ALTAIR PETERSON

HƯỚNG DẪN HỌC TẬP HOÀN THIỆN CHO BẬC TRUNG HỌC CƠ SỞ



EVERYTHING YOU NEED TO ACE MATH IN ONE BIG FAT NOTEBOOK

SỔ TAY TOÁN HỌC

(Sách tham khảo)
Hạnh Trinh dịch
Tái bản lần 1

Những ghi chú đến từ
ĐỨA TRẺ THÔNG MINH NHẤT LỚP HỌC
(Đã được kiểm duyệt bởi OUIDA NEWTON)

Achaubooks
NXB Lao Động

CUỐN SÁCH BÁN CHẠY SỐ 1 CỦA MỸ!

CUỐN SÁCH KHỔNG LỒ NÀY sẽ giúp cho tất cả những kiến thức bạn học ở trường trở nên "**DỄ TIẾP THU**" hơn

với **khái niệm then chốt** **mẹo ghi nhớ**

định nghĩa **biểu đồ** **và hình ảnh minh họa**

để giúp bạn có được **ĐIỂM SỐ TỐT HƠN!**

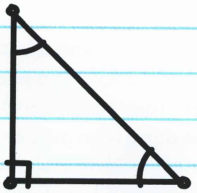
Bao gồm: PHÂN SỐ SỐ ÂM Tỷ lệ
Biểu thức và Phương trình TOÁN ĐỐ
ĐỊNH LÝ PY-TA-GO Diện tích và Thể tích
Thống kê và Xác xuất MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ
PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH Phương trình phi tuyến tính
và nhiều kiến thức khác



Achaubooks

SỔ TAY TOÁN HỌC
ISBN: 978-604-320-906-8
9 786043 209068
GIÁ BÌA: 395,000

SỔ TAY TOÁN HỌC



ALL RIGHTS RESERVED
Vietnam edition copyright @ A Chau International
Education Development and Investment Corporation, 2020.
All rights reserved. No part of this publication may be reproduced,
stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means,
electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the
prior permission of the publishers.
First published in the United States under the title:
EVRYTHING YOU NEED TO ACE MATH IN ONE BIG FAT NOTEBOOK:
The Complete Middle School Study Guide
Coyright @ 2016 by Workman Publishing
Published by arrangement with Workman Publishing Co., New York.
ISBN: 978-604-320-906-8
Printed in Viet Nam
Bản quyền tiếng Việt thuộc về Công ty Cổ phần Đầu tư
và Phát triển Giáo dục Quốc tế Á Châu, xuất bản theo hợp đồng
chuyển nhượng bản quyền với Workman Publishing, 2020.

Bản quyền tác phẩm đã được bảo hộ, mọi hình thức xuất bản,
sao chụp, phân phối dưới dạng in ấn, văn bản điện tử, đặc biệt là phát tán
trên mạng internet mà không được sự cho phép của đơn vị nắm giữ bản
quyền là hành vi vi phạm bản quyền và làm tổn hại tới lợi ích của tác giả
và đơn vị đang nắm giữ bản quyền.
Không ủng hộ những hành vi vi phạm bản quyền.
Chỉ mua bán bản in hợp pháp.

ĐƠN VỊ PHÁT HÀNH:
Công ty Cổ Phần Đầu Tư và Phát Triển Giáo Dục Quốc Tế Á Châu
Số 8 Lô 2, Dự án nhà ở Phùng Khoang, Phường Trung Văn,
Quận Nam Từ Liêm, Hà Nội
Điện thoại: 024 8582 5555
Hotline: 09166 40 166
Website: http://achaubooks.vn Hoặc http://hocgioitoan.com.vn
Email: info@achaubooks.vn
Facebook: www.fb.com/hocgioitoan.com.vn
www.fb.com/achaubooks.vn

ALTAIR PETERSON

HƯỚNG DẪN HỌC TẬP HOÀN THIỆN CHO BẬC TRUNG HỌC CƠ SỞ



EVERYTHING YOU NEED TO ACE MATH IN ONE BIG FAT NOTEBOOK

SỔ TAY TOÁN HỌC

(Sách tham khảo)
Hạnh Trinh dịch
Tái bản lần 1

Những ghi chú đến từ
ĐỨA TRẺ THÔNG MINH NHẤT LỚP HỌC
(Đã được kiểm duyệt bởi OUIDA NEWTON)

Achaubooks BOOKS & STEM
NXB Lao Động

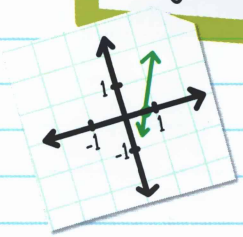
MỌI THỨ BẠN CẦN BIẾT ĐỂ LÀM CHỦ

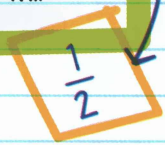
TOÁN HỌC

XIN CHÀO!

Đây là những ghi chú trong lớp học toán của tôi. Ồ, tôi là ai vậy? Thực ra, một vài bạn đã nói rằng tôi là đứa trẻ thông minh nhất trong lớp.

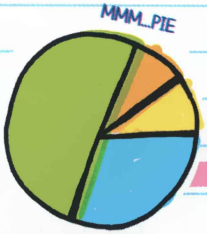
Tôi đã viết ra tất cả những gì các bạn cần để làm chủ **TOÁN HỌC**, từ PHÂN SỐ cho đến MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ, và chỉ những kiến thức thực sự quan trọng trong đó, bạn biết đấy, những thứ hay xuất hiện trong kì thi.





Tôi đã cố gắng hệ thống mọi thứ, vì thế tôi gần như luôn luôn:

- Làm nổi bật từ khóa bằng **MÀU VÀNG**.
- Tô màu xanh lá cho các định nghĩa.
- Sử dụng BÚT MÀU XANH DA TRỜI đối với người, địa danh, ngày tháng và thuật ngữ quan trọng.
- Phác thảo một biểu đồ tròn xinh xắn và biểu thị các ý lớn một cách trực quan.



Nếu bạn không thích sách giáo khoa và không giỏi ghi chú trong lớp học, quyển sổ tay này sẽ có ích. Nó làm nổi bật các ý trọng tâm. (Nhưng nếu giáo viên của bạn chỉ tập trung giảng mà không khái quát ý, hãy lắng nghe và ghi chú ý chính).



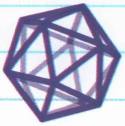
Bởi vì tôi đã làm chủ được môn Toán, quyển sổ tay này là **CỦA BẠN**. Tôi đã hoàn thành nó, vì vậy mục đích của quyển sổ tay này là để giúp **BẠN** học và ghi nhớ những gì **BẠN** cần để làm chủ môn Toán.

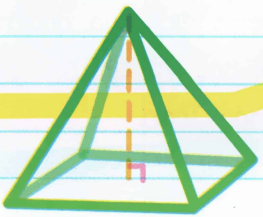


MỤC LỤC

PHẦN 1: HỆ THỐNG SỐ HỌC 11

1. Các loại số và trục số 12
2. Số dương và số âm 21
3. Giá trị tuyệt đối 29
4. Ước số và Ước số chung lớn nhất 35
5. Bội số và Bội số chung nhỏ nhất 43
6. Cơ bản về phân số: Các loại phân số, phép cộng và phép trừ phân số 49
7. Phép nhân và phép chia phân số 59
8. Phép cộng và trừ số thập phân 65
9. Phép nhân số thập phân 67
10. Phép chia số thập phân 71
11. Phép cộng số dương và số âm 75
12. Phép trừ số dương và số âm 81
13. Phép nhân và phép chia số dương và số âm 85
14. Bất đẳng thức 89





PHẦN 2: TỈ LỆ, TỈ LỆ THỨC và PHẦN TRĂM 95

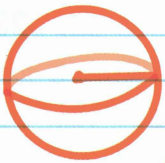
1. Tỉ lệ 96
2. Đơn vị tỉ lệ và đơn giá 101
3. Tỉ lệ thức 105
4. Quy đổi đơn vị đo lường 113
5. Phần trăm 121
6. Bài toán phần trăm 127
7. Thuế và phí 133
8. Giảm giá và tăng giá 141
9. Tiền thưởng và hoa hồng 151
10. Lãi đơn 157
11. Phần trăm tỉ lệ thay đổi 165
12. Bảng biểu và tỉ lệ 169



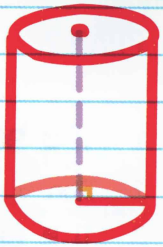


PHẦN 3: BIỂU THỨC và PHƯƠNG TRÌNH 165

1. Biểu thức 176
2. Tính chất 183
3. Các số hạng đồng dạng 193
4. Số mũ 199
5. Trật tự của phép toán 207
6. Kí hiệu khoa học 213

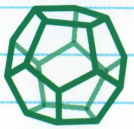


7. Căn bậc hai và căn bậc ba 219
8. So sánh số vô tỉ 225
9. Phương trình 229
10. Tìm biến 235
11. Giải phương trình nhiều bước 241
12. Giải và vẽ đồ thị bất đẳng thức 247
13. Bài toán về phương trình và bất phương trình 253





PHẦN 4: HÌNH HỌC 261
1. Giới thiệu về hình học 262
2. Góc 277
3. Tứ giác và diện tích 287
4. Tam giác và diện tích 297
5. Định lý Py-ta-go 305
6. Hình tròn, chu vi và diện tích 311
7. Hình học không gian 319
8. Thể tích 328
9. Diện tích toàn phần 337
10. Góc, tam giác và đường cắt 347
11. Hình đồng dạng và bản vẽ tỉ lệ 355

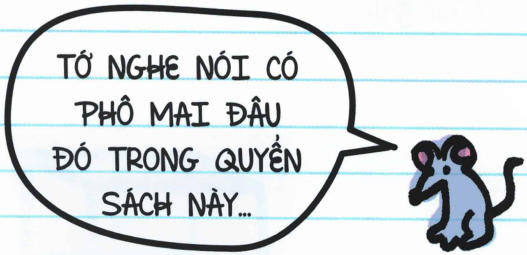


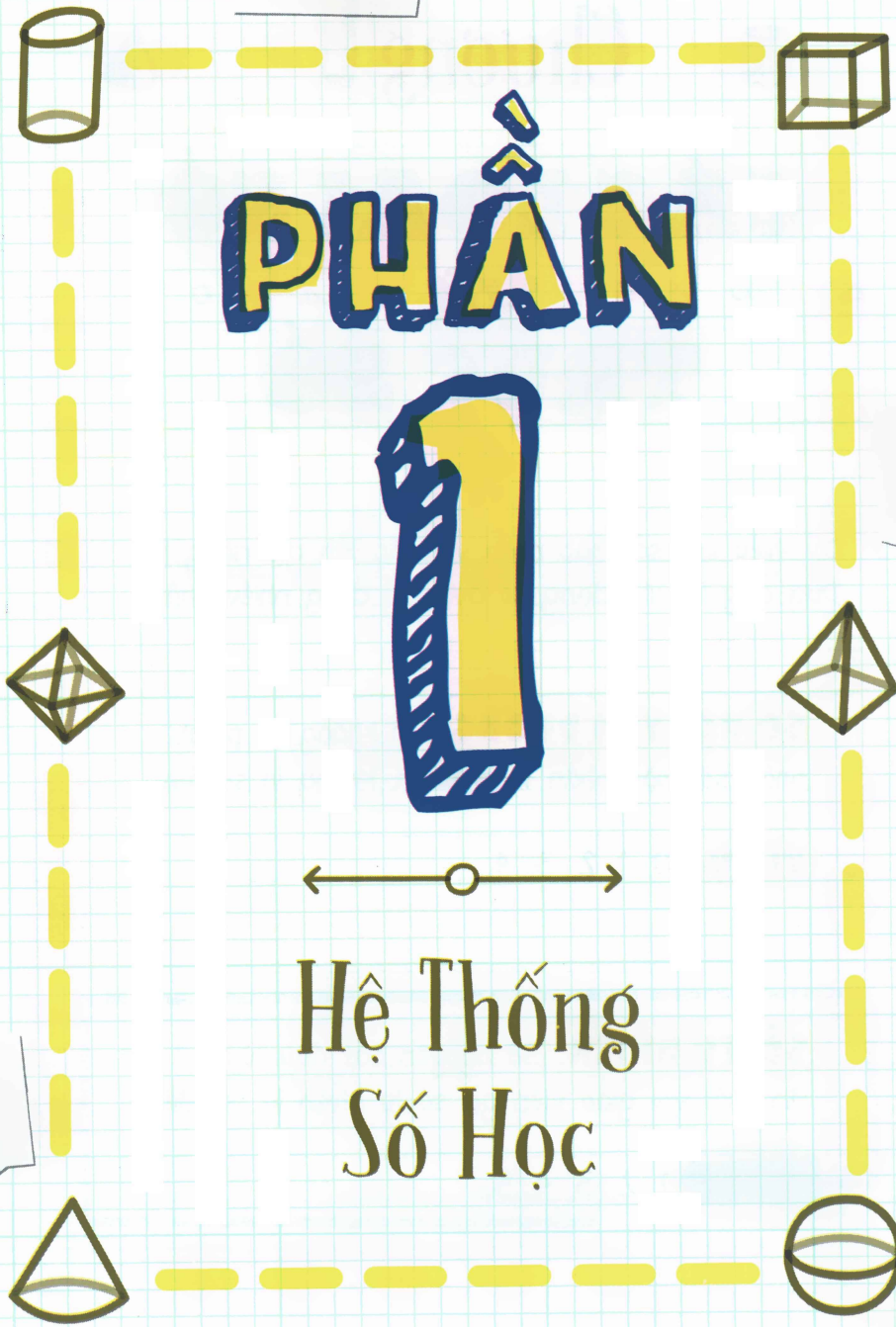
PHẦN 5: THỐNG KÊ và XÁC SUẤT 365

1. Giới thiệu về Thống kê 366
2. Đo lường hướng tâm và sự biến thiên 375
3. Trình bày dữ liệu 385
4. Xác suất 405

PHẦN 6: MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ và HÀM SỐ 415

1. Mặt phẳng tọa độ 416
2. Mối tương quan, đường và hàm số 427
3. Hệ số góc 441
4. Phương trình tuyến tính và hàm số 456
5. Hệ phương trình tuyến tính và hàm số 466
6. Hàm số phi tuyến tính 478
7. Đa giác và mặt phẳng tọa độ 490
8. Biến đổi tuyến tính 497
9. Quan hệ tỉ lệ và đồ thị 518


TỚ NGHE NÓI CÓ PHÔ MAI ĐÂU ĐÓ TRONG QUYỂN SÁCH NÀY...


PHẦN
1
Hệ Thống
Số Học

Chương 1

CÁC LOẠI SỐ và TRỤC SỐ

Có nhiều loại số khác nhau với các tên gọi riêng biệt. Dưới đây là các dạng số được sử dụng nhiều nhất:

SỐ NGUYÊN DƯƠNG: Số không có phần phân số hoặc phần thập phân. Không là số âm.

VÍ DỤ: 0, 1, 2, 3, 4...

SỐ TỰ NHIÊN: Số nguyên bắt đầu từ số 1 trở lên. Một vài giáo viên gọi số tự nhiên là "số đếm".

VÍ DỤ: 1, 2, 3, 4, 5...

SỐ NGUYÊN: Tất cả các số nguyên (bao gồm số nguyên âm và số nguyên dương).

VÍ DỤ: ...-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4...

SỐ HỮU TỈ: Bất kì một số nào có thể được viết bằng cách chia một số nguyên này cho một số nguyên khác, theo nghĩa đen, số hữu tỉ là các số có thể được viết dưới dạng phân số hoặc tỉ số (Một cách dễ dàng để nhớ là nghĩ về từ gốc của từ "hữu tỉ" là từ "tỉ số").

VÍ DỤ: $\frac{1}{2}$ (= 0.5), $\frac{1}{4}$ (= 0.25), -7 (= $\frac{-7}{1}$),

4.12 (= $\frac{412}{100}$), $\frac{1}{3}$ (= $0.\overline{3}$),...

PHẦN GẠCH NGANG TRÊN ĐỈNH SỐ 3 NGHĨA LÀ SỐ 3 ĐÓ LẶP LẠI VÔ TẬN.

$0.333333333333333\ldots$

SỐ VÔ TỈ: Một số không thể viết dưới dạng một phân số đơn giản (Bởi vì phần thập phân sẽ kéo dài mãi mãi mà không lặp lại).

VÍ DỤ: 3.14159265..., $\sqrt{2}$

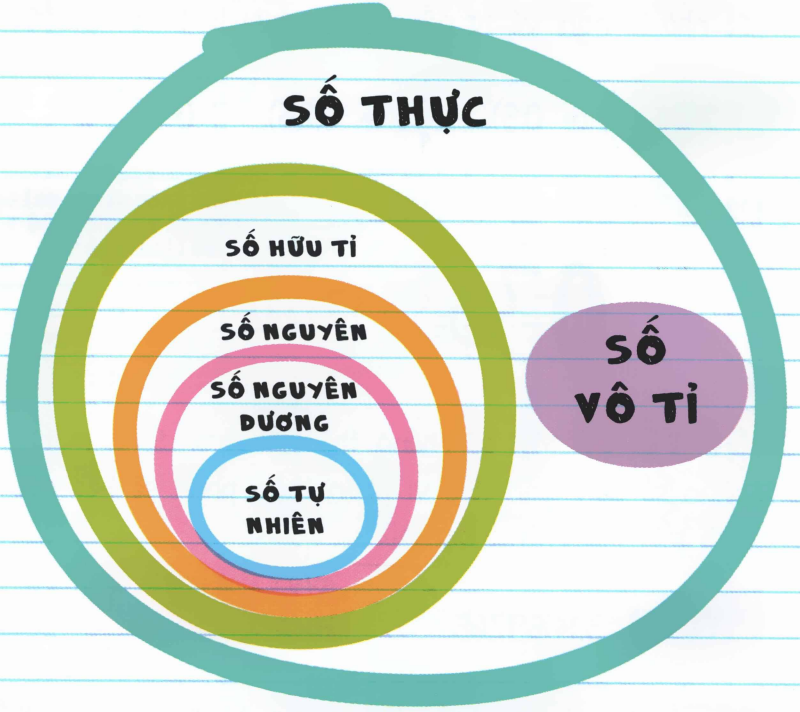
(DẤU "..." CÓ NGHĨA LÀ KÉO DÀI MÃI MÃI)

Mỗi số có một khai triển thập phân. Ví dụ, số 2 có thể được viết thành 2.000... Tuy nhiên, với số vô tỉ, bạn có thể đặt dấu chấm '.', bởi vì phần khai triển thập phân của số vô tỉ kéo dài vô tận và không lặp lại.

SỐ THỰC: Tất cả các số có thể tìm thấy trên trục số. Số thực có thể là số lớn hoặc số nhỏ, số dương hoặc số âm, là phân số hoặc số thập phân,...

VÍ DỤ: 5, -17, 0.312, $\frac{1}{2}$, π, $\sqrt{2}$,..., v.v.

Dưới đây là mối tương quan giữa các loại số:



VÍ DỤ: -2 là số nguyên, số hữu tỉ và số thực!

CÁC VÍ DỤ KHÁC:

46 là số tự nhiên, số nguyên dương, số nguyên, số hữu tỉ và số thực.

0 là một số nguyên dương, số nguyên, số hữu tỉ và số thực.

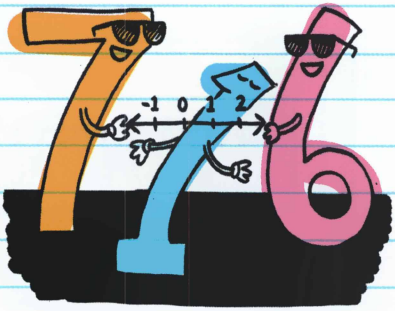
$\frac{1}{4}$ là số hữu tỉ và số thực.

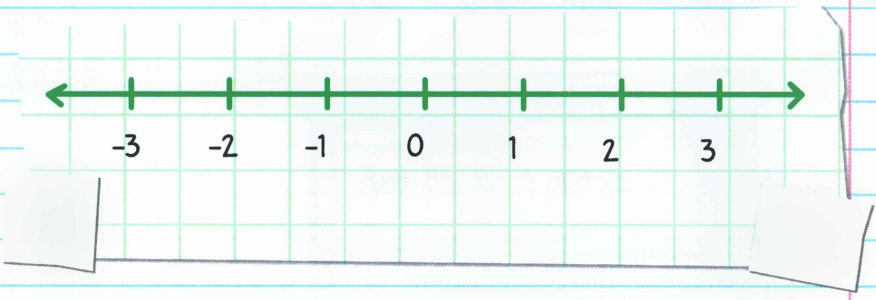
6.675 là số hữu tỉ và số thực (PHẦN THẬP PHÂN GIỚI HẠN hoặc phần thập phân kết thúc là hữu tỉ).

$\sqrt{5}$=2.236067977... là số vô tỉ và số thực (phần thập phân không lặp lại và kéo dài mãi mãi gọi là vô tỉ).

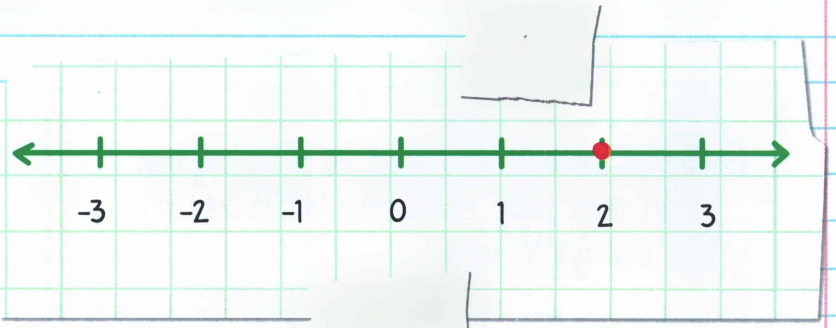
SỐ HỮU TỈ VÀ TRỤC SỐ

Tất cả các số hữu tỉ có thể được biểu diễn trên **TRỤC SỐ**. Trục số là một đường thẳng sắp xếp thứ tự và so sánh các số. Số nhỏ hơn ở phía bên trái, và số lớn hơn ở phía bên phải.

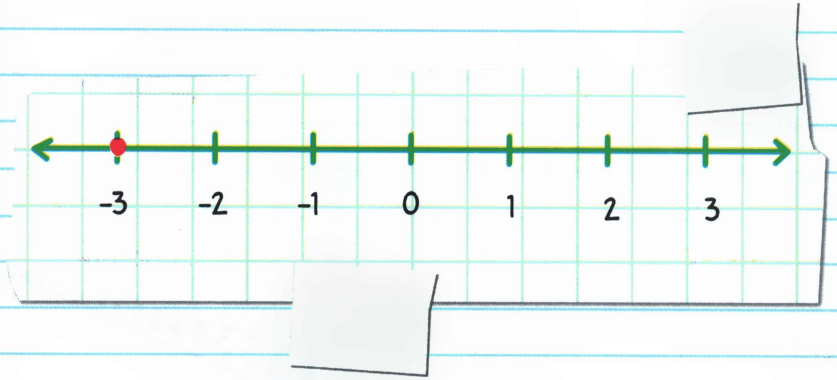




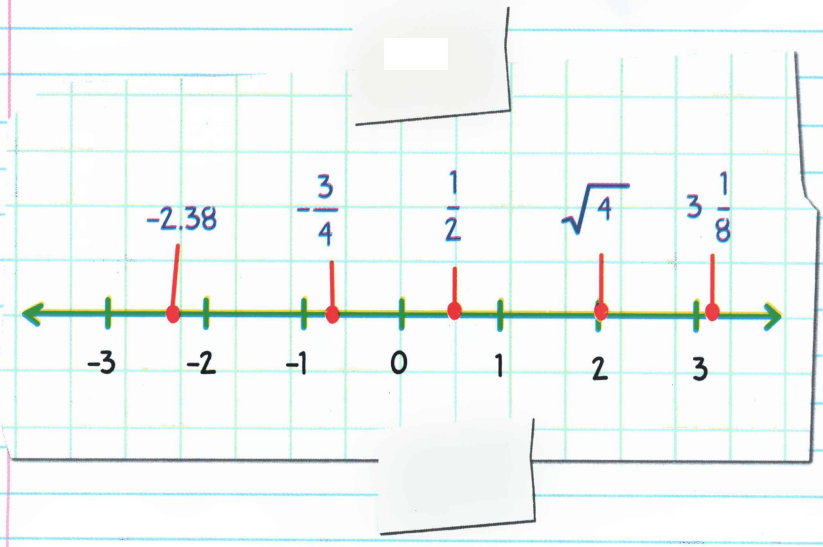
VÍ DỤ: Bởi vì số 2 lớn hơn số 1 và số 0, nên số 2 nằm phía bên phải số 0 và số 1.



VÍ DỤ: Tương tự, bởi vì -3 nhỏ hơn -2 và -1, nên -3 nằm phía bên trái của -2 và -1.



VÍ DỤ: Chúng ta không chỉ có thể đặt số nguyên trên một trục mà còn có thể đặt phân số, số thập phân, và các số hữu tỉ khác trên cùng một trục số.




3,333333333333333.....
VẪN TIẾP TỤC!

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến 8, phân loại mỗi số theo nhiều loại số nhất có thể:

1. -3
2. $4.\overline{5}$
3. $-4.893758725376534872874398430 98\ldots$
4. -9.7654321
5. 1
6. $-\frac{9}{3}$
7. $\sqrt{2}$
8. $5.\overline{678}$
9. $\frac{1}{45}$ nằm ở phía bên trái hay bên phải số 0 trên trục số?
10. -0.001 nằm ở phía bên trái hay bên phải số 0 trên trục số?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

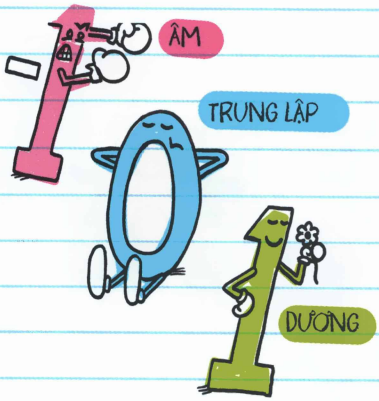


1. Số nguyên, số hữu tỉ, số thực
2. Số hữu tỉ, số thực
3. Số vô tỉ, số thực
4. Số hữu tỉ, số thực
5. Số tự nhiên, số nguyên dương, số nguyên, số hữu tỉ, số thực
6. Số nguyên, số hữu tỉ, số thực (vì $-\frac{9}{3}$ có thể được viết dưới dạng -3)
7. Số vô tỉ, số thực
8. Số hữu tỉ, số thực
9. Phía bên phải
10. Phía bên trái

Chương 2

SỐ DƯƠNG và SỐ ÂM

SỐ DƯƠNG dùng để mô tả các số lớn hơn 0, **SỐ ÂM** dùng để mô tả những con số nhỏ hơn 0. Thông thường, số dương và số âm chỉ cùng một số lượng theo hai hướng ngược nhau hoặc giá trị trái ngược.

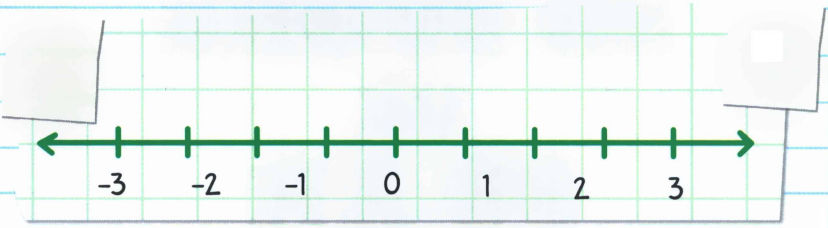


Tất cả những số dương đều nhìn giống như dạng thông thường của nó (+4 và 4 là hai số giống nhau). Tất cả những số âm đều có kí hiệu âm ở đằng trước số đó, chẳng hạn −4.

GHI NHỚ

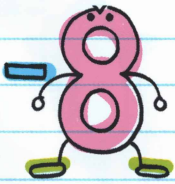
Tất cả các số nguyên dương và nguyên âm (không bao gồm phân số và số thập phân) gọi là số nguyên.

Như chúng ta biết, tất cả các số nguyên đều có thể được thể hiện trên một trục số. Số 0 đứng ở chính giữa trục số vì số 0 không là số âm cũng không là số dương.

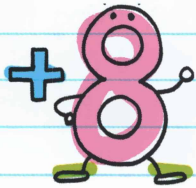


Số dương và số âm có nhiều ứng dụng trong đời sống, ví dụ:

SỐ ÂM



SỐ DƯƠNG



Khoản nợ
(số tiền bạn nợ)



Khoản tiết kiệm
(số tiền bạn tiết kiệm)



Khoản nợ
ngân hàng

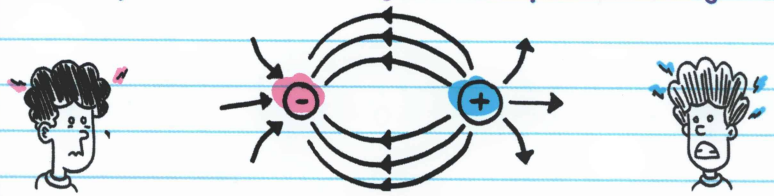


Tiền gửi
ngân hàng



Điện tích âm

Điện tích dương



Nhiệt độ
dưới 0°C



Nhiệt độ
trên 0°C



Dưới mực nước biển



Trên mực nước biển



Trên trục ngang: Các số nằm phía bên trái của số 0 là số âm, các số nằm bên phải số 0 là số dương. Số càng tịnh tiến về phía bên phải trục số thì số càng lớn, và số càng tịnh tiến về phía bên trái trục số thì số càng nhỏ. Chúng ta vẽ **MŨI TÊN** ở hai đầu trục số để thể hiện rằng các con số vẫn tiếp tục kéo dài (đến **VÔ CỰC** và âm vô cực)

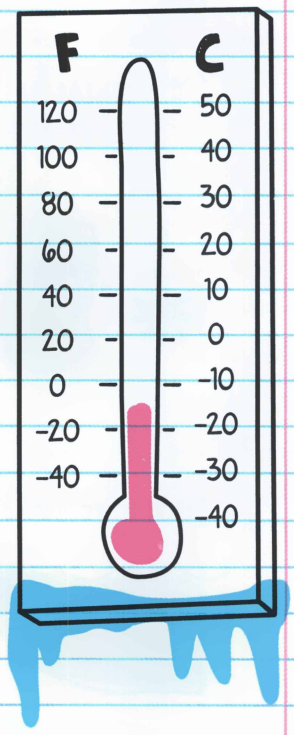
VÔ CỰC
thứ gì đó không có kết thúc, không giới hạn, không có ranh giới.

KÍ HIỆU CỦA VÔ CỰC LÀ ∞



Dấu dương (+) và dấu âm (–) gọi là đối lập, vì vậy **+5** và **-5** cũng được gọi là **ĐỐI LẬP**. Chúng cùng số lượng khoảng cách hoặc có khoảng cách đến số 0 như nhau trên trục số, nhưng nằm ở hai phía trái ngược.

Ở trên một trục thẳng, ví dụ như nhiệt kế, các số nằm phía trên số 0 là số dương, các số nằm phía dưới số 0 là số âm.



VÍ DỤ: Đối lập với số 8 là số nào?

-8

VÍ DỤ: Devin mượn $2 từ bạn Stanley. Viết ra khoản tiền mà Devin nợ dưới dạng một số nguyên.

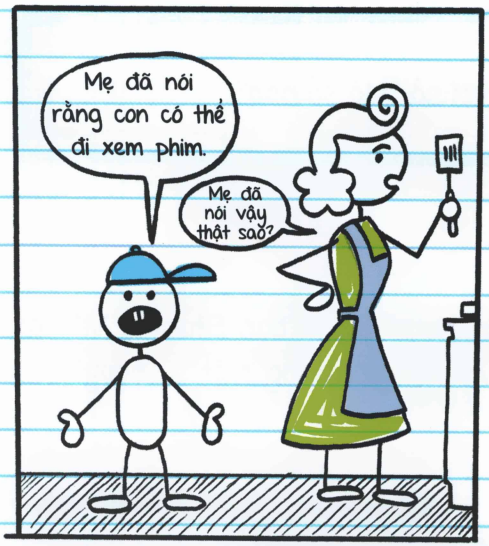
-2

TÍNH CHẤT ĐỐI LẬP CỦA ĐỐI LẬP cho thấy rằng đối lập với số đối lập của một số là chính nó!

VÍ DỤ: Đối lập với số đối lập của -16 là số nào?

Đối lập của -16 là 16. Đối lập của 16 lại là -16.

Vì vậy đối lập với số đối lập của -16 là -16 (là chính số đó).


Mẹ đã nói rằng con có thể đi xem phim.
Mẹ đã nói vậy thật sao?


Vâng, mẹ đã KHÔNG nói là con KHÔNG THỂ đi.
Con thực sự đang đưa tính chất đối lập của đối lập đi quá xa!

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu 1 đến câu 5, viết số nguyên đại diện cho mỗi con số dưới đây.

1. Một tàu ngầm nằm sâu 200 feet dưới mực nước biển.

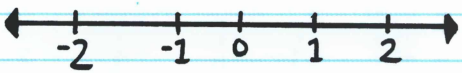
2. Một trực thăng cách bệ hạ cánh 525 feet.

3. Nhiệt độ chỉ 8 độ dưới mức 0 độ.

4. Griselda nợ bạn của cô ấy Matty $17.

5. Matty có $1250 trong tài khoản tiết kiệm.

6. Tìm ra vị trí của số đối lập của số 2 trên trục số.



7. Đối lập với -100 là số nào?

8. Vẽ một trục số kéo dài từ -3 đến 3.

9. Đối lập với số đối lập của 79 là số nào?

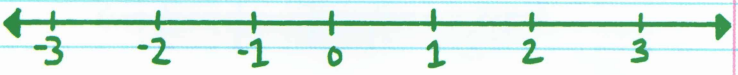
10. Đối lập với số đối lập của -47 là số nào?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. -200
2. +525 (hoặc 525)
3. -8
4. -17
5. +1,250 (hoặc 1,250)
6. 

7. 100
8. 

9. 79
10. -47

Chương 3

GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

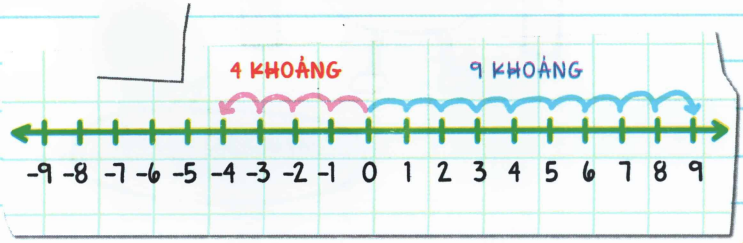
GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI của một con số là khoảng cách của nó tính từ số 0 (trên trục số). Vì vậy, giá trị tuyệt đối luôn dương. Chúng ta kí hiệu giá trị tuyệt đối bằng cách đặt hai thanh dọc bao quanh số đó.

VÍ DỤ: $|-4|$

$|-4|$ được đọc là giá trị tuyệt đối của -4. Bởi vì số -4 cách 4 khoảng từ số 0 trên trục số, giá trị tuyệt đối của nó là 4.

VÍ DỤ: $|9|$

$|9|$ được đọc là giá trị tuyệt đối của 9. Bởi vì số 9 cách 9 khoảng so với số 0 trên trục số, giá trị tuyệt đối của nó là 9.



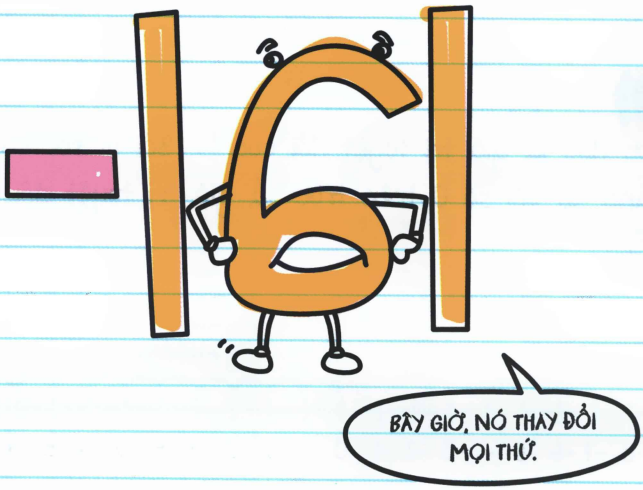
Thanh giá trị tuyệt đối cũng là kí hiệu nhóm, vì vậy bạn phải làm xong phép tính trong dấu giá trị tuyệt đối trước, sau đó mới lấy giá trị tuyệt đối.

VÍ DỤ: $|5-3| = |2| = 2$

Thỉnh thoảng, sẽ có kí hiệu âm hoặc dương ở bên ngoài dấu giá trị tuyệt đối. Hãy nhớ, trong trước, ngoài sau. Đầu tiên hãy lấy giá trị tuyệt đối bên trong, sau đó thêm dấu bên ngoài vào.

VÍ DỤ: $-|6| = -6$

Giá trị tuyệt đối của 6 là 6. Sau đó ta chỉ cần thêm dấu - được đặt bên ngoài dấu giá trị tuyệt đối là có thể tìm được đáp án là -6.



VÍ DỤ: $-|-16| = -16$

(Giá trị tuyệt đối của -16 là 16. Sau đó ta chỉ cần thêm dấu $-$ được đặt bên ngoài dấu giá trị tuyệt đối là có thể tìm được đáp án là -16.)

Một số đặt đằng trước dấu giá trị tuyệt đối có nghĩa là một phép nhân (cũng giống như khi ta sử dụng dấu ngoặc đơn).

VÍ DỤ: $2|-4|$ (Giá trị tuyệt đối của -4 là 4).

$2 \cdot 4 = 8$ (Một khi bạn đã có giá trị nằm bên trong dấu giá trị tuyệt đối, bạn có thể giải như bình thường.)

Phép nhân có thể được thể hiện theo nhiều cách, không nhất thiết chỉ sử dụng dấu x. Tất cả các kí hiệu dưới đây đều được coi là nhân:

$2 \times 4 = 8$

$2 \cdot 4 = 8$

$(2)(4) = 8$

$2(4) = 8$

Nếu bạn sử dụng **CÁC BIẾN**, bạn có thể đặt chúng bên cạnh nhau hoặc đặt một số bên cạnh biến hàm nghĩa là phép nhân, chẳng hạn như sau:

$ab = 8$

$3x = 15$

BIẾN: Một chữ cái hoặc kí hiệu mà chúng ta sử dụng thay cho một đại lượng chúng ta chưa biết.

TÔI

SỐ NGUYÊN

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tính toán từ câu 1 tới câu 8.

1. $|-19|$
2. $|49|$
3. $|-4.5|$
4. $\left|-\frac{1}{5}\right|$
5. $|7 - 3|$
6. $|1 \cdot 5|$
7. $-|6 5|$
8. $-|-9|$
9. Johanne có số dư tài khoản là $-\$56.50$. Giá trị tuyệt đối của mức nợ là bao nhiêu?
10. Một thung lũng sâu 94 feet so với mức nước biển. Hỏi giá trị tuyệt đối của mức chênh lệch độ cao giữa thung lũng và mực nước biển?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 19
2. 49
3. 4.5
4. $\frac{1}{5}$
5. 4
6. 5
7. -65
8. -9
9. 56.50
10. 94

Chương 4

ƯỚC SỐ và ƯỚC SỐ CHUNG LỚN NHẤT

ƯỚC SỐ là những số nguyên bạn nhân chúng với nhau để tạo nên một số nguyên khác.

VÍ DỤ: Ước số của 6 là gì?

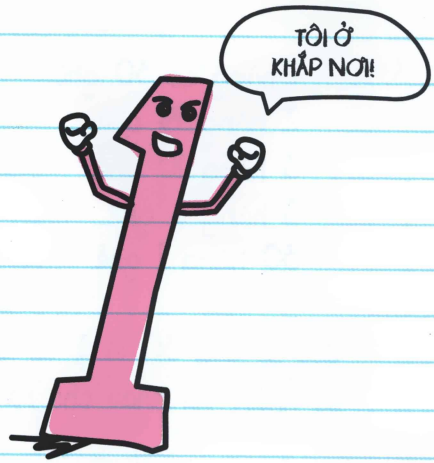
2 và 3 là ước số của 6 bởi vì 2 x 3 = 6.

1 và 6 cũng là ước số của 6 bởi vì 1 x 6 = 6.

Vậy, ước số của 6 là 1, 2, 3 và 6.

Khi tìm ước số của một số, tự hỏi mình xem những con số nào có thể nhân với nhau và cho ra số này?

Mọi số lớn hơn 1 đều có ít nhất 2 ước số, bởi vì mỗi số đều chia hết cho 1 và chính nó.



VÍ DỤ: Ước số của 10 là gì?
(Hãy nghĩ: "Những số nào nhân với nhau tạo thành 10?")

1 • 10
2 • 5

Ước số của 10 là 1, 2, 5 và 10.

Mặc dù 5 x 2 cũng là 10 nhưng những số này đã được liệt kê rồi, chúng ta không cần phải liệt kê lại.

VÍ DỤ: Emilio cần sắp xếp ghế ngồi cho một buổi gặp mặt câu lạc bộ kịch của trường. Có 30 học sinh sẽ đến. Có bao nhiêu cách sắp xếp ghế ngồi sao cho mỗi hàng có số ghế bằng nhau?

(CÁI NÀY CŨNG GIỐNG NHƯ CÁCH NÓI "TÌM ƯỚC SỐ CỦA 30".)

1 hàng có 30 ghế
2 hàng 15 ghế
3 hàng 10 ghế
5 hàng 6 ghế
30 hàng 1 ghế

Ước số của 30 là 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 và 30. Mỗi cặp số nhân với nhau cho ra kết quả là 30.

Một vài tóm tắt để tìm ước số của một số nguyên:

Một số nguyên chia hết cho 2 nếu nó kết thúc bằng một số chẵn.

VÍ DỤ: 10, 92, 44, 26 và 8 đều chia hết cho 2 vì chúng kết thúc bởi một số chẵn.

Một số nguyên chia hết cho 3 nếu tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

VÍ DỤ: 42 chia hết cho 3 vì 4+2=6 và 6 chia hết cho 3.

Một số nguyên chia hết cho 5 nếu nó kết thúc bằng 0 hoặc 5.

VÍ DỤ: 10, 65 và 2.320 đều chia hết cho 5 vì chúng kết thúc bằng 0 hoặc 5.

Một số nguyên chia hết cho 9 nếu tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.

VÍ DỤ: 297 chia hết cho 9 vì 2+9+7=18 và 18 chia hết cho 9.

Một số nguyên chia hết cho 10 nếu nó kết thúc bằng 0.

VÍ DỤ: 50, 110 và 31.330 đều chia hết cho 10 vì chúng đều kết thúc bằng 0.

Số Nguyên Tố

SỐ NGUYÊN TỐ là số chỉ có 2 ước số (chính nó và số 1). Một vài ví dụ của số nguyên tố là 2, 3, 7 và 13.

2 LÀ SỐ NGUYÊN TỐ CHẴN DUY NHẤT

Ước Số Chung

Bất kì ước số nào giống nhau cho hai hay nhiều số trở lên được gọi là ƯỚC SỐ CHUNG.

VÍ DỤ: Ước số chung của 12 và 18 là gì?

Ước số của 12 là 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Ước số của 18 là 1, 2, 3, 6, 9, 18.

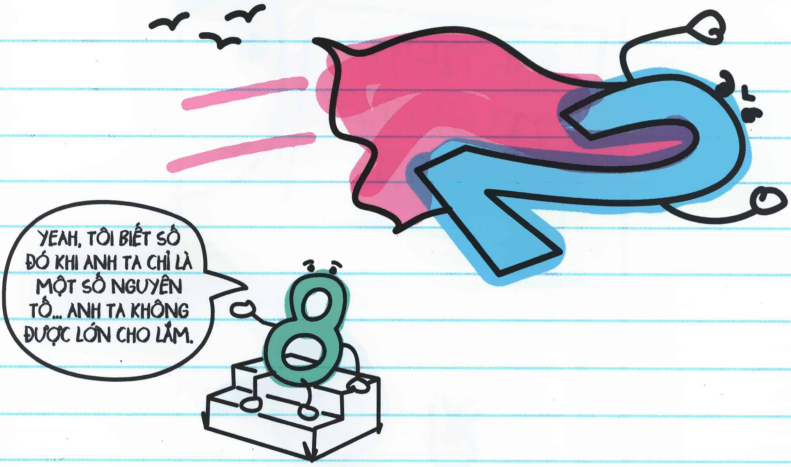
Ước số chung của 12 và 18 (ước số mà cả hai có chung) là 1, 2, 3 và 6.

Ước số chung lớn nhất mà cả hai số đều có - gọi là **ƯỚC SỐ CHUNG LỚN NHẤT** hoặc gọi tắt là **UCLN**. UCLN của 12 và 18 là 6.

VÍ DỤ: UCLN của 4 và 10 là gì?

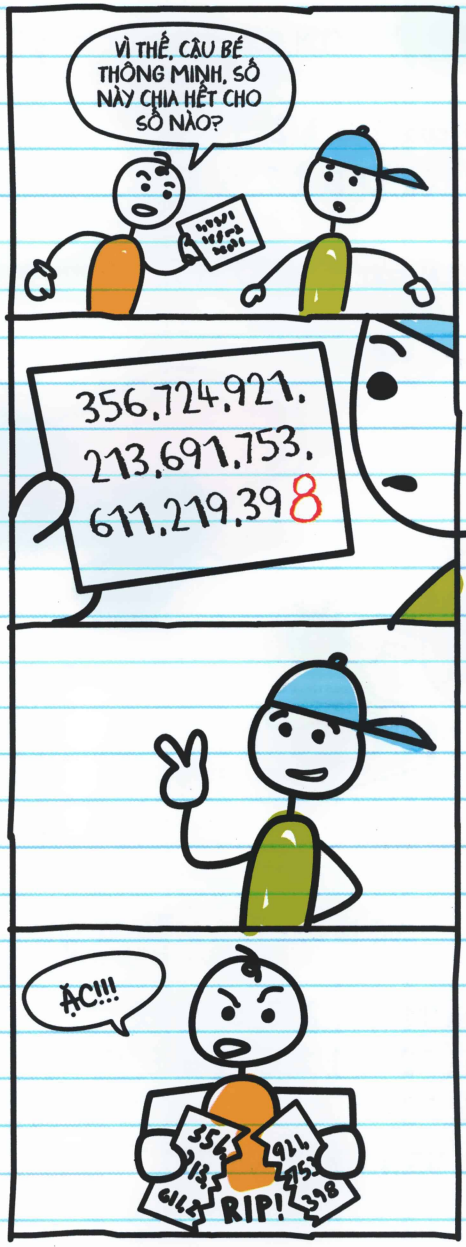
Ước số của 4 là 1, 2, 4.
Ước số của 10 là 1, 2, 5, 10.

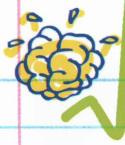
Vậy UCLN của 4 và 10 là 2.



VÍ DỤ: UCLN của 18 và 72 là gì?

Ước số của 18 là 1, 2, 3, 6, 9, 18.
Ước số của 72 là 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.
Vậy 18 là UCLN của 18 và 72.


