 5
số tự nhiên, 2, 5
số vô tỉ , 4, 5, 508–509
số, kiểu số, 2–6
số
cộng số nguyên, 24–32
cộng và trừ phân số, 51–58
cộng và trừ số thập phân, 59–63
nhân và chia phân số, 43–47
nhân và chia số nguyên, 37–42
nhân và chia số thập phân, 67–74
trừ các số nguyên, 33–36

T

tam thức
công thức tam thức chính phương, 497–498
định nghĩa, 156, 428
phân tích thành nhân tử khi a = 1, 481–490
phân tích thành nhân tử khi a ≠ 1, 491–492
tăng giá, tính toán, 116–118
tăng, 263–265, 268–270, 280
tập hợp, 335
thay đổi ngang, 263–265,

280
thay đổi, tỷ lệ phần trăm, 131–134
thời gian, khoản vay, 124
thống kê
định nghĩa, 326
giới thiệu, 326–332
thứ tự bảng chữ cái, 159–160
thứ tự giảm dần, 158–160, 171–172
thứ tự phép tính 17–22
thuế bán hàng, tính toán, 107–109
thương số, 70
tích chéo, 90, 92
tiền hoa hồng, tính toán, 118–119
tiền thưởng, tính toán, 118–119
tính biểu thức đại số, 163–165
tính chất căn bậc hai, 554–557, 561
tính chất đại số 9–14
tính chất giao hoán
phép cộng, 9, 11
phép nhân, 9–10, 171
tính chất kết hợp
phép cộng, 10
phép nhân, 10–11
tính chất phân phối
nhân và chia đa thức, 453–460
phép nhân và phép cộng, 12–13, 14, 172
phép nhân và phép trừ, 13–14, 172, 189–190
tính chất số học
các kiểu số, 2–6
thứ tự phép tính, 17–22
tính chất đại số, 9–16
tính chiết khấu, 111–115
tính phần trăm, 101–103
tính tăng giá, 116–118
tính thuế bán hàng, 107–109
toàn phần, tìm toàn phần khi biết phần trăm, 103–104
tổng của hai lập phương, 499–502
tổng thể, 331
trục căn thức ở mẫu, 529–530
trục đối xứng 278, 600, 599–600
trục x, 248, 277–278
trục y, 248, 277–278
trục
mô tả, 248
trục x, 248, 277–278, 600
trục y, 248, 277–
trung bình, số đo, 335–338
tứ phân vị, 349–352
tử số, rút gọn, 165
tung độ, 248–254
tương quan nghịch, 356
tương quan thuận, 356
tương quan, 356– 357
tỉ lệ không đổi, 93
tỉ lệ phần trăm thay đổi, 131–134
tỉ lệ thức, 78
tỉ lệ thức, 89–97
tỉ lệ, 83
tỉ lệ, không đổi, 93
tỉ lệ
bảng, 135–140
định nghĩa, 76
rút gọn, 78
tổng quan, 76–82
tỉ lệ thức, 79
xác suất, 364–368
tỉ suất, 83–86

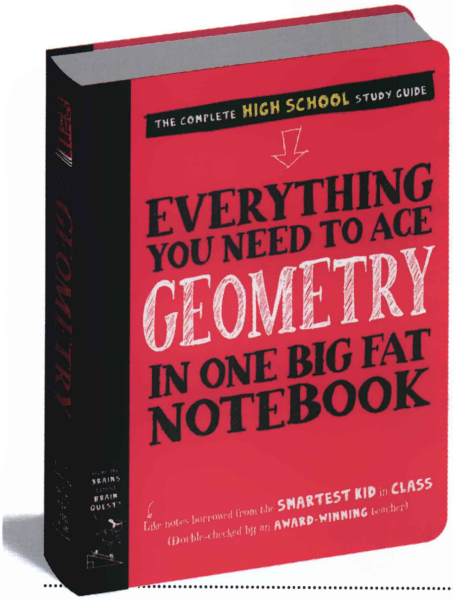
U

ứng dụng phần trăm, 107–119

X

xác suất ngẫu nhiên 364,
xác suất
biến cố tổng, 375–381
hoán vị và tổ hợp, 385–392
tổng quan, 363–374

TẠM BIỆT ĐẠI SỐ...
XIN CHÀO HÌNH HỌC!



Cuốn sổ tay này có mọi thứ bạn cần biết về HÌNH HỌC trong suốt ba năm học, khối lượng kiến thức lớn của môn được chia nhỏ thành các bài học dễ tiếp thu, từ những khái niệm cơ bản như điểm, đường thẳng, mặt phẳng và góc tới mở đầu về lượng giác.

T.B. BẠN CÓ PHẢI LÀ MỘT TRONG NHỮNG NGƯỜI ĐANG CHINH PHỤC MÔN ĐẠI SỐ Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG KHÔNG? ĐỪNG QUÊN NHỮNG MÔN KHÁC VỚI LOẠT SÁCH SỔ TAY SAU NHÉ:

workman

SỔ TAY ĐẠI SỐ

NHÀ XUẤT BẢN LAO ĐỘNG

175 Giảng Võ - Ba Đình - Hà nội
Điện thoại: 024 38515380 Fax: 024 38515381
Email: info@nxblaodong.com.vn
Website: www.nxblaodong.com.vn

Chi nhánh phía Nam:
Số 85 Cách Mạng Tháng Tám, Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh
Điện thoại: 02838390970 Fax: 02839257205

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc – Tổng biên tập
MAI THỊ THANH HẰNG

Biên tập NXB:	Lê Thị Hằng
Trình bày:	Nam Khanh
Biên tập Á Châu Books:	Đỗ Thủy
Bìa:	Á Châu Books

Liên kết xuất bản và phát hành:
Công ty Cổ Phần Đầu Tư và Phát Triển Giáo Dục Quốc Tế Á Châu
Số 8 Lô 2, Dự án nhà ở Phùng Khoang, Phường Trung Văn,
Quận Nam Từ Liêm, Hà Nội
Điện thoại: 024 8582 5555 Hotline: 09166 40 166
Website: Http://achaubooks.vn Hoặc http://hocgioitoan.com.vn
Email: info@achaubooks.vn
Facebook: fb.com/hocgioitoan.com.vn

In 5.000 cuốn, khổ 14x20.5 cm, tại Công ty cổ phần In Sao Việt.
Địa chỉ: Số 9/40, Ngụy Như Kon Tum, Nhân Chính, Thanh Xuân, TP. Hà Nội.
Số xác nhận ĐKXB: 2938-2021/CXBIPH/02-178/LĐ.
Số QĐXB của NXB:1355/QĐ-NXBLĐ, ngày 17/09/2021.
Mã số sách tiêu chuẩn quốc tế (ISBN): 978-604-343-038-7
In xong và nộp lưu chiểu năm 2021.