VÌ THẾ, CẬU BÉ THÔNG MINH, SỐ NÀY CHIA HẾT CHO SỐ NÀO?
356,724,921,
213,691,753,
611,219,398
ÁC!!!
RIP!



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Ước số của 12 là gì?

2. Ước số của 60 là gì?

3. 348 có chia hết cho 2 hay không?

4. 786 có chia hết cho 3 hay không?

5. 936 có chia hết cho 9 hay không?

6. 3.645.211 có chia hết cho 10 hay không?

7. Tìm ước số chung lớn nhất của 6 và 20.

8. Tìm ước số chung lớn nhất của 33 và 74.

9. Tìm ước số chung lớn nhất của 24 và 96.

10. Sara có 8 bút màu đỏ và 20 bút màu vàng. Cô ấy muốn nhóm chúng thành các nhóm sao cho có cùng số lượng bút màu đỏ và màu vàng trong mỗi nhóm và không còn sót lại chiếc bút nào. Số lượng nhóm lớn nhất mà cô ấy có thể tạo ra là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 1, 2, 3, 4, 6, và 12
2. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, và 60
3. Có, bởi vì 348 kết thúc bằng một số chẵn.
4. Có, bởi vì 7+8+6=21 và 21 chia hết cho 3.
5. Có, bởi vì 9+3+6=18 và 18 chia hết cho 9.
6. Không, vì nó không kết thúc bằng số 0.
7. 2
8. 1
9. 24
10. 4 nhóm (mỗi nhóm có 2 chiếc bút màu đỏ và 5 chiếc bút màu vàng).

Chương 5

BỘI SỐ và BỘI SỐ CHUNG NHỎ NHẤT

Khi chúng ta nhân một số với một số nguyên (khác 0), kết quả là một **BỘI SỐ** của số đó. Mỗi một số đều có vô hạn các bội số.

VÍ DỤ: Bội số của 4 là bao nhiêu?

$4 \times 1 = 4$

$4 \times 2 = 8$

$4 \times 3 = 12$

Và vân vân...

Bội số của 4 là 4, 8, 12, 16...

Bất kì số nào là bội số của hai hay nhiều số được gọi là **BỘI SỐ CHUNG**.

VÍ DỤ: Bội số của 2 và 5 là bao nhiêu?

Bội số của 2 là 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20...

Bội số của 5 là 5, 10, 15, 20...

Cho đến khoảng này, 2 và 5 có bội số chung là 10 và 20.

Bội số nhỏ nhất mà 2 và 5 có chung là bao nhiêu?

Bội số nhỏ nhất là 10. Chúng ta gọi nó là **BỘI SỐ CHUNG NHỎ NHẤT** hoặc gọi tắt là **BSCNN**.

Để tìm BSCNN của hai hay nhiều số, liệt kê bội số của từng số đó ra theo trình tự từ bé đến lớn cho đến khi bạn tìm ra bội chung đầu tiên của những số đó.

VÍ DỤ: Tìm BSCNN của 9 và 11.

Bội số của 9 là 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 99, 108...

Bội số của 11 là 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110...

99 là bội chung đầu tiên của 9 và 11, vì vậy BSCNN của 9 và 11 là 99.

Thỉnh thoảng, Sẽ dễ dàng hơn nếu chúng ta bắt đầu với số lớn hơn. Thay vì liệt kê tất cả các bội số của 9 trước, hãy bắt đầu với bội số của 11 trước và tự hỏi, "trong những bội số của 11 có số nào chia hết cho 9 hay không?"

VÍ DỤ: Susie đăng kí đi tình nguyện ở trạm bảo vệ động vật 6 ngày một lần. Luisa đăng kí đi tình nguyện ở đó 5 ngày một lần. Nếu hai người họ cùng đăng kí vào một ngày, thì ngày đầu tiên họ làm việc cùng nhau là ngày nào?

ĐIỀU NÀY ĐỒNG NGHĨA VỚI VIỆC TÌM BSCNN CHO 5 VÀ 6.

Susie sẽ làm việc vào các ngày 6, 12, 18, 24, 30,...

30 là số đầu tiên chia hết cho 5, vì vậy BSCNN là 30.

Ngày đầu tiên mà hai người làm việc chung là ngày thứ 30.





KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Liệt kê 5 bội số của 3.

2. Liệt kê 5 bội số của 12.

3. Tìm BSCNN của 5 và 7.

4. Tìm BSCNN của 10 và 11.

5. Tìm BSCNN của 4 và 6.

6. Tìm BSCNN của 12 và 15.

7. Tìm BSCNN của 18 và 36.

8. Kirk đi tập gym 3 ngày 1 lần. Deshawn đi tập gym 4 ngày 1 lần. Nếu họ đăng kí đi tập gym vào cùng một ngày, ngày đầu tiên họ tập gym cùng nhau là ngày nào?

9. Betty và Jane có số lượng đồng xu giống nhau. Betty chia đồng xu thành nhiều nhóm, mỗi nhóm có 6 đồng xu và không còn đồng xu thừa. Jane chia đồng xu thành nhiều nhóm, mỗi nhóm có 8 đồng xu và không còn đồng xu thừa. Số lượng đồng xu nhỏ nhất mà cả hai phải có là bao nhiêu?

10 Bob làm các bó hoa. Mỗi bó phải có 3 hoa trắng và 7 hoa đỏ. Nếu Bob sử dụng tất cả hoa trắng và hoa đỏ, Bod có thể tạo ra ít nhất bao nhiêu bó hoa?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 3, 6, 9, 12, 15
2. 12, 24, 36, 48, 60
3. 35
4. 110
5. 12
6. 60
7. 36
8. Vào ngày thứ 12
9. 24 đồng xu
10. 21 bó

Chương 6

CƠ BẢN VỀ PHÂN SỐ: CÁC LOẠI PHÂN SỐ, PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

CƠ BẢN VỀ PHÂN SỐ

Phân số là các số thực, thể hiện một phần của tổng thể. Một dấu gạch phân số chia cách một phần với tổng thể như sau:

$$\frac{\text{PHẦN}}{\text{TỔNG}}$$

"Phần" bên trên là **TỬ SỐ**, và "Tổng" bên dưới là **MẪU SỐ**.

Ví dụ, chẳng hạn bạn cắt một chiếc pizza thành 6 miếng và bạn ăn 5 miếng. Phần mà bạn đã ăn là 5, phần ban đầu là 6. Vì vậy lượng pizza mà bạn đã ăn là $\frac{5}{6}$.



Nếu 3 người cùng cắt một chiếc pizza đã chia thành 8 miếng, mỗi người sẽ ăn 2 miếng, còn thừa lại 2 miếng. Phần còn thừa lại sau số 2 là **PHẦN DƯ**.

PHẦN DƯ
phần, số lượng hoặc số còn dư lại sau phép chia

Có 3 loại phân số:

1. Phân Số Nhỏ Hơn 1: Tử số nhỏ hơn mẫu số.

VÍ DỤ: $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{1{,}000}$, $-\frac{4}{27}$

2. Phân Số Lớn Hơn 1: Tử số lớn hơn hoặc bằng mẫu số.

VÍ DỤ: $\frac{10}{3}$, $\frac{8}{8}$, $-\frac{25}{5}$

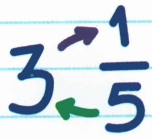
3. Hỗn Số: Bao gồm một số nguyên và một phân số.

VÍ DỤ: $2\frac{2}{3}$, $18\frac{1}{8}$, $-9\frac{5}{7}$

ĐỔI HỖN SỐ và PHÂN SỐ LỚN HƠN MỘT

Ghi nhớ: Để CHUYỂN TỪ HỖN SỐ VỀ PHÂN SỐ LỚN HƠN 1, bạn chỉ cần nhân trước sau đó cộng.

VÍ DỤ: Để chuyển hỗn số $3\frac{1}{5}$ về dạng phân số lớn hơn 1, chúng ta chỉ cần nhân trước $3 \times 5 = 15$, sau đó $+1$, ta được phân số $\frac{16}{5}$.



Để CHUYỂN MỘT PHÂN SỐ LỚN HƠN 1 SANG HỖN SỐ, chúng ta chỉ cần chia tử số cho mẫu số. Tự hỏi: "Bao nhiêu lần mẫu số thì bằng tử số và phần còn thừa lại là bao nhiêu?"

VÍ DỤ: Để chuyển phân số lớn hơn 1 là $\frac{23}{8}$ sang dạng hỗn số, chúng ta tính:

$23 \div 8 = 2$ DƯ 7, do đó hỗn số là $2\frac{7}{8}$.

D VIẾT TẮT CHO PHẦN DƯ

Nếu bạn tìm ra đáp án là một phân số lớn hơn 1, hãy nhớ chuyển thành một hỗn số. Một vài giáo viên sẽ trừ điểm nếu bạn không làm điều đó.

RÚT GỌN PHÂN SỐ

Thỉnh thoảng, tử số và mẫu số sẽ có ước số chung. Bạn có thể **RÚT GỌN** nó bằng cách chia tử số và mẫu số cho ước số chung lớn nhất của chúng. Một vài giáo viên sẽ gọi việc này là "**RÚT GỌN CHÉO**", "rút gọn" hoặc "**TRIỆT TIÊU**". Dù bạn gọi nó là gì, thì nó là một dạng rút gọn!

VÍ DỤ: $\frac{6}{10}$ có thể được rút gọn thành $\frac{3}{5}$ vì 2 là UCLN của 6 và 10.

$$\frac{6}{10} = \frac{6 \div 2}{10 \div 2} = \frac{3}{5}$$

VÍ DỤ: $\frac{20}{8}$ có thể được rút gọn thành $\frac{5}{2}$ vì UCLN của 20 và 8 là 4.

$$\frac{20}{8} = \frac{20 \div 4}{8 \div 4} = \frac{5}{2}$$

Hầu hết giáo viên đều mong muốn bạn tối giản phân số, vì vậy hãy tạo thành thói quen!

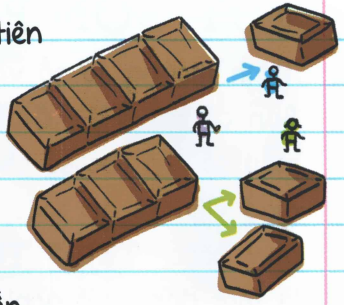
PHÉP CỘNG PHÂN SỐ

Nếu chúng ta muốn cộng phân số với nhau, mẫu số của các phân số này phải giống nhau.

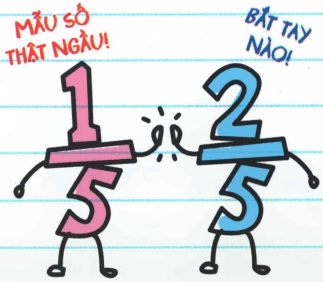
VÍ DỤ: $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$

Trong phép cộng tổng, mẫu số giữ nguyên, bạn chỉ cộng tử số với nhau. Ví dụ, bạn có 2 thanh kẹo giống y hệt nhau, và bạn cắt mỗi thanh thành 5 phần. Bạn đưa cho

em trai 1 phần từ thanh kẹo đầu tiên và đưa cho em gái 2 phần từ thanh kẹo thứ 2. Bạn đã cho đi bao nhiêu phần của 1 thanh kẹo nguyên?



Bạn cho em trai 1 phần trong 5 phần của thanh kẹo đầu tiên = $\frac{1}{5}$.

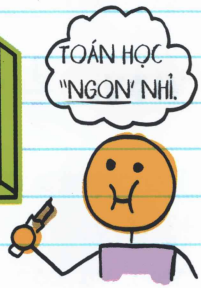


Bạn cho em gái 2 phần trong 5 phần của thanh kẹo thứ hai = $\frac{2}{5}$.

Bây giờ, bạn cộng chúng lại: $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ (Mẫu số giữ nguyên, bạn chỉ cộng tử số lại với nhau).

Bởi vì hai thanh kẹo có cùng kích thước và được cắt thành số phần như nhau, bạn sẽ giữ nguyên mẫu số là 5 và cộng tử số để có được đáp án là $\frac{3}{5}$.

BẠN CÓ THỂ NHỚ NÓ VỚI GIAI ĐIỆU NÀY:
Mẫu số giống nhau – hãy giữ lấy chúng!



PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

Cách làm tương tự được áp dụng với phép trừ phân số- phải có cùng mẫu số (cả hai phần đó phải có cùng kích thước) để có thể thực hiện phép trừ:

VÍ DỤ: $\frac{8}{9} - \frac{7}{9} = \frac{1}{9}$ (Mẫu số vẫn giữ nguyên, bạn trừ tử số cho nhau.)

CỘNG và TRỪ PHÂN SỐ VỚI MẪU SỐ KHÁC NHAU

Để cộng hoặc trừ phân số với những mẫu số khác nhau, bạn phải làm cho mẫu số của chúng giống nhau. Bạn có thể làm điều này bằng cách tìm BSCNN của các mẫu số.

Cách để cộng trừ phân số với mẫu số khác nhau:

1. Tìm BSCNN của hai mẫu số (Một vài giáo viên gọi đây là **MẪU CHUNG NHỎ NHẤT** hoặc **MSCNN** cho ngắn).

VÍ DỤ: $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$

BSCNN của 5 và 4 là 20.

2. Quy đồng các tử số (Một vài giáo viên gọi đây là bước **ĐẶT TÊN LẠI** tử số).

$\frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$ (5 lần số nào thì bằng 20? 4. Vì vậy, bạn phải nhân tử số với 4 để chuyển đổi tử số.)

$\frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20}$ (4 lần số nào thì bằng 20? 5. Vì vậy, bạn phải nhân tử số với 5 để quy đồng tử số.).

3. Trừ hoặc cộng phân số, rút gọn nếu cần.

$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$

VÍ DỤ: $\frac{4}{7} - \frac{1}{3}$

BSCNN của 7 và 3 là 21.

$\frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{12}{21}$

$\frac{1 \times 7}{3 \times 7} = \frac{7}{21}$

$\frac{4}{7} - \frac{1}{3} = \frac{12}{21} - \frac{7}{21} = \frac{5}{21}$



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tính toán: Rút gọn đáp án nếu có thể.

1. $\frac{1}{8} + \frac{2}{8}$
2. $\frac{7}{11} - \frac{4}{11}$
3. $\frac{3}{5} + \frac{3}{5}$
4. $\frac{9}{10} - \frac{4}{10}$
5. $\frac{13}{15} - \frac{4}{15}$
6. $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$
7. $\frac{4}{5} - \frac{1}{10}$
8. $\frac{8}{9} - \frac{3}{6}$
9. $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$
10. $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $\frac{3}{8}$
2. $\frac{3}{11}$
3. $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$
4. $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
5. $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$
6. $\frac{1}{10}$
7. $\frac{7}{10}$
8. $\frac{7}{18}$
9. $\frac{1}{8}$
10. $\frac{11}{24}$

Chương 7

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN SỐ

PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

Không giống như khi cộng hoặc trừ phân số, mẫu số trong phép nhân không cần phải giống nhau. Để nhân phân số, bạn chỉ cần nhân tử số với nhau, sau đó nhân mẫu số. Rút gọn phân số nếu cần thiết. Thế là xong!

VÍ DỤ: $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$

Thỉnh thoảng khi nhân phân số, bạn có thể thấy một tử số và một mẫu số có ước số chung. Bạn có thể rút gọn nó trước khi thực hiện nhân, cách làm tương tự với việc rút gọn phân số. Một vài giáo viên gọi thao tác này là **RÚT GỌN CHÉO** hoặc **TRIỆT TIÊU**. Dù bạn gọi nó như thế nào, nó là dạng rút gọn!

VÍ DỤ: $\frac{1}{\cancel{4}_{1}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{9} = \frac{2}{9}$ (UCLN của 8 và 4 là 4)

VÍ DỤ: Công thức một món ăn cần $\frac{4}{5}$ thìa sữa sô-cô-la, nhưng bạn muốn chia công thức đó làm đôi. Bạn sẽ cần bao nhiêu sữa sô-cô-la?

$$\frac{\cancel{4}^{2}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_{1}} = \frac{2}{5}$$

PHÉP CHIA PHÂN SỐ

Để chia phân số hãy làm những bước sau:

1. Đảo ngược phân số thứ 2 để được **SỐ NGHỊCH ĐẢO** của nó.

2. Chuyển kí hiệu chia thành nhân.

3. Nhân.

VÍ DỤ: $\frac{3}{5} \div \frac{8}{9} = \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{40}$

SỐ NGHỊCH ĐẢO của một số là một số khác mà khi nhân 2 số này với nhau cho ra kết quả bằng **1**. Nói một cách thuần túy, bất kì số nào nhân với nghịch đảo của nó đều bằng **1**.

$$\frac{8}{1} \times \frac{1}{8} = 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$$

Để tìm dạng nghịch đảo, hãy đảo ngược phân số.

Đừng quên khi bạn nhân hoặc chia hỗn số bạn phải chuyển nó từ hỗn số về dạng phân số lớn hơn 1 trước!

VÍ DỤ: $2\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{4}$

$$\frac{7}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$

2. $\frac{7}{10} \cdot 1\frac{1}{3}$

3. $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8}$

4. Một chiếc máy bơm được $4\frac{1}{2}$ ga-lông nước mỗi giờ. Hỏi sau $2\frac{2}{3}$ giờ thì máy bơm được bao nhiêu ga-lông nước?

5. Billy chạy bộ được $\frac{4}{5}$ km mỗi giờ. Anh ấy chạy được bao nhiêu km sau $6\frac{1}{8}$ phút?

6. $\frac{5}{7} \div \frac{1}{2}$

7. $\frac{7}{8} \div \frac{2}{9}$

8. $9\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{5}$

9. Có bao nhiêu thìa đường nhỏ $\frac{3}{4}$ ao-xơ (*) trong một cái bát nhỏ $5\frac{1}{2}$ ao-xơ?

10. Mỗi người sẽ có bao nhiêu sô-cô-la nếu cả 3 người chia đều $\frac{4}{5}$ pound sô-cô-la?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. $\frac{3}{8}$
2. $\frac{14}{15}$
3. $\frac{1}{10}$
4. 12 ga-lông (*)
5. $4\frac{9}{10}$ km
6. $1\frac{3}{7}$
7. $3\frac{15}{16}$
8. $2\frac{31}{32}$
9. $7\frac{1}{3}$ thìa đầy
10. $\frac{4}{15}$ pao (*)



(*) Gallons (ga-lông): đơn vị đo lường chất lỏng, 1 ga-lông = 4,54 lít (ở Anh) = 3,78 lít (ở Mỹ).

(*) Pound (pao): đơn vị đo lường trọng lượng, 1 pao = 0, 454 kg.

(*) Ounce (ao-xơ): đơn vị đo lường, 1 ao-xơ = 28,35 gr

Chương 8

PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ SỐ THẬP PHÂN

Khi cộng và trừ số thập phân, dóng thẳng hàng phần thập phân của hai số. Các số nằm ở phía bên trái của dấu thập phân (ví dụ hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm) đều phải thẳng hàng với nhau, những chữ số nằm phía bên phải của dấu thập phân (ví dụ phần mười, phần trăm, phần nghìn) cũng nên được căn chỉnh trùng khớp. Sau đó bạn có thể cộng như bình thường và dóng dấu thập phân thẳng xuống.

VÍ DỤ: Tính tổng của 6.45 và 23.34.

$$\begin{array}{r} 6.45 \\ +23.34 \\ \hline 29.79 \end{array}$$

Bất kì khi nào bạn cộng số nguyên với một số thập phân, hãy thêm dấu thập phân "tàng hình" vào phía bên phải của số nguyên đó.

VÍ DỤ: Tính tổng của 5 và 3.55.

$$\begin{array}{r} 3.55 \\ +5.00 \\ \hline \$8.55 \end{array}$$ (5 trở thành 5.00.)

Khi cộng tiền, mọi phần nằm phía bên trái của dấu thập phân thể hiện giá trị đôla, và phần ở phía bên phải thể hiện cho xu hoặc một phần của một đô-la.

Phép trừ cũng làm tương tự như vậy. Căn chỉnh cho đúng dấu thập phân của mỗi con số, trừ và dóng thẳng dấu thập phân xuống.

VÍ DỤ: Tìm sự chênh lệch của \$14.52 và \$2.40

$$\begin{array}{r} \$14.52 \\ -\$2.40 \\ \hline \$12.12 \end{array}$$ (2.4 trở thành 2.40 - giá trị giống nhau.)



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. $5.89 + $9.23
2. 18.1876 + 4.3215
3. 6 + 84.32
4. 1,234.56 + 8,453.234
5. 8.573 + 2.2 + 17.01
6. $67.85 − $25.15
7. 100 − 6.781
8. 99.09 − 98.29
9. 14,327.81 − 2.6382
10. Justin đi trung tâm thương mại với $120. Anh ấy mua quần áo hết $54.67, mua đồ dùng học tập hết $13.49, ăn trưa hết $8.14. Hỏi anh ấy còn lại bao nhiêu tiền?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $15.12
2. 22.5091
3. 90.32
4. 9,687.794
5. 27.783
6. $42.70
7. 93.219
8. 0.8
9. 14,325.1718
10. $43.70

Chương 9

PHÉP NHÂN SỐ THẬP PHÂN

Khi nhân số thập phân, bạn không cần phải dóng hàng các số đó. Thực tế, bạn không cần để ý đến dấu thập phân cho đến kết quả cuối cùng.

Các bước nhân số thập phân:

1. Nhân các số lại với nhau như thể chúng là các số nguyên.

2. Thêm dấu thập phân vào đáp án của bạn- tổng số chữ số thập phân trong đáp án bằng tổng các chữ số ở phía bên phải của dấu thập phân của mỗi thừa số.

CÁC SỐ NGUYÊN MÀ BẠN ĐANG NHÂN

VÍ DỤ: 4.24 x 2.1

$$\begin{array}{r} 4.24 \\ \times 2.1 \\ \hline 424 \\ 848 \\ \hline 8904 \end{array}$$

BẠN KHÔNG CẦN PHẢI DÓNG HÀNG 2 SỐ THẬP PHÂN!

Tổng các số phần thập phân của 2 số 4.24 và 2.1 là 3, vì vậy đáp án là 8.904.

Thử lại nào:

VÍ DỤ: Bruce chạy bộ 1.2 km mỗi phút. Nếu anh ta chạy trong vòng 5.8 phút, anh ta chạy được bao xa?



$$\begin{array}{r} 1.2 \\ \times 5.8 \\ \hline 96 \\ 60 \\ \hline 696 \end{array}$$

Tổng chữ số thập phân của hai số 1.2 và 5.8 là 2, vì thế đáp án là 6.96km.

Khi đếm tổng chữ số thập phân, đừng bị đánh lừa bởi những số 0 ở cuối, chúng không được đếm.

0.30 ← SỐ 0 KHÔNG ĐƯỢC ĐẾM

0.30=0.3 (chỉ một chữ số thập phân)



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. 5.6×6.41

2. $(3.55)(4.82)$

3. $0.350 \cdot 0.40$

4. $(9.8710)(3.44)$

5. $(1.003)(2.4)$

6. 310×0.00002

7. 0.003×0.015

8. Giá vải là $\$7.60$ một mét. Lance đã mua 5.5 mét vải. Tổng chi phí là bao nhiêu?

9. Mỗi cm trên bản đồ tương ứng với 3.2 mét. Vậy 5.04 cm tương ứng với bao nhiêu mét?

10. Một ga-lông ga tốn $\$2.16$. Rob mua 13.5 ga-lông ga. Anh ấy phải trả bao nhiêu tiền?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 35.896
2. 17.111
3. 0.14
4. 33.95624
5. 2.4072
6. 0.062
7. 0.000045
8. $41.80
9. 16.128 mét
10. $29.16

Chương 10

PHÉP CHIA SỐ THẬP PHÂN

Bạn có thể chia số thập phân một cách dễ dàng bằng cách chuyển nó thành số nguyên. Bạn làm điều đó bằng cách nhân cả **SỐ BỊ CHIA** và **SỐ CHIA** với số mũ của 10. Bởi vì các số mới đều tỉ lệ tương ứng với số ban đầu nên kết quả là như nhau.

TƯƠNG ỨNG VỀ KÍCH THƯỚC

VÍ DỤ: $2.5 \div 0.05 = (2.5 \times 100) \div (0.05 \times 100)$
$= 250 \div 5 = 50$

Số **BỊ CHIA** là số mà được chia ra. **SỐ CHIA** là số mà dùng để chia số bị chia. Đáp án của một bài toán chia là **THƯƠNG SỐ**.

$$\frac{\text{số bị chia}}{\text{số chia}} = \text{Thương số, HOẶC số bị chia} \div \text{số chia} = \text{thương số}$$

HOẶC số chia) số bị chia (thương số

Nhân cả hai số thập phân với 100, bởi vì số thập phân đó cần dịch chuyển thêm hai vị trí để cả số bị chia và số chia trở thành số nguyên. Nhớ rằng, mỗi lần bạn nhân một số thập phân lên mũ 10, dấu thập phân sẽ di chuyển sang bên phải một chữ số!

Thử làm một ví dụ khác nhé:

VÍ DỤ: Một chiếc xe ô tô đi được 21.6 dặm trong 2.7 giờ. Nó đi được bao nhiêu dặm trong vòng 1 giờ?

$$\frac{21.6}{2.7} = \frac{21.6 \times 10}{2.7 \times 10} = \frac{216}{27} = 8 \text{ dặm}$$

Đừng bỏ cuộc nếu như bạn thấy số thập phân được chia dưới dạng sau:

$$2.7\overline{)21.6}$$

Quá trình làm cũng tương tự, nhân cả hai số thập phân đó với 10 để 2 số đó đều trở thành số nguyên.

$$2.7\overline{)21.6} = 27\overline{)216}$$

(8 dặm; x 10, x 10)

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. $7.5 \div 2.5$

2. $18.4 \div 4.6$

3. $102.84 \div 0.2$

4. $1,250 \div 0.05$

5. $\frac{3.98}{0.4}$

6. $\frac{0.27}{0.4}$

7. $\frac{1.5}{3.75}$

8. $\frac{1.054}{0.02}$

9. Một chiếc máy bơm được 8.4 ga-lông nước trong vòng 3.2 phút. Chiếc máy này bơm được bao nhiêu ga-lông nước trong mỗi phút?

10. Will bơi tổng cộng 45.6 vòng trong 2.85 giờ. Anh ta bơi bao nhiêu vòng mỗi giờ?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 3
2. 4
3. 514.2
4. 25,000
5. 9.95
6. 0.675
7. 0.4
8. 52.7
9. 2.625 ga-lông
10. 16 vòng

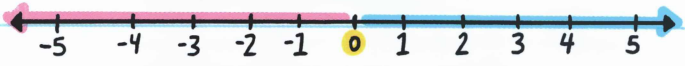
Chương 11

PHÉP CỘNG SỐ DƯƠNG VÀ SỐ ÂM

Để cộng số dương với số âm, bạn có thể sử dụng một trục số hoặc sử dụng giá trị tuyệt đối.

KĨ THUẬT SỐ 1: SỬ DỤNG TRỤC SỐ

Vẽ một trục số và bắt đầu từ **SỐ 0**.



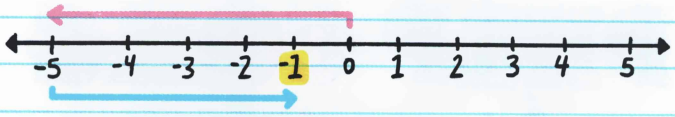
Với **SỐ ÂM** (–): dịch chuyển các khoảng về phía bên trái.

Với **SỐ DƯƠNG** (+): dịch chuyển các khoảng về phía bên phải.

Bạn kết thúc ở đâu thì đó chính là đáp án!

VÍ DỤ: $-5 + 4$

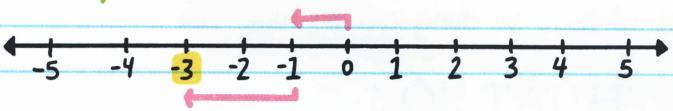
Bắt đầu ở số không. Bởi vì -5 là số âm, dịch chuyển 5 khoảng về phía bên trái.



Sau đó, bởi vì 4 là số dương, dời tiếp từ vị trí hiện tại 4 khoảng về phía bên phải. Bạn dừng tại điểm nào?

-1 là đáp án đúng!

VÍ DỤ: $-1 + (-2)$



Bắt đầu từ số 0. Dời 1 khoảng về phía bên trái, sau đó tại vị trí đó dời tiếp 2 khoảng về phía bên trái. Bạn kết thúc tại điểm nào? -3

Tổng của một số và số đối lập với nó luôn bằng 0. Ví dụ $4 + -4 = 0$. Nghĩ về nó như thế này: Nếu bạn bước về phía trước 4 bước, rồi lại bước về phía sau 4 bước, bạn sẽ đứng tại vị trí bạn bắt đầu, tóm lại là bạn không dịch chuyển chút nào!

KĨ THUẬT SỐ 2:
SỬ DỤNG GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Nếu bạn cần cộng các số lớn hơn, có thể bạn không muốn vẽ trục số. Vì vậy, hãy nhìn vào dấu của số đó và quyết định cần phải làm gì:

Nếu dấu của các số đó giống nhau, các số là giống nhau (chúng sẽ dịch chuyển cùng hướng), vậy bạn có thể cộng hai số đó lại và giữ nguyên dấu.

VÍ DỤ: $-1 + (-2)$

Cả -1 và -2 đều là số âm, vì vậy chúng giống nhau. Chúng ta cộng 1 và 2 với nhau rồi giữ nguyên dấu âm để tìm ra kết quả -3.

Nếu dấu của các số bạn đang cộng khác nhau, trừ giá trị tuyệt đối của một số cho số còn lại.

Số nào có giá trị tuyệt đối cao hơn? Kết quả sẽ có cùng dấu lúc ban đầu của số này.

Để ghi nhớ tất cả điều này, hãy thử hát theo giai điệu này "Chèo, chèo, chèo chiếc thuyền của bạn."

Cùng dấu: giữ nguyên và cộng
Khác dấu: trừ, lấy dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn, và bạn sẽ ra đáp án chính xác!

VÍ DỤ: $-10 + 4$

-10 và 4 có dấu khác nhau, vì thế trừ giá trị tuyệt đối, ta có: $|-10| - |4| = 10 - 4 = 6$

-10 có giá trị tuyệt đối lớn hơn, vì vậy đáp án là số âm: -6.

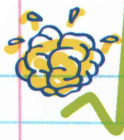
VÍ DỤ: $-35 + 100$

$-35 + 100 = 65$ (Khác dấu, vì thế chúng ta phải trừ giá trị tuyệt đối!
$+100$ có giá trị tuyệt đối lớn hơn, vì vậy đáp án là số dương.)

VÍ DỤ: Nhiệt độ ở Wisconsin là -8 độ F vào buổi sáng. Vào buổi trưa nhiệt độ đã tăng thêm 22 độ F. Hỏi nhiệt độ lúc trưa là bao nhiêu?
Sử dụng mỗi số nguyên để giải.

$-8 + 22 = 14$

Nhiệt độ buổi trưa ở Wiscosin là 14 độ F.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. $-8 + 8$

2. $-22 + -1$

3. $-14 + 19$

4. $28 + (-13)$

5. $-12 + 3 + -8$

6. $-54 + -113$

7. $-546 + 233$

8. $1,256 + (-4,450)$

9. Bên ngoài trời là 0 độ lúc nửa đêm. Nhiệt độ không khí giảm xuống 20 độ vào lúc sáng sớm, và tăng thêm 3 độ khi mặt trời mọc. Nhiệt độ sau khi mặt trời mọc là bao nhiêu?

10. Denise nợ bạn của cô ấy Jessica $25. Cô ấy đã trả được $17. Cô ấy còn nợ bao nhiêu tiền?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 0
2. -23
3. 5
4. 15
5. -17
6. -167
7. -313
8. -3,194
9. -17 độ
10. Cô ấy nợ $8 (-$8)

Chương 12

PHÉP TRỪ SỐ DƯƠNG VÀ SỐ ÂM

TIẾP THEO: Học cách trừ số dương và số âm. Chúng ta đã biết về phép trừ và phép cộng là nghịch đảo của nhau. Vì vậy chúng ta có thể sử dụng phương pháp ngắn gọn như thế này:

Chuyển một phép toán trừ thành một phép toán cộng bằng cách sử dụng thêm một dấu nghịch đảo phép cộng hoặc gọi là dấu đối lập!

VÍ DỤ: $5 - 4$

Nghịch đảo của 4 là -4, chúng ta có thể chuyển thành một phép toán cộng, như vậy: $5 - 4 = 5 + (-4)$

$5 + (-4) = 1$

VÍ DỤ: 7 - 10

Nghịch đảo của 10 là -10.

7 - 10 = 7 + (-10)

7 + (-10) = -3

VÍ DỤ: 3 - (-1)

Nghịch đảo phép cộng của -1 là 1.

3 - (-1) = 3 + 1 = 4

3 + 1 = 4

VÍ DỤ: Một con chim đang bay cao 42 mét so với mực nước biển. Một con cá đang bơi 12 mét dưới mực nước biển. Con chim và con cá cách nhau bao nhiêu mét?



Độ cao của con chim là 42.

Độ cao của con cá là -12

Để tìm sự chênh lệch, ta làm phép trừ:

42 - (-12) = 42 + 12 = 54



Đáp án: Chúng cách nhau 54 m

VÍ DỤ: -3 - 14 = -3 + (-14) = -17

VÍ DỤ: -4 - (-9) + 8 = -4 + 9 + 8 = 13



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. $5 - (-3)$
2. $16 - (-6)$
3. $-3 - 9$
4. $-8 - 31$
5. $-14 - (-6)$
6. $-100 - (-101)$
7. $11 - 17$
8. $84 - 183$
9. $-12 - (-2) + 10$
10. Nhiệt độ vào lúc 2 giờ chiều là 27 độ. Vào lúc 2 giờ sáng, nhiệt độ giảm xuống −4 độ. Chênh lệch giữa nhiệt độ 2 giờ chiều và 2 giờ sáng là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 8
2. 22
3. -12
4. -39
5. -8
6. 1
7. -6
8. -99
9. 0
10. 31 độ

Chương 13

PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA SỐ DƯƠNG VÀ SỐ ÂM

Nhân hay chia các số, sau đó đếm số lượng các dấu âm.

Nếu tổng các số âm là một **SỐ LẺ**,

đáp án là **SỐ ÂM**.

CÓ 3 SỐ ÂM, VÌ VẬY ĐÁP ÁN LÀ SỐ ÂM.

$(+) \times (-) = (-)$

$(-) \div (+) = (-)$

$(+) \times (+) \times (-) = (-)$

$(-) \div (-) \div (-) = (-)$

Nếu tổng các số âm là một **SỐ CHẴN**,

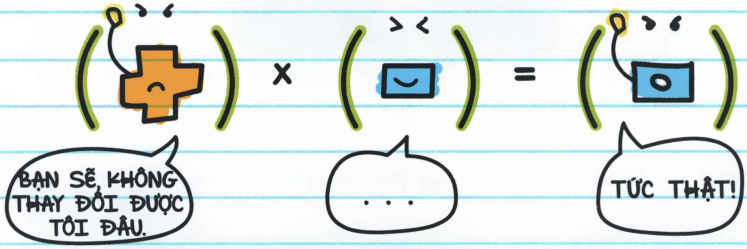
đáp án là **SỐ DƯƠNG**.

CÓ 2 SỐ ÂM, VÌ VẬY ĐÁP ÁN LÀ SỐ DƯƠNG.

$(-) \times (-) = (+)$

$(-) \div (-) = (+)$

$(-) \times (+) \times (-) = (+)$



VÍ DỤ:

$(-4)(-7) = 28$ (tổng các số âm là chẵn)

$-11 \times 4 = -44$ (tổng các số âm là lẻ)

$\frac{-84}{-4} = 21$ (tổng các số âm là chẵn)

$-2 \times 2 \times -2 = 8$ (tổng các số âm là chẵn)

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. $(-2)\ (-8)$

2. $9 \cdot -14$

3. -20×-18

4. 100×-12

5. Joe ném một hòn đá cuội xuống biển. Hòn đá rơi 2 tấc mỗi giây. Hòn đá sẽ rơi bao nhiêu tấc dưới mực nước biển sau 6 giây?

6. $66 \div (-3)$

7. $-119 \div -119$

8. $\frac{27}{-3}$

9. $\frac{-9}{3} + -1$

10. Tuần trước, doanh nghiệp của Sal thua lỗ $126. Nếu anh ta mất số tiền giống nhau mỗi ngày trong 7 ngày vừa qua, anh ta đã lỗ bao nhiêu tiền một ngày?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 16
2. -126
3. 360
4. -1,200
5. 12 tấc (hoặc -12)
6. -22
7. 1
8. -9
9. 3
10. Anh ta lỗ $18 một ngày (hoặc -$18).

Chương 14

BẤT ĐẲNG THỨC

Bất đẳng thức là một mệnh đề dùng để so sánh số lượng và bao gồm một trong những kí hiệu sau:

$a<b$ hoặc "a nhỏ hơn b"
$a>b$ hoặc "a lớn hơn b"
$a\neq b$ hoặc "a khác với b"

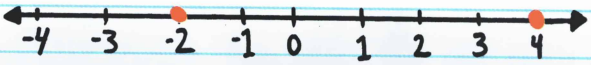
PHÍA HỞ CỦA KÍ HIỆU > PHÍA GÓC NHỌN CỦA KÍ HIỆU

Khi sử dụng dấu bất đẳng thức để so sánh giữa hai số lượng, đặt dấu đó giữa các các con số, phía hở của dấu hướng về đại lượng lớn hơn, phía góc nhọn của dấu hướng về đại lượng nhỏ hơn.

Bạn có thể sử dụng một trục số để so sánh số lượng. Các con số sẽ nhỏ hơn khi bạn dịch chuyển xa hơn về phía bên trái, và lớn hơn nếu bạn dịch chuyển càng xa về phía bên phải trục số. Bất kì số nào nằm ở phía bên trái đều "bé hơn" số nằm phía bên phải trục số.



VÍ DỤ: So sánh -2 và 4.



-2 xa hơn về phía bên trái so với 4, vì vậy $-2 < 4$.

Chúng ta có thể đảo ngược biểu thức này và nói rằng $4 > -2$.

$-2 < 4$ giống với $4 > -2$.

Hãy nhớ rằng bất kì số âm nào cũng nhỏ hơn 0 và bất kì số dương nào cũng lớn hơn 0 và lớn hơn tất cả số âm.

Cũng giống như khi bạn cộng hoặc trừ phân số với những mẫu số khác nhau, bạn phải làm chuyển mẫu số về giống nhau khi muốn so sánh phân số.

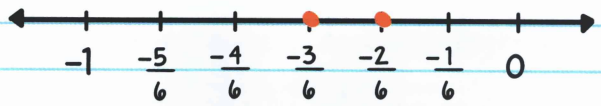
VÍ DỤ: So sánh $-\frac{1}{2}$ và $-\frac{1}{3}$.

BSCNN của 2 và 3 là 6.

$$\frac{-1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{-3}{6}$$

$$\frac{-1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{-2}{6}$$

So sánh $-\frac{3}{6}$ và $-\frac{2}{6}$.

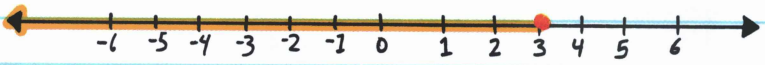


$-\frac{3}{6} < -\frac{2}{6}$ vì vậy $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$

Có 2 kí hiệu bất đẳng thức khác mà bạn nên biết:

$a \leq b$ hoặc "a nhỏ hơn hoặc bằng b"
$a \geq b$ hoặc "a lớn hơn hoặc bằng b"

VÍ DỤ: $x \leq 3$, có nghĩa là x có thể là bất kì số nào nhỏ hơn hoặc bằng 3.



3 và bất kì số nào nằm phía trên trái của số 3 trên trục số sẽ là đáp án đúng cho bài toán này. Giá trị của x có thể là 3, 2, 1, 0, -1, ..., v.v. Nhưng x không thể là 4, 5, 6, ..., v.v.

VÍ DỤ: $x \geq -\frac{1}{2}$



$-\frac{1}{2}$ và bất cứ số nào nằm về phía bên phải của $-\frac{1}{2}$ trên trục số sẽ là đáp án đúng cho bài toán này. Giá trị của x có thể là 0, $\frac{1}{2}$, 1, ..., v.v. Nhưng x không thể là -1, $-1\frac{1}{2}$, ..., v.v.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. So sánh -12 và 8.

2. So sánh -14 và -15.

3. So sánh 0 và -8.

4. So sánh 0.025 và 0.026.

5. So sánh $\frac{2}{5}$ và $\frac{4}{5}$.

6. So sánh $-\frac{2}{3}$ và $-\frac{1}{2}$.

7. Nếu $y \leq -4$, liệt kê 3 giá trị của y

8. Nếu $m \geq 0$, liệt kê 3 giá trị không thể là m

9. Nhiệt độ nào ấm hơn $-5°C$, hay $-8°C$?

10. Điền vào chỗ trống: bất kì số nào nằm xa hơn về phía bên trái trên một trục số là _____ _____ số nằm phía bên phải trên trục số.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $-12 < 8$ hoặc $8 > -12$
2. $-14 > -15$ hoặc $-15 < -14$
3. $0 > -8$ hoặc $-8 < 0$
4. $0.025 < 0.026$ hoặc $0.026 > 0.025$
5. $\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$
6. $-\frac{1}{2} > -\frac{2}{3}$
7. -4 và/ hoặc bất kì số nào bé hơn -4 (ví dụ như -5, -6, ..., v.v)
8. Bất kì số nào bé hơn 0, ví dụ như -1, -2, -3, ..., v.v.
9. -5 độ C
10. Bé hơn

Câu 7 và câu 8 có nhiều đáp án chính xác.

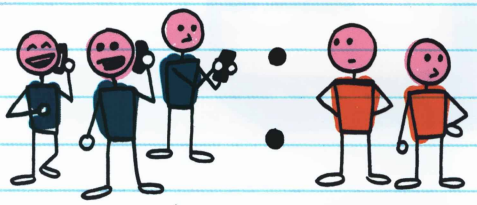
PHẦN 2

Tỉ Lệ, Tỉ Lệ Thức Và Phần Trăm

Chương 15

TỈ LỆ

Một **TỈ LỆ** là một phép so sánh giữa hai đại lượng. Ví dụ, bạn có thể sử dụng tỉ lệ để so sánh số học sinh có điện thoại di động và số học sinh không có điện thoại di động.



Một tỉ lệ có thể được viết theo vài cách khác nhau.
Tỉ lệ 3 với 2 có thể được viết là:

3:2 hoặc $\frac{3}{2}$ hoặc 3 so với 2

Sử dụng "a" đại diện cho đại lượng đầu tiên và "b" cho đại lượng thứ hai. Tỉ lệ a so với b có thể được viết dưới dạng:

$a:b$ hoặc $\frac{a}{b}$ hoặc a so với b

Một phân số cũng là một tỉ lệ.

VÍ DỤ: Năm học sinh được hỏi rằng liệu họ có điện thoại di động hay không. Bốn người nói có và một người nói không. Tỉ lệ giữa học sinh không có điện thoại và học sinh có điện thoại là bao nhiêu?

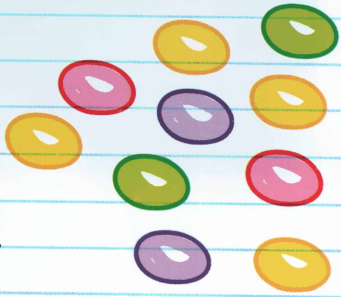
1:4 hoặc $\frac{1}{4}$ hoặc 1 so với 4.

(Một cách để nói điều này là: "Cứ 1 học sinh không có điện thoại di động, sẽ có 4 học sinh có điện thoại di động.")

Tỉ lệ học sinh có điện thoại di động so với tổng số học sinh đã được hỏi là bao nhiêu?

4:5 hoặc $\frac{4}{5}$ hoặc 4 so với 5.

VÍ DỤ: Julio mở một túi kẹo dẻo nhỏ và đếm số kẹo trong túi đó. Có tất cả 10 cái kẹo. Trong đó, có 2 kẹo màu xanh lá và 4 kẹo màu vàng. Tỉ lệ giữa kẹo xanh và kẹo vàng là bao nhiêu? Tỉ lệ giữa kẹo xanh và tổng số kẹo là bao nhiêu?



Tỉ lệ kẹo xanh so với kẹo vàng dưới dạng phân số là $\frac{2}{4}$, có thể được rút gọn còn $\frac{1}{2}$.

Cứ mỗi 1 chiếc kẹo xanh, lại có 2 chiếc kẹo vàng.

Tỉ lệ kẹo xanh trên tổng số kẹo là $\frac{2}{10}$.

Có thể được rút gọn còn $\frac{1}{5}$.

Vì vậy, cứ 1 chiếc kẹo trong túi lại có 5 chiếc màu xanh.

Cũng giống như cách bạn rút gọn phân số, bạn có thể đơn giản hóa tỉ lệ!

Tỉ lệ thường được sử dụng để phác họa **BẢN VẼ THEO TỈ LỆ** – một bản vẽ mà tương đồng với một vật thể thực hoặc một địa điểm nhưng lớn hơn hoặc nhỏ hơn.



Một bản đồ thể hiện tỉ lệ khoảng cách trên bản đồ so với khoảng cách ở ngoài đời thực.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu **1** đến câu **6**, viết mỗi tỉ lệ dưới dạng phân số. Rút gọn nhất có thể.

1. 2 : 9
2. 42 : 52
3. 5 so với 30
4. Cứ 100 quả táo, có 22 quả thối
5. Cứ 16 ô tô đen, có 2 ô tô đỏ
6. 19 : 37

Từ câu **7** đến câu **10**, viết một tỉ lệ theo kiểu a : b để mô tả mỗi tình huống.

7. Trong số 27 người được khảo sát, có 14 người sống ở căn hộ chung cư.
8. Ở khối 6, cứ 8 bạn nữ lại có 10 bạn nam.
9. Chính xác 84 trên 100 hộ gia đình có máy vi tính.
10. Lucinda mua đồ dùng học tập cho lớp học. Cô ấy mua 8 cái bút mực, 12 bút chì, 4 bút đánh dấu. Tỉ lệ bút mực trên tổng số đồ dùng được mua là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $\frac{2}{9}$
2. $\frac{21}{26}$
3. $\frac{1}{6}$
4. $\frac{11}{50}$
5. $\frac{8}{1}$
6. $\frac{19}{37}$
7. 14:27
8. 8:10 hoặc 4:5
9. 21:25
10. 8:24 hoặc 1:3

Chương 16

ĐƠN VỊ TỈ LỆ VÀ ĐƠN GIÁ

TỈ LỆ là một loại tỉ số đặc biệt khi mà hai đại lượng được so sánh có đơn vị khác nhau. Ví dụ, bạn có thể sử dụng tỉ số để so sánh 3 muỗng bột với 2 thìa cà phê đường. Đơn vị (muỗng và thìa cà phê) là khác nhau.

Một **ĐƠN VỊ TỈ LỆ** là một tỉ lệ mà có 1 làm mẫu số. Để tìm đơn vị tỉ lệ, viết một tỉ lệ dưới dạng phân số sau đó chia tử số cho mẫu số.

VÍ DỤ: Một chiếc xe ô tô có thể đi 300 dặm với 15 ga-lông xăng. Đơn vị tỉ lệ cho mỗi ga-lông xăng là bao nhiêu?

CÓ NGHĨA LÀ CHIA RA

$$300 \text{ dặm} : 15 \text{ ga-lông} = \frac{300 \text{ dặm}}{15 \text{ ga-lông}} = 20 \text{ dặm trên một ga-lông}$$

Đơn vị tỉ lệ là 20 dặm trên một ga-lông.

Có nghĩa là chiếc xe có thể đi được 20 dặm với 1 ga-lông xăng.

VÍ DỤ: Một vận động viên có thể bơi được $\frac{1}{2}$ dặm trong $\frac{1}{3}$ giờ. Đơn vị tỉ lệ của vận động viên này là bao nhiêu?

Nói đơn giản: vận động viên có thể bơi được bao nhiêu dặm trong một giờ?

$$\frac{1}{2} \text{ dặm} : \frac{1}{3} \text{ dặm} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

$$= 1\frac{1}{2} \text{ dặm trên giờ}$$

Khi đơn vị tỉ lệ mô tả giá cả, nó được gọi là **ĐƠN GIÁ**. Khi bạn tính đơn giá, hãy đảm bảo rằng bạn đặt mức giá là tử số!

VÍ DỤ: Jacob trả $1.60 cho 2 chai nước. Giá của mỗi chai nước là bao nhiêu?

$\$1.60 : 2 \text{ chai hoặc } \frac{1.60}{2} = \$0.80$

Đơn giá là $0.80 cho 1 chai nước.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu **1** đến câu **10**, tìm đơn vị tỉ lệ hoặc đơn giá.

1. Mẹ tôi đi bộ 30 dặm trong 5 giờ.
2. Chúng tôi bơi 100 thước trong 2 phút.
3. Juliette mua 8 ruy-băng với $1.52.
4. Anh ta đã bơm 54 ga-lông nước trong 12 phút.
5. Tốn $2,104.50 để mua 122 trái bóng đá.
6. Một vận động viên chạy nước rút $\frac{1}{2}$ dặm trong vòng $\frac{1}{15}$ giờ.
7. Linda rửa 26 cái bát trong 4 phút.
8. Safira tiêu $42 mua 12 ga-lông xăng.
9. Nathaniel chống đẩy được 240 cái trong vòng 5 phút.
10. Một đội đào được 12 lỗ trong vòng 20 tiếng.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



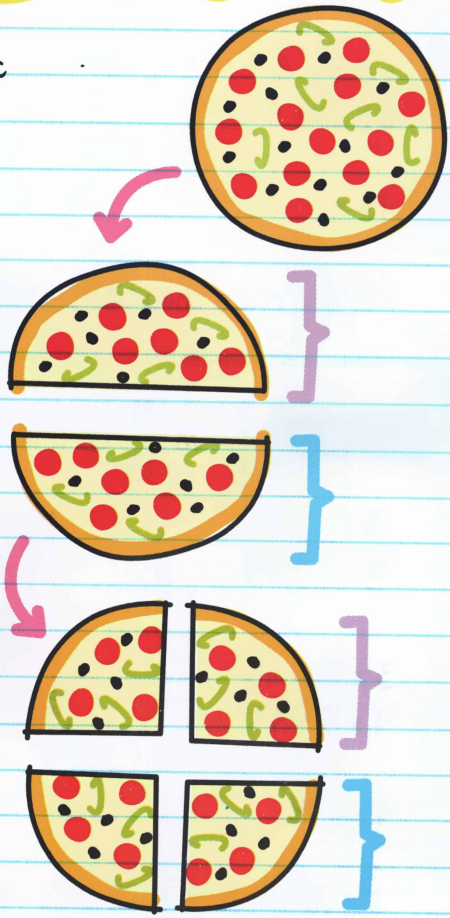
1. 6 dặm mỗi giờ
2. 50 thước một phút
3. $0.19 mỗi cái ruy-băng
4. 4.5 ga-lông mỗi phút
5. $17.25 một trái bóng
6. $7\frac{1}{2}$ dặm mỗi giờ
7. 6.5 bát mỗi phút
8. $3.50 một ga-lông xăng
9. 48 cái chống đẩy mỗi phút
10. 0.6 lỗ mỗi giờ

Chương 17

TỈ LỆ THỨC

TỈ LỆ THỨC là một biểu thức có hai tỉ số bằng nhau.

Ví dụ, một người cắt một chiếc pizza thành 2 phần bằng nhau và ăn 1 miếng. Tỉ số của miếng pizza người đó ăn so với miếng pizza ban đầu là $\frac{1}{2}$. Con số $\frac{1}{2}$ này cũng tương tự như khi người đó thay vào đó cắt chiếc pizza thành 4 phần bằng nhau và ăn 2 phần.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

Bạn có thể kiểm tra hai tỉ số trong một tỉ lệ thức bằng cách nhân chéo kết quả. Để tìm kết quả nhân chéo, đặt hai tỉ số đó cạnh nhau, sau đó nhân chéo. Nếu hai kết quả bằng nhau, thì hai tỉ số đó bằng nhau và tạo thành một tỉ lệ thức.

$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4}$

THỈNH THOẢNG, GIÁO VIÊN CŨNG SẼ GỌI ĐÂY LÀ NHÂN CHÉO.

$1 \times 4 = 4$
$2 \times 2 = 4$

$4 = 4$

Kết quả nhân chéo bằng nhau, vì thế $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

VÍ DỤ: $\frac{3}{5}$ và $\frac{9}{15}$ có tỉ lệ với nhau hay không?

$\frac{3}{5} \times \frac{9}{15}$

Hai tỉ số tạo thành một tỉ lệ thức được gọi là **PHÂN SỐ BẰNG NHAU.**

$3 \times 15 = 45$
$9 \times 5 = 45$

$45 = 45$

$\frac{3}{5}$ và $\frac{9}{15}$ có tỉ lệ với nhau - kết quả nhân chéo bằng nhau.

Bạn cũng có thể sử dụng một tỉ lệ thức để tìm **MỘT ĐẠI LƯỢNG CHƯA BIẾT**. Ví dụ, nếu bạn đang pha nước chanh, và công thức nói rằng dùng 5 cốc nước với mỗi quả chanh bạn vắt. Bạn sẽ cần bao nhiêu cốc nước nếu như bạn có 6 quả chanh?

Đầu tiên, tạo một tỉ lệ: $\frac{5 \text{ cốc}}{1 \text{ chanh}}$

Thứ hai, đặt tên một tỉ lệ mà bạn đang cố gắng tìm ra.

Bởi vì bạn không biết bạn sẽ cần bao nhiêu cốc nước cho 6 quả chanh, hãy sử dụng biến x tượng trưng cho lượng nước.

$\frac{x \text{ cốc}}{6 \text{ chanh}}$

Thứ ba, tạo ra một tỉ lệ thức bằng cách cho 2 tỉ lệ trên bằng nhau:

$\frac{5 \text{ cốc}}{1 \text{ chanh}} = \frac{x \text{ cốc}}{6 \text{ chanh}}$

LƯU Ý RẰNG ĐƠN VỊ MỖI BÊN PHẢI TƯƠNG ỨNG VỚI NHAU.

Cuối cùng, sử dụng kết quả nhân chéo để tìm ra số còn thiếu!

$1 \cdot x = 5 \times 6$

$1 \cdot x = 30$ (Chia mỗi bên cho 1 ta được kết quả x riêng lẻ.)

$x = 30$

Bạn cần 30 cốc nước cho 6 quả chanh!

VÍ DỤ: Bạn lái xe 150 dặm trong 3 tiếng. Ở mức tỉ lệ này, bạn sẽ đi được bao xa trong 7 tiếng?

$$\frac{150 \text{ dặm}}{3 \text{ tiếng}} = \frac{X \text{ dặm}}{7 \text{ tiếng}}$$

$150 \cdot 7 = 3 \cdot x$

$1{,}050 = 3x$ (Chia mỗi vế cho 3 là bạn có thể tìm ra x)

$350 = x$

Bạn có thể đi 350 dặm trong 7 tiếng.

> Cứ khi nào bạn thấy cụm từ: "ở mức tỉ lệ này", hãy tạo một tỉ lệ thức!

Thỉnh thoảng, một tỉ lệ thức sẽ không thay đổi, thậm chí trong những trường hợp khác nhau. Ví dụ: Tim chạy được $\frac{1}{2}$ dặm, sau đó anh ta uống 1 cốc nước. Nếu Tim chạy 1 dặm, anh ta cần 2 cốc nước. Nếu Tim chạy 1.5 dặm, anh ta cần 3 cốc nước và tương tự như vậy. Tỉ lệ thức vẫn giữ nguyên, và chúng ta nhân với con số giống nhau trong mỗi trường hợp. (trong trường hợp này, chúng ta nhân 2). Đây gọi là **HỆ SỐ TỈ LỆ** hoặc **HỆ SỐ BIẾN THIÊN** và tương đối liên quan tới đơn vị tỉ lệ (hoặc đơn giá).

VÍ DỤ: Một công thức yêu cầu 6 cốc nước cho 2 bình đựng trái cây. Công thức tương tự yêu cầu 15 cốc nước cho 5 bình đựng rượu trái cây. Bao nhiêu cốc nước cần cho 1 bình đựng rượu trái cây?

Chúng ta tạo ra một tỉ lệ thức:

$$\frac{6 \text{ cốc}}{2 \text{ bình}} = \frac{x \text{ cốc}}{1 \text{ bình}} \quad \text{hoặc} \quad \frac{15 \text{ cốc}}{5 \text{ bình}} = \frac{x \text{ cốc}}{1 \text{ bình}}$$

Bằng cách giải biến x trong cả hai trường hợp, chúng ta tìm ra x luôn là 3.

Chúng ta cũng thể nhìn đơn vị tỉ lệ thông qua bảng biểu. Với số liệu từ bảng biểu, chúng ta có thể thiết lập tỉ lệ thức:

VÍ DỤ: Daphne thường đi bộ theo vòng. Bảng dưới đây mô tả thời gian cô ấy đi bộ và số vòng cô ấy hoàn thành. Cô ấy đi bộ bao nhiêu phút trong mỗi vòng?

Tổng số phút đi bộ	28	42
Tổng số vòng	4	6

$$\frac{28 \text{ phút}}{4 \text{ vòng}} = \frac{X \text{ phút}}{1 \text{ vòng}} \quad \text{hoặc} \quad \frac{42 \text{ phút}}{6 \text{ vòng}} = \frac{X \text{ phút}}{1 \text{ vòng}}$$

Giải X, tìm ra đáp án là 7 phút.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 $\frac{3}{4}$ và $\frac{6}{8}$ có tạo thành một tỉ lệ thức không? Giải thích bằng nhân chéo.

2 $\frac{4}{9}$ và $\frac{6}{11}$ có tạo thành một tỉ lệ thức không? Giải thích bằng nhân chéo.

3 $\frac{4}{5}$ và $\frac{12}{20}$ có tạo thành một tỉ lệ thức không? Giải thích bằng nhân chéo.

4 Tìm số chưa biết: $\frac{3}{15} = \frac{9}{x}$

5 Tìm số chưa biết: $\frac{8}{5} = \frac{Y}{19}$. Viết dưới dạng thập phân.

6 Tìm số chưa biết: $\frac{m}{6.5} = \frac{11}{4}$. Viết dưới dạng thập phân.

7 Để tạo ra màu hồng, một họa sĩ đã trộn 2 muỗng sơn trắng với 5 muỗng sơn đỏ. Nếu họa sĩ muốn sử dụng 4 muỗng sơn trắng, cô ấy sẽ cần bao nhiêu muỗng sơn đỏ để tạo ra màu hồng giống như vậy?

8 Bốn chiếc bánh có giá $7. Ở mức tỉ lệ này, 9 chiếc bánh giá bao nhiêu?

9 Ba bánh mì vòng có giá $2.67. Ở mức tỉ lệ này, 10 bánh mì vòng có giá bao nhiêu?

10 Mực nước mưa dâng 3.75 inch trong vòng 15 giờ. Ở mức tỉ lệ này, mực nước mưa là bao nhiêu nếu trời mưa trong 35 giờ? Viết dưới dạng thập phân.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. Có, bởi vì $\frac{3}{4} \times \frac{6}{8}$

$3 \times 8 = 24$

$6 \times 4 = 24$

$24 = 24$

2. Không, bởi vì $\frac{4}{9} \times \frac{6}{11}$

$4 \times 11 = 44$

$6 \times 9 = 54$

$44 \neq 54$

3. Không, bởi vì $\frac{4}{5} \times \frac{12}{20}$

$4 \times 20 = 80$

$12 \times 5 = 60$

$80 \neq 60$

4. $x = 45$

5. $y = 30.4$

6. $m = 17.875$

7. 10 muỗng

8. $15.75

9. $8.90

10. 8.75 inch

Chương 18

QUY ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG

Thỉnh thoảng, chúng ta muốn đổi đơn vị đo lường này (ví dụ inch) sang một đơn vị đo lường khác (ví dụ feet). Cái này được gọi là **QUY ĐỔI ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG**.

HỆ THỐNG ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG TIÊU CHUẨN



Ở Mỹ, chúng tôi sử dụng hệ thống **ĐƠN VỊ ĐO LƯỜNG TIÊU CHUẨN**. Dưới đây là một vài đơn vị đo lường tiêu chuẩn và các đơn vị tương đương của chúng:

Chiều Dài

12 inch (in)= 1 foot (ft)

3 feet (ft) = 1 thước Anh (yd)

1,760 thước Anh (yd) = 1 dặm (mi)



Khối Lượng

1 pao (lb) = 16 ao-xơ (oz)
1 tấn (t) = 2000 pao (lb)



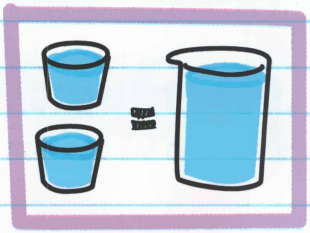
Thể Tích

1 muỗng súp (tbsp) = 3 thìa cà-phê (tsp)
1 ao-xơ chất lỏng (oz) = 2 thìa xúp (tbsp)
1 thìa canh (c) = 8 ao-xơ chất lỏng (oz)
1 panh Mỹ (pt) = 2 thìa canh (c)
1 chai lít Anh (qt) = 2 panh Mỹ (pt)
1 ga-lông (gal) = 4 chai lít Anh (qt)

Khi chuyển đổi giữa các đơn vị đo, hãy viết một tỉ lệ thức và quy đổi.

VÍ DỤ: 10 panh Mỹ (pt) là bao nhiêu chai lít Anh (qt)?

Chúng ta biết rằng 1 chai lít Anh (qt) bằng với 2 panh Mỹ (pt), vì vậy chúng ta sử dụng tỉ lệ:



$$\frac{x \text{ qt}}{10 \text{ pt}} = \frac{1 \text{ qt}}{2 \text{ pt}}$$

Chúng ta nhân chéo để được kết quả là 5 chai lít Anh (qt).

VÍ DỤ: Có bao nhiêu panh Mỹ (pt) trong 64 ao-xơ chất lỏng (oz)?

Chúng ta có thể sử dụng tỉ lệ và tỉ lệ thức, lặp lại quy trình này cho đến khi chúng ta tìm được đơn vị đúng. Chúng ta biết rằng có 8 ao-xơ chất lỏng (oz) trong 1 thìa canh (c), vì vậy chúng ta đổi từ ao-xơ chất lỏng (oz) sang thìa canh (c) trước.

$$\frac{x\ c}{64\ oz} = \frac{1\ c}{8\ oz}$$

Chúng ta nhân chéo tìm được đáp án là 8 thìa canh (c).

Tiếp theo, chúng ta đổi 8 thìa canh sang panh Mỹ (pt).

Chúng ta đã biết có 2 thìa canh (c) trong 1 panh Mỹ (pt), vì vậy chúng ta lập tỉ lệ thức:

$$\frac{x\ pt}{8\ c} = \frac{1\ pt}{2\ c}$$

ĐẢM BẢO RẰNG BẠN LUÔN ĐẶT ĐÚNG ĐƠN VỊ THEO HÀNG NGANG

Chúng ta nhân chéo tìm được đáp án là 4 panh Mỹ (pt).



HỆ MÉT



Hầu hết các quốc gia sử dụng **HỆ ĐO LƯỜNG MÉT**. Dưới đây là hệ đo lường mét và đơn vị tương đương:

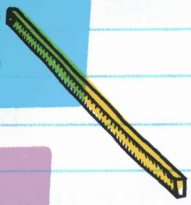
CHÚNG TA CŨNG SỬ DỤNG HỆ THỐNG MÉT TRONG CÁC LỚP HỌC KHOA HỌC!

Độ Dài

10 mi-li-mét (mm) = 1 cen-ti-mét (cm)

100 cen-ti-mét (cm) = 1 mét (m)

1,000 mét (m) = 1 ki-lô-mét (km)



Khối Lượng

1,000 mi-li-gam (mg) = 1 gam (g)

1,000 gam (g) = 1 ki-lô-gam (kg)

Khi đổi các đơn vị đo, hãy lập một tỉ lệ thức và quy đổi.

VÍ DỤ: 2 km tương ứng với bao nhiêu cm?

Chúng ta có thể sử dụng tỉ lệ và tỉ lệ thức bởi vì chúng đã biết là 1 km tương ứng với 1,000 m.

$$\frac{x \text{ m}}{2 \text{ km}} = \frac{1{,}000 \text{ m}}{1 \text{ km}}$$

Chúng ta nhân chéo ra đáp án là 2,000 m.

Tiếp đó, chúng ta đổi 2,000 m sang cm.

Biết rằng 1 m = 100 cm, vì vậy chúng ta thiết lập một tỉ lệ thức khác:

$$\frac{x \text{ cm}}{2{,}000 \text{ m}} = \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}}$$

Chúng ta nhân chéo để ra đáp án là 200,000 cm.

QUY ĐỔI GIỮA CÁC HỆ ĐO LƯỜNG

Thỉnh thoảng, chúng ta muốn đổi từ một đơn vị đo lường (ví dụ inch) sang một đơn vị đo khác (ví dụ cm). Khi chúng ta thay đổi đơn vị từ hệ tiêu chuẩn sang hệ mét hoặc ngược lại, chúng ta đang **QUY ĐỔI GIỮA CÁC HỆ ĐO LƯỜNG**.

Dưới đây là một **HỆ SỐ CHUYỂN ĐỔI TỪ HỆ TIÊU CHUẨN SANG HỆ MÉT**.

Chiều Dài

1 inch (in) = 2.54 cen-ti-mét (cm)

3.28 feet (ft) = 1 mét (m) (xấp xỉ)

1 thước Anh (yd) = 0.9144 mét (m)

1 dặm (mi) = 1.61 ki-lô-mét (km) (xấp xỉ)

Khối Lượng

1 ao-xơ (oz) = 28.349 gam (g) (xấp xỉ)
1 pao (lb) = 453.592 gam (g) (xấp xỉ)
1 pao (lb) = 0.454 ki-lô-gam (kg) (xấp xỉ)

Thể Tích

1 ao-xơ chất lỏng (fl oz) = 29.574 mi-li-lít (ml) (xấp xỉ)
1 panh Mỹ (pt) = 473.177 mi-li-lít (ml) (xấp xỉ)
1 panh Mỹ (pt) = 0.473 lít (l) (xấp xỉ)
1 ga-lông (gal) = 3.785 lít (l) (xấp xỉ)

Khi đổi giữa các hệ đo lường, hãy lập một tỉ lệ thức và quy đổi.

VÍ DỤ: 12 lít nước tương ứng với bao nhiêu ga-lông?
Đầu tiên, tạo ra một tỉ lệ thức với biến x.

$$\frac{1 \text{ ga-lông}}{3.785 \text{ lít}} = \frac{x \text{ ga-lông}}{12 \text{ lít}}$$

Sau đó, sử dụng nhân chéo để tìm biến x.

$$3.785x = 12$$

(Chia hai vế cho 3.785 để tách x ở một phía của dấu bằng.)

x = xấp xỉ 3.17 ga-lông
Vì thế, 12 lít nước xấp xỉ 3 ga-lông!



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu **1** đến câu **8**, điền vào chỗ trống:

1. 26 feet (ft) = ___ inch
2. ___ ga-lông = 24 chai lít Anh (qt)
3. 30 thìa cà-phê = ___ ao-xơ chất lỏng (fl oz)
4. ___ mm = 0.08 km
5. 30 cm = ___ inch
6. 4.5 dặm = ___ feet
7. ___ gam (g) = 36 ao-xơ (oz)
8. 5.25 panh Mỹ = ___ lít
9. Khi đi bộ trên đường mòn được 7 dặm, bạn nhìn thấy một biển báo hiệu "Bạn đã đi được 10,000ft. Còn bao nhiêu ft nữa mới hết con đường?
10. Đỉnh Everest, biên giới Nepal, cao 8,848 mét, trong khi đó Chimborazo ở Ecuador cao 6,310 mét. Chênh lệch độ cao của hai đỉnh núi theo đơn vị ft là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 312
2. 6
3. 5
4. 80,000
5. xấp xỉ 11.81
6. 23,760
7. xấp xỉ 1,020.564
8. xấp xỉ 2.48325
9. 26,960
10. xấp xỉ 8,325.64

Chương 19

PHẦN TRĂM

Phần trăm có nghĩa là "mỗi một trăm". Tỉ lệ phần trăm là những tỉ lệ mà so sánh một khối lượng với 100. Ví dụ, 33% có nghĩa là "33 trên 100" và cũng có thể được viết dưới dạng $\frac{33}{100}$ hoặc 0.33.

TÓM TẮT: Bất kì khi nào bạn có số phần trăm, bạn có thể đặt số đó là phần tử số và mẫu số là 100 và bỏ kí hiệu phần trăm đi. Đừng quên rút gọn phân số nếu có thể.

VÍ DỤ: Phần trăm dưới dạng phân số:

$3\% = \frac{3}{100}$

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

VÍ DỤ: Phân số dưới dạng phần trăm:

$\frac{11}{100} = 11\%$

$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$

ĐÂY LÀ MỘT TỈ LỆ THỨC!

VÍ DỤ: Phần trăm dưới dạng số thập phân:

$$65\% = \frac{65}{100} = 0.65$$

$$6.5\% = \frac{6.5}{100} = 0.065$$

Để chuyển một phân số sang dạng phần trăm, chia **TỬ SỐ** (bên trên phân số) cho **MẪU SỐ** (bên dưới phân số).

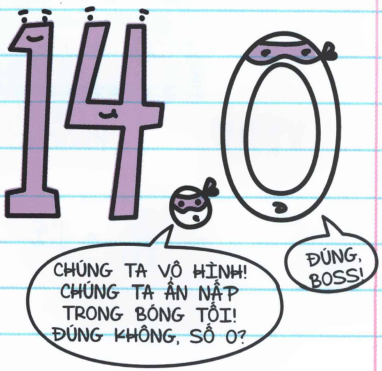
TÓM TẮT: Khi chia cho 100, hãy di chuyển dấu thập phân 2 khoảng về phía bên trái!

VÍ DỤ:

$$\frac{14}{50} = 14 \div 50 = 0.28 = 28\%$$

(Một khi đáp án của bạn đã ở dưới dạng thập phân, hãy dời dấu thập phân 2 khoảng sang bên phải, sau đó thêm dấu % ở cuối.)

GHI NHỚ:
Bất kì số nào không có dấu thập phân đều có một dấu thập phân "tàng hình" ở phía bên phải của số đó.
14 là tương đương với **14.0**



CÙNG THỬ LẠI NÀO:

5 trong 8 album mà Latrell sở hữu là nhạc Jazz.
Tỉ lệ phần trăm nhạc Jazz trong bộ sưu tập nhạc của ông ý là bao nhiêu?

$\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0.625$ (Di chuyển dấu thập phân 2 khoảng sang bên phải và thêm kí hiệu %.)

Jazz chiếm 62.5% bộ sưu tập nhạc của Latrell.

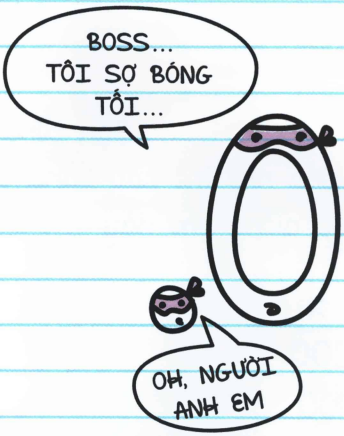
Phương pháp thay thế: Bạn cũng có thể giải bài toán giống như thế này bằng cách tạo ra một tỉ lệ thức, giống như này:

$\frac{5}{8} \times \frac{x}{100}$

$8 . x = 5 . 100$

$8 . x = 500$ (Chia 2 vế cho 8 thì chỉ còn x.)

$x = 62.5$ → 62.5% nhạc của Latrell là Jazz.


BOSS...
TÔI SỢ BÓNG TỐI...
OH, NGƯỜI ANH EM



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Viết 45% dưới dạng phân số.

2. Viết 68% dưới dạng phân số.

3. Viết 275% dưới dạng phân số.

BẠN CÓ THỂ VIẾT ĐÁP ÁN DƯỚI DẠNG PHÂN SỐ LỚN HƠN 1 HOẶC MỘT HỖN SỐ.

4. Viết 8% dưới dạng số thập phân.

5. Viết 95.4% dưới dạng số thập phân.

6. Viết 0.003% dưới dạng số thập phân.

7. $\frac{6}{20}$ là bao nhiêu phần trăm?

8. $\frac{15}{80}$ là bao nhiêu phần trăm?

9. Ở cuộc bầu chọn tại trường, Tammy nhận được 3 trên 7 phiếu bầu. Phần trăm phiếu bầu cho anh ấy là bao nhiêu (phần trăm xấp xỉ gần nhất).

10. Nếu bạn có 17 trên 20 câu hỏi trả lời đúng trong bài kiểm tra tới, phần trăm câu trả lời không đúng trong bài kiểm tra của bạn là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$
2. $\frac{68}{100} = \frac{17}{25}$
3. $\frac{275}{100} = \frac{11}{4}$ hoặc $2\frac{3}{4}$
4. 0.08
5. 0.954
6. 0.00003
7. 30%
8. 18.75%
9. Xấp xỉ 43%
10. 15%

Chương 20

BÀI TOÁN PHẦN TRĂM

Chìa khóa để giải bài toán phần trăm là chuyển đổi bài toán đó thành kí hiệu toán học trước tiên. Hãy nhớ những bước sau và việc giải toán trở nên dễ dàng hơn bao giờ hết.

BƯỚC 1: Tìm từ "bằng". Đặt dấu "=" bên trên nó. Nó trở thành trung tâm của đẳng thức.

BƯỚC 2: Mọi thứ đứng ở đằng trước từ "bằng" có thể được đổi sang kí hiệu toán và được viết vào phía bên trái của dấu "=". Mọi thứ đứng ở sau từ "bằng" nên được viết sang phía bên phải của dấu "=".

BƯỚC 3: Tìm từ khóa

- Đại diện cho số chưa biết với một biến **x**.
- "Của" có nghĩa là "nhân".
- Phần trăm có thể được thể hiện dưới dạng số thập phân, vì vậy nếu bạn thấy kí hiệu %, hãy dời kí hiệu thập phân 2 khoảng về bên trái và bỏ kí hiệu phần trăm.

BƯỚC 4: Bây giờ bạn có biểu thức, hãy giải nó!

VÍ DỤ: 75% của 45 bằng bao nhiêu?

sử dụng x thay cho "đại lượng cần tìm".

sử dụng kí hiệu = thay cho "bằng" trong câu hỏi trên.

sử dụng dấu nhân thay cho "của" trong câu hỏi trên.

$$x = 0.75 \cdot 45$$

chuyển 75% sang 0.75.

$$x = 33.75$$

Vậy 33.75 là 75% của 45.

VÍ DỤ: 13 bằng bao nhiêu phần trăm của 25?

$13 = x \cdot 25$ (Chia 2 vế cho 25 để rút gọn ra giá trị x)

$0.52 = x$ (để chuyển 0.52 sang phần trăm, dời dấu thập phân 2 khoảng về phía bên phải và thêm kí hiệu %.)

$52\% = x$

Vậy 13 là 52% của 25.

Đừng quên kiểm tra lại kết quả bài toán của bạn, đọc kĩ bài toán của bạn lần nữa, và nghĩ xem liệu câu trả lời của bạn đúng chưa.

VÍ DỤ: 4 là 40% của số nào?

$4 = 0.40 \cdot x$ (Chia cả 2 vế cho 0.4 để rút gọn ra giá trị x.)

$10 = x$

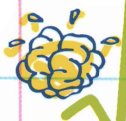
Vì vậy, 4 là 40% của 10.

VÍ DỤ: Bao nhiêu phần trăm của 5 là 1.25?

$x \cdot 5 = 1.25$

$x = 0.25$

Vì vậy, 25% của 5 là 1.25.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. 45% của 60 là bao nhiêu?
2. 15% của 250 là bao nhiêu?
3. 3% của 97 là bao nhiêu?
4. 11 là bao nhiêu phần trăm của 20?
5. 2 là bao nhiêu phần trăm của 20?
6. 17 là bao nhiêu phần trăm của 25?
7. 35 là 10% của số nào?
8. 40 là 80% của số nào?
9. 102000 là 8% của số nào?
10. George muốn mua một chiếc xe đạp mới có giá $280. Tới nay, anh ấy đã kiếm được $56. Anh ấy đã kiếm được bao nhiêu % số tiền trên tổng giá xe?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 27
2. 37.5
3. 2.91
4. 55%
5. 10%
6. 68%
7. 350
8. 50
9. 1,275,000
10. George đã kiếm được 20% trên tổng giá xe.

Chương 21

THUẾ VÀ PHÍ

THUẾ

THUẾ là các khoản phí chính phủ thu và quản lý để chi trả cho các khoản chi phí công, như đường xá và công viên. **THUẾ HÀNG HÓA** là một loại phí tính trên sản phẩm mua. Lượng thuế hàng hóa mà chúng ta phải trả thường xác định bằng tỉ số phần trăm.

Thuế suất giữ nguyên, ngay cả khi giá hàng hóa thay đổi. Vì vậy, khi một thứ càng đắt thì chúng ta càng phải trả thêm nhiều thuế. Đó là một tỉ lệ thức!

Thuế hàng hóa được thu bởi bang và thành phố của bạn để cung cấp dịch vụ công đến những người sống trong bang. Tỉ lệ thuế hàng hóa khác biệt giữa các bang.

Ví dụ, mức thuế hàng hóa 8% có nghĩa là chúng ta sẽ phải trả thêm 8 cent mỗi khi chúng ta tiêu 100 cent ($1). Tám phần trăm cũng có thể được viết dưới dạng một tỉ lệ (8:100) hoặc phân số ($\frac{8}{100}$).

VÍ DỤ: Bạn muốn mua một chiếc áo len có giá $40 và thuế hàng hóa của bang nơi bạn sống là 8%. Thuế sẽ là bao nhiêu? (Có 3 cách khác nhau để tìm ra bạn sẽ trả bao nhiêu?)



Phương Pháp 1: Nhân giá của chiếc áo len với phần trăm thuế để tìm ra mức thuế phải nộp.

BƯỚC 1: Chuyển 8% sang số thập phân

8% = 0.08

BƯỚC 2: Nhân 0.08 với 40.

40 x 0.08 = 3.2

Do đó, thuế phải nộp là $3.2.

Nhớ thêm kí hiệu đơn vị tiền tệ đô-la và sử dụng kí hiệu đô-la tiêu chuẩn khi viết kết quả cuối cùng.

Phương Pháp 2: Lập tỉ lệ thức và giải để tìm thuế.

BƯỚC 1: $8\% = \frac{8}{100}$

BƯỚC 2: Đặt mức thuế bằng tỉ lệ thức với một đại lượng chưa biết.

$$\frac{8}{100} = \frac{x}{40}$$

BƯỚC 3: Nhân chéo để giải.

$$100x = 320$$
$$x = 3.2$$

Do đó, thuế là $3.20.

Phương Pháp 3: Lập đẳng thức để tìm đáp án.

BƯỚC 1: Đặt câu hỏi: "8% của $40 là bao nhiêu?"

BƯỚC 2: Chuyển đổi từ bài toán sang dạng kí hiệu toán học.

$$x = 0.08 \times 40$$
$$x = 3.2$$

Do đó, thuế là $3.20.

Tìm Giá Gốc

Bạn cũng có thể tìm giá gốc nếu bạn biết mức giá cuối cùng và phần trăm thuế.

VÍ DỤ: Bạn mua tai nghe mới. Tổng giá hóa đơn là $53.99, bao gồm 8% thuế hàng hóa. Giá gốc chưa tính thuế của chiếc tai nghe là bao nhiêu?

BƯỚC 1: Cộng phần trăm giá của tai nghe và phần trăm thuế để có phần trăm tổng giá

100% + 8% thuế = 108%

BẠN TRẢ ĐỦ PHÍ DO VẬY PHÍ CỦA CHIẾC TAI NGHE LÀ 100% CỦA GIÁ GỐC.

BƯỚC 2: Chuyển phần trăm thành số thập phân.

108% = 1.08

BƯỚC 3: Giải ra giá gốc.

53.99 = 1.08 • x (Chia cả hai vế cho 1.08 để ra giá trị x.)

x = 49.99 (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Giá gốc của tai nghe là $49.99.

PHÍ

Các loại phí khác vận hành như một loại thuế - lượng phí xác định bằng tỉ lệ phần trăm trên sản phẩm.

VÍ DỤ: Một công ty cho thuê xe đạp với mức phí 17% đối với bất kì chiếc xe đạp nào trả muộn. Nếu phí thuê xe thông thường là $65, nhưng bạn trả xe muộn, phí trả muộn là bao nhiêu, và tổng phí bạn phải trả là bao nhiêu? (Sử dụng phương pháp 1 ở bên trên.)



17% = 0.17 → 65 x 0.17 = 11.05

Vì vậy, phí trả muộn là $11.05.

Để tính ra tổng bạn phải trả, bạn cộng phí nộp muộn với phí thuê gốc.

$11.05 + $65 = $76.05

Vì vậy, bạn phải trả $76.05.

Tìm Giá Gốc

Bạn cũng có thể tìm giá gốc nếu bạn biết mức giá cuối cùng và phần trăm phí.

VÍ DỤ: Bạn thuê một ván trượt tuyết trong ngày, nhưng vui thay bạn quên béng mất thời gian và trả cái ván muộn. Hóa đơn nói rằng tổng phí thuê là $66.08 bao gồm phí trả muộn 12%. Giá gốc thuê ván trượt ban đầu là bao nhiêu?

BƯỚC 1: Cộng phần trăm giá thuê và phần trăm phí để có phần trăm tổng giá:

100% + 12% thuế = 112%

BẠN TRẢ TOÀN BỘ GIÁ DO VẬY PHÍ THUÊ CỦA CHIẾC VÁN TRƯỢT TUYẾT LÀ 100% GIÁ GỐC.

BƯỚC 2: Chuyển đổi phần trăm sang số thập phân.

112% = 1.12

BƯỚC 3: Tìm ra giá gốc.

$66.08 = 1.12 \cdot x$

$x = 59$

Giá gốc thuê ván trượt tuyết là $59.00.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Hoàn thành bảng sau. Làm tròn đến đơn vị cent.

	Thuế Hàng Hóa 8%	Thuế Hàng Hóa 8.5%	Thuế Hàng Hóa 9.25%
Sách $12			
Tổng Giá (cả thuế)			
Trò chơi board game $27.50			
Tổng giá (cả thuế)			
Tivi $234.25			
Tổng Giá (cả thuế)			

2 Bạn mua album mới của ban nhạc bạn yêu thích. Hóa đơn tổng là $11.65, bao gồm cả 6% thuế hàng hóa. Giá gốc chưa thuế của album là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1

	Thuế Hàng Hóa 8%	Thuế Hàng Hóa 8.5%	Thuế Hàng Hóa 9.25%
Sách $12	$0.96	$1.02	$1.11
Tổng Giá (cả thuế)	$12.96	$13.02	$13.11
Trò chơi board game $27.50	$2.20	$2.34	$2.54
Tổng giá (cả thuế)	$29.70	$29.84	$30.04
Tivi $234.25	$18.74	$19.91	$21.67
Tổng Giá (cả thuế)	$252.99	$254.16	$255.92

2 $10.99

Chương 22

GIẢM GIÁ VÀ TĂNG GIÁ

GIẢM GIÁ

Các cửa hàng sử dụng chính sách **GIẢM GIÁ** nhằm thuyết phục chúng ta mua sản phẩm của họ. Trong bất kì trung tâm thương mại hay cửa hàng nào, bạn cũng sẽ thấy các biển hiệu như thế này:



Nhưng đừng bị ảnh hưởng bởi bảng hiệu hay quảng cáo mà chúng hứa hẹn rằng sẽ tiết kiệm tiền cho bạn. Tính toán số tiền bạn sẽ tiết kiệm được để xem liệu đây có phải một thương vụ tốt hay không nhé.

> Tất cả các từ và cụm từ có nghĩa rằng bạn sẽ tiết kiệm tiền (và rằng bạn sẽ trừ khoản chiết khấu đó so với giá gốc): giá tiết kiệm, giảm giá, hạ giá, giá dọn kho.

Tính một mức chiết khấu cũng giống như tính thuế, nhưng bởi vì bạn đang tiết kiệm tiền, bạn sẽ trừ nó từ giá gốc.

VÍ DỤ: Một chiếc mũ mới có giá $12.50. Một biển hiệu trên cửa sổ cửa hàng ghi "GIẢM GIÁ 20% TẤT CẢ MẶT HÀNG". Mức giảm giá cho chiếc mũ là bao nhiêu, và giá mới của chiếc mũ là bao nhiêu?

Phương Pháp 1: Tìm ra giá trị của phần giảm giá và trừ nó từ giá gốc.

BƯỚC 1: Chuyển phần trăm giảm giá sang số thập phân

20% = 0.20

BƯỚC 2: Nhân số thập phân với giá gốc ban đầu để tính khoản chiết khấu.

0.20 x $12.50 = $2.50

BƯỚC 3: Trừ nó đi từ giá gốc

$12.50 - $2.50 = $10

Giá mới của chiếc mũ là $10.00.

Phương Pháp 2: Lập đẳng thức để tìm ra đáp án

BƯỚC 1: Đặt câu hỏi "20% của $12.50 là bao nhiêu?"

BƯỚC 2: Chuyển bài toán sang các kí hiệu toán học.

$x = 0.20 \cdot 12.50$

$x = 2.5$

BƯỚC 3: Trừ khoản chiết khấu từ giá gốc.

$12.50 - $2.50 = $10

Giá mới của chiếc mũ là $10.00.

Điều gì sẽ xảy ra nếu bạn đủ may mắn để được chiết khấu thêm sau lần chiết khấu thứ nhất? Hãy tách riêng từng lần chiết khấu để tính.

VÍ DỤ: Valery's Videos đang bán tất cả trò chơi ở mức giảm giá 25%. Tuy nhiên, bạn có thẻ thành viên tại cửa hàng, vì vậy bạn được chiết khấu thêm 15% nữa. Bạn sẽ phải trả giá cuối là bao nhiêu nếu như các trò chơi điện tử có giá $100?

Hãy cùng tính lần chiết khấu thứ nhất:
25% = 0.25
0.25 x $100 = $25

Vì vậy, lần chiết khấu đầu tiên là $25.
$100 - $25 = $75

Giá sau khi chiết khấu lần một là $75.

Bây giờ, chúng ta có thể tính mức chiết khấu thêm 15% từ thẻ thành viên.

15% = 0.15
0.15 x $75 = $11.25

(NHỚ RẰNG LẦN CHIẾT KHẤU THỨ 2 LÀ CỘNG THÊM, VÌ VẬY NÓ ĐƯỢC TÍNH DỰA TRÊN GIÁ CHIẾT KHẤU SAU LẦN MỘT CHỨ **KHÔNG** PHẢI GIÁ GỐC.)

Vì vậy, mức chiết khấu lần 2 là $11.25.
$75 - $11.25 = $63.75

Giá cuối cùng là $63.75. Đây là một thương vụ khá tốt!

Tìm Giá Gốc

Bạn cũng có thể tìm giá gốc nếu bạn biết mức giá cuối cùng và phần trăm phí.

VÍ DỤ: Một trò chơi điện tử đang được bán giảm giá 30%. Nếu giá sau chiết khấu là $41.99, giá gốc là bao nhiêu?

BƯỚC 1: Trừ phần trăm chiết khấu từ phần trăm giá gốc.
100% - 30% = 70%

KHÔNG GIỐNG NHƯ CÁC VÍ DỤ TRONG CHƯƠNG TRƯỚC, BẠN KHÔNG TRẢ TOÀN BỘ GIÁ, BẠN **CHỈ** TRẢ 70% GIÁ GỐC. THƯƠNG VỤ TỐT!

BƯỚC 2: Chuyển đổi phần trăm sang một số thập phân.
70% = 0.7

BƯỚC 3: Tìm ra giá gốc.
41.99 = 0.7 • x (Chia cả 2 vế cho 0.7 để ra giá trị x.)

$x = 59.99$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Giá gốc của trò chơi điện tử là $59.99.

Tìm Phần Trăm Chiết Khấu

Tương tự, bạn cũng có thể tìm phần trăm chiết khấu nếu bạn biết giá cuối cùng và giá gốc.

VÍ DỤ: Julie trả $35 cho một chiếc áo sơ mi đang được giảm giá. Giá gốc của chiếc áo là $50. Phần trăm chiết khấu là bao nhiêu?

$35 = x \cdot 50$ (Chia cả 2 vế cho 50 để ra giá trị x.)

$x = 0.7$ (Điều này cho thấy rằng Julie đã trả 70% để mua chiếc áo so với giá gốc.)

$1 - 0.7 = 0.3$ (Chúng ta cần phải trừ phần trăm giá đã trả từ phần trăm giá gốc để tìm ra phần trăm chiết khấu.)

Mức chiết khấu là 30% so với giá gốc.

TĂNG GIÁ

Các cửa hàng thường đề xuất giảm giá trong quá trình bán hàng. Nhưng nếu họ luôn làm như vậy có lẽ họ sẽ phá sản. Thực tế, các cửa hàng và nhà sản xuất thường tăng giá của sản phẩm để tạo ra lợi nhuận. Sự tăng lên này được biết đến như là **TĂNG GIÁ**.

VÍ DỤ: Một trò chơi điện tử tốn $40 để sản xuất. Để tạo ra lợi nhuận, nhà sản xuất đẩy giá lên 20%. Lượng tăng giá là bao nhiêu? Giá mới của trò chơi điện tử này là bao nhiêu?

Phương Pháp 1: Tìm khoản tăng giá

BƯỚC 1: Đổi phần trăm tăng giá sang một số thập phân.

20% = 0.20

BƯỚC 2: Nhân số thập phân đó với giá gốc. Đây là phần tăng giá.

0.20 x $40 = $8

BƯỚC 3: Cộng phần tăng giá và giá gốc.

$40 + $8 = $48

Giá mới của trò chơi là $48.

Phương Pháp 2: Lập đẳng thức để tìm được đáp án.

BƯỚC 1: Đặt câu hỏi: "20% của $40 là bao nhiêu?"

BƯỚC 2: Chuyển bài toán sang các kí hiệu toán học.

$x = 0.20 \cdot 40$ → $x = 8$

BƯỚC 3: Cộng phần tăng giá và giá gốc.

$40 + $8 = $48

Giá mới của trò chơi là $48.

Tìm Giá gốc

Giống như khi bạn tính thuế và phí, bạn có thể tìm giá gốc nếu bạn biết giá cuối cùng và phần tăng giá.

VÍ DỤ: Một tiệm bánh bán một chiếc bánh với giá $5.08. Để tạo ra lợi nhuận, cửa hàng đã tăng giá sản phẩm của họ thêm 70%. Giá gốc của chiếc bánh là bao nhiêu?

BƯỚC 1: Cộng phần trăm của giá gốc chiếc bánh với phần trăm tăng giá để có phần trăm tổng giá:

$100\% + 70\% = 170\%$

BẠN ĐÃ TRẢ TOÀN BỘ CHI PHÍ SẢN XUẤT BAN ĐẦU CỦA CHIẾC BÁNH CỘNG THÊM PHẦN TĂNG GIÁ CỦA CỬA HÀNG, VÌ VẬY CHI PHÍ CỦA CHIẾC BÁNH THỰC RA BẰNG 170% GIÁ GỐC.

BƯỚC 2: Chuyển phần trăm sang một số thập phân.

$170\% = 1.7$

BƯỚC 3: Giải phương trình tìm giá gốc.

$5.08 = 1.7 \cdot x$

$x = 2.99$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Giá gốc của chiếc bánh là $2.99.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Một chiếc máy vi tính có giá niêm yết là $300. Cửa hàng chiết khấu 15% cho bạn. Tìm phần chiết khấu và giá cuối cùng của chiếc máy vi tính.

2. Tìm phần chiết khấu và mức giá cuối cùng khi bạn nhận được mức chiết khấu 20% cho một chiếc quần có giá $48.00.

3. Một chiếc xe đạp đang được bán giảm giá 45% so với giá thông thường. Nếu mức giá bán hiện tại là $299.75, mức giá gốc là bao nhiêu?

4. Ở một cửa hàng quần áo, một biển hiệu trên cửa sổ ghi "Xả kho: giảm giá 15% tất cả sản phẩm". Bạn tìm một chiếc áo yêu thích với giá gốc là $30.00, tuy nhiên, một thẻ gắn trên áo ghi "Chiết khấu thêm 10% trên giá cuối cùng". Chiếc áo sẽ có giá bao nhiêu sau khi chiết khấu hai lần?

5. Bạn muốn mua một chiếc xe tải mới. Ở đại lý A, chiếc xe tải có giá $14,500 kèm chiết khấu 10%. Bạn tìm thấy chiếc xe giống hệt tại đại lý B có giá $16,000 kèm chiết khấu 14%. Đại lý nào đang đề xuất cho bạn thương vụ mua bán tốt hơn?

6 Một nhà sản xuất tạo ra một chiếc giá sách với giá $50. Giá ở cửa hàng đã tăng thêm 8%. Tìm phần tăng giá và giá bán mới.

7 Một kĩ sư xe đạp tạo ra một chiếc xe đạp tốn $350. Một cửa hàng bán xe đạp sau đó tăng giá bán của họ lên 15%. Phần tăng giá là bao nhiêu? Giá mới là bao nhiêu?

8 Một siêu thị bán một hộp sữa với giá $3.24. Họ tăng giá sữa lên 35% để tạo ra lợi nhuận. Giá gốc của sữa là bao nhiêu?

9 Phoebe muốn mua một chiếc TV. Cửa hàng số 1 bán chiếc TV với giá $300. Cửa hàng thứ 2 có một chiếc TV giá $250, nhưng tăng giá bán lên 25%. Phobe nên mua TV từ cửa hàng nào?

10 Một cửa hàng nội thất có sẵn một chiếc giường giá $200 đang giảm giá 30%. Sau đó, họ lại tăng giá bán lên 20%. Mức giá mới của chiếc giường là bao nhiêu?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. Chiết Khấu = $45, Giá Mới = $225
2. Chiết Khấu $9.60, Giá Mới = $38.40
3. Giá gốc = $545
4. $22.95
5. Giá xe tải của đại lý A là $13,050;
   Giá xe tải của đại lý B là $13,760;
   Đại lý A đề xuất thương vụ mua bán tốt hơn.
6. Tăng giá = $4; Giá Mới = $54
7. Tăng giá = $52.50; Giá Mới = $402.50.
8. Giá gốc = $2.40
9. Cửa hàng 1 = $300; Cửa hàng 2 = $312.50.
   Phoebe nên mua TV ở cửa hàng 1.
10. Giá gốc= $200; Chiết khấu = $60;
    Giá mới sau khi chiết khấu = $140;
    Giá tăng thêm = $28;
    Giá mới sau khi tăng giá = $168.

Chương 23

TIỀN THƯỞNG VÀ HOA HỒNG

TIỀN THƯỞNG là một khoản "tiền boa" - một phần quà, thường dưới dạng tiền mà bạn cho ai đó đổi lại dịch vụ của họ. Chúng ta thường nghĩ về tiền boa và tiền thưởng thêm liên quan đến những người phục vụ ở nhà hàng. **HOA HỒNG** là một khoản phí được trả cho một ai đó giúp bạn có thêm khách hàng. Chúng ta cũng thường nghĩ về tiền hoa hồng liên quan đến nhân viên bán hàng tại các cửa hàng. Trong cả hai trường hợp, bạn trả bao nhiêu thường phụ thuộc vào tổng chi phí của bữa ăn hoặc món đồ mà bạn mua. Bạn có thể tính tiền thưởng thêm và hoa hồng giống như thuế hàng hóa.

Nhắc lại, hóa đơn của bạn càng lớn, tiền thưởng và hoa hồng càng nhiều hơn- chúng có mối quan hệ tỉ lệ với nhau.



VÍ DỤ VỀ TIỀN THƯỞNG: Cuối một bữa ăn, phục vụ đưa hóa đơn thanh toán có giá $25. Bạn muốn thưởng thêm 15% hóa đơn. Tiền boa là bao nhiêu đô-la và tổng số tiền bạn đưa cho họ là bao nhiêu?

15% = 0.15
$25 x 0.15 = $3.75

Tiền boa là $3.75.

$25 + 3.75 = $28.75

Tổng tiền bạn đưa là $28.75.

VÍ DỤ TIỀN HOA HỒNG: Chị gái tôi có công việc mùa hè tại cửa hàng quần áo yêu thích của chị ấy trong trung tâm thương mại. Sếp chị ấy đồng ý trả mức hoa hồng 12% trên tổng doanh số bán hàng. Cuối tuần đầu tiên, tổng doanh số bán hàng của chị là $3,500. Vậy chị tôi nhận được bao nhiêu tiền hoa hồng?

12% = 0.12

$3,500 x 0.12 = $420.00

Chị tôi kiếm được $420.

Phương pháp thay thế: Bạn cũng có thể giải bài toán bằng cách lập tỉ lệ thức, như sau:

$$\frac{12}{100} = \frac{x}{3,500}$$

$$100x = 42,000$$

$$x = \$420$$



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Gia đình họ Lee ăn bữa tối tại một nhà hàng với hóa đơn tổng là $45. Họ boa thêm 18%. Tiền boa họ nên đưa là bao nhiêu?

2. Một nữ nhân viên bán hàng nhận mức hoa hồng 35% trên tổng doanh số bán hàng. Cô ấy bán được tổng là $6,000. Hoa hồng cô ấy nhận được là bao nhiêu?

3. Một doanh nghiệp trả một công ty dịch vụ ăn uống $875 cho một sự kiện đặc biệt. Doanh nghiệp đó quyết định gửi mức tiền boa 25% cho công ty dịch vụ. Tiền boa là bao nhiêu, và doanh nghiệp sẽ trả tổng cộng bao nhiêu cho công ty dịch vụ?

4. Ông bà Smith trả $70 cho người trông trẻ. Họ cũng đưa thêm tiền boa 32%. Tiền boa là bao nhiêu, và ông bà Smith trả cho người trông trẻ tổng cộng bao nhiêu?

5. Nếu bạn trả thợ làm tóc mức tiền boa 10% cho một lần cắt tóc trị giá $25, tổng chi phí sẽ là bao nhiêu?

6. Hóa đơn bữa tối tại nhà hàng Zolo là $32.75. Bạn thưởng thêm 17%. Tổng tiền bạn sẽ trả là bao nhiêu?

7 Julio có một công việc bán xe máy tay ga và được trả mức hoa hồng 8% trên tổng doanh số bán hàng. Cuối tuần, doanh số bán hàng của Julio là $5,450. Anh ta kiếm được bao nhiêu tiền hoa hồng?

8 Ông chủ của Amber nói rằng cô ấy có thể chọn giữa một mức hoa hồng 12% hoặc một mức phí không đổi (thanh toán một lần) là $500. Tổng doanh số bán hàng của cô ấy là $3,950. Cô ấy nên chọn hình thức nào?

9 Mauricio và Judith là nhân viên bán hàng tại các cửa hàng khác nhau, và cả hai đều được trả lương dựa trên hoa hồng. Mauricio nhận được mức hoa hồng 8% trên tổng doanh số, và Judith nhận được mức hoa hồng 9.5%. Tháng trước, Mauricio bán được $25,000 trong khi Judith bán được $22,000. Ai kiếm được nhiều hơn?

10 Luke làm bồi bàn tại một nhà hàng. Anh ta nhận được mức tiền boa 18% từ một nhóm khách có hóa đơn thanh toán là $236. Mary là nhân viên bán hàng điện tử tại cửa hàng bên cạnh. Cô ấy nhận mức hoa hồng 12% từ tổng doanh số $380. Ai nhận được nhiều tiền hơn?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $8.10
2. $2,100
3. Tiền boa = $218.75; Tổng = $1,093.75
4. Tiền boa = $22.40; Tổng = $92.40
5. $27.50
6. $38.32
7. $436
8. Tiền hoa hồng của Amber là $474, vì vậy cô ấy nên chọn mức phí không đổi là $500.
9. Mauricio kiếm được $2,000 tiền hoa hồng, và Judith kiếm được $2,090 tiền hoa hồng. Judith kiếm được nhiều hơn.
10. Luke nhận được $42.48 tiền boa. Mary nhận được $45.60 tiền hoa hồng. Vì vậy, Mary nhận nhiều tiền hơn Luke.

Chương 24

LÃI ĐƠN

LÃI là một khoản phí mà một người trả để vay được tiền. Có 2 cách tính lãi:

1. Một ngân hàng trả bạn lãi nếu bạn gửi tiền vào tài khoản tiết kiệm. Tiền gửi của bạn trong ngân hàng làm ngân hàng mạnh hơn và cho phép họ cho người khác vay tiền, vì vậy họ trả bạn lãi cho dịch vụ đó.

2. Bạn có thể trả lãi cho ngân hàng nếu bạn vay tiền từ họ, nó là một khoản phí họ thu để bạn có thể sử dụng tiền của người khác trước khi bạn có tiền của chính mình.

Bạn cần phải biết 3 yếu tố để xác định lãi phải trả (nếu bạn là **NGƯỜI VAY**) hoặc lãi được nhận (nếu bạn là **NGƯỜI CHO VAY**):

1. **TIỀN GỐC:** Khoản tiền đi vay hay cho vay
2. **LÃI SUẤT:** Tỉ lệ phần trăm được trả định kỳ hàng năm cho khoản tiền đi vay hay cho vay
3. **THỜI GIAN:** Khoảng thời gian vay tiền hoặc cho vay tiền

Nếu khoản tiền tính theo tuần, tháng hay ngày, viết ra phân số để tính lãi dựa theo năm.

VÍ DỤ:

9 tháng $= \frac{9}{12}$ năm 80 ngày $= \frac{80}{365}$ năm 10 tuần $= \frac{10}{52}$ năm

Một khi bạn đã quyết định được khoản tiền gốc, lãi suất và thời gian, bạn có thể sử dụng **CÔNG THỨC TÍNH LÃI ĐƠN**:

Tiền lãi (I) = Tiền gốc (P) X Lãi suất (R) X Thời gian (T)

$$I = P \cdot R \cdot T$$

SỐ DƯ là tổng lượng tiền khi bạn cộng lãi và tiền gốc với nhau.

VÍ DỤ: Bạn gửi $200 vào tài khoản tiết kiệm với mức lãi suất 5%. Khoản lãi bạn nhận được sau 3 năm là bao nhiêu?

Tiền gốc (P) = $200
Lãi suất (R) = 5% = 0.05
Thời gian (T) = 3 năm

LUÔN ĐỔI PHẦN TRĂM THÀNH SỐ THẬP PHÂN KHI TÍNH!

Lãi đơn cũng có thể được coi là một tỉ lệ:
5% lãi = $\frac{5}{100}$.
Vì vậy, cứ $100 tiền gửi, ngân hàng sẽ trả bạn $5 mỗi năm. Sau đó bạn nhân $5 với số năm.

Bây giờ, thay thế các con số này vào công thức và giải phương trình!

$I = P \cdot R \cdot T$
$I = (\$200)(0.05)(3)$
$I = 30$



Sau 3 năm, bạn sẽ kiếm thêm $30. Cũng không tệ lắm nếu cứ để tiền của bạn trong ngân hàng trong một vài năm.

VÍ DỤ: Để mua chiếc xe cũ đầu tiên, bạn cần phải mượn $11,000. Ngân hàng đồng ý cho bạn vay tiền trong 5 năm với lãi suất 3.25% mỗi năm. Lãi bạn sẽ phải trả sau 5 năm là bao nhiêu? Tổng chi phí của chiếc xe là bao nhiêu?

$P = \$11,000$
$R = 3.25\% = 0.0325$
$T = 5$ năm

$I = P \cdot R \cdot T$

$I = (\$11,000)(0.0325)(5)$

$I = \$1,787.50$

Bạn sẽ phải trả $1,787.50 tiền lãi!

Tính xong tiền lãi rồi, vậy tổng giá của chiếc xe ô tô là bao nhiêu?

$\$11,000 + \$1,787.50 = \$12,787.50$

Chiếc ô tô sẽ có tổng giá trị là $12,787.50.

VÍ DỤ: Joey có $3,000. Anh ấy gửi tiền trong một ngân hàng với mức lãi suất hàng năm 4%. Anh ấy cần gửi tiền trong ngân hàng trong bao lâu để kiếm được tiền lãi $600.

$I = \$600$
$P = \$3,000$
$R = 4\%\ (0.04)$
$T = x$

(Trong trường hợp này, chúng ta biết lãi suất nhưng chưa biết khoảng thời gian. Chúng ta sử dụng x để đại diện thời gian và điền đầy đủ các thông tin khác mà chúng ta biết.)

$I = P \cdot R \cdot T$

$\$600 = \$3,000\,(0.4)T$

$\$600 = \$1200T$ ← (Chia cả hai vế cho 1200 để còn T.)

$5 = T$

Vì vậy, Joey sẽ kiếm được $600 sau 5 năm.







KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu **1** đến câu **5**: Enrique đã gửi $750 vào một tài khoản tiết kiệm với mức lãi suất hàng năm 4.25%. Anh ấy dự định để tiền trong ngân hàng trong 3 năm.

1 Tiền gốc là bao nhiêu?

2 Lãi suất là bao nhiêu? (Viết đáp án dưới dạng số thập phân.)

3 Thời gian là bao lâu?

4 Tiền lãi mà Enrique kiếm được sau 3 năm là bao nhiêu? (Làm tròn đến 2 chữ số thập phân.)

5 Tiền của Enrique sau 3 năm là bao nhiêu?

Từ câu **6** đến câu **9**: Sabrina vay $7,500 để mua xe với mức lãi suất 6% trong vòng 3 năm.

6 Tiền lãi cô ấy phải trả sau 3 năm là bao nhiêu?

7 Mario cũng vay $7,500 mua xe; tuy nhiên, lãi suất của anh ấy là 6% trong 5 năm. Lãi suất Mario phải trả sau 5 năm là bao nhiêu?

8 Mario phải trả tiền lãi nhiều hơn Sabrina bao nhiêu để mượn cùng một khoản tiền với mức lãi suất giống nhau trong 5 năm thay vì 3 năm?

9 Câu trả lời cho câu 8 nói lên điều gì về việc mượn tiền?

10 Hoàn thành bảng dưới đây:

TIỀN LÃI	TIỀN GỐC	LÃI SUẤT	THỜI GIAN
	$2,574.50	5.5%	2 năm
$2,976.00	$6,200.00	12%	

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $750
2. 0.0425
3. 3 năm
4. $95.63
5. $845.63
6. $1,350
7. $2,250
8. $900
9. Mượn tiền càng lâu, lãi phải trả càng nhiều.
10.

TIỀN LÃI	TIỀN GỐC	LÃI SUẤT	THỜI GIAN
$283.20	$2,574.50	5.5%	2 năm
$2,976.00	$6,200.00	12%	4 năm

Chương 25

TỈ LỆ PHẦN TRĂM THAY ĐỔI GIÁ

Thỉnh thoảng, thật khó để nói rằng liệu một tỉ lệ thay đổi về lượng của một thứ gì đó có hời hay không. Chúng ta sử dụng **TỈ LỆ PHẦN TRĂM THAY ĐỔI** để thể hiện lượng thay đổi so với lượng ban đầu. Cách hiểu đơn giản là coi tỉ lệ thay đổi như một loại phần trăm.

Khi lượng ban đầu **TĂNG LÊN**, chúng ta tính phần trăm **TĂNG LÊN**.

Khi lượng ban đầu **GIẢM XUỐNG**, chúng ta tính phần trăm **GIẢM XUỐNG**.

Để tính tỉ lệ phần trăm thay đổi:

Đầu Tiên, hãy đặt ra tỉ lệ: $\frac{\text{LƯỢNG THAY ĐỔI}}{\text{LƯỢNG GỐC}}$

("Lượng thay đổi" là sự chênh lệch giữa lượng ban đầu và lượng mới.)

Tiếp Đó, chia ra.

Cuối Cùng, dời dấu thập phân 2 khoảng về phía bên phải và thêm kí hiệu %.

VÍ DỤ: Một cửa hàng mua áo phông từ một nhà máy với giá $20 một chiếc và bán cho khách hàng với giá $23. Phần trăm tăng giá là bao nhiêu?

$$\frac{23-20}{20} = \frac{3}{20} = 0.15 = \text{tăng } 15\%$$

VÍ DỤ: Trong bài kiểm tra lịch sử đầu tiên, bạn trả lời 14 câu chính xác. Trong bài kiểm tra thứ hai, bạn học ít hơn, vì thế bạn chỉ làm đúng 10 câu. Phần trăm kết quả giảm bao nhiêu từ bài thứ nhất sang bài thứ hai?

$$\frac{14-10}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} = 0.29 = \text{giảm } 29\%$$

Nhớ rút gọn phân số nếu có thể để các phép tính trở nên dễ dàng hơn.

ĐỐI VỚI SỐ PHẦN TRĂM, LÀM TRÒN ĐẾN SỐ THẬP PHÂN HÀNG TRĂM.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu **1** đến câu **5**: Các phần trăm ti lệ thay đổi sau đây là tăng lên hay giảm đi?

1 7% tới 17%

2 87.5% tới 36.2%

3 5.0025% tới 5.0021%

4 $92\frac{1}{2}\%$ tới $92\frac{1}{5}\%$

5 31.5% tới 75%

6 Tính phần trăm tăng hoặc giảm từ 8 tới 18.

7 Tính phần trăm tăng hoặc giảm từ 0.05 tới 0.03.

8 Tính phần trăm tăng hoặc giảm từ 2 tới 2,222.

9 Một cửa hàng xe đạp mua xe đạp leo núi từ nhà sản xuất với giá $250 một chiếc. Sau đó, họ bán xe đạp cho khách hàng với giá $625. Phần trăm thay đổi giá là bao nhiêu?

10 Trong khi làm việc tại cửa hàng bánh thịt chiên giòn, Gerard nhận thấy rằng họ bán được 135 chiếc bánh thịt chiên giòn vào Chủ nhật. Tuy nhiên, ngày tiếp theo, họ chỉ bán được 108 chiếc. Phần trăm thay đổi từ Chủ nhật đến thứ Hai là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. Tăng
2. Giảm
3. Giảm
4. Giảm
5. Tăng
6. Tăng 12.5%
7. Giảm 40%
8. Tăng 111,000%
9. Tăng 150%
10. Giảm 20%

Chương 26

BẢNG BIỂU VÀ TỈ LỆ

Chúng ta có thể sử dụng bảng biểu để so sánh tỉ lệ và tỉ lệ thức. Ví dụ, Sue chạy nhiều vòng trên đường đua. Huấn luyện viên của cô ấy ghi lại thời gian trong bảng dưới đây:

SỐ VÒNG CHẠY	SỐ PHÚT CHẠY
2	6 phút
5	15 phút

Nếu huấn luyện viên của Sue muốn biết cô ấy tốn bao lâu để chạy 1 vòng? Nếu vận tốc của cô ấy không đổi, dễ dàng để tính vì chúng ta đã học cách tính đơn vị tỉ lệ rồi!

Chúng ta có thể lập tỉ lệ thức: $\frac{1}{x} = \frac{2}{6}$

Cách khác để lập tỉ lệ thức này: $\frac{1}{x} = \frac{5}{15}$

Đáp án là 3 phút.

CHÚ Ý!

Chúng ta chỉ có thể sử dụng bảng nếu các con số TỈ LỆ với nhau. Bằng không, sẽ không có tỉ lệ hay tỉ lệ thức nào để suy ra từ đó hoặc tính dựa vào đó.



VÍ DỤ: Linda và Tim đang chạy đua trên một đường đua. Huấn luyện viên của họ ghi lại kết quả dưới đây.



LINDA

SỐ VÒNG CHẠY	SỐ PHÚT CHẠY
1	?
2	8 phút
6	24 phút

TIM

SỐ VÒNG CHẠY	SỐ PHÚT CHẠY
1	?
3	15 phút
4	20 phút

Nếu vận tốc của mỗi người chạy không đổi, huấn luyện viên làm cách nào để tìm ra ai chạy nhanh hơn? Huấn luyện viên của họ phải hoàn thành bảng và tính ra thời gian Tim chạy 1 vòng hết bao lâu và Linda chạy 1 vòng hết bao lâu, sau đó so sánh kết quả. Huấn luyện viên có thể tính khoảng thời gian với tỉ lệ thức:

LINDA:

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{8}$$

$$x = 4$$

Linda mất 4 phút để chạy 1 vòng.

TIM:

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{15}$$

$$x = 5$$

Tim mất 5 phút để chạy 1 vòng.
Vì vậy, Linda chạy nhanh hơn Tim!





KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Nathalie, Patty, Mary và Mino đang hái dừa. Họ ghi lại thời gian trong bảng dưới đây. Điền các số còn thiếu vào bảng (giả sử các số tỉ lệ với nhau).

1 NATHALIE

SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	
5	30
	48

2 PATTY

SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	
2	14
6	

3 MARY

SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	
	4
8	16

4 MINO

SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	
	20
9	36
	40

5 Ai hái được một quả dừa trong thời gian ngắn nhất?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1 Nathalie



SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	6
5	30
8	48

2 Patty

SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	7
2	14
6	42

3 Mary

SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	2
2	4
8	16

4 Mino

SỐ DỪA	SỐ PHÚT
1	4
5	20
9	36
10	40

5 Mary hái 1 quả dừa trong thời gian ngắn nhất: 2 phút.

PHẦN 3

Biểu Thức Và Phương Trình

Chương 27

BIỂU THỨC

Trong toán học, **BIỂU THỨC** là một mệnh đề toán học bao gồm các số, các **BIẾN** (chữ hoặc kí hiệu được sử dụng để thay thế đại lượng chưa biết), và/hoặc các toán tử (ví dụ: + và −)

VÍ DỤ: $x + 5$ $3m - 2$ $\frac{a}{-b}$ $44k$ $59 + -3$

Có khi, là một biểu thức cho chúng ta phép tính để tính ra đại lượng của biến.

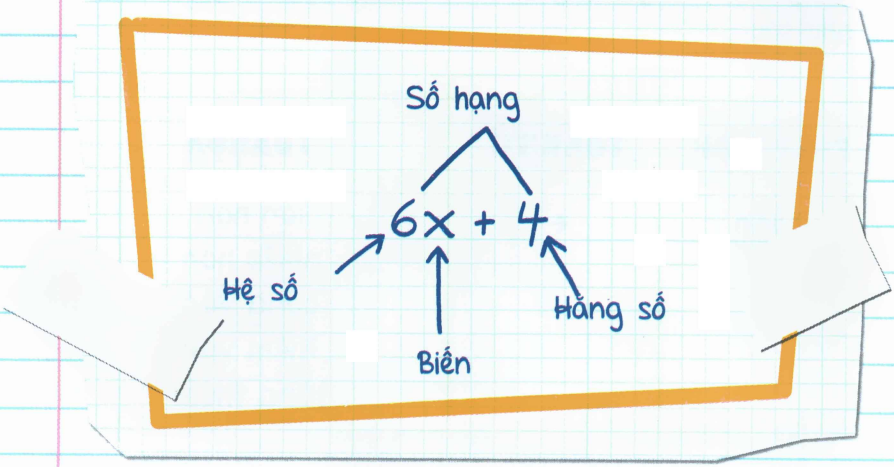
VÍ DỤ: Khi Georgia chạy, cô ấy chạy một vòng 6 dặm mỗi ngày. Chúng ta không biết cô ấy chạy bao nhiêu ngày, nên chúng ta sẽ gọi số đấy là "d". Bây giờ chúng ta có thể nói rằng Georgia chạy $6d$ dặm. (Nói cách khác, $6d$ là một biểu thức thay thế số vòng chạy của Georgia một tuần.)

Khi một số gắn liền với một biến, như $6d$, bạn nhân số và biến lại với nhau. Bất kì số nào được nhân với một biến (trong trường hợp này là 6) được gọi là **HỆ SỐ**.

Một **HẰNG SỐ** là một số cố định trong một biểu thức (nó "không đổi"). Ví dụ, trong biểu thức $6x + 4$, hằng số là 4.

Một biểu thức được tạo thành từ một hoặc nhiều **SỐ HẠNG** — một số là chính nó hoặc là tích của một số và biến (hoặc nhiều hơn 1 biến). Mỗi số hạng được phân tách bởi phép cộng. Trong biểu thức $6x + 4$, có hai số hạng là: $6x$ và 4.

SỐ HẠNG
một số là chính nó hoặc là tích của một số và biến (hoặc nhiều biến). Số hạng trong một phép toán được phân tách bởi dấu + hoặc −.



VÍ DỤ: Kể tên của biến, số hạng, hệ số và hằng số của $8y - 2$.

Biến là y.

Số hạng là $8y$ và 2.

Hệ số là 8.

Hằng số là -2.

HẢ? Bạn có lẽ đã nghĩ rằng các số hạng luôn luôn được phân tách bởi dấu cộng... **NHƯNG** nếu bạn cộng một số âm, dấu + trở thành dấu − ! Hãy chú ý + và − khi tìm số hạng trong một biểu thức nhé.

Các toán Tử cho chúng ta biết phải làm gì. Cộng (+), Trừ (−), Nhân (x), và chia (÷) là các toán tử phổ biến nhất. Các bài toán liên quan đến biểu thức sử dụng các từ ngữ thay cho các toán tử. Dịch nhanh như sau:

PHÉP TÍNH	TOÁN TỬ	TỪ KHÓA
Tổng	+	lớn hơn nhiều hơn cộng vào thêm vào tăng thêm

PHÉP TÍNH	TOÁN TỬ	TỪ KHÓA
Hiệu	−	nhỏ hơn giảm bớt trừ đi ít hơn
Tích	×	số lần nhân lên của
Thương	÷	chia trên mỗi

VÍ DỤ: "14 tăng thêm g" = $14 + g$

VÍ DỤ: "17 nhỏ hơn h" = $h - 17$

(Lưu ý! Bất cứ khi nào bạn dịch ý "nhỏ hơn", số thứ hai trong bài toán được viết đầu tiên trong biểu thức!)

VÍ DỤ: "Tích của -7 và x" = $-7 \cdot x$

Biểu thức này có thể viết là $(-7)(x)$ hoặc $-7(x)$ hoặc $-7x$.

VÍ DỤ: "Thương của 99 và w" = $99 \div w$

Biểu thức này có thể viết lại là $\frac{99}{w}$.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ câu **1** đến câu **3**, kể tên các biến, các hệ số, và/hoặc hằng số nếu có.

1 $3y$

2 $5x + 11$

3 $-52m + 6y - 22$

Từ **4** đến **5**, liệt kê các số hạng.

4 $2{,}500 + 11t - 3w$

5 $17 + d(-4)$

Từ **6** đến **10**, viết thành một biểu thức.

6 19 nhỏ hơn y

7 Thương của 44 và 11

8 Tích của -13 và k

9 Katherine lái xe 27 dặm để đi làm mỗi ngày. Thứ Tư tuần trước, cô phải làm thêm vài việc lặt vặt và lái thêm vài dặm. Viết một biểu thức cho thấy cô ấy đã lái xe bao nhiêu dặm vào thứ Tư (sử dụng x là biến).

10 Có một cuộc thi nhảy hip-hop vào tối thứ Bảy tại một club. Bởi vì có một DJ nổi tiếng chơi nhạc, ban tổ chức dự kiến số lượng người gấp 2 lần. Ban tổ chức cũng mời thêm 30 người bên ngoài thị trấn. Viết một biểu thức cho thấy số lượng người dự kiến đến tham gia sự kiện (sử dụng x là biến.)

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. Biến: y; hệ số: 3; không có hằng số
2. Biến: x; hệ số 5; hằng số: 11
3. Biến: m, y; hệ số: -52; 6 ; hằng số: -22
4. 2,500, 11t, -3w
5. 17, d(-4)
6. y - 19
7. 44÷11 hoặc $\frac{44}{11}$
8. -13k
9. 27 + x
10. 2x + 30

Chương 28

TÍNH CHẤT

Tính Chất là một tập hợp các quy tắc toán học luôn đúng. Chúng thường giúp chúng ta giải các bài toán phương trình. Dưới đây là một trong các tính chất quan trọng:

TÍNH ĐỒNG NHẤT CỦA PHÉP CỘNG giống như: $a + 0 = a$. Nghĩa là, nếu bạn thêm số 0 với bất kỳ số nào, số đó sẽ giữ nguyên.

VÍ DỤ: $5 + 0 = 5$

TÍNH ĐỒNG NHẤT CỦA PHÉP NHÂN giống như này: $a \times 1 = a$. Nghĩa là nếu bạn nhân bất kì số nào với 1, số đó sẽ giữ nguyên.

VÍ DỤ: $7 \times 1 = 7$

TÍNH CHẤT GIAO HOÁN CỦA PHÉP CỘNG giống như này $a + b = b + a$. Nghĩa là khi thêm hai (hoặc nhiều) số, bạn có thêm chúng ở bất kì vị trí nào và đáp án vẫn sẽ giống nhau.

VÍ DỤ: $3 + 11 = 11 + 3$ (cả hai biểu thức đều bằng 14.)

TÍNH CHẤT GIAO HOÁN CỦA PHÉP NHÂN giống như này: $a \cdot b = b \cdot a$. Nghĩa là, khi nhân hai (hoặc nhiều) số, bạn có thể nhân chúng ở bất kì vị trí nào và đáp án vẫn giữ nguyên.

VÍ DỤ: $-5 \cdot 4 = 4 \cdot -5$ (cả hai biểu thức đều bằng -20.)

GHI NHỚ: Tính chất giao hoán chỉ xảy ra với phép cộng và phép nhân; chúng KHÔNG xảy ra với phép trừ và phép chia

Khi đề cập đến tính chất, giáo viên của bạn hay sách giáo khoa sẽ dùng thuật ngữ **BIỂU THỨC TƯƠNG ĐƯƠNG**, đơn giản nghĩa là phép toán có giá trị bằng nhau.
Ví dụ, $3 + 11 = 11 + 3$ (Đây là hai biểu thức tương đương.)

TÍNH CHẤT KẾT HỢP TRONG PHÉP CỘNG giống như thế này: $(a + b) + c = a + (b + c)$. Nghĩa là khi thêm ba số khác nhau, bạn có thể thay đổi thứ tự bằng cách di chuyển dấu ngoặc đơn và đáp án vẫn giữ nguyên.

VÍ DỤ: $(2 + 5) + 8 = 2 + (5 + 8)$

(Cả hai biểu thức đều bằng 15.)

TÍNH CHẤT KẾT HỢP TRONG PHÉP NHÂN giống như thế này: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. Nghĩa là khi nhân ba số khác nhau, bạn có thể thay đổi thứ tự bằng cách di chuyển dấu ngoặc đơn và đáp án vẫn giữ nguyên.

VÍ DỤ: $(2 \cdot 5) \cdot 8 = 2 \cdot (5 \cdot 8)$

(Cả hai biểu thức đều bằng 80.)

GHI NHỚ: Tính chất kết hợp chỉ xảy ra với phép cộng và phép nhân; chúng KHÔNG xảy ra với phép trừ và phép chia!

TÍNH CHẤT PHÂN PHỐI CỦA PHÉP NHÂN VỚI PHÉP CỘNG giống như này: $a(b + c) = ab + ac$. Có nghĩa là cộng hai số trong ngoặc đơn, sau đó nhân tổng đó với một số bên ngoài sẽ bằng nhân số đầu tiên bên ngoài dấu ngoặc đơn với mỗi số trong dấu ngoặc đơn và cộng hai tích lại với nhau.

TÍNH CHẤT KẾT HỢP cho phép chúng ta đơn giản hóa biểu thức bằng cách bỏ đi dấu ngoặc đơn.

VÍ DỤ: $2(4 + 6) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 6$

(Bạn nhân "$2 \cdot$" với từng số hạng bên trong dấu ngoặc đơn. Cả hai biểu thức đều bằng 20.)

VÍ DỤ: $7(x + 8) =$

Hãy nghĩ về việc sắp xếp số bên ngoài và bên trong của dấu ngoặc đơn để đơn giản hóa



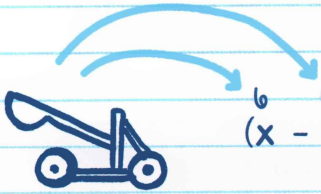
$$(x + 8) = 7(x) + 7(8) = 7x + 56$$

TÍNH CHẤT PHÂN PHỐI CỦA PHÉP NHÂN VỚI PHÉP TRỪ giống như này: $a(b - c) = ab - ac$. Có nghĩa là trừ hai số trong ngoặc đơn, sau đó nhân hiệu với số bên ngoài ngoặc đơn sẽ bằng nhân số đầu tiên bên ngoài dấu ngoặc đơn với mỗi số bên trong dấu ngoặc đơn và sau đó trừ hai tích với nhau.

VÍ DỤ: $9(5 - 3) = 9(5) - 9(3)$

(Cả hai biểu thức đều bằng 18.)

VÍ DỤ: $6(x - 8) =$



$$(x - 8) = 6(x) - 6(8) = 6x - 48$$

PHÂN TÍCH THÀNH NHÂN TỬ trái ngược với tính chất phân phối. Thay vì bỏ ngoặc, phân tích thành nhân tử cho phép chúng ta thêm dấu ngoặc đơn (bởi vì có nhiều khi xử lý một biểu thức đơn giản hơn với dấu ngoặc đơn).

VÍ DỤ: Nhân tử của $15y + 12$

BƯỚC 1: Tự hỏi, "Đâu là nhân tử chung lớn nhất của hai số hạng?" Trong trường hợp ở trên, nhân tử chung lớn nhất của $15y$ và 12 là 3. ($15y = 3 \cdot 5 \cdot y$ và $12 = 3 \cdot 4$)

BƯỚC 2: Tách tất cả các số hạng bằng nhân tử chung lớn nhất khỏi các số hạng và đặt nhân tử chung lớn nhất bên ngoài dấu ngoặc đơn.

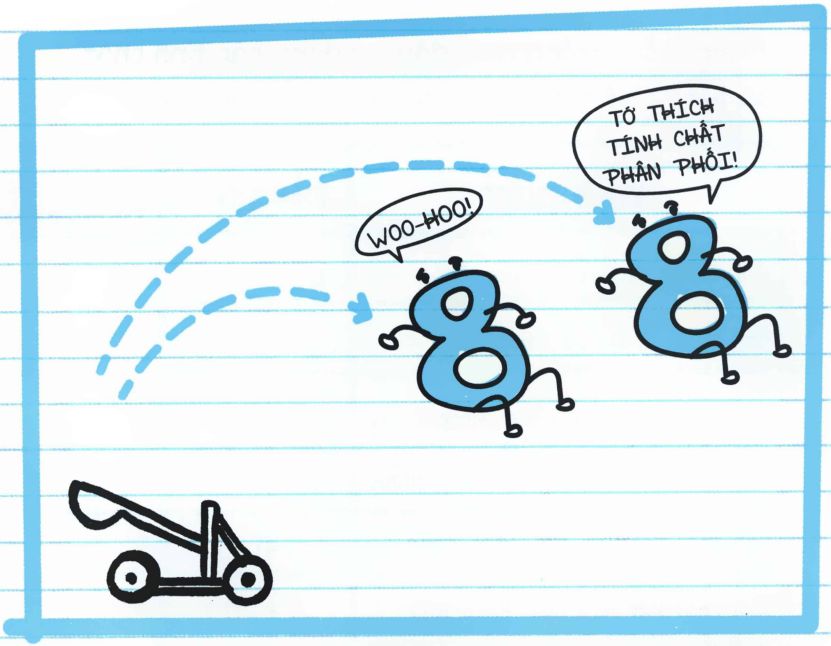
$$15y + 12 = 3(5y + 4)$$

Bạn luôn có thể kiểm tra lại đáp án bằng cách sử dụng **TÍNH CHẤT PHÂN PHỐI**. Đáp án của bạn phải trùng khớp với biểu thức đã cho!

VÍ DỤ: Nhân tử của $12a + 18$.

Nhân tử chung lớn nhất của $12a$ và 18 là 6. Nên chúng ta chia tất cả số hạng cho 6 và đặt bên ngoài dấu ngoặc đơn.

$$12a + 18 = 6(2a + 3)$$


WOO-HOO!
TỚ THÍCH TÍNH CHẤT PHÂN PHỐI!

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Trong mỗi ô trống dưới đây, sử dụng các tính chất đã liệt kê để viết một biểu thức tương đương.

TÍNH CHẤT	BIỂU THỨC	BIỂU THỨC TƯƠNG ĐƯƠNG
Tính Đồng Nhất của Phép Cộng	6	
Tính Đồng Nhất của Phép Nhân	y	
Tính Chất Giao Hoán của Phép Cộng	$6+14$	
Tính Chất Giao Hoán của Phép Nhân	$8 \cdot m$	
Tính Chất Kết Hợp của Phép Cộng	$(x+4)+9$	
Tính Chất Kết Hợp của Phép Nhân	$7 \cdot (r \cdot 11)$	
Tính Chất Phân Phối của Phép Nhân Với Phép Cộng	$5(v+22)$	
Tính Chất Phân Phối của Phép Nhân với Phép Trừ	$8(7-w)$	
Nhân Tử	$18x+6$	
Nhân Tử	$14-35z$	

1. Phân phối $3(x + 2y - 5)$

2. Phân phối $\frac{1}{2}(4a - 3b - c)$

3. Nhân tử $6x + 10y + 18$

4. Nhân tử $3g - 12h - 99j$

5. Ông Smith đố Johnny giải được phép toán $(12 - 8) - 1$. Johnny nói rằng anh ấy có thể sử dụng tính chất kết hợp và viết lại thành $12 - (8 - 1)$. Bạn có đồng ý với Johnny không? Tại sao?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

TÍNH CHẤT	BIỂU THỨC	BIỂU THỨC TƯƠNG ĐƯƠNG
Tính Đồng Nhất của Phép Cộng	6	$6 + 0$
Tính Đồng Nhất của Phép Nhân	y	$y \cdot 1$ hoặc $1y$
Tính Chất Giao Hoán của Phép Cộng	$6+14$	$14+6$
Tính Chất Giao Hoán của Phép Nhân	$8 \cdot m$	$m \cdot 8$
Tính Chất Kết Hợp của Phép Cộng	$(x+4)+9$	$x+(4+9)$
Tính Chất Kết Hợp của Phép Nhân	$7 \cdot (r \cdot 11)$	$(7 \cdot r) \cdot 11$
Tính Chất Phân Phối của Phép Nhân Với Phép Cộng	$5(v+22)$	$5v + 110$
Tính Chất Phân Phối của Phép Nhân với Phép Trừ	$8(7-w)$	$56-8w$
Nhân Tử	$18x+6$	$6(3x+1)$
Nhân Tử	$14-35z$	$7(2-5z)$

1. $3x + 6y - 15$
2. $2a - \frac{3}{2}b - \frac{1}{2}c$
3. $2(3x + 5y + 9)$
4. $3(g - 4h - 33j)$
5. Không đồng ý. Johnny sai bởi vì tính chất kết hợp không xảy ra trong phép trừ.

Chương 29

Các Số Hạng Đồng Dạng

Một số hạng là một số chính nó hoặc là tích của một số và một biến (hoặc nhiều hơn một biến).

VÍ DỤ:

5 (một số là chính nó)
x (biến)
$7y$ (một số và một biến)
$16\ mn^2$ (một số và nhiều hơn một biến)

Trong một biểu thức, các số hạng được phân tách bởi phép cộng, có thể xuất hiện dưới dạng dấu dương hoặc dấu âm.

VÍ DỤ:

$5x + 3y + 12$ (Các số hạng là $5x$, $3y$ và 12.)
$3g^2 + 47h - 19$ (Các số hạng là $3g^2$, $47h$ và -19.)

MẶC DÙ ĐÂY TRÔNG GIỐNG DẤU TRỪ THỰC RA BẠN ĐANG CỘNG MỘT SỐ ÂM.

Chúng ta **NHÓM CÁC SỐ HẠNG ĐỒNG DẠNG** (hay được gọi là **TỔ HỢP CÁC SỐ HẠNG ĐỒNG DẠNG**) để đơn giản hoá một biểu thức – nghĩa là, chúng ta viết lại biểu thức đó sao cho biểu thức chứa ít hơn các chữ số, biến và các phép toán. Về cơ bản, bạn làm nó trông "đơn giản hơn".

VÍ DỤ: Denise có 6 quả táo trong giỏ. Hãy gọi mỗi quả táo là "a".

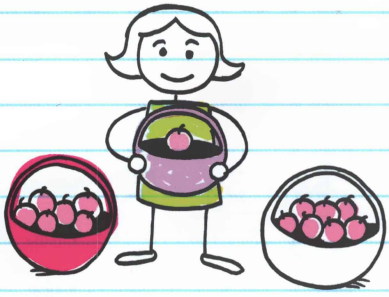


Chúng ta có thể biểu diễn là $a + a + a + a + a + a$, nhưng nó sẽ đơn giản hơn khi viết là $6a$. Khi chúng ta viết liền $a + a + a + a + a + a$ thành $6a$, chúng ta đang nhóm các số hạng đồng dạng. (Mỗi số hạng là một biến a, nên chúng ta có thể tổ hợp chúng với hệ số 6, điều này cho chúng ta biết có bao nhiêu a.)

Khi tổ hợp các số hạng với cùng một biến, hãy thêm hệ số.

VÍ DỤ:

Denise bây giờ có 6 quả táo trong giỏ hồng, 1 quả táo trong giỏ tím, và 7 quả táo trong giỏ trắng.



Chúng ta có thể biểu diễn là $6a + a + 7a$ nhưng nó sẽ đơn giản hơn khi viết là $14a$.

Một biến không có hệ số thường có hệ số là 1. Do vậy "m" nghĩa là "$1m$" và "k^3" nghĩa là "$1k^3$". (Hãy nhớ lại tính đồng nhất của phép nhân!)

VÍ DỤ: $9x - 3x + 5x$ (Khi có dấu "−" trước số hạng, chúng ta phải trừ đi.)

$9x - 3x + 5x = 11x$

Nếu hai số hạng KHÔNG có biến giống nhau, chúng không thể tổ hợp lại.

VÍ DỤ: $7m + 3y - 2m + y + 8$ ($7m$ và $-2m$ tổ hợp lại để có $5m$, $3y$ và y tổ hợp lại để thành $4y$, và hằng số 8 không tổ hợp lại với cái gì cả.)

$7m + 3y - 2m + y + 8 = 5m + 4y + 8$

GHI NHỚ: Một số hạng với một biến không thể tổ hợp với một hằng số.



$3ab$ có thể tổ hợp với $4ba$ vì tính chất giao hoán của phép nhân cho chúng ta biết ab và ba là tương đương

Khi đơn giản hóa, chúng ta thường đặt số hạng có số mũ lớn nhất đầu tiên, và đặt hằng số ở cuối. Đây gọi là **THỨ TỰ GIẢM DẦN**.

> Ngoài ra, các nhà toán học có xu hướng đặt các biến của họ theo thứ tự bảng chữ cái!

VÍ DỤ: $7m^2 + 2m - 6$

> Để tổ hợp các số hạng đồng dạng, các biến phải giống nhau chính xác. Vì vậy, $4y$ không thể tổ hợp với $3y^2$ bởi vì $3y^2$ nghĩa là $3 \cdot y \cdot y$, nên các số hạng không giống nhau.

Đôi khi, chúng ta cần sử dụng tính chất phân phối trước rồi mới nhóm các số hạng đồng dạng.

VÍ DỤ: $3x + 4(x + 3) - 1$

$3x + 4(x + 3) - 1$ Đầu tiên, sử dụng tính chất phân phối để giải phóng 4 ra khỏi dấu ngoặc đơn.

$= 3x + 4x + 12 - 1$ Tiếp theo, tổ hợp các số hạng đồng dạng lại.

$= 7x + 11$ Đơn giản như bạn có thể giải biểu thức này!



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ **1** đến **3**, kể ra các số hạng trong mỗi biểu thức.

1 $4t^3 + 9y + 1$

2 $11gh - 6t + 4$

3 $z + mn - 4v^2$

Từ **4** đến **5**, kể ra các hệ số và hằng số trong mỗi biểu thức.

4 $2m^5 + 3y - 1$

5 $19x^5 - 55y^2 + 11$

Từ **6** đến **10**, đơn giản hóa mỗi biểu thức.

6 $7x + 11x$

7 $12y - 5y + 19$

8 $3t + 6z - 4t + 9z + z$

9 $19mn + 6x^2 + 2nm$

10 $5x + 3(x + 1) + 2x - 9$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $4t^3$, $9y$, 1
2. $11gh$, $-6t$, 4
3. $2,mn$, $-4v^2$
4. Hệ số: 2, 3; Hằng số: -1
5. Hệ số: 19, -55; Hằng số: 11
6. $18x$
7. $7y + 19$
8. $-t + 16z$
9. $6x^2 + 21mn$
10. $10x - 6$

Chương 30

SỐ MŨ

SỐ MŨ là số lần **CƠ SỐ** được nhân lên bởi chính nó.

VÍ DỤ: 4^3

4 là cơ số. Số 3 nhỏ và ở trên cao bên phải của cơ số cho biết số lần cơ số được nhân lên bởi chính nó.

4^3 được đọc là "luỹ thừa bậc ba của bốn."

Do đó: $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

LỖI SAI THƯỜNG GẶP
Biểu thức 4^3 KHÔNG có nghĩa là 4x3.

Những điều cần nhớ về số mũ:

1. Bất kì cơ số nào không có số mũ đều có số mũ "ẩn" là 1.

VÍ DỤ: $8 = 8^1$

2. Bất kì cơ số nào có số mũ là 0, đều bằng 1.

VÍ DỤ: $6^0 = 1$

3. Cẩn thận khi tính số âm với số mũ.

VÍ DỤ:

$-3^2 = -(3^2) = -(3 \times 3) = -9$ **với** $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

Luôn luôn phải NHÌN CÁI GÌ BÊN CẠNH SỐ MŨ: Trong ví dụ đầu tiên, số 3 ở bên cạnh số mũ. Vì vậy, chỉ có số 3 được nâng lên lũy bậc hai.

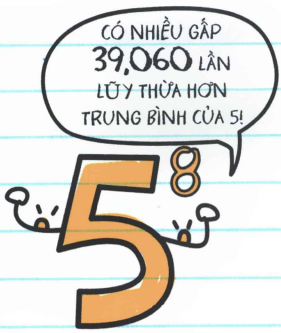
Trong ví dụ thứ hai, dấu ngoặc đơn nằm cạnh số mũ, nên chúng ta nâng tất cả bên trong dấu ngoặc đơn lên làm lũy thừa bậc hai. Số -3 nằm bên trong dấu ngoặc đơn, do đó -3 được nâng lên thành lũy thừa bậc hai.

Đơn Giản Hóa Biểu Thức với Số Mũ

Bạn có thể đơn giản hóa biểu thức với nhiều hoặc một số mũ bằng cách tổ hợp các số mũ lại—yêu cầu duy nhất là cơ số phải giống nhau. Giống như ở đây:

$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$

$x^a \div x^b = x^{a-b}$



Khi nhân lũy thừa cùng cơ số, viết cơ số và sau đó thêm số mũ:

VÍ DỤ: $5^2 \cdot 5^6 = 5^{2+6} = 5^8$

Nếu bạn muốn kiểm tra lại phương pháp này, hãy thử cách dài hơn :

$$5^2 \cdot 5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^8$$

Khi chia lũy thừa với cùng cơ số, viết cơ số và trừ các số mũ đi!

VÍ DỤ: $7^6 \div 7^2 = 7^{6-2} = 7^4$

Nếu bạn muốn kiểm tra lại phương pháp này, hãy thử cách dài hơn:

$$\frac{7^6}{7^2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7} = 7^4$$

(Chúng ta có thể bỏ hai số 7 trên tử và cả hai số 7 ở mẫu vì chúng triệt tiêu cho nhau bằng 1.)

$$\frac{7^6}{7^2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7^4$$

Hãy thử với các biến ở dưới đây:

VÍ DỤ: $x^2 \cdot 2y \cdot x^4$ Để đơn giản hóa, chúng ta giữ nguyên cơ số (x) và cộng số mũ $2 + 4$

$= x^6 \cdot 2y$ ← có thể viết thành là $2x^6y$

VÍ DỤ: $3a^9 \div 7a^5$ Để đơn giản hóa $a^9 \div a^5$, chúng ta giữ nguyên cơ số (a) và trừ số mũ $9 - 5$.

$= 3a^4 \div 7$

NHỚ RẰNG BẠN CÓ THỂ THAY ĐỔI DẠNG CÂU HỎI NÀY THÀNH PHÂN SỐ NẾU ĐIỀU NÀY LÀM CHO ĐÁP ÁN DỄ NHÌN HƠN.

$\frac{3a^9}{7a^5}$

Khi có một số mũ trong dấu ngoặc đơn và một số mũ khác bên ngoài dấu ngoặc đơn, đây gọi là **LŨY THỪA CỦA LŨY THỪA**. Lũy thừa của lũy thừa có thể đơn giản hóa bằng việc nhân các số mũ lại với nhau. Điều này giống như:

$$(v^a)^b = v^{a \cdot b}$$



Mẹo ghi nhớ cho "Lũy thừa của lũy thừa: Nhân số mũ":

Chú đười ươi đẩy ra
bội số chú voi.

VÍ DỤ: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6$

Nếu bạn muốn kiểm tra lại phương pháp này, hãy thử cách dài hơn :

$(4^2)^3 = 4^2 \times 4^2 \times 4^2 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$

VÍ DỤ:

$(3x^7y^4)^2 = 3^{1 \cdot 2} \cdot x^{7 \cdot 2} \cdot y^{4 \cdot 2} = 3^2 \cdot x^{14} \cdot y^8 = 9x^{14}y^8$

(Ghi Nhớ: bất kì cơ số nào không có số mũ đều có số mũ "ẩn" là 1.)

Số Mũ Âm

Điều gì sẽ xảy ra nếu bạn thấy **SỐ MŨ ÂM**? Bạn vẫn có thể giải số mũ âm bằng cách sử dụng nghịch đảo.

Một số mũ âm trong tử số trở thành số mũ dương khi được chuyển xuống mẫu số. Điều này giống như:

$$x^{-m} = \frac{1}{x^m}$$

Nhìn thấy số mũ âm ư?
DI CHUYỂN! Nếu nó nằm trên tử số, chuyển nó xuống mẫu số và vân vân. Và bạn có thể làm mất dấu âm rồi!

VÍ DỤ: $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

Và điều ngược lại cũng đúng: Một số mũ âm trong mẫu số trở thành số mũ dương khi được chuyển lên tử số. Điều này giống như:

$$\frac{1}{x^{-m}} = x^m$$

VÍ DỤ: $\frac{1}{5^{-2}} = 5^2 = 25$

VÍ DỤ: $\frac{x^5 y^{-3}}{x^{-4} y^4}$

Chuyển y^{-3} thành y^3 bằng cách dời nó xuống mẫu số. Chuyển x^{-4} thành x^4 bằng cách chuyển lên tử số.

Một biểu thức mới là $\frac{x^5 \cdot x^4}{y^3 \cdot y^4}$.

Nó được đơn hoá thành $\frac{x^9}{y^7}$.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Đơn giản hóa mỗi câu dưới đây:

1. 5^3
2. $14m^0$
3. -2^4
4. $x^9 \cdot x^5$
5. $4x^2 \cdot 2y \cdot -3x^5$
6. $\frac{t^9}{t}$
7. $\frac{-15x^4y^2}{5x^3y^2}$
8. $(10^3)^2$
9. $(8m^3n)^3$
10. $\frac{y^5z^{-2}}{y^2z^6}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 12.5
2. 14
3. -16
4. x^{14}
5. $-24x^7y$
6. t^8
7. $-3x$
8. 10^6 hoặc 1,000,000
9. $512m^9n^3$
10. $\frac{y^3}{z^8}$

Chương 31

TRẬT TỰ CỦA PHÉP TOÁN

TRẬT TỰ CỦA PHÉP TOÁN là một trật tự được chấp nhận bởi tất cả các nhà toán học (và các học sinh học toán!) đã được tuân theo một cách chặt chẽ. Theo thứ tự dưới đây:

Thứ 1 Bất cứ phép tính nào trong dấu ngoặc đơn hoặc dấu móc cần phải hoàn thành trước tiên. (Bao gồm tất cả các nhóm kí hiệu, như là ( ), { }, và [ ].)

Thứ 2 Mũ, căn và giá trị tuyệt đối được tính từ trái sang phải.

Thứ 3 Phép nhân và phép chia – tính từ trái sang phải, ưu tiên phép tính đứng trước.

Thứ 4 Cộng và trừ – tính từ trái sang phải, ưu tiên phép tính đứng trước.

Rất nhiều người dùng cách nhớ cho **PEMDAS** (Parentheses – Ngoặc, Exponents – Mũ, Multiplication – Nhân, Division – Chia, Addition – Cộng, và Substraction – Trừ) để nhớ trật tự của phép toán, nhưng nó cũng có thể rất dễ nhầm lẫn. Bạn có thể làm phép chia trước khi nhân miễn là bạn tính từ trái qua phải – tương tự với phép cộng và phép trừ. Bởi vì các phép tính khác như căn và số tuyệt đối không áp dụng được, PEMDAS không hoàn toàn dễ dùng.

VÍ DỤ:

$4 + 3 \cdot 2$ Đầu tiên, nhân 3 với 2.

$= 4 + 6$ Sau đó, cộng lại.

$= 10$

VÍ DỤ:

$6 + (12 \div 4) - 2$ Bắt đầu với phép tính bên trong dấu ngoặc đơn trước.

$= 6 + (3) \cdot 2$ Tiếp theo, nhân 3 với 2.

$= 6 + 6$ Sau đó, cộng lại.

$= 12$

VÍ DỤ: $3^2 - 4(6 + 1) - 2$ Bắt đầu với số mũ và phép tính trong dấu ngoặc đơn.

$= 9 - 4(7) - 2$ Tiếp theo, nhân bên trong.

$= 9 - 28 - 2$ Cuối cùng, trừ từ trái sang phải.

$= -21$

Bất cứ khi nào bạn có hai bộ dấu ngoặc đơn hoặc dấu ngoặc móc được lồng vào với nhau, TÍNH TOÀN BỘ BÊN TRONG DẤU NGOẶC ĐƠN HOẶC DẤU NGOẶC MÓC TRƯỚC, sau đó tính phần bên ngoài.

VÍ DỤ: $[14 \div (9 - 2) + 1] \cdot 6$ Bắt đầu với phép tính bên trong dấu ngoặc đơn $9 - 2 = 7$.

$= [14 \div 7 + 1] \cdot 6$ Tiếp theo, thực hiện phép chia bên trong dấu ngoặc móc: $14 \div 7 = 2$.

$= [2 + 1] \cdot 6$ Sau đó, thêm vào bên trong dấu ngoặc móc: $2 + 1 = 3$.

$= 3 \cdot 6$

$= 18$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Câu 1, điền vào chỗ trống:

Theo như trật tự của phép toán, thứ tự là: Đầu tiên, làm bất cứ phép tính nào trong ngoặc đơn hoặc _____ (Bao gồm các nhóm kí hiệu, như ( ), { } và [ ].) Sau đó, tính số mũ, căn, và _____. Tiếp theo, làm phép nhân và phép chia (không quan trọng là bạn làm _____ hoặc phép nhân trước, miễn là bạn tính từ _____ qua _____). Sau đó làm phép cộng và phép trừ (không quan trọng bạn làm phép trừ hoặc _____ trước miễn là bạn tính từ _____ qua _____).

Từ **2** đến **10**, đơn giản hóa các biểu thức sau:

2 $4+8\cdot 2$

3 $2+6+8^2$

4 $9+(9-4\cdot 2)$

5 $4^2+(19-15)\cdot 3$

6 $(-4)(-2) + 2(6 + 5)$

7 $(6 - 3)^2 - (4 + -3)^3$

8 $|6 - 8| + [(2 + 5) \cdot 3]^2$

9 $\frac{27}{-3} + (12 \div 4)^3$

10 $[6 \cdot 4(15 \div 5)] + [2^2 + (1 \cdot -5)]$

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. Ngoặc móc; giá trị tuyệt đối; phép chia; trái; phải; phép cộng; trái; phải
2. 20
3. 72
4. 10
5. 28
6. 30
7. 8
8. 443
9. 18
10. 71

Chương 32

KÍ HIỆU KHOA HỌC

Chúng ta thường viết số theo **KÍ HIỆU THÔNG THƯỜNG.**

VÍ DỤ: 2,300,000

KHÔNG KHOA HỌC



KÍ HIỆU KHOA HỌC là cách viết gọn các chữ số rất nhỏ hoặc rất lớn bằng cách sử dụng lũy thừa bậc 10.

VÍ DỤ: 2.3×10^6

(Cái này cũng giống như 2,300,000)

CHẤP NHẬN



Trong kí hiệu khoa học, số thứ nhất lớn hơn hoặc bằng với 1, nhưng bé hơn 10. Số thứ hai là lũy thừa của 10

VÍ DỤ của một số rất **LỚN**:

$7.4 \times 10^9 = 7{,}400{,}000{,}000$

VÍ DỤ của một số rất nhỏ:

$7.4 \times 10^{-9} = 0.0000000074$

Để CHUYỂN MỘT SỐ TỪ KÍ HIỆU KHOA HỌC THÀNH KÍ HIỆU THÔNG THƯỜNG:

Nếu số mũ trên 10 là dương, hãy di chuyển số thập phân có nhiều khoảng trống sang **PHẢI**.

Nếu số mũ trên 10 là âm, hãy di chuyển số thập phân có nhiều khoảng trống sang **TRÁI**.

VÍ DỤ: Chuyển 8.91×10^{7} thành kí hiệu thông thường.

8.91×10^{7} ← Số mũ 7 là dương, nên di chuyển dấu thập phân sang phải bảy khoảng trống (và lấp đầy bởi các số không).

89,100,000

VÍ DỤ: Chuyển 4.667×10^{-6} thành kí hiệu thông thường

4.667×10^{-6} ← Số mũ 6 là âm, nên di chuyển dấu thập phân sang trái sáu khoảng trống (và lấp đầy bởi các số không).

0.000004667

Để CHUYỂN SỐ DƯƠNG TỪ KÍ HIỆU THÔNG THƯỜNG SANG KÍ HIỆU KHOA HỌC, hãy đếm số khoảng trống bạn phải di chuyển dấu thập phân để có một số duy nhất giữa 1 và 10 còn lại. Số lượng khoảng trống mà bạn phải di chuyển dấu thập phân liên quan đến lũy thừa của 10.

Nếu số kí hiệu thông thường lớn hơn 1, lũy thừa của 10 sẽ **DƯƠNG**.

VÍ DỤ: Chuyển 3,320,000 thành kí hiệu khoa học.

3,320,000 — Di chuyển dấu thập phân sáu khoảng để có số giữa 1 và 10: 3.32.

3.32×10^{6} ← Số kí hiệu thông thường (3,320,000) lớn hơn 1, nên lũy thừa của 10 là dương 6.

Nếu số có kí hiệu thông thường nhỏ hơn 1, lũy thừa của 10 sẽ là **ÂM**.

VÍ DỤ: Chuyển 0.0007274 thành kí hiệu khoa học

0.0007274 — Di chuyển dấu thập phân sáu khoảng để có số giữa 1 và 10: 7.274.

7.274×10^{-4} ← Số kí hiệu thông thường (0.0007274) nhỏ hơn 1, nên lũy thừa của 10 là âm 4.

Bạn cũng có thể sử dụng kí hiệu khoa học với số âm. Ví dụ, thay đổi -360 thành kí hiệu khoa học sẽ là -3.6×10^{2}. Bạn có thể đơn giản đếm có bao nhiêu khoảng bạn phải dời dấu thập phân để ở đó có duy nhất một số nằm giữa 0 và -10 còn lại.



Tính Số trong Kí Hiệu Khoa Học

Để NHÂN CÁC SỐ TRONG KÍ HIỆU KHOA HỌC, hãy nhớ phần tóm tắt về lũy thừa với cùng một cơ số. Giữ cơ số và cộng các số mũ với nhau.

VÍ DỤ: $(2 \times 10^4)(3 \times 10^5)$

$= 2 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^5$ Hãy giữ nguyên cơ số 10 và cộng các số mũ lại: $10^{4+5} = 10^9$.

$= 2 \times 3 \times 10^9$

$= 6 \times 10^9$

Để CHIA CÁC SỐ TRONG KÍ HIỆU KHOA HỌC, hãy nhớ phần tóm tắt về luỹ thừa với cùng một cơ số. Giữ cơ số và trừ các số mũ lại với nhau.

VÍ DỤ: $\dfrac{8 \times 10^9}{4 \times 10^6}$

$= \dfrac{8}{4} \times \dfrac{10^9}{10^6}$ Hãy giữ nguyên cơ số 10 và trừ các số mũ: $10^{9-6} = 10^3$.

$= 2 \times 10^3$

TUYỆT VỜI! VIỆC CỦA MÌNH HOÀN TẤT!





KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Chuyển 2.29×10^5 thành kí hiệu thông thường.

2. Chuyển 8.44×10^{-3} thành kí hiệu thông thường.

3. Chuyển 1.2021×10^{-9} thành kí hiệu thông thường.

4. Chuyển 4,502,000 thành kí hiệu khoa học.

5. Chuyển 67,000,000,000 thành kí hiệu khoa học

6. Chuyển 0.00005461 thành kí hiệu khoa học.

Từ câu **7** đến câu **11**, hãy tính:

7. $(4.6 \times 10^3)(2.1 \times 10^2)$

8. $(2 \times 10^{-5})(3.3 \times 10^{-2})$

9. $(4 \times 10^4)(3 \times 10^3)$

10. $\dfrac{9 \times 10^7}{1.8 \times 10^3}$

11. $\dfrac{3.64 \times 10^5}{2.6 \times 10^{-2}}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 229,000
2. 0.00844
3. 0.0000000012021
4. 4.502×10^{6}
5. 6.7×10^{10}
6. 5.461×10^{-5}
7. 9.66×10^{5}
8. 6.6×10^{-7}
9. $12 \times 10^{7} = 1.2 \times 10^{8}$
10. 5×10^{4}
11. 1.4×10^{7}

Chương 33

CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA

CĂN BẬC HAI

Khi chúng ta **BÌNH PHƯƠNG** một số, chúng ta nâng số đó lên lũy thừa bậc 2.

VÍ DỤ: 3^2 (Đọc là "ba bình phương")

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

Ngược lại với bình phương một số là **CĂN BẬC HAI**. Căn bậc hai được biểu diễn bằng cách viết số vào bên trong **DẤU CĂN** $\sqrt{\ }$.

VÍ DỤ: $\sqrt{16}$ (Đọc là "căn bậc hai của 16.")

$\sqrt{16} = \sqrt{4 \times 4} = 4$ và $\sqrt{16} = \sqrt{-4 \times -4} = 4$

Khi đơn giản hóa một căn bậc hai, hãy tự hỏi, "Bao nhiêu lần chính nó bằng số dưới dấu căn?"

Số Chính Phương

$\sqrt{16}$ cũng được gọi là **SỐ CHÍNH PHƯƠNG**, đây là một bình phương của một số nguyên.



Khi bạn tính ra căn bậc hai của một số chính phương, đó là một số nguyên dương hoặc nguyên âm - trong trường hợp này là ± 4. $\pm$ nghĩa là "dương hoặc âm" ($4 \cdot 4 = 16$ và $-4 \cdot -4 = 16$).

VÍ DỤ: 4 là một số chính phương.

$\sqrt{4} = \pm 2$ $(2 \cdot 2 = 4$ và $-2 \cdot -2 = 4)$

VÍ DỤ: 1 là một số chính phương.

$\sqrt{1} = \pm 1$ $(1 \cdot 1 = 1$ và $-1 \cdot -1 = 1)$

VÍ DỤ: $\frac{1}{4}$ là một số chính phương.

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ và $-\frac{1}{2} \cdot -\frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right)$

Nếu một số nằm dưới dấu căn KHÔNG phải là một số chính phương. Đó là số vô tỉ.



VÍ DỤ: $\sqrt{7}$ là số vô tỉ.

VÍ DỤ: $\sqrt{10}$ là số vô tỉ.

CĂN BẬC BA

Khi chúng ta **LẬP PHƯƠNG** một số, chúng ta nâng nó lên lũy thừa bậc 3.

VÍ DỤ: 2^3 (Đọc là "hai lập phương")

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

Trái ngược với lập phương một số là **CĂN BẬC BA**. Căn bậc ba được biểu diễn bằng cách viết số vào bên trong dấu căn với số 3 ở phía trên $\sqrt[3]{\ }$.

VÍ DỤ: $\sqrt[3]{8} = 2$ (Đọc là "lập phương của 8", bằng $2 \times 2 \times 2$.)

VÍ DỤ: $\sqrt[3]{27} = 3$ (Đọc là "lập phương của 27", bằng $3 \times 3 \times 3$.)

VÍ DỤ: $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5}$ (Đọc là "lập phương của $\frac{1}{125}$", bằng $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$..)

Khi đơn giản hóa một căn bậc ba, hãy tự hỏi, "Số nào cho lũy thừa thứ ba bằng số dưới dấu căn?"

Số Lập Phương

Các số như 8 và 27 thường được đề cập như một **SỐ LẬP PHƯƠNG**. Số lập phương có thể là một số âm.

VÍ DỤ: $\sqrt[3]{-8} = -2$ (Đọc là "căn bậc ba của âm 8", bằng $-2 \times -2 \times -2$.)

VÍ DỤ: $\sqrt[3]{-1} = -1$ (Đọc là "căn bậc ba của âm 1", bằng $-1 \times -1 \times -1$.)

VÍ DỤ: $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3}$

(Đọc là "căn bậc ba của âm $\frac{8}{27}$", bằng $-\frac{2}{3} \times -\frac{2}{3} \times -\frac{2}{3}$.)



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Điền vào chỗ trống:

SỐ CHÍNH PHƯƠNG	CĂN BẬC HAI
1	
	±2
9	
	±4
25	
	±6
49	
	±8
81	
	±10

SỐ LẬP PHƯƠNG	CĂN BẬC BA
1	
8	
27	

Liệt kê căn bậc ba của các số dưới đây.

2 -27

3 64

4 -1

5 -125

6 0

7 $\frac{1}{8}$

8 $\frac{8}{125}$

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1

SỐ CHÍNH PHƯƠNG	CĂN BẬC HAI
1	± 1
4	± 2
9	± 3
16	± 4
25	± 5
36	± 6
49	± 7
64	± 8
81	± 9
100	± 10

SỐ LẬP PHƯƠNG	CĂN BẬC BA
1	1
8	2
27	3

2 -3

3 4

4 -1

5 -5

6 0

7 $\frac{1}{2}$

8 $\frac{2}{5}$

Chương 34

SO SÁNH SỐ VÔ TỈ

Nếu chúng ta muốn so sánh các số vô tỉ, cách dễ nhất là sử dụng xấp xỉ.

VÀ VẪN ĐỦ CHÍNH XÁC!

Có một số vô tỉ đặc biệt được gọi là π. Nó là chữ cái Hy Lạp pi và đọc là "pi". Giá trị của pi là 3.1459265... nhưng thường được làm tròn là 3.14

VÍ DỤ: Số nào lớn hơn? 6 hay 2π?

Bởi vì π xấp xỉ 3.14, nghĩa là 2π xấp xỉ $2 \times 3.14 = 6.28$.

$2\pi > 6$

Căn bậc hai của số lập phương rất dễ tính được như $\sqrt{9} = 3$. Nhưng chúng ta cũng có thể tính một giá trị xấp xỉ của số như $\sqrt{2}$ hoặc $\sqrt{10}$ bằng cách "làm ngược lại".

VÍ DỤ: số nào lớn hơn, $\sqrt{5}$ hay 2.1?

Đầu tiên, chúng ta cần tính ra đâu là giá trị xấp xỉ của $\sqrt{5}$ đến số thập phân hàng chục là gì.

Chúng ta biết rằng $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$
Hoặc $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$.

$\approx$ NGHĨA LÀ XẤP XỈ

Do vậy, $\sqrt{5}$ phải nằm giữa 2 và 3... do đó $\sqrt{5} \approx 2$.

Câu hỏi đặt ra cho chúng ta là so sánh giá trị xấp xỉ với một số có giá trị thập phân hàng chục, nên chúng ta có thể thử:

$2.0^2 = 4$, $2.1^2 = 4.41$, $2.2^2 = 4.84$, $2.3^2 = 5.29$.

Nên, $\sqrt{5}$ phải nằm giữa 2.2 và 2.3, nhưng nó gần hơn với 2.2... do đó, $\sqrt{5} \approx 2.2$.

Do đó $\sqrt{5}$ lớn hơn 2.1.

Nếu bạn cần tính ra giá trị xấp xỉ của $\sqrt{5}$ đến vị trí thập phân hàng trăm, bạn chỉ cần lặp lại quá trình "làm ngược lại" và thử:

$2.21^2 = 4.8841$, $2.22^2 = 4.9284$... và tiếp tục cho đến khi bạn tính được giá trị xấp xỉ gần đúng nhất.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Tính 2π. Làm tròn kết quả đến số thập phân hàng trăm.

2. Tính 5π. Làm tròn kết quả đến số thập phân hàng trăm.

3. Tính -3π. Làm tròn kết quả đến số thập phân hàng trăm.

4. Tính $\frac{1}{2}\pi$. Làm tròn kết quả đến số thập phân hàng trăm.

5. Giá trị xấp xỉ của $\sqrt{3}$ đến số thập phân hàng mười là gì?

6. Giá trị xấp xỉ của $\sqrt{6}$ đến số thập hàng mười là gì?

7. Giá trị xấp xỉ của $\sqrt{2}$ đến số thập hàng trăm là gì?

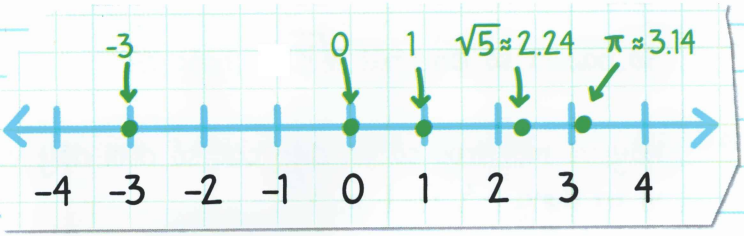
8. Giá trị xấp xỉ của $\sqrt{5}$ đến số thập hàng trăm là gì?

9. Số nào là số lớn nhất $\sqrt{10}$, π hoặc 3?

10. Hãy vẽ một trục số và điền các số dưới đây vào vị trí đúng: -3, 0, 1, π, $\sqrt{5}$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 6.28
2. 15.7
3. -9.42
4. 1.57
5. $\sqrt{3} \approx 1.7$
6. $\sqrt{6} \approx 2.4$
7. $\sqrt{2} \approx 1.42$
8. $\sqrt{5} \approx 2.24$
9. Số lớn nhất là $\sqrt{10}$.
10. 

Chương 35

PHƯƠNG TRÌNH

PHƯƠNG TRÌNH là một mệnh đề toán học có dấu bằng. Để giải một phương trình, chúng ta tìm ra số còn thiếu hoặc biến, làm cho mệnh đề đúng. Số này được gọi là **NGHIỆM**.

VÍ DỤ: Có phải $x = 8$ là nghiệm của $x + 12 = 20$?

$8 + 12 = 20$ (Viết lại phương trình và thay 8 cho x.)

$20 = 20$

Hai vế bằng nhau, nên nghiệm $(x = 8)$ làm cho mệnh đề đúng.

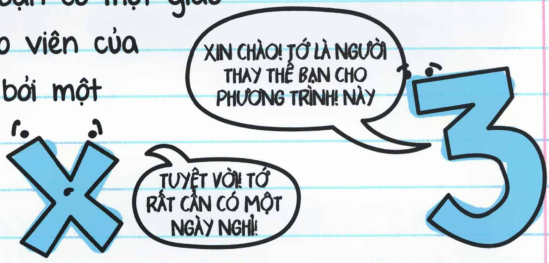
VÍ DỤ: Có phải -6 là nghiệm của $3x = 18$?

$3(-6) = 18$

$-18 \neq 18$

Hai vế khác nhau, nên -6 KHÔNG phải là nghiệm của phương trình!

TÍNH TOÁN là quá trình đơn giản hóa một biểu thức toán học bằng cách đầu tiên **THAY THẾ** một biến với một số, và sau đó giải biểu thức sử dụng trật tự phép toán – giống như bạn có một giáo viên dạy thay. Giáo viên của bạn đã được thay bởi một giáo viên khác có cùng phân môn.



VÍ DỤ: Tính $x + 1$ khi $x = 3$

$3 + 1 = 4$

(Biết $x = 3$, ta có thể bỏ x ra và thay nó với 3.)

VÍ DỤ: Tính $3y - 6$ khi $y = 8$

$3 \cdot 8 - 6$

(Biết $y = 8$, ta thay y với 8. Sau đó, ta theo trật tự trong phép toán: trong trường hợp này, ta nhân trước.)

$= 24 - 6$

$= 18$

Nếu có hai hoặc nhiều biến, ta làm theo các bước tương tự: thay thế và giải!

VÍ DỤ: Tính $4x - 7m$ khi $x = 6$ và $m = 4$.

$4 \cdot 6 - 7 \cdot 4$
$= 24 - 28$
$= -4$

VÍ DỤ: Tính $\frac{8y + z}{6 - x}$ khi $y = 3$; $z = -2$; $x = -5$.

$$\frac{8 \cdot 3 + (-2)}{6 - (-5)}$$

$$= \frac{24 + (-2)}{6 - (-5)}$$

$$= \frac{22}{11}$$

$= 2$

GỢI Ý: Khi có nhiều biến ở tử số hoặc mẫu số, đầu tiên rút gọn tử số, sau đó rút gọn mẫu số, rồi bạn chia tử số cho mẫu số. Hãy suy nghĩ về thanh phân số như là một kí hiệu nhóm.

Biến Độc Lập và Biến Phụ Thuộc

Có nhiều loại biến khác nhau xuất hiện trong một phương trình:

Biến mà bạn đang thay thế được gọi là **BIẾN ĐỘC LẬP.**

Biến còn lại (biến mà bạn giải ra) được gọi là **BIẾN PHỤ THUỘC.**

Hãy nhớ rằng: biến phụ thuộc phụ thuộc vào biến độc lập!

VÍ DỤ: Giải y trong biểu thức $y = 5x + 3$ khi $x = 4$

$y = 5 \cdot 4 + 3$ (Biến x là biến độc lập và y là biến phụ thuộc.)

$y = 20 + 3$

$y = 23$

KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

$Y = 5x + 3$

$23 = 5(4) + 3$

$23 = 20 + 3$

$23 = 23$ ✓

Đáp án đúng!

Nếu bạn không chắc chắn về đáp án, hãy quay trở lại phương trình ban đầu và điền cả hai giá trị vào các biến, đảm bảo rằng cả hai vế bằng nhau.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Tính $x + 6$ khi $x = 7$.

2 Tính $3m - 5$ khi $m = 9$.

3 Tính $7b - b$ khi $b = 4$.

4 Tính $9x - y$ khi $x = 6$ và $y = 3$.

5 Tính $-5m - 2n$ khi $m = 6$ và $n = -2$.

Từ **6** đến **10**, tìm y trong mỗi biểu thức.

6 $y = 7 - x$ khi $x = -1$

7 $y = 19x$ khi $x = 2$

8 $y = -22t^2$ khi $t = 5$

9 $y = \frac{175}{x+2}$ khi $x = 17$ và $z = 8$

10 $y = j(11 + k)^2$ khi $j = -4$ và $k = 1$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 13
2. 22
3. 24
4. 51
5. -26
6. $y = 8$
7. $y = 38$
8. $y = -550$
9. $y = 7$
10. $y = -576$

Chương 36

TÌM BIẾN

Bình thường, chúng ta sẽ không có số để thay cho biến. Đây chính là lúc chúng ta phải "tìm đại lượng chưa biết" hay "tìm x".





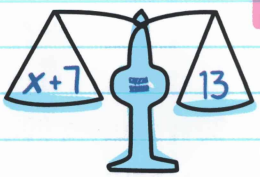
> Giải một phương trình giống như đặt câu hỏi, "Giá trị nào làm cho phương trình đúng?"

Để làm được điều đó, chúng ta phải **TÁCH BIẾN** sang một vế của dấu bằng.

VÍ DỤ: $x + 17 = 13$

Để tách biến (x) sang một vế của dấu bằng, chúng ta phải:

1. Hãy nghĩ một phép toán như một cái cân, với dấu = như một điểm ở giữa. Bạn phải luôn giữ cho cái cân thăng bằng.



2. Hãy tự hỏi, "Chuyện gì đang xảy ra với biến này?" Trong trường hợp này, 7 được cộng vào biến.

3. Do vậy, làm thế nào để tách riêng biến? Chúng ta sử dụng **PHÉP NGHỊCH ĐẢO** ở cả hai phía của phương trình. Trái ngược với cộng 7 là gì? Trừ 7.

KHI BẠN THẤY TỪ NGHỊCH ĐẢO, HÃY NGHĨ VỀ ĐIỀU NGƯỢC LẠI!

$x + 7 = 13$

$x + 7 - 7 = 13 - 7$ (Ta trừ 7 ở cả hai vế để giữ cho phép toán cân bằng.)

$x = 6$

KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

$x + 7 = 13$

$6 + 7 = 13$

$13 = 13$ ✓

Kiểm tra lại bài làm bằng cách lấp kết quả của bạn vào đề bài.

Nghịch đảo là một từ khác của ngược lại. Dưới đây là bản tóm tắt về các phép toán và các phép nghịch đảo của chúng:

PHÉP TOÁN	NGHỊCH ĐẢO
Cộng	Trừ
Trừ	Cộng
Nhân	Chia
Chia	Nhân
Bình phương (lũy thừa bậc 2)	Căn bậc 2 ($\sqrt{}$)
Lập phương (lũy thừa bậc 3)	Căn bậc 3 ($\sqrt[3]{}$)

VÍ DỤ: Tính m: $m - 9 = -13$

$m - 9 = -13$ (Điều gì đang xảy ra với m? 9 được trừ bởi m. Nghịch đảo của phép trừ là gì? Phép cộng!)

$m - \cancel{9} + \cancel{9} = -13 + 9$

$m = -4$

KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

$m - 9 = -13$ Lắp kết quả ($m = -4$)

$-4 - 9 = -13$ vào đề bài.

$-13 = -13$

VÍ DỤ: Tính t: $-3t = 39$.

$-3t = 39$ (Nghịch đảo của phép nhân là gì? Phép chia.)

$\frac{-3t}{-3} = \frac{39}{-3}$

$t = -13$

Nhớ rằng để giữ phép toán cân bằng, bạn làm bất cứ điều gì trong một vế, bạn PHẢI làm tương tự với vế còn lại.

KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

$3t = 39$

$-3(-13) = 39$

$39 = 39$ ✓

VÍ DỤ: Tính y: $\frac{y}{4} = -19$.

$\frac{y}{4} = -19$

(Nghịch đảo của phép chia là gì? Phép nhân.)

$\frac{4}{1} \times \frac{y}{4} = -19 \times 4$

$y = -76$

KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

$\frac{y}{4} = -19$

$\frac{-76}{4} = -19$

$-19 = -19$ ✓

VÍ DỤ: Tính g: $g^2 = 121$.

$g^2 = 121$

(Nghịch đảo của bình phương là gì? Tìm căn bậc hai.)

$\sqrt{g^2} = \sqrt{121}$

$g = \pm 11$

KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

$g^2 = 121$

$11^2 = 121$

$121 = 121$ ✓

và

$g^2 = 121$

$(-11)^2 = 121$

$121 = 121$ ✓



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tìm mỗi biến.

1. $x + 14 = 22$
2. $7x = -35$
3. $y + 9 = 24$
4. $x - 11 = 8$
5. $-7 + m = -15$
6. $-6r = 72$
7. $-74 = -2w$
8. $\frac{v}{7} = -6$
9. $\frac{x}{-12} = -14$
10. $h^2 = 169$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $x = 8$
2. $x = -5$
3. $y = 5$
4. $x = 19$
5. $m = -8$
6. $r = -12$
7. $w = 37$
8. $v = -42$
9. $x = 168$
10. $h = \pm 13$

Chương 37

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH NHIỀU BƯỚC

Tách biến chính là mục tiêu của giải phương trình, bởi vì bên còn lại của dấu bằng sẽ là đáp án.

Dưới đây là các cách để tách một biến:



1. Sử dụng phép nghịch đảo (dùng nhiều lần nếu cần):

VÍ DỤ: Tính x: $3x + 7 = 28$.

$3x + 7 = 28$

$3x + 7 - 7 = 28 - 7$ (Nghịch đảo của phép cộng là gì? Phép trừ.)

$3x = 21$

$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$ (Nghịch đảo của phép nhân là gì? Phép chia.)

$x = 7$

2. Sử dụng phép nghịch đảo (dùng nhiều lần nếu cần).

HÃY ĐỂ Ý DẤU NGOẶC VỚI CHỮ SỐ ĐI KÈM BÊN NGOÀI.

VÍ DỤ: Tính m: $3(m-6)=-12$.

$3(m-6)=-12$ (Ta có thể nhân 3 với các số hạng trong dấu ngoặc: $3(m-6)=3m-3.\ 6$.)

$3m-18=-12$ (Cộng 18 vào cả hai vế.)

$3m=6$ (Chia cả hai vế cho 3.)

$m=2$

3. Tổ hợp các **SỐ HẠNG ĐỒNG DẠNG**, sau đó sử dụng phép nghịch đảo.

"SỐ HẠNG ĐỒNG DẠNG" LÀ CÁC SỐ HẠNG CÓ CÙNG BIẾN VÀ CÙNG LŨY THỪA.

VÍ DỤ: Tính y: $4y+5y=90$.

$4y+5y=90$ ($4y$ và $5y$ là các số hạng đồng dạng. Do vậy, ta có thể tổ hợp chúng lại: $4y+5y=9y$.)

$9y=90$ (Chia cả hai vế cho 9.)

$y=10$

VÍ DỤ: Tính y: $6y + 5 = 2y - 3$.

$6y + 5 = 2y - 3$

$6y - 2y + 5 = 2y - 2y - 3$

($6y$ và $2y$ là các số hạng đồng dạng nhưng chúng ở khác vế của dấu bằng. Ta có thể tổ hợp chúng lại chỉ bằng cách dùng phép nghịch đảo ở cả hai vế của dấu bằng - nghịch đảo của $2y$ là $-2y$.)

$4y + 5 = -3$

LÀM PHÉP NGHỊCH ĐẢO CỦA SỐ HẠNG NHỎ HƠN THƯỜNG DỄ HƠN—TRONG TRƯỜNG HỢP NÀY $2y$ NHỎ HƠN $6y$.

$4y + 5 - 5 = -3 - 5$

(Tiếp theo trừ 5 ở cả hai vế.)

$\frac{4y}{4} = \frac{-8}{4}$

(Cuối cùng chia hai vế cho 4 và ta có y.)

$y = -2$

Đôi khi, cần vài bước để tách một biến ở một vế của dấu bằng. Ví dụ này sử dụng cả ba công cụ trước!

VÍ DỤ:

Tính w: $-3(w-3)-9w-9=4(w+2)-12$.

$-3(w-3)-9w-9=4(w+2)-12$ (Đầu tiên, sử dụng tính chất phân phối để rút gọn.)

$-3w+9-9w-9=4w+8-12$ (Bây giờ, tổ hợp các số hạng đồng dạng ở mỗi vế của dấu bằng.)

$-12w=4w-4$ (Cuối cùng, sử dụng phép nghịch đảo để cô lập biến sang một vế của phương trình như thế này: $-12w-4w=4w-4-4w$.)

$-16w=-4$ (Dùng phép nghịch đảo một lần nữa.)

$w=\frac{1}{4}$ (Nhớ luôn luôn rút gọn ở dạng phân số!)

Lắp kết quả vào phương trình gốc để kiểm tra lại đáp án.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tìm biến chưa biết.

1. $6x + 10 = 28$
2. $-2m - 4 = 8$
3. $x + x + 2x = 48$
4. $3y + 4 + 3y - 6 = 34$
5. $9(w - 6) = -36$
6. $-5(t + 3) = -30$
7. $5z + 2 = 3z - 10$
8. $11 + 3x + x = 2x - 11$
9. $-5(n - 1) = 7(n + 3)$
10. $-3(c - 4) - 2c - 8 = 9(c + 2) + 1$

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $x = 3$
2. $m = -6$
3. $x = 12$
4. $y = 6$
5. $w = 2$
6. $t = 3$
7. $z = -6$
8. $x = -11$
9. $n = -\frac{4}{3}$ hoặc $-1\frac{1}{3}$
10. $c = -\frac{15}{14}$ hoặc $-1\frac{1}{14}$

Chương 38

GIẢI VÀ VẼ ĐỒ THỊ BẤT ĐẲNG THỨC

GIẢI BẤT ĐẲNG THỨC

Trong khi phương trình là một mệnh đề toán học chứa dấu bằng, một **BẤT ĐẲNG THỨC** là một mệnh đề toán học chứa dấu chỉ ra các giá trị ở mỗi vế của nó KHÔNG bằng nhau.

VÍ DỤ: $x > 4$ $x < 4$ $x \leq 4$ $x \geq 4$

Để GIẢI BẤT ĐẲNG THỨC, chỉ cần làm theo các bước như giải phương trình.

VÍ DỤ: $5x + 6 < 21$

Giải bất phương trình cũng giống như đặt câu hỏi, "Giá trị nào làm cho phương trình đúng?"

$5x + 6 - 6 < 21 - 6$ (Trừ đi 6 ở cả hai vế.)

$\frac{5x}{5} < \frac{15}{5}$ (Chia đi để tách biến.)

$x < 3$

Chỉ có một điểm khác biệt duy nhất: bất cứ khi nào bạn nhân hoặc chia một số âm, bạn phải đảo ngược dấu của bất đẳng thức. (Một số bạn nhỏ gọi đó là **QUY TẮC LẬT NGƯỢC!**)

VÍ DỤ: Tìm x: $-4x \geq 24$.

$\frac{-4x}{-4} \leq \frac{24}{-4}$ (Chia để tách biến, ĐỒNG THỜI, khi chia với một số âm, phải đảo ngược dấu của bất đẳng thức.)

$x \leq -6$

KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

Vì đáp án của chúng ta là nói rằng x nhỏ hơn hoặc bằng -6, chúng ta có thể thử điều này bằng cách chọn một số bất kỳ nhỏ hơn hoặc bằng -6.

Thử $x = -6$. → Đúng!

$-4(-6) \geq 24$

$24 \geq 24$ ✓

Thử $x = -10$. → Đúng!

$-4(-10) \geq 24$

$40 \geq 24$ ✓

Vì vậy, đáp án của chúng ta là đúng.

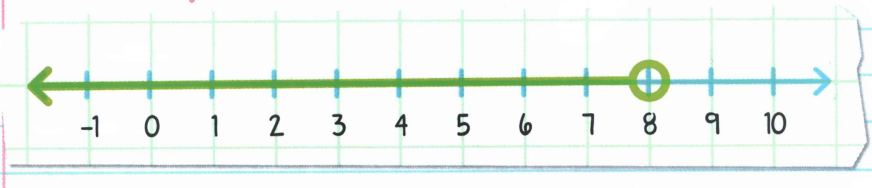
Đáp án của bất kì bất đẳng thức nào cũng là một tập hợp số vô hạn. (Đáp án $x \leq -6$ có nghĩa là BẤT KÌ số nào nhỏ hơn hoặc bằng -6, có thể kéo dài mãi mãi!) Nhưng chúng ta vẫn có thể biểu diễn tập hợp các số này với kí hiệu bất đẳng thức.

BIỂU THỊ BẤT ĐẲNG THỨC

Ngoài việc viết bất đẳng thức bằng các kí hiệu, chúng ta cũng có thể vẽ **BIỂU ĐỒ BẤT ĐẲNG THỨC** trên một trục số. Dưới đây là các cách khác nhau để biểu thị bất đẳng thức:

1. Nếu mệnh đề dùng dấu $<$ hoặc $>$, chúng ta biểu thị số này không có trong tập hợp kết quả bằng một hình vòng tròn rỗng.

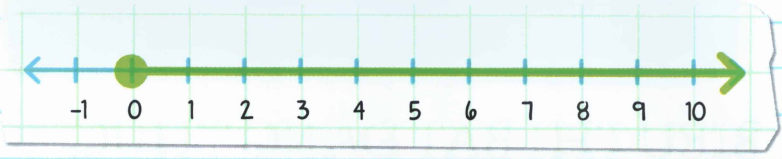
VÍ DỤ: Biểu diễn $x < 8$.



Số biểu diễn bởi x nhỏ hơn 8, nên 8 không nằm trong tập hợp kết quả. Do đó, biểu thị bằng một hình vòng tròn rỗng

2. Nếu mệnh đề dùng dấu $\leq$ hoặc $\geq$, chúng ta biểu thị điều này bằng một hình vòng tròn đặc để chỉ ra kết quả có thể bằng với chính số đó.

VÍ DỤ: Biểu diễn $x \geq 0$.

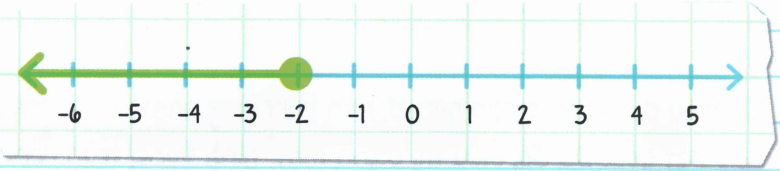


Vì x lớn hơn hoặc bằng 0, 0 nằm trong các số kết quả. Do đó biểu thị bằng một hình vòng tròn đặc.

Bạn sẽ có thể nhìn thấy câu hỏi như sau trong bài kiểm tra:

VÍ DỤ: Giải và biểu thị bất đẳng thức: $-3x + 1 \geq 7$

$-3x + 1 - 1 \geq 7 - 1$
$-3x \geq 6$
$x \leq -2$



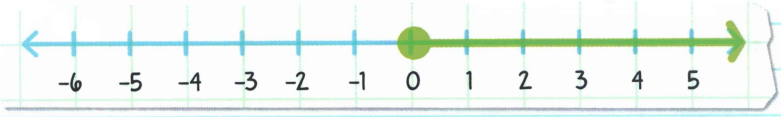
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Biểu diễn $x > 3$ trên trục số.

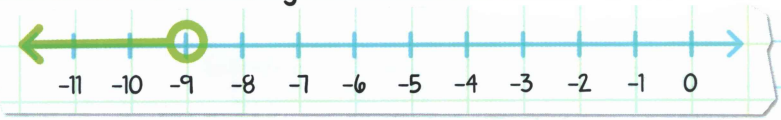
2. Biểu diễn $y < -3$ trên trục số.

3. Biểu diễn $m \leq -7$ trên trục số.

4. Viết bất đẳng thức sao cho trục số này biểu diễn việc sử dụng x là biến:



5. Viết bất đẳng thức sao cho trục số này biểu diễn việc sử dụng x là biến:



6. Giải và biểu diễn: $5x > 45$.

7. Giải và biểu diễn: $2x + 1 < 7$.

8. Giải và biểu diễn: $7y - 1 \leq 48$.

9. Giải và biểu diễn: $8x - 14x < -24$.

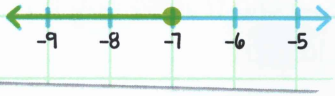
10. Giải và biểu diễn: $-2(w - 4) \geq 18$.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 

2. 

3. 

4. $x \geq 0$

5. $x < -9$

6. $x > 9$ 

7. $x < 3$ 

8. $y \leq 7$ 

9. $x > 4$ 

10. $w \leq -5$ 

Chương 39

BÀI TOÁN VỀ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Thông thường, chúng ta phải đối mặt với các tình huống thực tế đời sống mà chúng ta có thể giải quyết bằng phương trình hoặc bất phương trình.

VÍ DỤ: Josh đang cố gắng cân chú chó của cậu ấy. Vì chú chó đòi chạy đi, cậu quyết định ôm chú chó và bước lên cân. Tổng cân là 175 pao. Josh biết rằng, cậu ấy nặng 151 pao. Chú chó của cậu ấy nặng bao nhiêu?



Để giải được, chúng ta phải chuyển tình huống thực tế sang phương trình toán học hoặc bất phương trình:

1. Xác định các phép toán nào đang có.

NGHĨ: BẠN BIẾT THÔNG TIN GÌ?

Cân nặng của Josh + cân nặng của chú chó = tổng cân nặng

2. Đại lượng nào bạn chưa biết? Đây sẽ là biến.

NGHĨ: BẠN **KHÔNG** BIẾT THÔNG TIN GÌ??

Lượng chưa biết là cân nặng của chú chó, chúng ta sẽ gọi là "d".

3. Viết phương trình hoặc bất đẳng thức.

$151 + d = 175$

4. Bây giờ, giải phương trình hoặc bất phương trình.

$151 + d = 175$
$151 - 151 + d = 175 - 151$
$d = 24$

NHỚ KIỂM TRA LẠI BÀI LÀM BẰNG CÁCH LẮP ĐÁP ÁN VÀO PHƯƠNG TRÌNH GỐC.

Chú chó nặng 24 pao

Trong các bài toán, hãy nhìn vào các từ khóa:
"là" thường mang nghĩa =
"lớn hơn" thường mang nghĩa >
"nhỏ hơn" thường mang nghĩa <
"ít nhất" thường mang nghĩa ≥
"nhiều nhất" thường mang nghĩa ≤

VÍ DỤ: Một nhân viên bán quần áo có mức lương cơ bản là $800 mỗi tháng, cộng với tiền hoa hồng 20% trên doanh số. Nhân viên bán hàng đó phải bán được bao nhiêu mỗi tháng nếu cô ấy muốn kiếm ít nhất $1,200 mỗi tháng?

1. Thông tin nào bạn biết? Lương cơ bản $800 + 20% tiền hoa hồng trên doanh số phải lớn hơn hoặc bằng $1,200.

2. Thông tin nào chưa biết? Lượng bán, chúng ta sẽ gọi là "S".

3. $800 + 0.2s \geq 1,200$

4. $800 - 800 + 0.2s \geq 1,200 - 800$

$$\frac{0.2s}{0.2} \geq \frac{400}{0.2}$$

$$s \geq 2,000$$



Nhân viên bán hàng phải bán ít nhất $2,000 để kiếm ít nhất $1,200 mỗi tháng.

VÍ DỤ: Julian cần trung bình ít nhất 90 điểm để đạt điểm "A" môn lịch sử. Cho đến nay, điểm bài kiểm tra của cậu ấy là 92, 86, và 88. Julian cần đạt bao nhiêu điểm trong bài kiểm tra tiếp theo để đạt điểm "A".

Đây là những gì chúng ta biết: Để tính được trung bình, bạn phải cộng tất cả các số và sau đó chia đều cho số lượng đang có (trong trường hợp này là bốn). Ngoài ra, 90 là mức thấp nhất mà chúng ta cần tính trung bình, do đó, dấu bất phương trình phải là "lớn hơn hoặc bằng". Thêm nữa, chúng ta biết điểm ba bài kiểm tra đầu tiên, nhưng chưa biết điểm bài thứ tư, vì vậy chúng ta sẽ gọi điểm bài kiểm tra thứ tư là "t".

$$\frac{92+86+88+t}{4} \geq 90$$

$$\cancel{(4)}\frac{266+t}{\cancel{4}} \geq 90\,(4)$$ (Nhân hai vế với 4.)

$$\cancel{266}-\cancel{266}+t \geq 360-266$$ Trừ 266 ở mỗi vế.

$t \geq 94$ Julian cần đạt 94 điểm hoặc cao hơn trong bài kiểm tra tiếp theo để đạt điểm "A" trong lớp.

Nhớ kiểm tra bài làm của mình và tự hỏi: Như vậy hợp lý chưa?

Trong trường hợp này, là hợp lý! Vì cậu ấy có hai điểm trên 80, cậu ấy cần hai điểm trên 90 để giữ trung bình 90 (hoặc cao hơn).





KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Jeremy dùng $84 để mua gậy bóng chày và ván trượt. Gậy bóng chày có giá $33. Ván trượt có giá bao nhiêu?

2. Lucy đến cửa hàng bách hóa và mua quần áo hết $90. Cô ấy mua một chiếc váy có giá $30, một chiếc mũ $12, và cũng mua một chiếc áo khoác. Áo khoác có giá bao nhiêu?

3. Delilah muốn mua một chiếc ô tô cũ có giá $7,200. Cô ấy có $900 và có thể tiết kiệm $450 một tháng. Cô ấy cần bao nhiêu tháng để tiết kiệm được $7,200?

4. Robert dạy gia sư cho hai học sinh, Andy và Sue. Andy trả cho Robert $70 một tháng. Sue trả cho Robert $50 một tháng. Robert phải dạy gia sư bao nhiêu tháng để anh ấy kiếm được $600?

5. Một nhân viên bán xe ô tô có lương cơ bản là $1,400 một tháng cộng thêm 5% tiền hoa hồng trên doanh số. Người nhân viên phải bán bao nhiêu nữa để kiếm được ít nhất $4,500 một tháng?

6. Ling có lương cơ bản là $800 một tháng cộng thêm 15% tiền hoa hồng trên doanh số Ling phải bán bao nhiêu để có $5,000 một tháng?

7 Latrell muốn giữ điểm trung bình trong lớp khoa học là 85 hoặc cao hơn. Đến nay, cậu ấy có điểm 85, 76, 94 và 81 trong các bài kiểm tra. Cậu ấy phải được bao nhiêu điểm trong bài kiểm tra tiếp theo để giữ điểm trung bình là 85 hoặc cao hơn?

8 Một đội xây dựng đang xây một vài toà nhà. Họ muốn dành thời gian trung bình để xây mỗi tòa là 15 tiếng hoặc ít hơn. Đến nay, họ dành thời gian cho 4 tòa nhà đầu tiên như sau: 17 tiếng, 10 tiếng, 19 tiếng, 13 tiếng. Họ nên dành bao nhiêu thời gian để xây tòa nhà thứ 5 để đạt được mục tiêu trung bình là 15 tiếng hoặc ít hơn?

9 Để giảm cân, Gerry tính rằng anh ấy cần tiêu thụ nhiều nhất 2,300 calo mỗi ngày. Bữa sáng, anh ấy tiêu 550 calo. Bữa phụ, anh tiêu 220 calo, và bữa trưa, anh tiêu 600 calo. Anh ấy có thể ăn bao nhiêu calo trong thời gian còn lại của ngày và không vượt quá giới hạn?

10 Larry đang có các cuộc phỏng vấn khác nhau với các phóng viên tin tức và có thể dành 2 giờ cho tất cả các cuộc phỏng vấn. Anh ấy dành 35 phút với kênh Bản Tin số 1 và sau đó dành 45 phút với kênh Bản tin số 7. Nếu Kênh số 5 muốn phỏng vấn anh ấy, Larry có thể dành bao nhiêu thời gian với họ mà không vượt quá giới hạn thời gian?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. Giá của ván trượt là $51.
2. $48
3. Delilah cần 14 tháng (hoặc 1 năm 2 tháng) để tiết kiệm $7,200.
4. 5 tháng
5. Người nhân viên phải bán ít nhất $62,000.
6. Ling phải bán ít nhất $28,000.
7. Latrell phải đạt ít nhất 89 điểm.
8. Họ cần dành 16 giờ hoặc ít hơn.
9. Gerry có thể tiêu thụ ít hơn hoặc bằng 930 calo.
10. Larry có thể dành ít hơn hoặc bằng 40 phút.

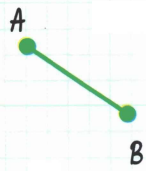
PHẦN 4

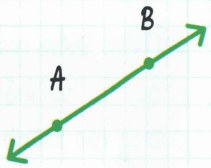
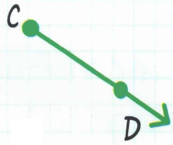
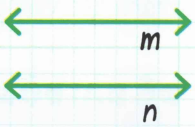
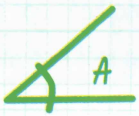
Hình học

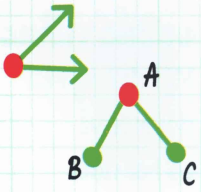
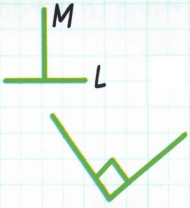
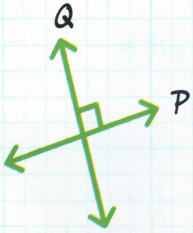
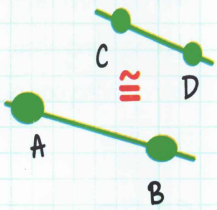
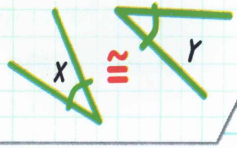
Chương 40

GIỚI THIỆU VỀ HÌNH HỌC

HÌNH HỌC là nhánh của toán học liên quan đến các đường, hình và không gian. Dưới đây là một số khái niệm chính trong hình học:

Thuật ngữ và Định nghĩa	Kí hiệu	Ví dụ
ĐOẠN THẲNG: Là một phần của đường thẳng giới hạn bởi hai đầu mút	Một đường thẳng nằm ngang nối hai điểm $\overline{AB}$	

Thuật ngữ và Định nghĩa	Kí hiệu	Ví dụ
ĐƯỜNG THẲNG: Một đường kéo dài mãi về cả hai đầu	Một đường thẳng nằm ngang với hai đầu là mũi tên $\overleftrightarrow{AB}$	
TIA: Một đường thẳng có một đầu mút	Một đường thẳng nằm ngang với một đầu là mũi tên. Điểm đầu mút được ghi tên đầu tiên $\overrightarrow{CD}$	
ĐIỂM	Tên của điểm A	
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG: Các đường thẳng luôn cách nhau một khoảng bằng nhau. Chúng không bao giờ giao nhau	Hai thanh dọc đứng $m \parallel n$	
GÓC: Được tạo thành bởi hai tia với cùng một đầu mút	$\angle A$	

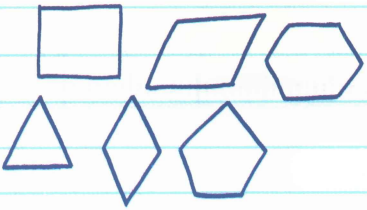
Thuật ngữ và Định nghĩa	Kí hiệu	Ví dụ
ĐỈNH: Điểm giao nhau của tia hoặc đường tạo thành một góc	Tên của góc tạo thành đỉnh $\angle A$ Hoặc các điểm tạo thành góc $\angle BAC$	
GÓC VUÔNG: Một góc 90 độ		
ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC: Hai đường tạo thành góc vuông	$P \perp Q$	
ĐỘ DÀI ĐỒNG DẠNG hoặc **GÓC ĐỒNG DẠNG**: Hình dáng, đường thẳng hoặc góc có cùng một kích thước	$\cong$	 

CÁC DẠNG HÌNH HỌC

Hình Học Phẳng liên quan đến các hình "trên một mặt phẳng" như là hình vuông, hình tròn. Hình "phẳng" có **HAI CHIỀU** hoặc **2-D**. **ĐA GIÁC** là một hình phẳng kín (vì vậy nó có hai chiều) với ít nhất ba cạnh thẳng.

VÍ DỤ:

ĐA GIÁC

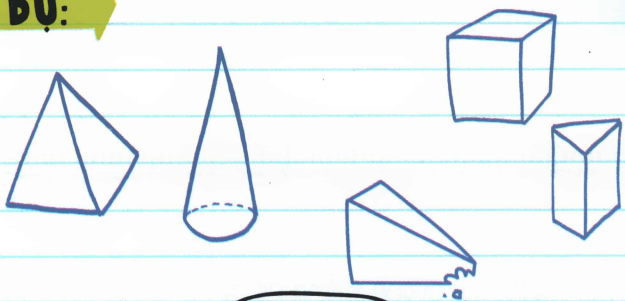


KHÔNG PHẢI ĐA GIÁC



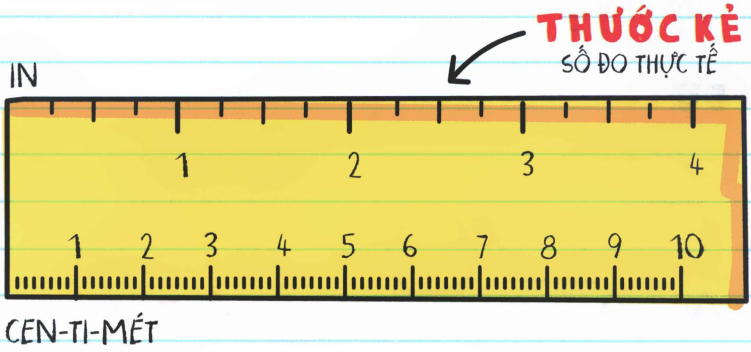
Hình Học Khối liên quan đến các hình "khối" như là lập phương và hình cầu. Hình khối có **BA CHIỀU**, hoặc **3-D**. **KHỐI ĐA DIỆN** là hình 3-D.

VÍ DỤ:



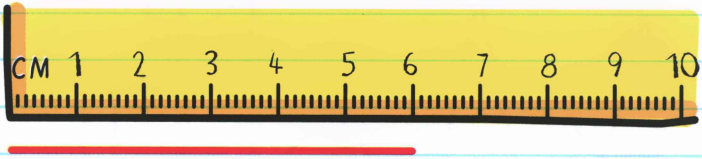
CÁC CÔNG CỤ trong HÌNH HỌC

Đây là một vài công cụ giúp chúng ta giải các bài toán hình học. Các công cụ này có các khoảng được đánh dấu rõ ràng để giúp chúng ta xác định độ dài của đường hoặc đo góc, v.v., trên đồ thị.



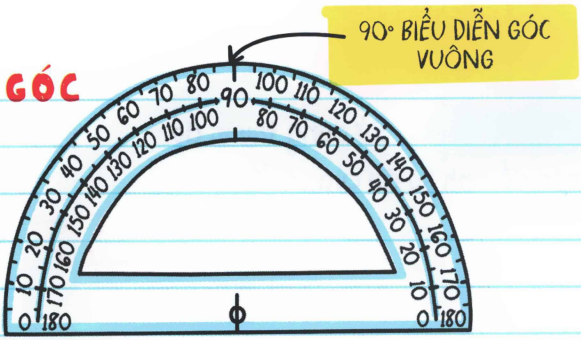
THƯỚC KẺ là công cụ mà chúng ta dùng để đo khoảng cách cũng như vẽ đường thẳng trên đồ thị. Phần lớn các thước kẻ đo chiều dài với hai đơn vị: Một chiều đo in và feet, chiều còn lại đo cen-ti-mét và mét.

VÍ DỤ: Đo chiều dài của đường thẳng theo cen-ti-mét.



Chúng ta đặt thước vào đường thẳng để đo chiều dài đường thẳng là bao nhiêu: Do đó, chúng ta nhìn thấy đoạn thẳng dài 6 cm.

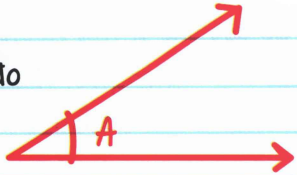
THƯỚC ĐO GÓC



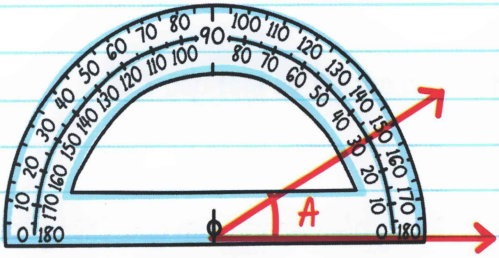
THƯỚC ĐO GÓC giúp chúng ta tính số độ của một góc, cũng như vẽ một góc chính xác. Có nhiều loại thước đo góc, nhưng phần lớn thước đo góc có dạng nửa hình tròn với các số đo trên thước cho biết kích thước của bất kì góc nào.

ĐO GÓC

VÍ DỤ: Sử dụng thước đo góc để tính số đo của:



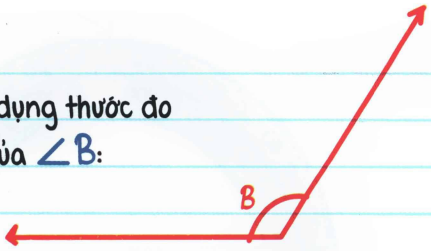
Chúng ta đặt thước đo góc qua góc để xem bao nhiêu độ:



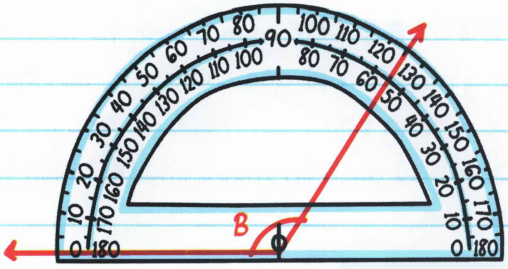
GÓC NHỌN
Một góc nhỏ hơn góc vuông, hoặc nhỏ hơn 90°

Thước đo góc cho chúng ta biết góc đó 30° hay 150°. Nhưng chúng ta có thể thấy $\angle A$ là **GÓC NHỌN**, chúng ta biết đáp án chính xác là 30°.

VÍ DỤ: Sử dụng thước đo góc để tính số đo của $\angle B$:



Chúng ta đặt thước đo góc qua góc để xem bao nhiêu độ:



Thước đo góc cho chúng ta biết góc đó là 55^0 hoặc 125^0. Nhưng bởi vì $\angle B$ là **GÓC TÙ**, chúng ta biết đáp án đúng là 125^0.

GÓC TÙ
Góc lớn hơn góc vuông hoặc lớn hơn 90°

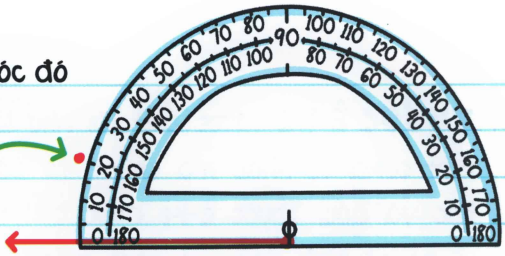
VẼ GÓC

VÍ DỤ: Dùng thước đo góc để vẽ một góc 20^0.

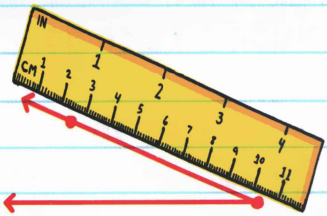


Đầu tiên, chúng ta vẽ một đường nằm ngang làm gốc. Chúng ta đặt một dấu chấm lên một cạnh thước – đây sẽ là đỉnh. Sau đó chúng ta đặt tâm của thước đo góc tại điểm này và căn chỉnh đường 0^0 trên thước đo với đường kẻ ngang mà chúng ta đã vẽ.

Sau đó chúng ta tìm góc đó và đánh dấu chấm ở cạnh thước.

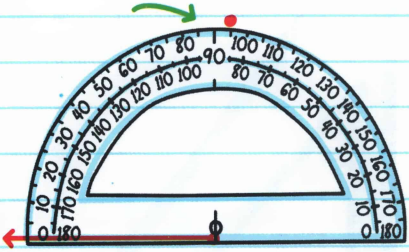


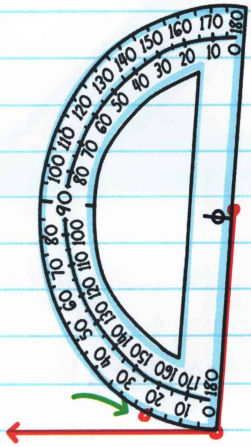
Cuối cùng, chúng ta bỏ thước đo góc ra và sử dụng thước kẻ để kẻ đường thẳng từ đỉnh đến dấu chấm của góc.



VÍ DỤ: Sử dụng thước đo góc và thước kẻ để vẽ một hình tam giác có các góc sau đây: 95°, 20°, và 65°.

Đầu tiên, chúng ta sử dụng thước đo góc và thước kẻ để vẽ một góc 95°:





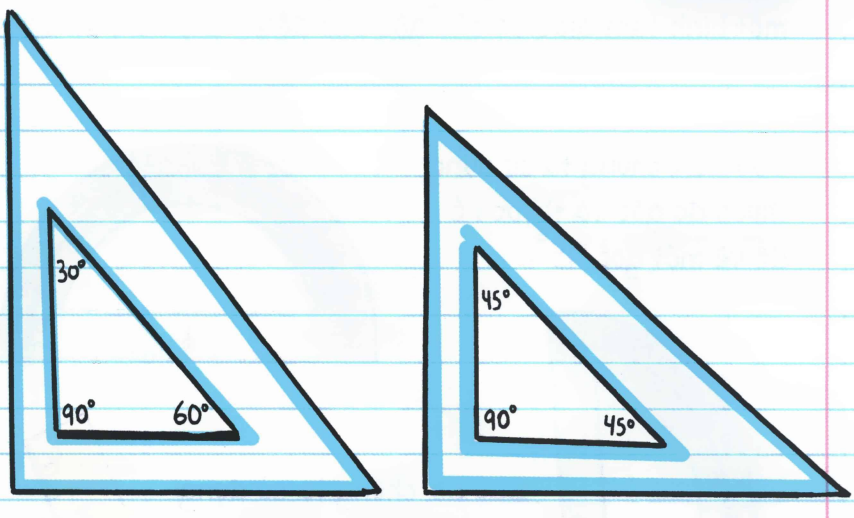
Sau đó, chúng ta sử dụng thước đo góc và thước kẻ để vẽ góc 20° và hoàn thành hình tam giác.



Thước Ê-Ke

THƯỚC Ê-KE (được biết tới như là một **TAM GIÁC**) là một công cụ khác mà chúng ta có thể dùng để vẽ hình học và góc. Thước ê-ke được biết như là một tam giác vì nó có hình dạng là tam giác. Có hai loại thước ê-ke: **THƯỚC Ê-KE 60-30** và **THƯỚC Ê-KE 45**.

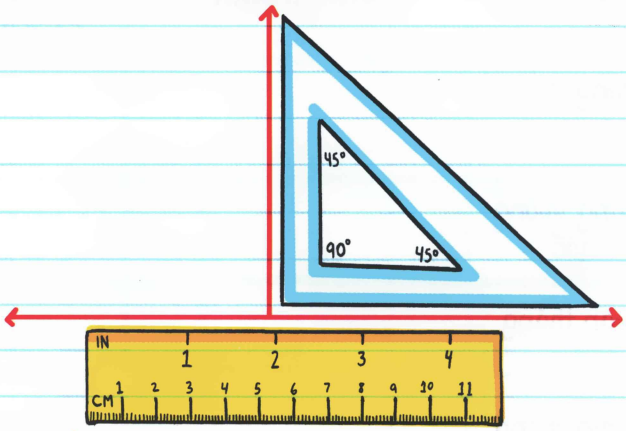
Thước ê-ke **60-30** có các góc **30-60-90** tương ứng với 3 góc của một tam giác và thước ê-ke **45** có cùng góc **45-45-90** tương ứng với 3 góc của một tam giác.



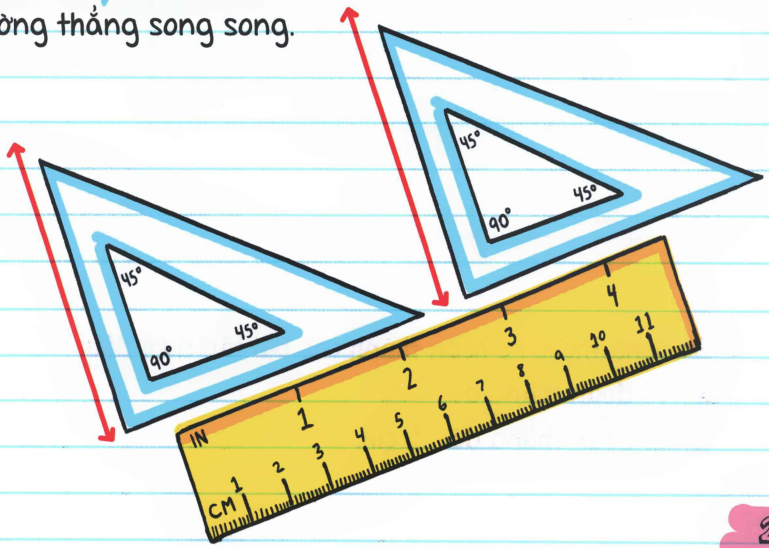
Vì mỗi thước ê-ke có hình dạng của một tam giác vuông, chúng ta có thể vẽ đường vuông góc bằng cách sử dụng ê-ke và thước kẻ. Chúng ta có thể sử dụng ê-ke để vẽ các đường thẳng song song.

VÍ DỤ: Vẽ đường vuông góc sử dụng ê-ke và thước kẻ.

Ê-ke đã có hình dạng của tam giác vuông, nên tất cả việc chúng ta cần làm là sử dụng thước kẻ để vẽ phần còn lại của đường thẳng:



VÍ DỤ: Sử dụng cả ê-ke và thước kẻ vẽ hai đường thẳng song song.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Điền vào phần còn thiếu của bảng.

BẠN CÓ THỂ SỬ DỤNG KÍ TỰ A VÀ B TRONG SUỐT PHẦN TRẢ LỜI.

	THUẬT NGỮ	ĐỊNH NGHĨA	KÍ TỰ SỬ DỤNG
1	Đường thẳng song song		
2	Đường vuông góc		
3	Đoạn thẳng		
4	Đường thẳng		
5	Tia		

6 Sử dụng thước kẻ hoàn thành các bài tập dưới đây:

(a) Vẽ đoạn thẳng dài 4 in.

(b) Vẽ đoạn thẳng dài 12 cm.

7 Sử dụng thước đo góc để hoàn thành các bài tập dưới đây:

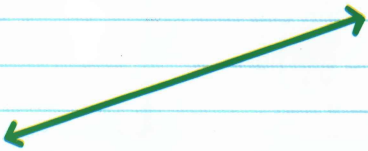
(a) Vẽ một góc 63^0.

(b) Vẽ một góc 150^0.

8 Sử dụng thước ê-ke để vẽ đường vuông góc với đoạn bên dưới:



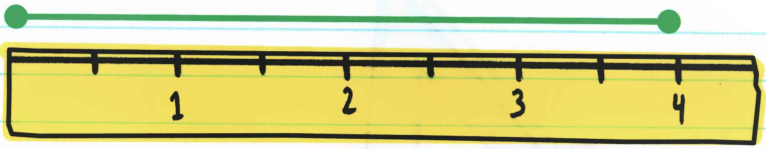
9 Sử dụng thước ê-ke và thước kẻ để vẽ đường thẳng song song với đoạn bên dưới:



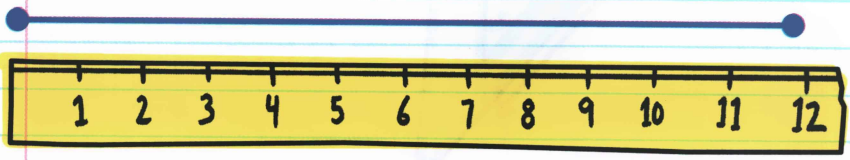
KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

	THUẬT NGỮ	ĐỊNH NGHĨA	KÍ TỰ SỬ DỤNG
1	Đường thẳng song song	Các đường thẳng luôn có cùng một khoảng cách và không bao giờ giao nhau	$a \parallel b$
2	Đường vuông góc	Hai đường thẳng tạo thành một góc 90 độ (được biết như là góc vuông)	$a \perp b$
3	Đoạn thẳng	Một phần của đường thẳng giới hạn bởi hai đầu mút	$\overline{AB}$
4	Đường thẳng	Một đường thẳng kéo dài mãi về cả hai phía	$\overleftrightarrow{AB}$
5	Tia	Một đường thẳng có một điểm đầu mút	$\overrightarrow{AB}$

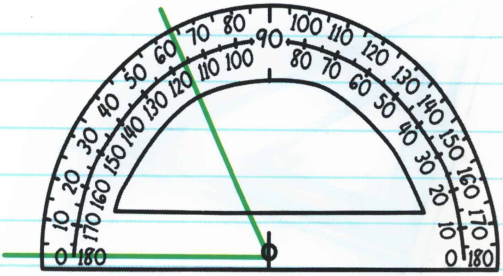
6 (a)



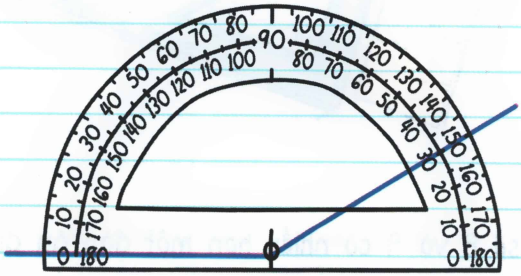
(b)



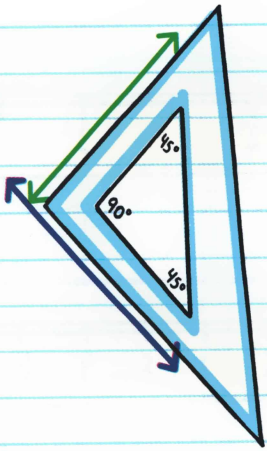
7 (a)



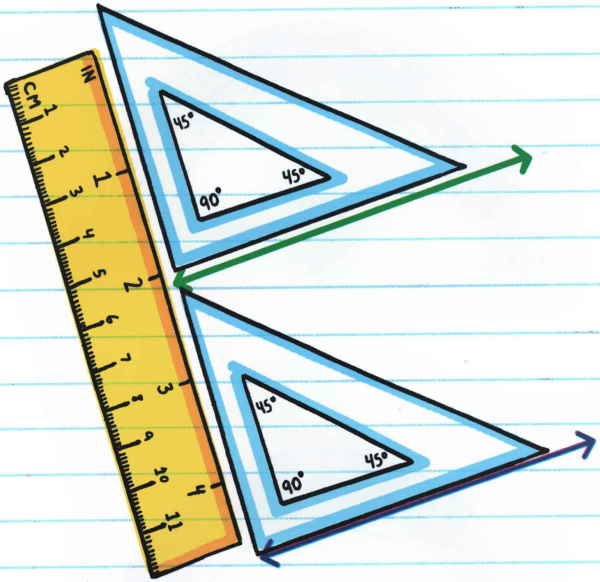
(b)



8



9

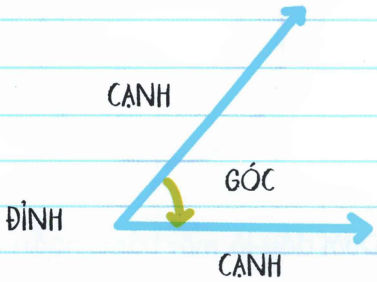


Câu số 8 và 9 có nhiều hơn một đáp án đúng.

Chương 41

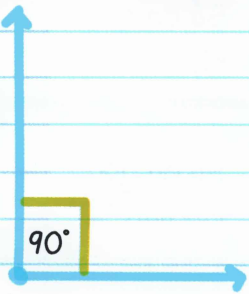
GÓC

GÓC (∠) được tạo thành bởi hai tia với một điểm chung.
Chúng ta sử dụng **ĐỘ** (°)
để đo kích thước của góc.

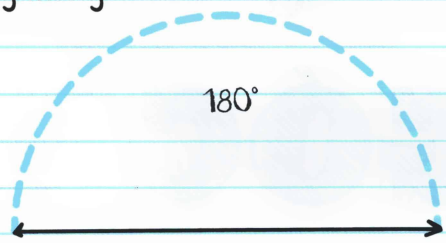


Ba góc "Phổ biến" nhất:

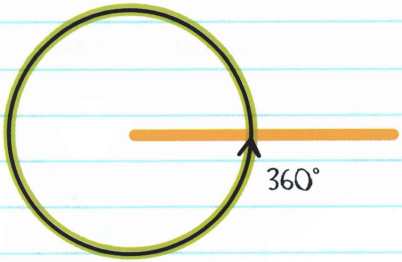
Góc 90° là phần tư của một vòng xoay.
Nó cũng được biết đến như **GÓC VUÔNG**.



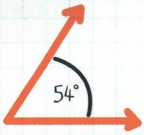
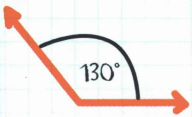
Góc 180° là một nửa của vòng xoay. Nó tạo thành 1 đường thẳng.

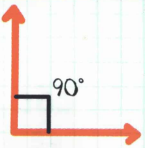
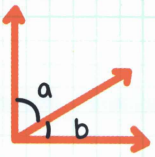
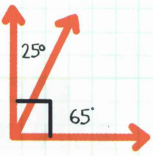
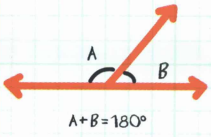


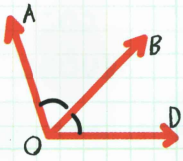
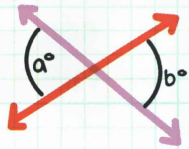
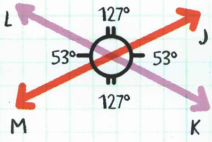
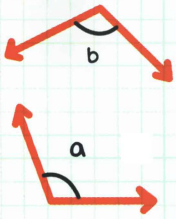
Góc 360° là một vòng xoay hoàn chỉnh.



Dưới đây là một bảng ngắn gọn về các loại góc khác nhau:

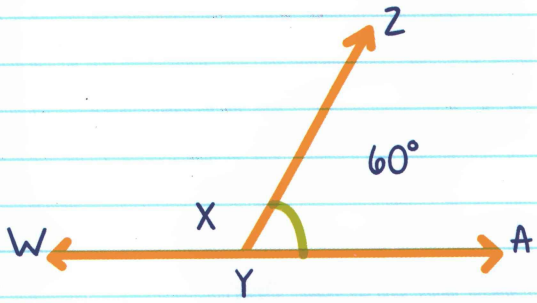
LOẠI GÓC	ĐỊNH NGHĨA	VÍ DỤ
GÓC NHỌN	Số đo góc nhỏ hơn 90°	
GÓC TÙ	Số đo góc lớn hơn 90°	

LOẠI GÓC	ĐỊNH NGHĨA	VÍ DỤ
GÓC VUÔNG	Số đo góc bằng 90°	
GÓC PHỤ	Hai góc có tổng là 90° $\angle a$ và $\angle b$ là góc phụ. Tương tự, góc 25° và góc 65° là góc phụ.	 
GÓC BÙ	Hai góc có tổng là 180° $\angle A$ và $\angle B$ là góc bù. Tương tự, góc 45° và góc 135° là góc bù.	 

LOẠI GÓC	ĐỊNH NGHĨA	VÍ DỤ
GÓC KỀ	Các góc cùng có chung một đỉnh và chung một cạnh. $\angle AOB$ và $\angle BOD$ là các góc kề.	
GÓC ĐỐI ĐỈNH	Các góc được tạo bởi hai đường thẳng giao nhau, đối diện nhau; chúng có số đo góc bằng nhau. $\angle a$ và $\angle b$ là các góc đối đỉnh.	 
GÓC TƯƠNG ĐẲNG	Các góc có liên quan đến nhau bởi vì chúng có cùng số đo. Chúng ta có thể sử dụng dấu ≅ để kí hiệu các góc tương đẳng: $\angle a \cong \angle b$	

Chúng ta có thể sử dụng các tính chất khác nhau của góc để tính số đo của các góc chưa biết.

VÍ DỤ: Tính số đo của $\angle WYZ$.

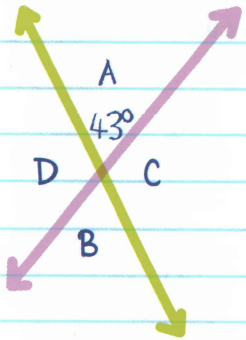


$\overline{WA}$ là đường thẳng, nên nó bằng $180°$.
$\angle WYZ$ và $\angle AYZ$ là các góc bù nhau.
Nên, $\angle WYZ + \angle AYZ = 180°$.

Cho góc $\angle WYZ$ là biến x và thay $60°$ vào góc $\angle AYZ$:

$$x + 60 = 180$$
$$x + 60 - 60 = 180 - 60$$
$$x = 120$$
$$\angle WYZ = 120°$$

VÍ DỤ: Tính số đo của $\angle B$, $\angle C$, và $\angle D$:



$\angle A$ và $\angle B$ là các góc đối đỉnh (đối diện).
Do vậy, $\angle A = 43°$, $\angle B = 43°$.
Ngoài ra, $\angle A$ và $\angle C$ là các góc bù, nên
$\angle C + 43° = 180°$
$\angle C + 43° - 43° = 180° - 43°$
$\angle C = 137°$
$\angle C$ và $\angle D$ là đối đỉnh nên $\angle D$ cũng bằng $137°$.

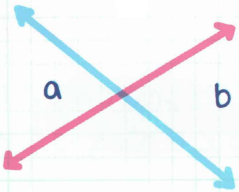
KIỂM TRA LẠI KẾT QUẢ

Có phải các góc cộng vào bằng $360°$?
$43° + 43° + 137° + 137° = 360°$ ✓

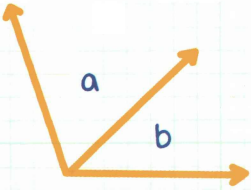
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Điền vào chỗ trống:

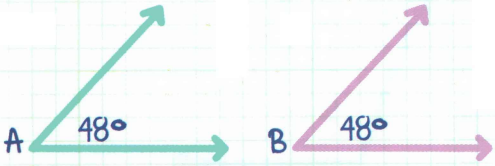
1. Góc _____ nhỏ hơn 90°.
2. Các góc_____ cộng vào là 180°.
3. ∠a và ∠b là các góc_____.



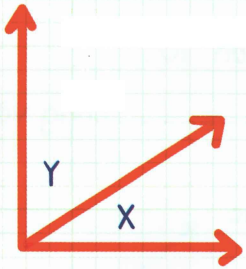
4. ∠a và ∠b là các góc_____.



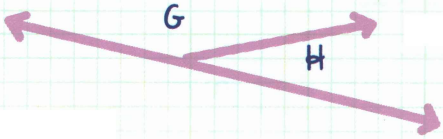
5. Các góc này là _____.



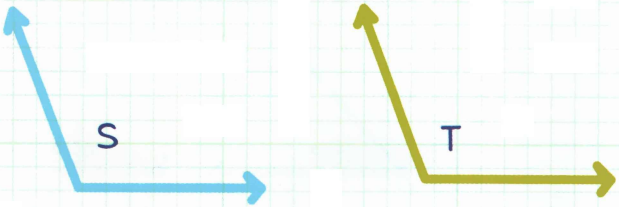
6 Trong đồ thị phía dưới, $\angle X$ và $\angle Y$ là góc phụ nhau. Nếu $\angle X$ bằng $40°$, thì $\angle Y$ là bao nhiêu?



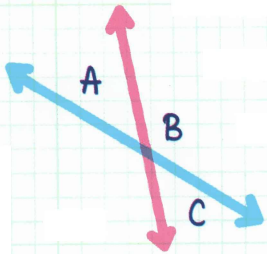
7 Trong đồ thị phía dưới, $\angle G$ và $\angle H$ là góc bù nhau. Nếu $\angle G$ bằng $137°$, thì $\angle H$ là bao nhiêu?



8 Nếu $\angle S$ là $100°$ và $\angle S$ tương đẳng với $\angle T$, vậy góc $\angle T$ là góc gì?



9 Trong đồ thị dưới, $\angle A$ là 50°. Góc $\angle B$ là bao nhiêu?



10 Trong đồ thị trên, $\angle C$ là bao nhiêu?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



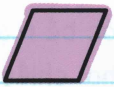
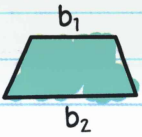
1. Nhọn
2. Bù
3. Đối đỉnh
4. Kề
5. Tương đẳng
6. 50^0
7. 43^0
8. 100^0
9. 130^0
10. 50^0

Chương 42

TỨ GIÁC VÀ DIỆN TÍCH

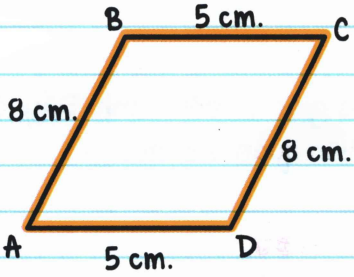
"TỨ" "GIÁC"

TỨ GIÁC là một đa giác có bốn cạnh. Đây là một vài tứ giác "phổ biến", và liên quan với nhau.

TÊN	VÍ DỤ	ĐẶC TÍNH
Hình Bình Hành		Các cạnh đối diện nhau song song và bằng nhau.
Hình Chữ Nhật		Hình bình hành có bốn cạnh tạo thành các góc vuông.
Hình Thoi		Hình bình hành có tất cả các cạnh bằng nhau.
Hình Vuông		Hình bình hành có tất cả các cạnh bằng nhau và tạo thành các góc vuông.
Hình Thang		Có hai cạnh song song với nhau, được gọi là đáy 1 và đáy 2. Các cạnh KHÔNG nhất thiết phải bằng nhau.

CHU VI (P) là độ dài bao quanh của một vật thể hai chiều. Để tính chu vi của một vật, bạn cộng tất cả chiều dài của mỗi cạnh vào với nhau.

VÍ DỤ: Tính chu vi của hình bình hành ABCD.



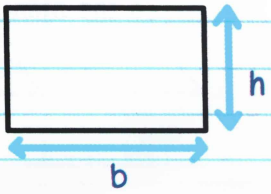
$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$
$P = 8 + 5 + 8 + 5$
$P = 26\,cm$

DIỆN TÍCH (A) là kích thước bề mặt hoặc lượng không gian bên trong của vật thể hai chiều. Diện tích được viết là "đơn vị bình phương" hoặc $(\text{đơn vị})^2$.

Tìm diện tích cũng giống như đặt câu hỏi, "Có bao nhiêu không gian lấp đầy một vật thể?"

Để tính **DIỆN TÍCH HÌNH BÌNH HÀNH**, nhân đáy với chiều cao (Công thức này cũng áp dụng cho hình chữ nhật, hình thoi và hình vuông.)

Diện tích = đáy x chiều cao
Hoặc $A = bh$

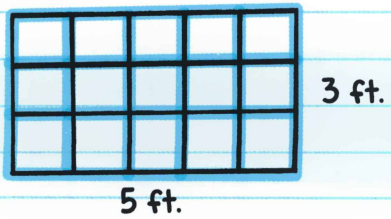


VÍ DỤ: Tính diện tích hình chữ nhật.



$A = bh$
$A = 3 \cdot 5$
$A = 15\ ft^2$

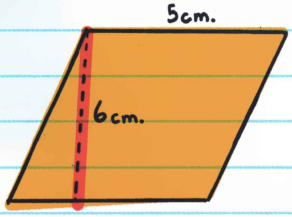
Diện tích bằng $15\ ft^2$ nghĩa là 15 hình vuông với diện tích $1\ ft^2$ mỗi cái có thể lấp đầy bên trong, nên chúng ta có thể gọi là "mười lăm feet vuông bình phương," hoặc "mười lăm vuông feet.")



Hình bình hành có chung công thức với hình chữ nhật vì chúng được tạo bởi nhiều thành phần giống nhau, nên chúng phải có chung diện tích. Nếu chúng ta cắt một hình bình hành và sắp xếp lại các phần của nó, chúng ta có thể biến nó thành hình chữ nhật.



VÍ DỤ: Tính diện tích hình thoi.



$A = b \cdot h$

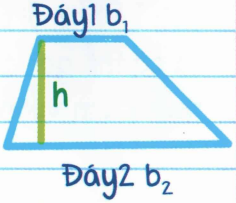
$A = 5 \cdot 6$

$A = 30$

$A = 30\ cm^2$

Để tính **DIỆN TÍCH HÌNH THANG**, sử dụng công thức:

$$\text{Diện tích} = \frac{\text{đáy}_1 + \text{đáy}_2}{2} \cdot \text{chiều cao}$$



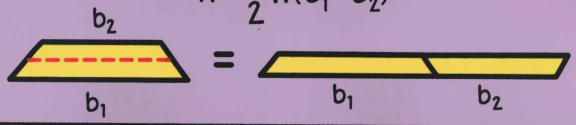
BẠN CÓ THỂ THẤY CÔNG THỨC NÀY ĐƯỢC VIẾT DƯỚI DẠNG:

$$\text{Diện tích} = \frac{1}{2}\text{chiều cao}(\text{đáy}_1 + \text{đáy}_2)$$

BẠN CÓ THỂ TÍNH DIỆN TÍCH BẰNG CÁCH NÀY.

Trên thực tế, chúng ta có thể tính hình thang giống như hình chữ nhật hoặc hình vuông. Nếu chúng ta cắt hình thang làm đôi theo chiều ngang, chiều cao mỗi phần sẽ bằng một nửa so với ban đầu. Sau đó chúng ta lật một phần, và bây giờ nó giống hình bình hành. Chúng ta cắt chiều cao làm đôi và đặt các đáy lại với nhau và có chiều dài đầy đủ, đó là cách chúng ta có công thức này:

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$



VÍ DỤ: Tính diện tích hình thang

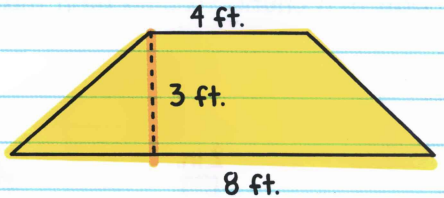
$$\text{Diện tích} = \frac{\text{đáy}_1 + \text{đáy}_2}{2} \cdot \text{chiều cao}$$

$$A = \frac{4+8}{2} \times 3$$

$$A = \frac{12}{2} \times 3$$

$$A = 6 \times 3$$

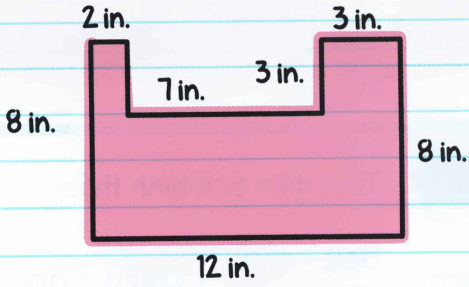
$$A = 18\ ft^2$$



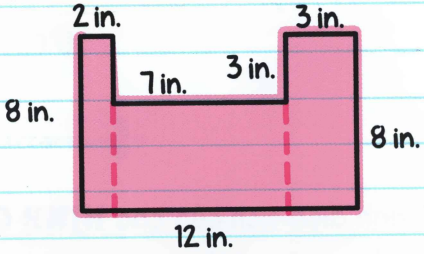
Chúng ta có thể tính diện tích của các **HÌNH GHÉP** (hình được tạo bởi hai hoặc nhiều hình khác) tạo thành hình tứ giác.

Để làm được, đầu tiên chúng ta phải chia các hình ghép thành các tứ giác. Sau đó, chúng ta tính diện tích của mỗi tứ giác, và sau đó cộng tất cả các diện tích đó lại để tính diện tích của toàn bộ hình ghép.

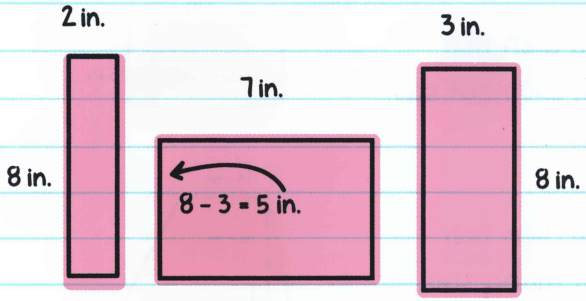
VÍ DỤ: Tính diện tích của hình ghép sau.



Đầu tiên chúng ta chia hình thành các tứ giác nhỏ:



Nói cách khác, chúng ta có ba tứ giác nhỏ như sau:



Tính diện tích của mỗi tứ giác và cộng tất cả lại với nhau sẽ được như sau:

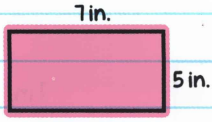
Diện tích = $2 \times 8 + 7 \times 5 + 3 \times 8$

$A = 16 + 35 + 24$

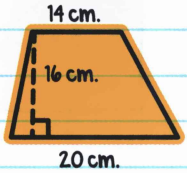
$A = 75 \text{ in}^2$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

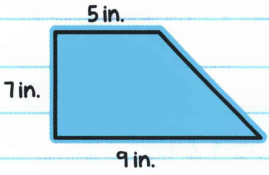
1 Tính diện tích hình chữ nhật sau.



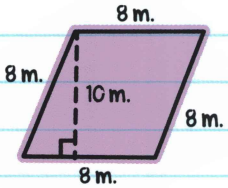
2 Tính diện tích hình thang sau.



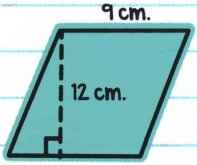
3 Tính diện tích hình thang sau.



4 Tính diện tích hình thoi sau.



5 Tính diện tích hình thoi sau.



6 Roxie đang tô màu một tờ giấy hình chữ nhật. Nếu đáy của hình chữ nhật là 8 inch và chiều cao là 11 inch thì diện tích mà Roxie tô màu là bao nhiêu?

7 Max muốn mua một tấm thảm hình vuông để trải sàn nhà. Nếu mỗi 4 cạnh dài 25 feet. Diện tích của tấm thảm là bao nhiêu?

8 Linda nhìn thấy một hình thoi được vẽ bằng phấn trên sân chơi. Cô đo một đáy và phát hiện ra rằng nó dài 6 feet. Cô đo chiều cao và phát hiện ra rằng nó dài 12 feet. Tính diện tích hình thoi.

9 Sammy vẽ 3 hình chữ nhật giống nhau vào tờ giấy. Nếu mỗi hình chữ nhật có đáy dài 15 cm và chiều cao dài 12 cm, tổng diện tích của 3 hình chữ nhật cộng lại bằng bao nhiêu?

10 Ông Lee có một bản vẽ về mảnh đất của mình. Nhà của ông giống hình chữ nhật, với đáy dài 100 feet và chiều cao dài 75 feet. Cạnh ngôi nhà là ga-ra, giống hình vuông. Mỗi cạnh của ga-ra là 25 feet. Tính diện tích của toàn bộ mảnh đất.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $35\ in^2$
2. $272\ cm^2$
3. $49\ in^2$
4. $80\ m^2$
5. $108\ cm^2$
6. $88\ in^2$
7. $625\ ft^2$
8. $72\ ft^2$
9. $A = 15 \times 12 + 15 \times 12 + 15 \times 12 = 540\ cm^2$
10. $A = 100 \times 75 + 25 \times 25 = 8{,}125\ ft^2$

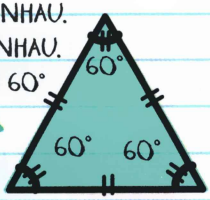
Chương 43

TAM GIÁC VÀ DIỆN TÍCH

TAM GIÁC có ba cạnh và ba góc. Kí hiệu của tam giác là △. Chúng ta có thể phân loại tam giác bằng các cạnh của chúng:

TAM GIÁC ĐỀU

3 CẠNH BẰNG NHAU.
3 GÓC BẰNG NHAU.
CÙNG BẰNG 60°



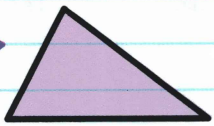
TAM GIÁC CÂN

2 CẠNH BẰNG NHAU.
2 GÓC BẰNG NHAU



TAM GIÁC LỆCH

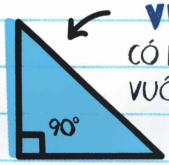
KHÔNG CÓ CẠNH BẰNG NHAU.



Chúng ta cũng có thể phân loại tam giác bằng các góc:

TAM GIÁC VUÔNG

CÓ MỘT GÓC VUÔNG (90°)



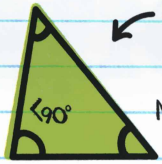
TAM GIÁC TÙ

CÓ MỘT GÓC LỚN HƠN 90

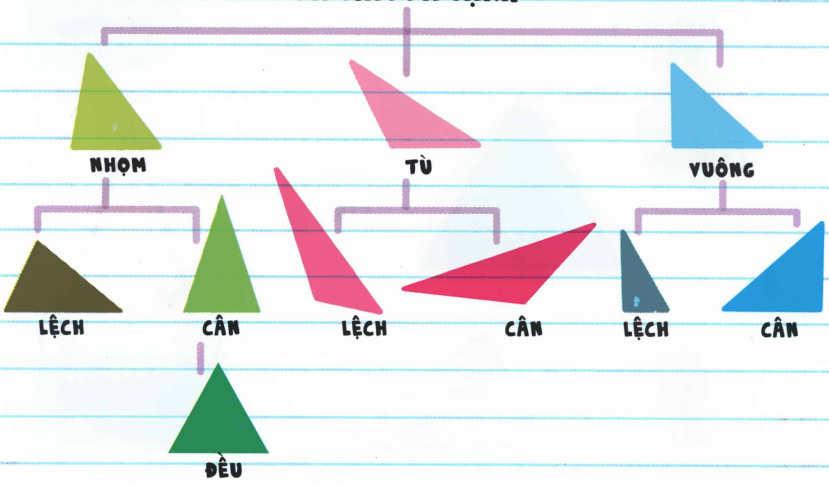


TAM GIÁC NHỌN

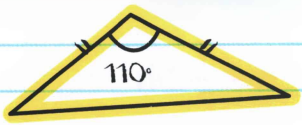
CÓ BA GÓC NHỎ HƠN 90°



Chúng ta thậm chí có thể kết hợp cả hai hệ thống phân loại để mô tả một tam giác chính xác hơn bằng cách sử dụng **CÂY TAM GIÁC**!

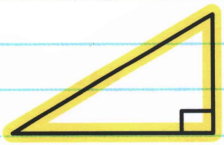


VÍ DỤ:



GÓC: Có một góc lớn hơn 90°, nên đây là góc tù.
CẠNH: Có hai cạnh bằng nhau.
LOẠI: Đây là một tam giác cân tù.

VÍ DỤ:



GÓC: Có một góc vuông.
CẠNH: Không có cạnh nào có kích thước bằng nhau.
LOẠI: Đây là một tam giác vuông lệch.

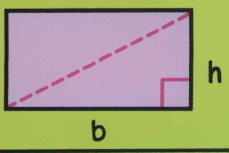
Để tính **DIỆN TÍCH TAM GIÁC**, nhân cạnh đáy với chiều cao, sau đó nhân đại lượng đó với một phần hai. Cạnh đáy và chiều cao phải tạo thành một góc vuông.

Diện tích tam giá $A = \frac{1}{2} \cdot \text{đáy} \cdot \text{chiều cao}$

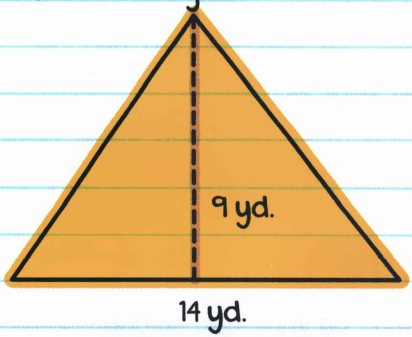
hoặc $A = \frac{1}{2} bh$

Nếu bạn cắt hình chữ nhật ra làm đôi, diện tích tam giác còn lại chỉ bằng một nửa so với hình chữ nhật ban đầu – đó là tại sao công thức tính diện tích tam giác là:

$A = \frac{1}{2} bh$



VÍ DỤ: Tính diện tích của tam giác.

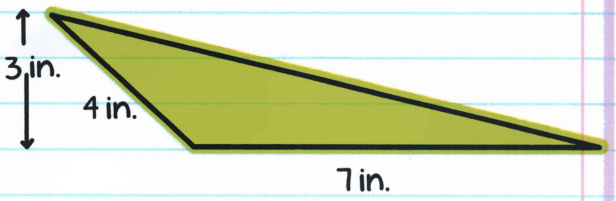


$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$A = \frac{1}{2}(14)(9)$$

$$A = 63\ yd^2$$

VÍ DỤ: Tính diện tích của tam giác. Chúng ta biết cạnh đáy và chiều cao phải tạo thành một góc vuông. Nên chiều cao và cạnh đáy là 3 inch và 7 inch.



$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7$$

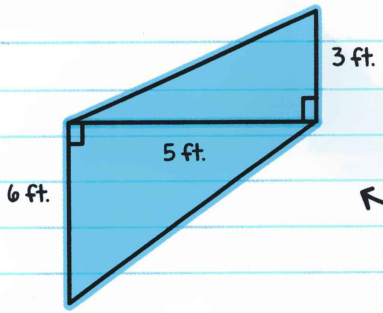
$$A = \frac{21}{2}$$

$$A = 10\frac{1}{2}\ in^2$$

Chúng ta cũng có thể tính diện tích tam giác là hình ghép.

VÍ DỤ: Một nghệ sĩ vẽ một hình dưới nền đất và muốn tô màu bên trong hình. Tổng diện tích của vùng anh ấy sẽ tô là bao nhiêu?

GỢI Ý: nghĩ về một trong các đại lượng là cạnh đáy và chiều cao.



BẠN CŨNG CÓ THỂ GIẢI BÀI NÀY BẰNG CÁCH SỬ DỤNG CÔNG THỨC DIỆN TÍCH TAM GIÁC.

TỔNG DIỆN TÍCH =

diện tích của tam giác phía trên + diện tích tam giác phía dưới

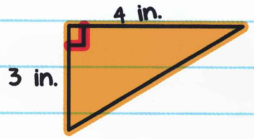
$$A = \frac{1}{2}bh + \frac{1}{2}bh \rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6$$

$$A = 7\frac{1}{2} + 15 \rightarrow A = 22\frac{1}{2}\ ft^2$$

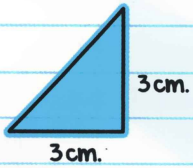
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tính diện tích của các tam giác phía dưới.

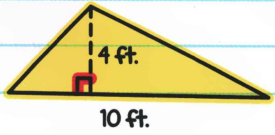
1



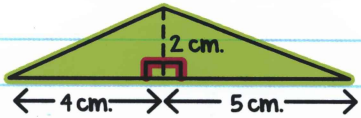
2



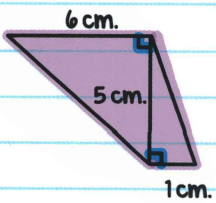
3



4



5 Tìm diện tích hình sau:



6 Linda có một mặt của kim tự tháp để sơn cho khung cảnh của vở kịch ở trường. Mặt này có cạnh đáy dài 30 feet và chiều cao dài 10 feet. Diện tích mặt kim tự tháp mà cô phải sơn là bao nhiêu?

7 Bruno đang thiết kế lá cờ với chiều cao 8 inch và cạnh đáy dài 5 inch. Anh ấy vẽ một đường chéo và tô diện tích phía trên đường màu đỏ. Tổng diện tích mà anh ấy tô là bao nhiêu?

8 Diện tích của một cánh buồm hình tam giác trên con thuyền là 62 ft^2. Chiều cao là 8 ft. Cạnh đáy dài bao nhiêu?

9 Josh, Alice và Henry cùng đứng tại một điểm. Josh đi về phía Bắc 25 feet trong khi Alice đi về phía Tây 12 feet. Tính diện tích của hình mà Josh, Alice và Henry tạo nên?

10 Ông Lee vẽ bức tranh hình một ngôi nhà. Bức tường hình chữ nhật, có chiều cao 5 inch và cạnh đáy dài 8 inch. Mái nhà hình tam giác, có chiều cao dài 3 inch và cạnh đáy dài 10 inch. Tổng diện tích ngôi nhà của ông Lee vẽ là bao nhiêu?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

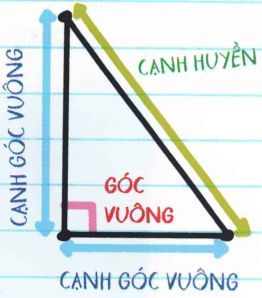


1. $6\ in^2$
2. $4\frac{1}{2}\ cm^2$
3. $20\ ft^2$
4. $A = 9\ cm^2$
5. $A = 17\frac{1}{2}\ cm^2$
6. $150\ ft^2$
7. $20\ in^2$
8. $15\frac{1}{2}\ ft$
9. $150\ ft^2$
10. Tổng diện tích = diện tích hình chữ nhật + diện tích tam giác = $55\ in^2$

Chương 44

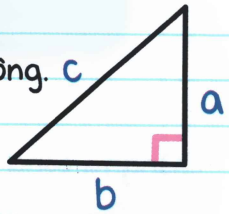
ĐỊNH LÝ PY-TA-GO

Tam giác vuông có hai "cạnh góc vuông" và **CẠNH HUYỀN** – cạnh dài nhất của tam giác vuông, cạnh đối diện với góc vuông. Hai cạnh góc vuông giao nhau tại góc vuông. a và b là chiều dài của cạnh góc vuông (không quan trọng cạnh nào là a và cạnh nào là b). Độ dài của cạnh huyền, c, luôn dài hơn độ dài của cạnh a hoặc độ dài cạnh b.



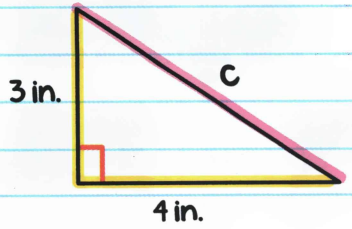
ĐỊNH LÝ PY-TA-GO được dùng để tính chiều dài của một cạnh của tam giác vuông. c

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Trong một tam giác vuông, tổng bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông bằng với bình phương độ dài của cạnh huyền.

VÍ DỤ: Sử dụng định lý Py-ta-go để tính độ dài cạnh huyền của tam giác.



$a^2 + b^2 = c^2$
$3^2 + 4^2 = c^2$
$9 + 16 = c^2$
$25 = c^2$ (Để tách c, tìm căn bậc hai của cả hai cạnh.)
$\sqrt{25} = \sqrt{c^2}$
$5 = c$

Độ dài của cạnh huyền là 5 inch.

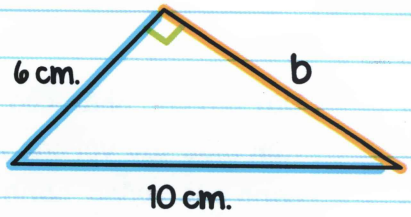
BỘ BA SỐ PY-TA-GO luôn tạo ra tam giác vuông. Đây là một vài bộ ba phổ biến:

$3^2 + 4^2 = 5^2$
$5^2 + 12^2 = 13^2$
$8^2 + 15^2 = 17^2$

Chúng ta cũng có thể sử dụng định lý Py-ta-go để tính chiều dài còn thiếu của một cạnh góc vuông – giải như phương trình.

VÍ DỤ: Tính độ dài của b.

$a^2 + b^2 = c^2$
$6^2 + b^2 = 10^2$
$36 + b^2 = 100$
$36 - 36 + b^2 = 100 - 36$
$b^2 = 64$
$\sqrt{b^2} = \sqrt{64}$
$b = 8$



Độ dài của của b là 8 cm.

VÍ DỤ: Tính độ dài của cạnh góc vuông X trong tam giác vuông, nếu cạnh góc vuông khác là 7 inch và cạnh huyền là 11 inch.

Thỉnh thoảng, chúng giúp ta vẽ tam giác và gán các giá trị hoặc biến vào mỗi cạnh góc vuông và cạnh huyền.

$x^2 + b^2 = c^2$
$x^2 + 7^2 = 11^2$
$x^2 + 49 = 121$
$x^2 + 49 - 49 = 121 - 49$
$\sqrt{x^2} = \sqrt{72}$
$x = \sqrt{72}$

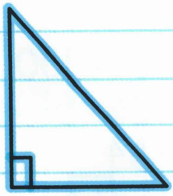
VÌ $\sqrt{72}$ KHÔNG PHẢI LÀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG, NÊN CHÚNG TA CÓ THỂ GIỮ NGUYÊN NÓ NHƯ VẬY.



Chiều dài của cạnh x là $\sqrt{72}$ inch.

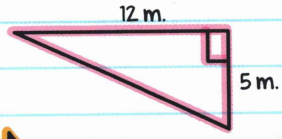
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Đặt tên các phần của tam giác sau với các từ: cạnh góc vuông, cạnh góc vuông, góc vuông, cạnh huyền.

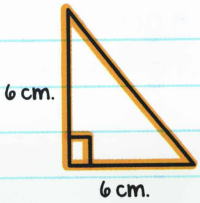


Từ **2** đến **3**, hãy tính độ dài các cạnh còn thiếu.

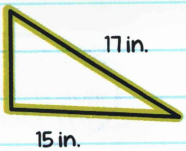
2



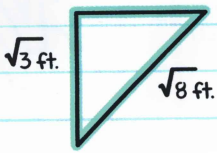
3



4



5



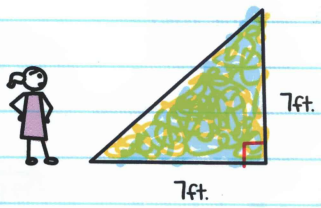
6 Adam và Betty xuất phát tại cùng một điểm. Adam đi về hướng Bắc 3 feet trong khi Betty đi về phía Tây 4 feet. Nếu một đường thẳng được vẽ giữa Adam và Betty, vậy đường thẳng đó sẽ dài bao nhiêu?

7 Một thợ mộc có một mảnh gỗ hình chữ nhật dài 8 mét và rộng 3 mét. Anh ấy cắt mảnh gỗ ra thành hai mảnh hình tam giác bằng cách cắt từ góc này sang góc kia. Đường chéo mà anh ấy cắt dài bao nhiêu?

8 Johnny xuất phát ở đáy của cầu trượt. Anh ấy đi bộ 10 feet đến một cái thang. Sau đó anh ấy đi lên cái thang đó cao 7 feet trước khi trượt xuống cầu trượt. Cầu trượt đó dài bao nhiêu?

9 Beth lấy các số đo khác nhau từ cánh cửa của mình. Đường chéo dài 12 feet, và đáy dài 4 feet. Chiều cao của cánh cửa là bao nhiêu?

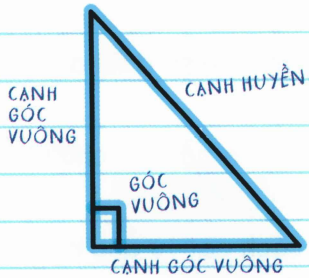
10 Một nghệ sĩ đang tạo một tác phẩm điêu khắc là một tam giác vuông. Chiều cao và cạnh đáy đều dài 7 feet. Chiều dài của cạnh huyền là bao nhiêu?



KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1



2 $12^2 + 5^2 = c^2 \rightarrow$ Cạnh còn thiếu là 13 mét.

3 $6^2 + 6^2 = c^2 \rightarrow$ Cạnh còn thiếu là $\sqrt{72}$ mét.

4 $a^2 + 15^2 = 17^2 \rightarrow$ Cạnh còn thiếu là 8 inch.

5 $a^2 + (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{8})^2 \rightarrow a^2 + 3 = 8 \rightarrow$ Cạnh còn thiếu là $\sqrt{5}$ feet.

6 5 feet

7 $\sqrt{73}$ mét

8 $\sqrt{149}$ feet

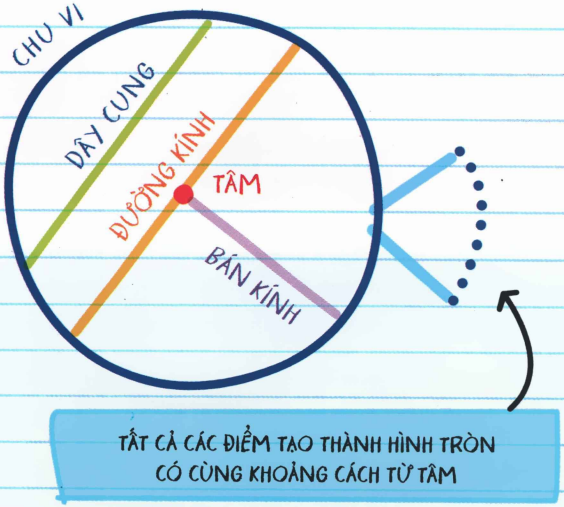
9 $a^2 + 4^2 = 12^2 \rightarrow \sqrt{128}$ feet

10 $7^2 + 7^2 = c^2 \rightarrow \sqrt{98}$ feet

Chương 45

HÌNH TRÒN, CHU VI VÀ DIỆN TÍCH

HÌNH TRÒN là tập hợp các điểm có chung khoảng cách từ một điểm gọi là **TÂM**.



Đây là các phần quan trọng nhất của hình tròn:

Chu vi (C): Độ dài bao quanh đường tròn (vành đai của hình tròn)

Dây cung: Một đoạn thẳng và các điểm kết thúc của nó nằm trên đường tròn

Đường kính (d): Một dây cung đi qua tâm của hình tròn

Bán kính (r): Một đoạn thẳng có một điểm kết thúc nằm ở tâm và một điểm khác nằm trên đường tròn. Đường kính dài gấp hai lần bán kính, hoặc

$$2r = d$$

Do đó, bán kính bằng một nửa đường kính, hoặc

$$r = \frac{1}{2}d$$

Pi (π): Tỉ lệ của chu vi hình tròn và đường kính:

$$\pi = \frac{\text{chu vi}}{\text{đường kính}} \text{ hoặc } \pi = \frac{C}{d}$$

Vì chúng ta không biết giá trị chính xác của pi, nên chúng ta sử dụng 2 phép xấp xỉ:

3.14 ← HOẶC → $\frac{22}{7}$

(khi bạn cần số thập phân)

(khi bạn cần phân số)

Để **TÍNH CHU VI HÌNH TRÒN**, chúng ta sắp xếp lại phương trình tính pi để tính c:

$$\pi = \frac{c}{d}$$

$$\pi(d) = \frac{c}{d}(d)$$ Để có c, nhân cả hai vế với d:

$$\pi(d) = c$$

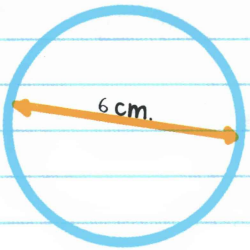
Do đó, công thức tính chu vi hình tròn là:

$$\text{Chu vi} = \pi \cdot \text{đường kính}$$

Và vì đường kính gấp hai lần bán kính, bạn có thể tính chu vi với công thức:

$$C = 2\pi r$$

VÍ DỤ: Tính chu vi hình tròn. (Dùng π xấp xỉ 3.14)



$C = \pi d$
$C = 3.14\ (6)$
$C = 18.84\ \text{cm}$

Chu vi là 18.84 cm.

Để tính **DIỆN TÍCH HÌNH TRÒN**, sử dụng công thức dưới đây:

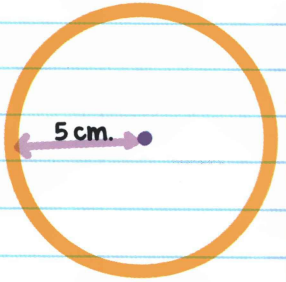
$$\text{Diện tích} = \pi \cdot \text{bán kính}^2$$

hoặc

$$S = \pi r^2$$

(ĐÁP ÁN LÀ ĐƠN VỊ^2)

VÍ DỤ: Tính diện tích của hình tròn (Dùng π xấp xỉ 3.14.)



$A = \pi \cdot r^2$

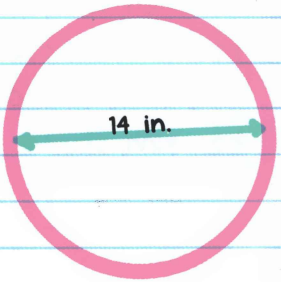
$A = 3.14 \cdot 5^2$

$A = 3.14 \cdot 25$

(Nhớ trật tự phép toán!)

$A = 78.5\ cm^2$

VÍ DỤ: Tính diện tích của hình tròn (Dùng π xấp xỉ $\frac{22}{7}$)



Vì chúng ta chỉ biết đường kính, chúng ta cần chia đôi để có bán kính : $14 \div 2 = 7$ inch. Giờ chúng ta có thể sử dụng công thức tính diện tích.

$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi 7^2$$

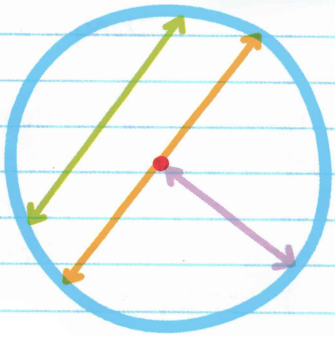
$$A = \frac{22}{7} \cdot 7^2$$

$$A = \frac{22}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{49}^{7}}{1}$$

$$A = 154 \text{ in}^2$$

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Điền tên các phần của hình tròn với các từ sau: dây cung, tâm, đường kính, bán kính, chu vi.



2 Bán kính của đường tròn là 9 cm. Tính diện tích của đường tròn (Dùng π xấp xỉ 3.14.)

3 Bán kính của đường tròn là 2 feet. Tính diện tích của đường tròn (Dùng π xấp xỉ 3.14.)

4 Đường kính của đường tròn là 21 inch. Tính diện tích của đường tròn (Dùng π xấp xỉ $\frac{22}{7}$)

5 Đường kính của đường tròn là 6 inch. Tính diện tích của đường tròn (Dùng π xấp xỉ 3.14.)

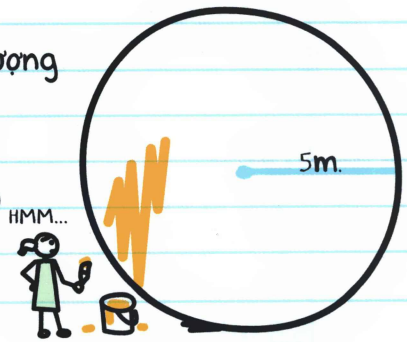
6 Một người công nhân muốn làm cửa sổ hình tròn. Bán kính của hình tròn là 8 feet. Anh ấy cần mua bao nhiêu kính để phủ đầy diện tích cửa sổ (Dùng π xấp xỉ 3.14.)

7 Một thợ làm bánh làm một chiếc bánh hình tròn có bán kính là 7 inch. Nếu thợ làm bánh muốn phủ đầy mặt trên của bánh với kem, thì thợ bánh cần sử dụng bao nhiêu kem (Dùng π xấp xỉ $\frac{22}{7}$.)

8 Một kiến trúc sư muốn xây một cái mái bằng cho một toà nhà hình tròn. Đường kính của mái tròn là 20 feet. Diện tích của cái mái là bao nhiêu? (Dùng π xấp xỉ 3.14.)

9 Một nhà sản xuất nội thất đóng một cái bàn tròn có đường kính là 12 feet và muốn đặt thêm một chiếc mặt kính đi cùng với nó. Mặt kính phải lớn từng nào để che được hết toàn bộ mặt bàn (Dùng π xấp xỉ 3.14.)

10 Một họa sĩ vẽ một bức tượng hình tròn. Bức tượng có bán kính 5 mét. Cô ấy nên dùng bao nhiêu màu để tô hết bức tượng? (Dùng π xấp xỉ 3.14.)

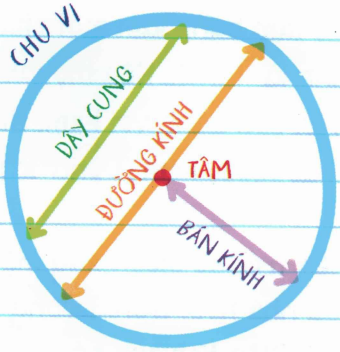


ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1



2 254.34 cm^2

3 12.56 ft^2

4 346.5 in^2

5 28.26 in^2

6 200.96 ft^2

7 154 in^2

8 314 ft^2

9 113.04 ft^2

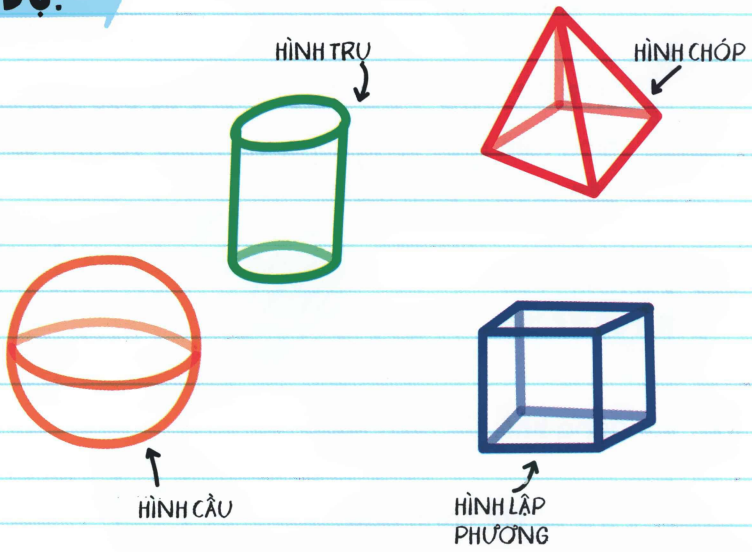
10 78.5 m^2

Chương 46

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Hình học ba chiều (Hình 3-D) là hình có chiều dài, chiều rộng, và chiều cao. Chúng được gọi là "**HÌNH KHÔNG GIAN**" hoặc "khối".

VÍ DỤ:



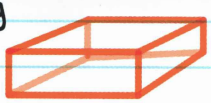
"POLY" TIẾNG HY LẠP CÓ NGHĨA LÀ "NHIỀU". "HEDRON" TIẾNG HY LẠP NGHĨA LÀ "MẶT ĐÁY".

KHỐI ĐA DIỆN (POLYHEDRON) là một hình 3-D được tạo bởi nhiều vùng có hình đa giác. Mỗi vùng là một cạnh. Số nhiều của Polyhedron là **POLYHEDRA.**

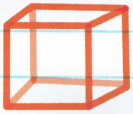
MẶT BÊN
Cạnh bên của cái gì đó

Khối đa diện có một loại gọi là **HÌNH LĂNG TRỤ**. Hình lăng trụ là hình 3-D có hai đáy đa giác song song với nhau và **ĐỒNG DẠNG** (Hình dạng và kích thước giống hệt nhau), và các **MẶT BÊN** (các cạnh bên cạnh nhau) là hình bình hành. Hình lăng trụ được phân loại theo các dạng đáy của chúng.

HÌNH LĂNG TRỤ HÌNH CHỮ NHẬT có tất cả các góc là góc vuông, mặt đáy song song với nhau, và các mặt bên là hình bình hành.



HÌNH LĂNG TRỤ CHỮ NHẬT



HÌNH LẬP PHƯƠNG



HÌNH LĂNG TRỤ TAM GIÁC có các đáy là hình tam giác song song với nhau và mặt cạnh bên là hình bình hành.

Các loại hình khác:

HÌNH LĂNG TRỤ NGŨ GIÁC



HÌNH LĂNG TRỤ LỤC GIÁC



Một vài dạng khối đa diện khác:

HÌNH TRỤ có hai cạnh đáy hình tròn song song và đồng dạng.



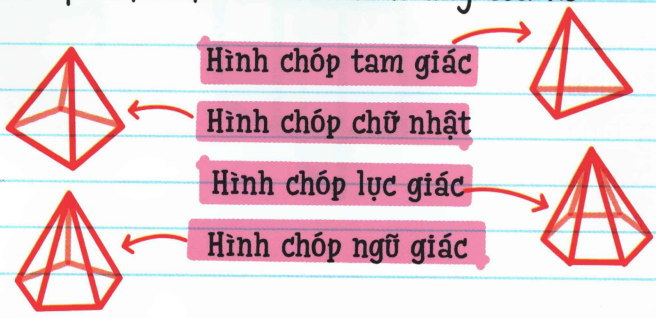


HÌNH NÓN có mặt đáy hình tròn và một đỉnh (hoặc điểm).

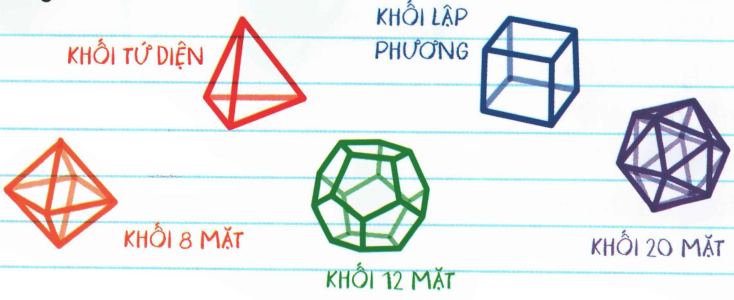
HÌNH CẦU là tập hợp các điểm trong không gian có cùng khoảng cách từ tâm (nó giống một quả bóng).

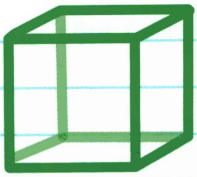


HÌNH CHÓP có một hình đa giác (không phải hình tròn) ở đáy. Tất cả các mặt bên đều là tam giác. Tương tự, hình chóp được đặt tên theo hình đáy của nó:



Có một loại khối đa diện gọi là **KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU**. Một khối đa diện đều có tất cả các mặt là các đa diện giống hệt nhau, ví dụ:



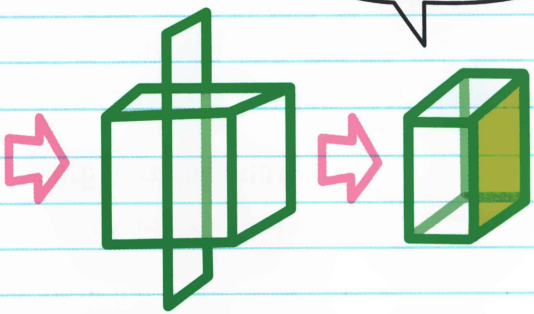


Hãy tưởng tượng rằng ta đang cắt một khối đa diện 3-D mở ra - bạn có thể có các hình 2-D khác nhau tùy thuộc vào lát cắt. Chúng được gọi là **MẶT CẮT**.

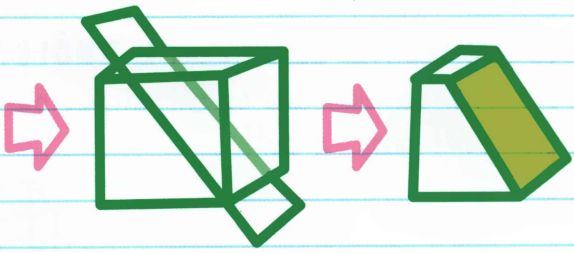
Nếu ta cắt khối lập phương mở ra với một mặt phẳng, mặt cắt ngang ta có được là hình gì?



Nếu ta cắt khối lập phương như này, cuối cùng ta sẽ có một hình vuông (hình 2-D được đánh bóng mờ).



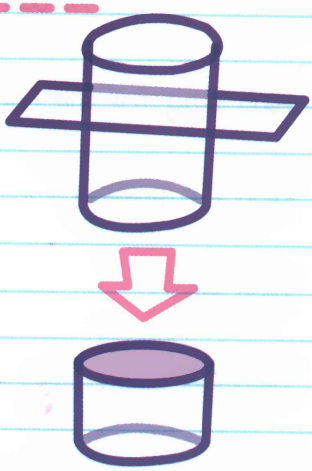
Nếu ta cắt khối lập phương theo một đường chéo như này, cuối cùng ta sẽ có một hình chữ nhật (hình 2-D được đánh bóng mờ).



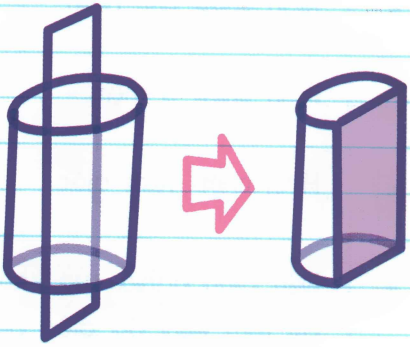


Nếu bạn cắt một hình trụ với một mặt phẳng, kết quả có vài mặt cắt.

Nếu ta cắt khối trụ theo chiều ngang, mặt cắt 2-D là hình tròn (vùng được đánh bóng mờ).

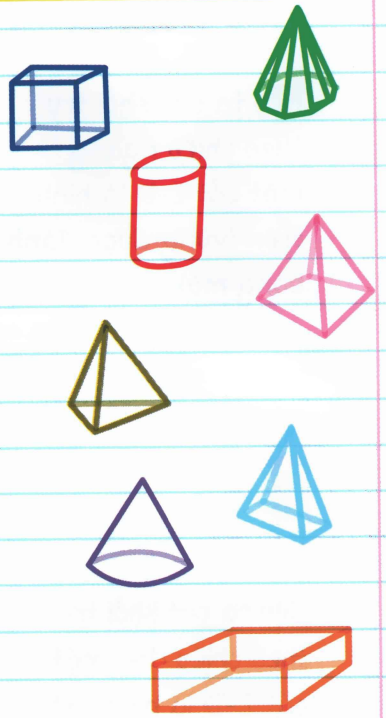


Nếu ta cắt khối trụ theo chiều dọc, mặt cắt 2-D là hình chữ nhật (vùng được đánh bóng mờ).



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ **1** đến **8**, hãy nối các hình với tên của chúng.

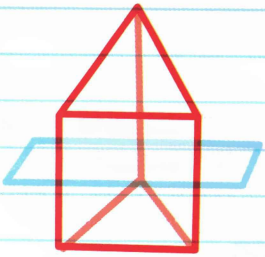


1. Hình lăng trụ chữ nhật
2. Hình lập phương
3. Hình chóp
4. Hình nón
5. Hình trụ
6. Hình chóp chữ nhật
7. Hình chóp 8 mặt
8. Hình chóp tam giác

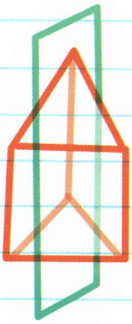
9. Nêu định nghĩa của khối đa diện đều và vẽ ví dụ một khối đa diện đều.

Từ **10** đến **13**, mỗi mặt cắt có hình gì?

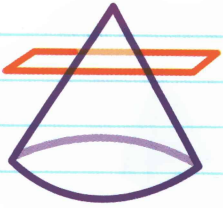
10



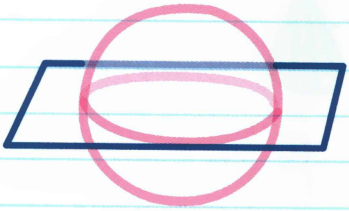
11



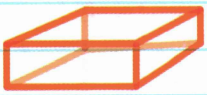
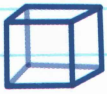
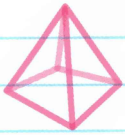
12



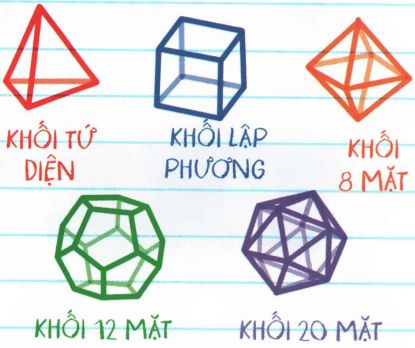
13



KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Hình lăng trụ chữ nhật 
2. Hình lập phương 
3. Hình chóp 
4. Hình nón 
5. Hình trụ 
6. Hình chóp chữ nhật 
7. Hình chóp 8 mặt 
8. Hình chóp tam giác 

9 Một khối tứ diện đều là một khối tứ diện có tất cả các mặt tứ giác giống nhau. Các khối tứ diện đều là:



10 Mặt cắt là hình tam giác



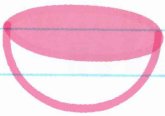
11 Mặt cắt là hình chữ nhật



12 Mặt cắt là hình tròn



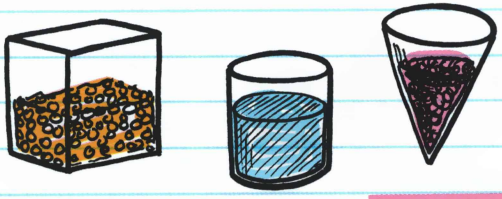
13 Mặt cắt là hình tròn



Chương 47

THỂ TÍCH

THỂ TÍCH của một hình 3-D liên quan đến số lượng đơn vị khối cần thiết để lấp đầy một khối. Hay nói một cách đơn giản hơn, "Cần một lượng bao nhiêu để lấp đầy chỗ này"? Câu trả lời là thể tích.



HÌNH NÓN LÀ NGOẠI LỆ DUY NHẤT...

HÌNH LĂNG TRỤ

Để **TÌM THỂ TÍCH CỦA PHẦN LỚN HÌNH LĂNG TRỤ**, sử dụng công thức:

Thể tích = diện tích đáy x chiều cao của hình lăng trụ

hoặc **V = BH**

Ta có thể dùng chữ B in hoa để kí hiệu diện tích của đáy, và đáp án là đơn vị^3.

MŨ 3 CÓ NGHĨA LÀ "KHỐI" – ĐÓ LÀ LƯỢNG KHỐI CÓ THỂ LẤP ĐẦY BÊN TRONG.

Hình lăng trụ Chữ Nhật

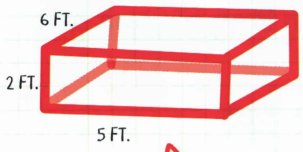
Để **TÌM THỂ TÍCH HÌNH LĂNG TRỤ CHỮ NHẬT**, ta dùng công thức

V = Bh hoặc

V = chiều dài x chiều rộng x chiều cao (V = lwh)

vì trên thực tế, chúng có chung một phương trình.

VÍ DỤ: Tìm thể tích của hình lăng trụ chữ nhật.



Nếu ta dùng công thức V=Bh, đầu tiên, ta phải tìm giá trị của B, hoặc diện tích của mặt đáy hình chữ nhật. (Công thức của diện tích hình chữ nhật là A = l x w.)

B = l x w

B = 5 x 6

B = 30

Bây giờ ta có tất cả thông tin để tìm thể tích:

V=Bh

V = 30 x 2

V = 60 ft^3

Hoặc ta dùng công thức V=lwh, công thức gồm có tất cả các bước!

V = lwh

V = (5)(6)(2)

V = 60 ft^3

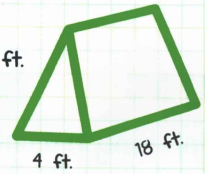
Hình lăng trụ Tam Giác

Tương tự, để tìm **THỂ TÍCH HÌNH LĂNG TRỤ TAM GIÁC**, ta dùng công thức

$V = Bh$ hoặc

$V = \frac{1}{2}$ x đáy x chiều cao x chiều dài $(V = \frac{1}{2}bhl)$

VÍ DỤ: Tìm thể tích của hình lăng trụ tam giác.



$B = \frac{1}{2}bh$

$B = \frac{1}{2}(4)(12)$

$B = 24$

$V = Bh_P$

$V = 24 \times 18$

$V = 432\ ft^3$

$V = \frac{1}{2}bhl$

$V = \frac{1}{2}(4)(12)(18)$

$V = 432\ ft^3$

HÌNH 3-D MÀ KHÔNG PHẢI LÀ HÌNH LĂNG TRỤ

Hình Trụ

Để tìm **THỂ TÍCH HÌNH TRỤ**, ta dùng công thức

$V = Bh$ hoặc

$V = \pi \times \text{bán kính}^2 \times \text{chiều cao}$ $(V = \pi r^2 h)$

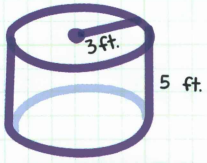
Trong hình trụ, mặt đáy là hình tròn do đó ta dùng công thức tính diện tích hình tròn ($A = \pi r^2$) để tìm diện tích mặt đáy.

VÍ DỤ: Tìm thể tích của hình trụ.

$V = \pi r^2 h$

$V = (3.14)(3^2)(5)$

$V = 141.3 \text{ in}^3$



Hình Nón

Hình nón có một chút khác biệt so với các hình 3-D khác – để tính **THỂ TÍCH HÌNH NÓN**, ta dùng công thức:

$V = \frac{1}{3} \times \text{diện tích cạnh đáy} \times \text{chiều cao}$ $(V = \frac{1}{3} Bh)$

hoặc

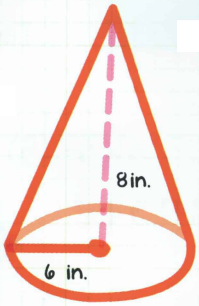
$V = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{bán kính}^2 \times \text{chiều cao}$ $(V = \frac{1}{3} \pi r^2 h)$

Thể tích của ba hình chóp cộng lại tạo thành một hình trụ, đó là lí do tại sao thể tích của hình nón là $\frac{1}{3}$ của diện tích đáy x chiều cao!



Giống như hình trụ, đáy của hình nón là hình tròn, vì vậy ta dùng công thức tính diện tích của hình tròn ($A = \pi r^2$) để tìm diện tích đáy. Gộp công thức lại, ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

VÍ DỤ: Tìm thể tích hình nón. Làm tròn đến số thập phân hàng trăm.



$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3}(\pi)(6^2)(8)$

$V = \frac{1}{3}(3.14)(36)(8)$

$V = 301.44\ in^3$

Hình Chóp

Tương tự, để tính **THỂ TÍCH HÌNH CHÓP**, ta dùng công thức

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

(Giống như hình trụ, thể tích của ba hình chóp cộng lại bằng một hình lăng trụ). Cạnh đáy là hình chữ nhật, vì vậy ta có thể tính với công thức $A = bh$ — hãy cẩn thận để không nhầm lẫn giữa chiều cao của hình chóp với chiều cao của cạnh đáy.

VÍ DỤ: Tìm thể tích hình chóp.

$A = bh$

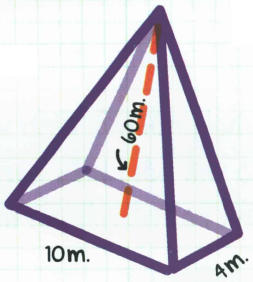
$A = 10(4)$

$A = 40\ m^2$

$V = \frac{1}{3} Bh$

$V = \frac{1}{3} (40)(60)$

$V = 800 m^3$



Hình Cầu

Để tính **THỂ TÍCH HÌNH CẦU**, ta dùng công thức

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Mọi thứ cần là bán kính và sau đó bạn có thể giải. Trong hình cầu, mọi đoạn thẳng từ tâm đến cạnh biên đều là bán kính!

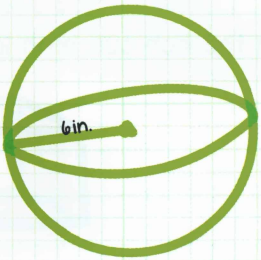
VÍ DỤ: Tìm thể tích của hình cầu.

$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$V = \frac{4}{3} (3.14)(6^3)$

$V = \frac{4}{3} (3.14)(216)$

$V = 904.32\ in^3$



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Từ **1** đến **5**, hãy nối mỗi hình với công thức tính thể tích (mỗi hình có thể nối nhiều hơn một công thức, và nhiều hơn một hình có thể nối với một công thức).

1 HÌNH LĂNG TRỤ CHỮ NHẬT

2 HÌNH NÓN

3 HÌNH CHÓP

4 HÌNH TRỤ

5 HÌNH CẦU

$V = lwh$

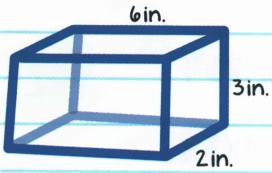
$V = \frac{1}{3}Bh$

$V = \pi r^2 h$

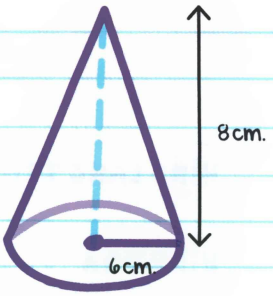
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

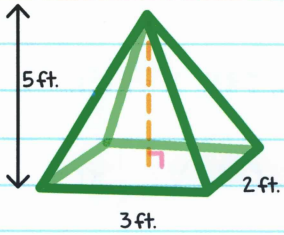
6 Tìm thể tích của hình lăng trụ chữ nhật.



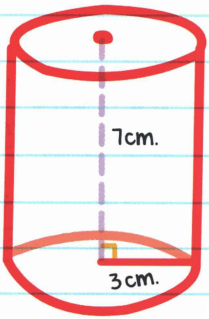
7 Tìm thể tích của hình nón.



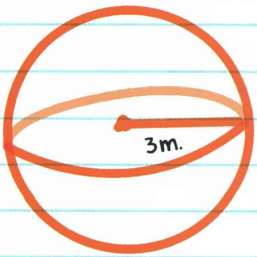
8 Tìm thể tích của hình chóp.



9 Tìm thể tích của hình trụ.



10 Tìm thể tích của hình cầu.



ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. **HÌNH LĂNG TRỤ CHỮ NHẬT** $V = lwh$

2. **HÌNH NÓN** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ hoặc $V = \frac{1}{3}Bh$

3. **HÌNH CHÓP** $V = \frac{1}{3}Bh$

4. **HÌNH TRỤ** $V = \pi r^2 h$

5. **HÌNH CẦU** $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

6. $V = lwh = 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36 \text{ in}^3$

7. $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot (3.14) \cdot 6^2 \cdot 8 = 301.44 \text{ cm}^3$

8. $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot 2) \cdot 5 = 10 \text{ ft}^3$

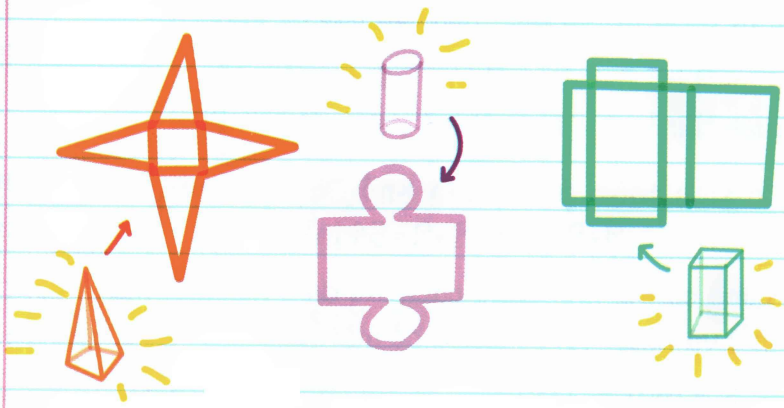
9. $V = \pi r^2 h = (3.14) \cdot (3)^2 \cdot 7 = 197.82 \text{ cm}^3$

10. $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot (3.14) \cdot (3)^3 = 113.04 \text{ m}^3$

Chương 48

DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

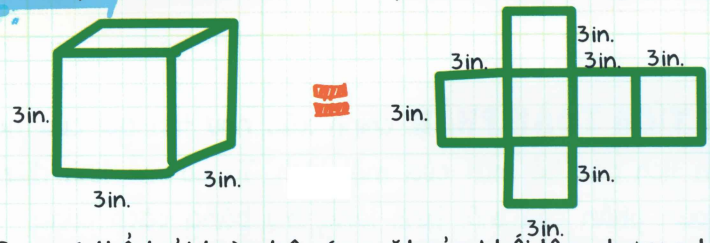
DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN chính xác như tên gọi của nó - diện tích các bề mặt của một hình. Ta có thể tính diện tích toàn phần của một hình lăng trụ bằng cách cộng diện tích của (các) đáy và các mặt cạnh bên. Để tìm diện tích TOÀN PHẦN, dễ nhất là tìm diện tích thực—diện tích thực là những gì bạn thu được khi trải rộng một hình:



DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN của HÌNH KHỐI

Để tìm **DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN CỦA KHỐI LẬP PHƯƠNG**, tính diện tích mỗi mặt của khối và cộng chúng lại với nhau. Mỗi cạnh là một hình vuông, vì vậy sử dụng công thức $A = lw$. Hoặc bởi vì ta biết rằng mỗi cạnh có cùng kích thước, ta tính diện tích của một mặt và nhân nó với 6 bởi vì khối lập phương có 6 mặt.

VÍ DỤ: Tìm diện tích toàn phần của khối lập phương.



Bạn có thể trải toàn bộ các mặt của khối lập phương trên mặt phẳng để nhìn diện tích bề mặt rõ ràng hơn. Vì các cạnh của khối lập phương đều giống nhau, diện tích của mỗi mặt là chiều dài x chiều rộng, trong ví dụ này là $3 \cdot 3 = 9\ in^2$.

Nếu ta cộng tất cả diện tích của các bề mặt:

Trên: $9\ in^2$	Trái: $9\ in^2$	Trước: $9\ in^2$
Dưới: $9\ in^2$	Phải: $9\ in^2$	Sau: $9\ in^2$

Diện tích toàn phần của khối lập phương là:

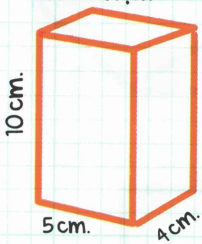
$$9+9+9+9+9+9=54\ in^2$$

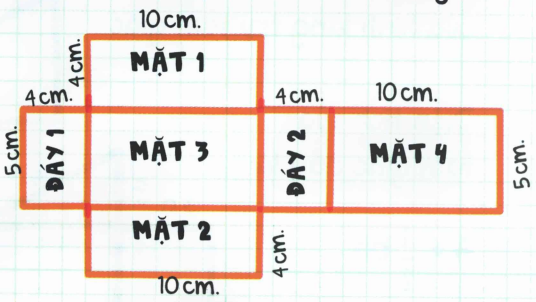
Ta cũng có thể tính bằng cách lấy diện tích một mặt ($9\ in^2$) và nhân với số lượng bề mặt (6).

$9\ in^2 \times 6$ mặt $= 54\ in^2$

Để tìm **DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN CỦA HÌNH LĂNG TRỤ CHỮ NHẬT**, tính diện tích của mỗi mặt và cộng chúng lại với nhau. Mỗi mặt là hình chữ nhật, vì vậy ta có công thức $A = lw$ cho tất cả các mặt.

VÍ DỤ: Tìm diện tích toàn phần của hình lăng trụ chữ nhật.



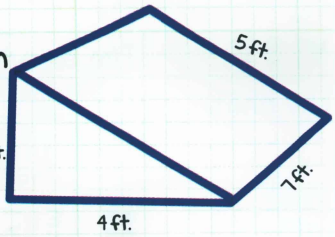


BỀ MẶT	DIỆN TÍCH
Đáy 1	$4 \cdot 5 = 20 cm^2$
Đáy 2	$4.5 = 20 cm^2$
Mặt 1	$4.10 = 40 cm^2$
Mặt 2	$4.10 = 50 cm^2$
Mặt 3	$5.10 = 50 cm^2$
Mặt 4	$5.10 = 50 cm^2$
Diện tích toàn phần = đáy + đáy + mặt + mặt + mặt + mặt	$20 + 20 + 40 + 40 + 50 + 50 = 220 cm^2$

Để tìm **DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN HÌNH LĂNG TRỤ TAM GIÁC**, tương tự, ta dễ dàng tính được diện tích của mỗi mặt và cộng chúng lại với nhau. Khi bạn "trải rộng" khối tam giác trên mặt phẳng, diện tích mặt bên có hình chữ nhật, vì vậy sử dụng công thức tính diện tích hình chữ nhật

($A = lw$). Cạnh đáy là tam giác, vì vậy sử dụng công thức tính diện tích tam giác ($A = \frac{1}{2}bh$). Cuối cùng cộng tất cả diện tích lại với nhau.

VÍ DỤ: Tìm diện tích toàn phần của hình lăng trụ tam giác.

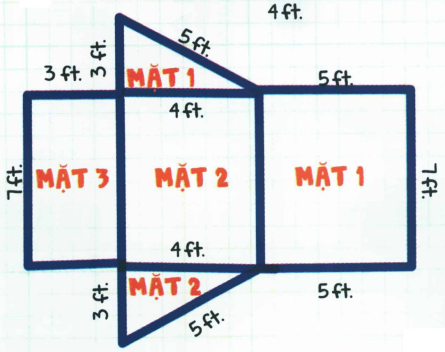


Diện tích của tam giác đáy là:

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$A = \frac{1}{2}(4)(3)$$

$$A = 6\ ft^2$$



Diện tích mỗi mặt hình chữ nhật:

MẶT 1:	MẶT 2:	MẶT 3:
$A = lw$	$A = lw$	$A = lw$
$A = 5 \times 7$	$A = 4 \times 7$	$A = 3 \times 7$
$A = 35$	$A = 28$	$A = 21$

Diện tích toàn phần = đáy + đáy + mặt + mặt + mặt

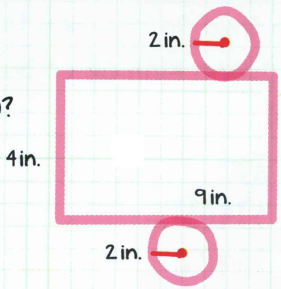
Diện tích toàn phần = $6 + 6 + 35 + 28 + 21 = 96\ ft^2$

DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN của CÁC HÌNH KHÔNG PHẢI HÌNH LĂNG TRỤ

Để tìm DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN CỦA HÌNH TRỤ, tính diện tích của mỗi mặt và cộng chúng lại. Khi bạn "trải rộng" hình trụ, diện tích mặt bên là hình chữ nhật, vì vậy bạn sử dụng công thức tính diện tích hình chữ nhật ($A=lw$). Mặt đáy là hình tròn, vì vậy bạn sử dụng công thức tính diện tích hình tròn ($A=\pi r^2$). Cuối cùng, cộng tất cả các diện tích lại với nhau, như dưới đây:

diện tích toàn phần=
diện tích hình chữ nhật + diện tích hình tròn trên +
diện tích hình tròn dưới

VÍ DỤ: Rex muốn tính diện tích toàn phần của hình trụ. Anh ấy đã biết diện tích của hình chữ nhật là 36 in^2. Nếu bán kính của mỗi mặt đáy là 2 in, vậy diện tích toàn phần của hình trụ là bao nhiêu?



$A = 36 + \pi r^2 + \pi r^2$

$A = 36 + (3.14) \cdot 2^2 + (3.14) \cdot 2^2$

$A = 61.12 \text{ in}^2$

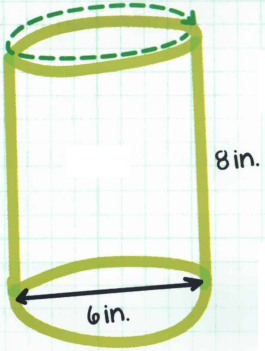
Đôi khi, ta không biết tất cả các kích thước mà ta cần. Nhưng đó không phải vấn đề - ta có thể **SUY RA** (chính xác) tất cả các kích thước ta cần từ đường kính và chiều cao của hình trụ.

VÍ DỤ: Tìm diện tích toàn phần của hình trụ.

Đầu tiên, hãy tính diện tích của mặt bên hình chữ nhật với $A = l \times w$. Chiều rộng của diện tích mặt bên chữ nhật không có, nhưng chiều rộng bằng với chu vi của mặt đáy, và chúng ta có thể tìm ra bằng cách sử dụng công thức tính chu vi ($C = \pi d$).

C= CHIỀU RỘNG CỦA HÌNH MẶT BÊN

$C = \pi d$
$C = (3.14)(6)$
$C = 18.84$ inch



Giờ ta có thể tìm diện tích của mặt bên hình chữ nhật:

$A = l \times w$
$A = 8 \times 18.84$
$A = 150.72 \text{ in}^2$

Tiếp theo, ta tìm diện tích của cạnh đáy (dễ dàng chia đôi đường kính để có bán kính: một nửa của 6 inch là 3 inch).

$A = \pi r^2$
$A = 3.14(3^2)$
$A = 3.14(9)$
$A = 28.26 \text{ in}^2$

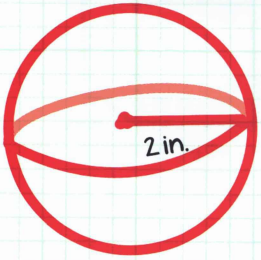
Cuối cùng, cộng tất cả bề mặt của cả mặt đáy và mặt cạnh bên:

Diện tích toàn phần = $28.26 + 28.26 + 150.72 = 207.24 \text{ in}^2$

DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN HÌNH CẦU rất dễ dàng để tính được. Nếu ta biết chiều dài của bán kính là gì, diện tích toàn phần là

$$A = 4\pi r^2$$

VÍ DỤ: Tìm diện tích toàn phần của hình cầu:



$A = 4\pi r^2$

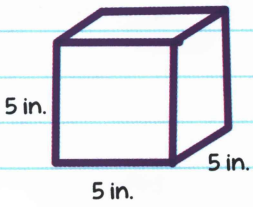
$A = 4\ (3.14)\ (2)^2$

$A = 50.24\ in^2$

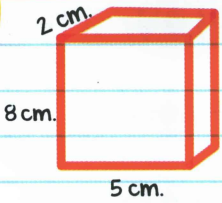
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Tìm diện tích toàn phần của mỗi hình sau.

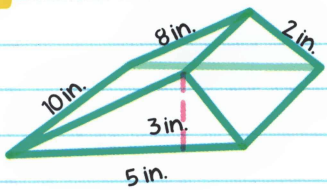
1



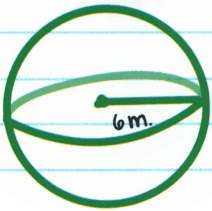
2



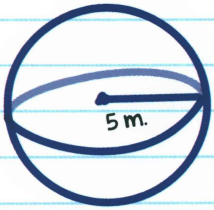
3



4



5



6 Susie có một quả bóng cao su nhỏ với bán kính 3 inch. Nếu cô ấy muốn vẽ toàn bộ bề mặt của quả bóng, cô ấy sẽ sử dụng bao nhiêu sơn?

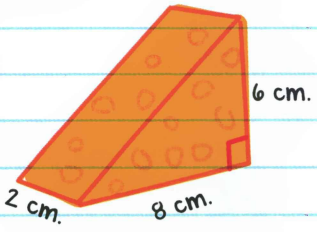
7 Susie bơm một ít không khí vào quả bóng và tăng bán kính thêm 1 in. Nếu cô ấy muốn sơn toàn bộ bề mặt của quả bóng thành một màu khác, cô ấy sẽ sử dụng bao nhiêu sơn?

8 Myles có một hộp các tông và muốn tìm ra diện tích toàn phần. Chiều dài là 6 in, chiều cao là 4 in và chiều rộng là 8 in. Diện tích toàn phần của hộp là gì?

9 Sarah muốn làm lon súp có hình trụ. Nếu cái lon cao 7 in và có bán kính 3 in thì cô nên sử dụng bao nhiêu vật liệu để làm cái lon?

10 Lance có một góc phô mai và biết chắc chắn kích thước của các phần của góc phô mai. Diện tích toàn phần của góc phô mai là bao nhiêu?

GHI CHÚ: Bạn cần sử dụng định lý Py-ta-go để tìm cạnh còn thiếu.



KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $A = 6 \times 5^2 = 150\ ft^2$

2. $A = 2(2 \cdot 5) + 2(2 \cdot 8) + 2(8 \cdot 5) = 132\ cm^2$

3. $A = 2(\frac{1}{2}Bh) + Bh + Bh + Bh$

   $= 2(\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3) + 2 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 165\ in^2$

4. $A = 4\pi r^2 = 4 \cdot (3.14) \cdot 36 = 452.16\ m^2$

5. $A = 4\pi r^2 = 4 \cdot (3.14) \cdot 25 = 314\ m^2$

6. $113.04\ in^2$

7. $200.96\ in^2$

8. $208\ in^2$

9. $188.4\ in^2$

10. Cạnh còn thiếu là 10 cm. Do đó diện tích toàn phần là $96\ cm^2$.



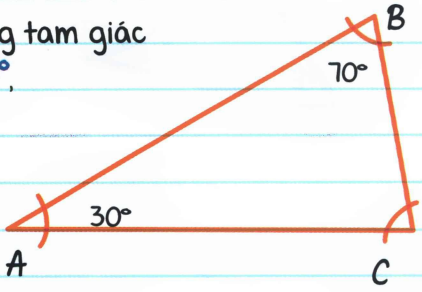
Chương 49

GÓC, TAM GIÁC VÀ ĐƯỜNG NẰM NGANG

GÓC TRONG

Ta đều biết rằng, tam giác có ba cạnh và ba góc. Một trong các tính chất đặc biệt của tam giác là tổng của ba góc trong luôn bằng 180°. Luôn luôn!

VÍ DỤ: Trong △ABC, ∠A bằng 30° và ∠B bằng 70°. ∠C bằng bao nhiêu?



Vì ta biết các góc trong tam giác luôn có tổng bằng 180°,

$A + B + C = 180$
$30 + 70 + C = 180$
$100 + C = 180$
$C = 80$

Do đó, ∠C bằng 80°.

VÍ DỤ: Trong $\triangle JKL$, $\angle J$ bằng 45° và $\angle L$ bằng 45°. $\angle K$ bằng bao nhiêu?

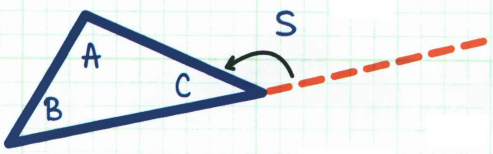
Vì ta biết các góc trong tam giác luôn có tổng bằng 180°,

$J + K + L = 180$
$45 + K + 45 = 180$
$K = 90$

Do đó, $\angle K$ bằng 90°.

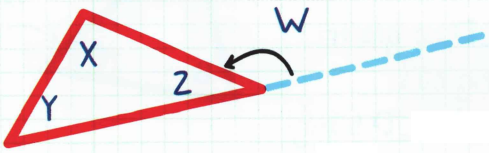
GÓC NGOÀI

Ta biết rằng tam giác có ba góc trong. Nhưng tam giác cũng có **GÓC NGOÀI** – góc ở bên ngoài của tam giác. Trong $\triangle ABC$ phía dưới, $\angle S$ là một trong các góc ngoài.



Góc C và S là các góc bù nhau, do đó $C + S = 180^\circ$.

VÍ DỤ: Trong hình dưới, $\angle X$ bằng 100° và $\angle Y$ bằng 50°. $\angle W$ bằng bao nhiêu?



Ta phải tìm giá trị của $\angle Z$.

. Vì cả ba góc cộng vào bằng 180°,

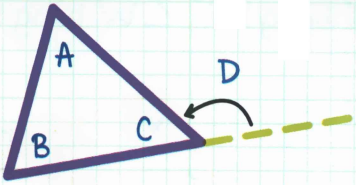
$$X + Y + Z = 180$$
$$100 + 50 + Z = 180$$
$$Z = 30$$

$\angle W$ là góc ngoài của góc $\angle Z$, do đó góc Z và W bù nhau.

$$Z + W = 180^\circ$$
$$30 + W = 180^\circ$$
$$W = 150^\circ$$

Cần chú ý vấn đề nào phía trên không? Số đo của một góc bên ngoài có cùng giá trị với tổng của hai góc bên trong còn lại!

VÍ DỤ: Trong hình dưới, $\angle A$ bằng $55°$ và $\angle B$ bằng $43°$. $\angle D$ bằng bao nhiêu?

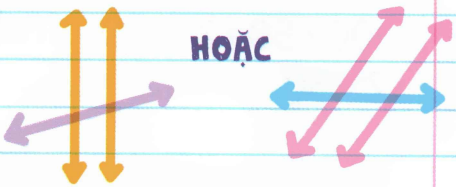


Bởi vì $\angle D$ có giá trị bằng tổng của góc A và B, $\angle D$ bằng:

$55 + 43 = 98°$.

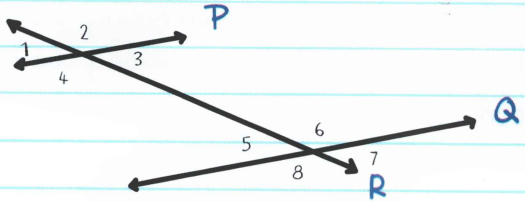
ĐƯỜNG NẰM NGANG

Đường nằm ngang là đường thẳng cắt qua hai đường thẳng song song, ví dụ :



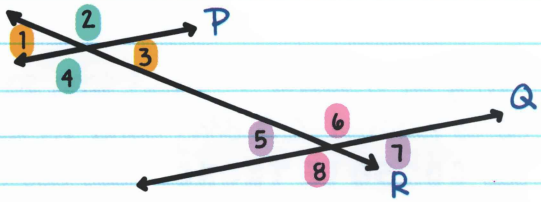
Như ta có thể thấy, một đường nằm ngang tạo nên 8 góc. Nhưng bằng cách nghiên cứu các góc, chúng ta có thể thấy rằng nhiều góc đồng dạng!

Trong hình phía dưới, đường R là một đường nằm ngang cắt qua đường P và Q, hai đường song song với nhau.



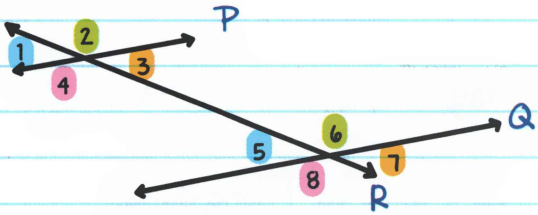
Ta biết rằng, $\angle 1$ đồng dạng với $\angle 3$ vì chúng là hai góc đối đỉnh. Với cùng lý do đó, ta biết các góc dưới đây cũng đồng dạng với nhau:

$\angle 2 = \angle 4$
$\angle 5 = \angle 7$
$\angle 6 = \angle 8$



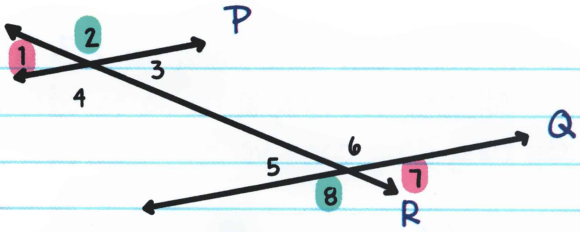
Nhưng ta còn biết gì nữa? Vì P và Q song song với nhau, đường nằm ngang tạo nên **GÓC ĐỒNG VỊ**-các góc có cùng vị trí tương quan với đường nằm ngang và đồng dạng. Do đó, các góc đồng vị dưới đây tương đương:

$\angle 1 = \angle 5$
$\angle 2 = \angle 6$
$\angle 3 = \angle 7$
$\angle 4 = \angle 8$



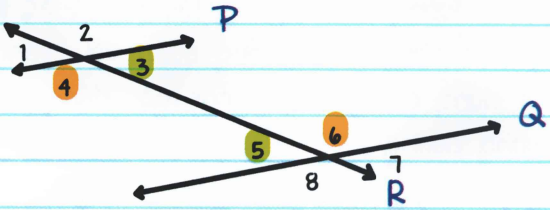
Hơn nữa, bởi vì P và Q song song với nhau và được cắt bởi đường nằm ngang, điều đó có nghĩa là $\angle 1$ đồng dạng với $\angle 7$ vì chúng là **GÓC SO LE NGOÀI**. Góc so le ngoài là đối đỉnh qua đường nằm ngang và nằm phía bên ngoài đường thẳng song song. Do đó, các góc so le ngoài dưới đây đồng dạng với nhau:

$\angle 1 = \angle 7$
$\angle 2 = \angle 8$



Tương tự, vì đường P và Q song song với nhau, điều đó có nghĩa là $\angle 3$ đồng dạng với $\angle 5$ bởi vì chúng là các **GÓC SO LE TRONG** - các góc đối diện qua đường nằm ngang và nằm phía bên trong đường song song. Tương tự, $\angle 4$ đồng dạng $\angle 6$

$\angle 4 = \angle 6$
$\angle 3 = \angle 5$



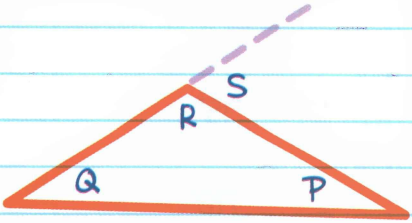
Vì Vậy, tổng hợp tất cả ta có:

$\angle 1, 3, 5,$ và 7 đồng dạng.
$\angle 2, 4, 6,$ và 8 đồng dạng.

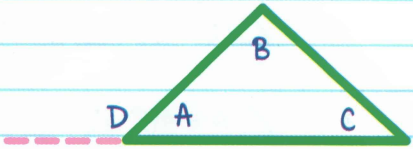
Điều ngược lại vẫn đúng: Nếu bạn không biết hai đường thẳng có song song với nhau hay không – hãy nhìn vào góc so le trong và góc so le ngoài. Nếu chúng đồng dạng, thì hai đường song song.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Trong $\triangle PQR$, $\angle Q = 75°$ và $\angle R = 10°$. $\angle P$ bằng bao nhiêu?



2 Trong $\triangle ABC$, $\angle A = 5°$ và $\angle C = 5°$. $\angle B$ bằng bao nhiêu?

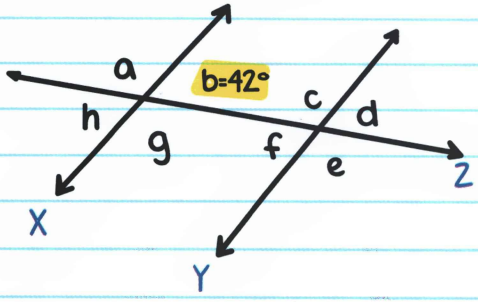


3 Trong $\triangle PQR$ phía trên, $\angle P = 20°$ và $\angle R = 137°$. $\angle Q$ và $\angle S$ bằng bao nhiêu?

4 Trong $\triangle ABC$, $\angle B = 89°$ và $\angle C = 43°$. $\angle A$ và $\angle D$ bằng bao nhiêu??

5 Trong hình dưới, đường X song song với đường Y. Nếu $\angle b$ là 42°, xác định mỗi góc dưới đây:

(i) $\angle a$ =
(ii) $\angle g$ =
(iii) $\angle h$ =
(iv) $\angle c$ =
(v) $\angle d$ =
(vi) $\angle e$ =



ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. $95°$

2. $170°$

3. $\angle Q = 23°, \angle S = 43°$

4. $\angle A = 48°, \angle D = 132°$

5. (i) $\angle a = 138°$
   (ii) $\angle g = 138°$
   (iii) $\angle h = 42°$
   (iv) $\angle c = 138°$
   (v) $\angle d = 42°$
   (vi) $\angle e = 138°$

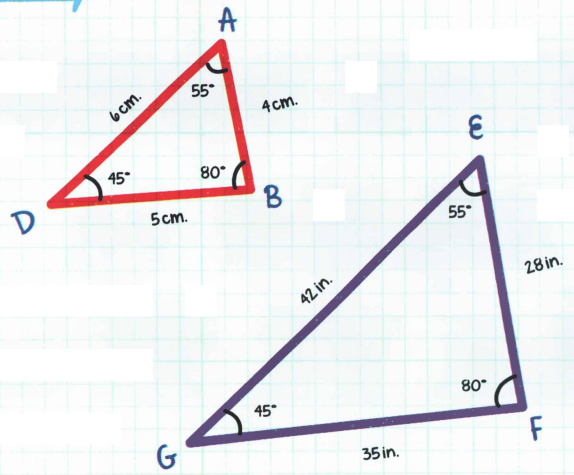
Chương 50

HÌNH ĐỒNG DẠNG VÀ BẢN VẼ TỈ LỆ

HÌNH ĐỒNG DẠNG là các hình có chung hình dạng, nhưng không nhất thiết phải cùng kích thước. Hình đồng dạng có các góc so le (góc có cùng vị trí tương quan ở mỗi hình) đồng dạng (kích thước bằng nhau). Hình đồng dạng cũng có các cạnh so le (các cạnh có cùng vị trí tương quan ở mỗi hình) tỉ lệ về kích thước (khi một phần của hình thay đổi, tất cả các phần còn lại của hình thay đổi).

Kí hiệu của hình đồng dạng là ~.

VÍ DỤ: $\triangle ABD \sim \triangle EFG$



Các góc tương ứng bằng nhau vì chúng đồng dạng...

$\angle A \cong \angle E$

$\angle B \cong \angle F$

$\angle D \cong \angle G$

... và các cạnh tương ứng của chúng tỉ lệ về kích thước!

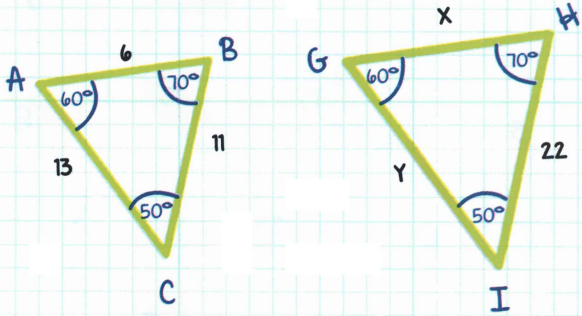
$EF = 7 \cdot AB$

$EG = 7 \cdot AD$

$FG = 7 \cdot BD$

Nếu ta biết hai hình đồng dạng, ta có thể sử dụng tính tỉ lệ thức để tìm độ dài còn thiếu.

VÍ DỤ: $\triangle ABC \sim \triangle GHI$. Tìm độ dài còn thiếu của x và y.



Vì hai tam giác đồng dạng, các cạnh tương ứng tỉ lệ về kích thước. Bắt đầu với một cặp cạnh đã biết kích thước và tìm tỷ lệ kích thước tương ứng còn thiếu ở tam giác còn lại.

$$\frac{BC}{AB} = \frac{HI}{GH}$$

$$\frac{11}{6} = \frac{22}{x}$$

$$11x = 132$$

$$x = 12$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{HI}{GI}$$

$$\frac{11}{13} = \frac{22}{y}$$

$$11y = 286$$

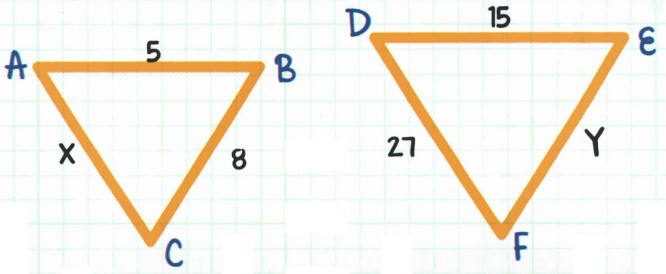
$$y = 26$$

SỬ DỤNG NHÂN CHÉO ĐỂ TÌM SỐ ĐẠI LƯỢNG CÒN THIẾU

Nếu ta biết hai hình đồng dạng, sau đó ta có thể dùng tỉ lệ thức để tìm độ dài còn thiếu ở CẢ HAI hình.

VÍ DỤ: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Tìm độ dài còn thiếu của x và y.



$$\frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{15}{27} = \frac{5}{x}$$

$$15x = 135$$

$$x = 9$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

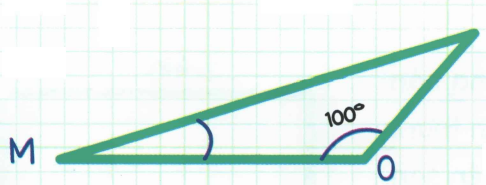
$$\frac{5}{8} = \frac{15}{y}$$

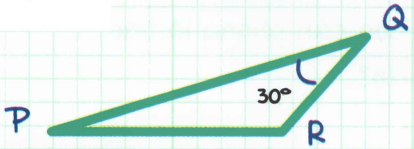
$$5y = 120$$

$$y = 24$$

Ta cũng có thể sử dụng tỉ lệ thức cho các hình đồng dạng để tìm góc còn thiếu.

VÍ DỤ: $\triangle MNO \sim \triangle PQR$. Tìm $\angle M$ còn thiếu.





Vì hai tam giác đồng dạng, các góc tương ứng cũng đồng dạng.

Do đó: $\angle N \cong \angle Q = 30°$ and $\angle O \cong \angle R = 100°$.

Vì tổng các góc trong tam giác bằng $180°$:

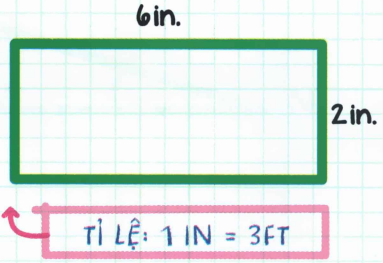
$\angle M + \angle N + \angle O = 180°$

$\angle M + 30° + 100° = 180°$

$\angle M = 50°$

BẢN VẼ TỈ LỆ là bản vẽ giống với một vật thật (hoặc một địa điểm) - được làm với kích thước lớn hơn hoặc nhỏ hơn. **TỈ LỆ** là tỉ lệ độ dài của bản vẽ so với độ dài thật.

VÍ DỤ: Trong bản vẽ tỉ lệ này, 1 inch tương ứng với 3 feet trên sàn. Chu vi và diện tích thực tế của căn phòng là bao nhiêu?



Bởi vì 1 inch tương ứng với 3 feet sàn nhà, chiều dài là:

$$\frac{1 \text{ inch}}{3 \text{ feet}} = \frac{6 \text{ inches}}{x \text{ feet}}$$

Chiều dài là 18 feet.

Bởi vì 1 inch tương ứng với 3 feet sàn nhà, chiều rộng là:

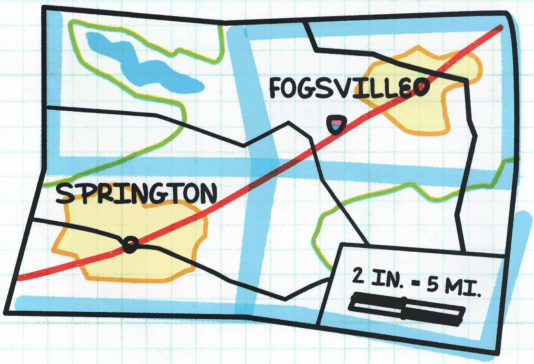
$$\frac{1 \text{ inch}}{3 \text{ feet}} = \frac{2 \text{ inches}}{x \text{ feet}}$$

Chiều rộng là 6 feet.

Chu vi thực tế là: $18 + 6 + 18 + 6 = 48$ feet.
Diện tích thực tế là: $18 \times 6 = 108 \text{ ft}^2$.

Bạn thường thấy bản vẽ tỉ lệ ở đâu? **BẢN ĐỒ!** Chúng là một trong những lĩnh vực phổ biến nhất mà tỉ lệ được sử dụng!

VÍ DỤ: Một bản đồ miêu tả con đường giữa các thành phố Springton và Fogsville. Chú thích của bản đồ là 2 inch tương ứng với 5 dặm. Nếu khoảng cách trên bản đồ giữa Springton và Fogsville là 7 inch thì khoảng cách thực sự là bao nhiêu?

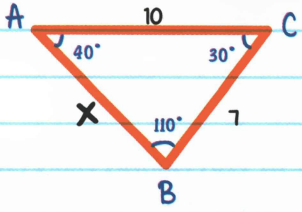


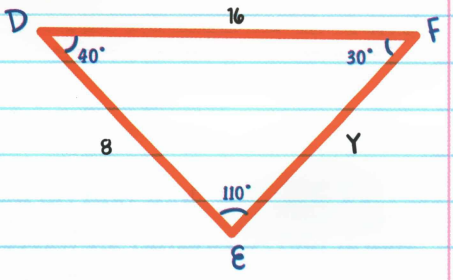
Lập tỉ lệ thức:

$$\frac{2 \text{ inches}}{5 \text{ dặm}} = \frac{7 \text{ inches}}{x \text{ dặm}}$$

Do đó, khoảng cách thực sự là 17.5 dặm.

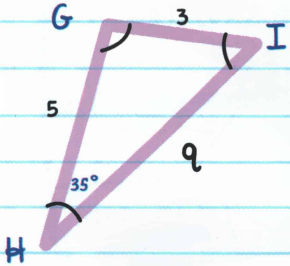
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

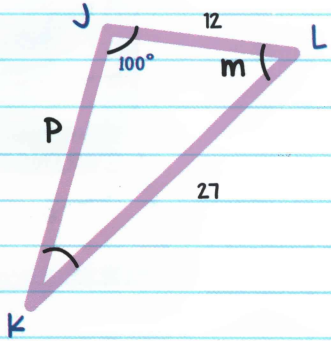




1 Trong hình trên, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Tìm x

2 Sử dụng hình trên, tìm y





3 Sử dụng hình trên, $\triangle GHI \sim \triangle JKL$. Tìm m.

4 Sử dụng hình trên, tìm p.

5 Sử dụng hình trên, tìm q.

6 Paul đọc trên một bản đồ mà 1 in tương ứng với 7 dặm. Anh ta đo khoảng cách giữa hai điểm là 8,5 inch. Khoảng cách thực sự là bao nhiêu?

7 Một bản đồ cho biết 4 cm tương ứng với 10 km. Khoảng cách thực của 18 cm trên bản đồ là bao nhiêu?

8 Mark đang vẽ bản đồ của phòng anh ấy. Phòng anh ấy dài 15 feet. Anh ấy muốn 1 in tương ứng với 5 feet. Chiều dài của căn phòng trên bản đồ là bao nhiêu?

9 Khoảng cách giữa Appleville và Tanwood là 350 dặm. Joe muốn vẽ một bản đồ, với 1 cm tương ứng với 7 dặm. Độ dài giữa Appleville và Tanwood trên bản đồ là bao nhiêu?

10 Một bản đồ cho biết 4 in tương ứng với 10 feet. Một chiếc chuồng ngựa trên bản đồ dài 6 in với chiều rộng 12 in. Chu vi thực của chiếc chuồng là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. 5
2. 11.2
3. 45°
4. 20
5. 6.75
6. 59.5 dặm
7. 45 km
8. 3 inch
9. 50 cm
10. 15 + 30 + 15 + 30 = 90 feet

PHẦN 5

Thống kê và xác suất

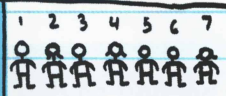
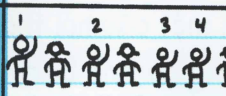
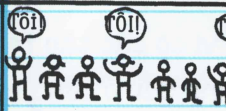
Chương 51

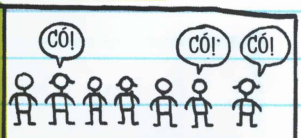
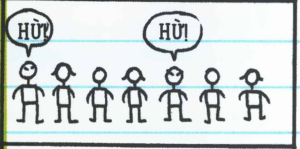
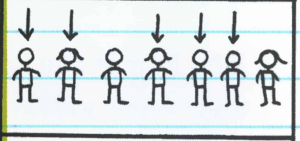
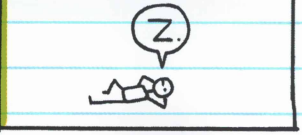
Thống Kê và xác suất

THỐNG KÊ là nghiên cứu về số liệu. **SỐ LIỆU** là một tập hợp các dữ liệu thực tế - đôi khi các dữ liệu này xuất hiện dưới dạng số, dạng từ hoặc bằng mô tả. Có hai loại số liệu:

DỮ LIỆU ĐỊNH LƯỢNG
Thông tin được đưa ra bằng số. Thông thường đây là thông tin bạn có thể đếm hoặc đo.

DỮ LIỆU ĐỊNH TÍNH
Thông tin được đưa ra bằng cách mô tả một thứ gì đó. Thông thường đây là thông tin mà bạn có thể quan sát, chẳng hạn như ngoại hình, kết cấu, mùi, vị, vân vân.

Dữ Liệu Định Lượng	
Số lượng học sinh trong lớp của bạn	
Số lượng học sinh nam trong lớp	
Số lượng học sinh nữ trong lớp	
Có bao nhiêu học sinh đạt điểm A	
Có bao nhiêu học sinh bị ốm?	

Dữ Liệu Định Tính	
Các học sinh có thích lớp học không?	
Có phải các học sinh đều thân thiện?	
Các học sinh có chú ý không?	
Các học sinh có đang tỉnh táo không?	

Thống kê giúp chúng ta thu thập, giải thích, tổng kết và trình bày dữ liệu.

THU THẬP DỮ LIỆU

Câu hỏi thống kê là gì? Một **CÂU HỎI THỐNG KÊ** là câu hỏi dự đoán nhiều câu trả lời khác nhau. Các câu trả lời khác nhau này có **TÍNH BIẾN THIÊN**, mô tả mức độ mở rộng hoặc thu gọn của một bộ dữ liệu.

SUY LUẬN: "Có bao nhiêu câu trả lời có khả năng xảy ra?" Nếu chỉ có 1, thì đó không phải là một câu hỏi thống kê. Nếu nhiều hơn 1, đó là câu hỏi thống kê.

XEM XÉT 2 CÂU HỎI SAU:

1. Tôi bao nhiêu tuổi? Câu hỏi này có duy nhất một câu trả lời. Đây không phải một câu hỏi thống kê bởi vì câu trả lời không đổi (không có tính biến thiên).

2. Các học sinh trong trường bao nhiêu tuổi? Đây là một câu hỏi thống kê bởi vì có các câu trả lời khác nhau. Không phải mọi học sinh đều ở cùng một độ tuổi, vì thế câu trả lời sẽ khác nhau (có tính biến thiên).

VÍ DỤ: Câu dưới đây có phải là câu hỏi thống kê không?

Số điện thoại của bạn là gì? **KHÔNG PHẢI** — Không có tính biến thiên.

Mỗi gia đình ở khu phố của bạn sở hữu bao nhiêu tivi? **PHẢI** — Các câu trả lời khác nhau.

Chiếc bánh ham-bơ-gơ cuối cùng của bạn bao nhiêu tiền? **KHÔNG PHẢI** — Chỉ có một câu trả lời.

Mỗi học sinh ở trường bạn có bao nhiêu anh chị em? **PHẢI** — Câu trả lời khác nhau.

Các câu trả lời cho một câu hỏi thống kê là "mở rộng" và có thể khác nhau — vì vậy có **TÍNH BIẾN THIÊN CAO** và **TÍNH BIẾN THIÊN THẤP**.

VÍ DỤ:

Những người mua sắm ở trung tâm thương mại thường ở độ tuổi nào? Câu trả lời sẽ rất đa dạng, vì thế câu hỏi này có tính biến thiên cao.

Các học sinh lớp 7 bao nhiêu tuổi? Câu trả lời sẽ tập trung ở một hoặc hai năm. Bởi vì câu trả lời không khác nhau nhiều nên câu hỏi này có tính biến thiên thấp.

Tại sao dữ liệu và thống kê lại quan trọng?

1. Dữ liệu và thống kê giúp chúng ta xác định các vấn đề trên thế giới.
2. Cung cấp các bằng chứng khi chúng ta muốn đưa ra luận điểm trong bài thuyết trình hoặc thảo luận.
3. Giúp chúng ta đưa ra quyết định sáng suốt cho tương lai.

VÍ DỤ: Tôi nên đi học đại học hay không?

Thống kê cho tôi biết rằng vào năm 2012, mức lương trung bình cho sinh viên tốt nghiệp đại học là $46,900 mỗi năm, trong khi mức lương trung bình cho học sinh tốt nghiệp cấp ba là $29,960. Vì thế, tôi nên đi học đại học!

LẤY MẪU

LẤY MẪU là khi chúng ta lấy một phần nhỏ của một nhóm lớn để ước tính các đặc điểm về toàn bộ nhóm đó. Ví dụ, một nhóm gồm một nghìn người, và chúng ta muốn tìm ra có bao nhiêu người trong số họ yêu thích môn toán. Sẽ mất **RẤT NHIỀU** thời gian để hỏi hết một nghìn người! Thay vào đó, chúng ta chỉ phỏng vấn một phần của nhóm đó và sử dụng kết quả đó để đưa ra một kết luận gần đúng về toàn bộ nhóm. Nói cách khác, chúng ta lấy một mẫu! Một mẫu đại diện cho toàn bộ nhóm.

Tất nhiên, điều quan trọng là chắc chắn rằng mẫu của bạn đủ tốt để đại diện cho toàn bộ nhóm. Ví dụ, bạn biết rằng trường của bạn có 100 học sinh, có rất nhiều học sinh nam và học sinh nữ. Bạn chọn ngẫu nhiên 20 người và phát hiện trong mẫu đó có 19 bạn nữ và 1 bạn nam. Nhiều khả năng đây không phải là mẫu đúng bởi vì mẫu của bạn không phải là đại diện thực sự cho toàn trường.

VÍ DỤ: Một nghìn người làm việc trong một nhà máy. Bạn muốn tìm ra có bao nhiêu người thuận tay trái, vì vậy bạn hỏi 20 người nếu họ thuận tay trái hoặc tay phải. Trong số 20 người đó, duy nhất có 3 người thuận tay trái. (Khoảng bao nhiêu người thuận tay trái làm việc ở nhà máy?)

Bởi vì có 3 người thuận tay trái trong số 20 người.

Điều này có nghĩa rằng $\frac{3}{20}$ là mẫu của thuận tay trái.

Vì vậy, chúng ta có thể nhân số này với 1,000 người:

$1{,}000 \times \frac{3}{20} = 150$

BẠN CÓ THỂ THIẾT LẬP MỘT TỈ LỆ THỨC ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN NÀY:

$$\frac{3}{20} = \frac{L}{1{,}000}$$

Ước tính có 150 người thuận tay trái.

VÍ DỤ: Trường của Jimmy có 520 học sinh. Jimmy muốn biết có bao nhiêu học sinh chơi bóng đá. Anh ấy đã hỏi 60 bạn cùng lớp và tìm ra có 8 người thích chơi bóng đá. Ước tính có bao nhiêu học sinh chơi bóng đá ở trường của anh ấy?

Bởi vì 8 trong số 60 học sinh chơi bóng đá, có nghĩa rằng

$\frac{8}{60} = \frac{2}{15}$ là mẫu của người chơi bóng đá.

Nhân số này với 520 học sinh:

$520 \times \frac{2}{15} = 69.33$

Vì thế, chúng ta có thể ước tính có 69 học sinh chơi bóng đá.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Xem xét các câu hỏi dưới đây, đâu là câu hỏi về dữ liệu định lượng hoặc dữ liệu định tính.

(A) Có bao nhiêu học sinh nam ở trường học?

(B) Bạn thích vị kem nào?

(C) Mọi người đang mặc áo sơ mi màu gì?

(D) Có bao nhiêu học sinh thích trò chơi điện tử?

2 Xem xét các câu hỏi dưới đây, đâu là câu hỏi thống kê?

(A) Gia đình bạn có bao nhiêu ô tô?

(B) Bạn làm bài tập về nhà mất bao lâu?

(C) Bạn đã xem tivi hôm qua à?

(D) Chiều cao trung bình của học sinh khối bạn là bao nhiêu?

3 Xem xét các câu dưới đây là biến thiên cao hay biến thiên thấp?

(A) Mọi người chi trả bao nhiêu cho thức ăn của họ ở nhà hàng?

(B) Bạn sử dụng bao nhiêu điện thoại di động?

(C) Mỗi học sinh trong lớp bạn đạt bao nhiêu điểm trong bài thi môn toán vừa qua?

(D) Có bao nhiêu phòng tắm ở nhà bạn?

4 Lớp Janet có 30 học sinh. 18 trong số đó là con gái. Trong toàn bộ 500 học sinh ở trường cô ấy, ước tính có bao nhiêu học sinh là con gái?

5 John bơi 2.5 dặm và thấy 12 con cá. Nếu John bơi tổng 8 dặm, ước tính trung bình John thấy bao nhiêu con cá?

6 Susan chơi bóng rổ trong 8 phút và được 14 điểm. Nếu bạn ấy chơi trong tổng 21 phút, ước tính Susan sẽ được bao nhiêu điểm?

7 Larry muốn đoán có bao nhiêu viên bi trong chiếc hộp cao 18 inch. Anh ấy tính rằng có 32 viên bi có chiều cao 5 inch. Ước tính có bao nhiêu viên bi trong hộp?

8 Có 140 ô tô ở bãi đỗ xe. Bob trông 15 ô tô và nhận thấy có 2 trong số đó là màu xám. Ước tính có bao nhiêu ô tô trong bãi đỗ xe có màu xám?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. (A) Định lượng
   (B) Định tính
   (C) Định tính
   (D) Định lượng

2. (A) Không phải câu hỏi thống kê
   (B) Là câu hỏi thống kê
   (C) Không phải câu hỏi thống kê
   (D) Là câu hỏi thống kê

3. (A) Biến thiên cao
   (B) Biến thiên thấp
   (C) Biến thiên cao
   (D) Biến thiên thấp

4. Khoảng 300 bạn nữ

5. Khoảng 38.4 (hoặc 38) con cá

6. Khoảng 36.75 (hoặc 37) điểm

7. Khoảng 115.2 (hoặc 115) viên bi

8. Khoảng 18.66 (hoặc 19) ô tô

Chương 52

GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH VÀ GIÁ TRỊ BIẾN THIÊN

Sau khi câu hỏi thống kê được đưa ra, chúng ta sẽ thu thập toàn bộ dữ liệu. Toàn bộ số liệu trong dữ liệu được gọi là **TẬP HỢP**. Khi chúng ta có tập hợp, chúng ta sẽ phải mô tả và phân tích dữ liệu.

SỐ BÌNH QUÂN

Một công cụ chúng ta có thể sử dụng với bộ dữ liệu của mình đó là **SỐ BÌNH QUÂN**. Số bình quân là một số đơn tổng kết toàn bộ giá trị bộ dữ liệu. Điều này dễ hiểu hơn là cố gắng biểu thị toàn bộ dữ liệu.

VÍ DỤ: Điểm trung bình các môn (GPA) là một số bình quân cho toàn bộ điểm của tôi.

Có ba số bình quân thông dụng, đó là:

1. **GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH** (cũng được gọi là **TRUNG BÌNH CỘNG**) là giá trị trung bình của một tập hợp số. Để tính giá trị trung bình, cộng tất cả các số, sau đó chia cho tổng các số đó.

VÍ DỤ: Ta khảo sát 5 khu nhà đất trong thành phố để xem mỗi khu có bao nhiêu tòa nhà. Bộ dữ liệu là: 5, 10, 12, 13, 15. Giá trị trung bình là bao nhiêu?

5 + 10 + 12 + 13 + 15 = 55 Cộng tất cả với nhau.

55 : 5 = 11 Tiếp theo chia cho tổng số lượng (5).

Giá trị trung bình là 11. Điều này có nghĩa rằng có trung bình 11 tòa nhà ở mỗi khu.



Giá trị trung bình có thể hoặc không phải là số trong bộ dữ liệu ban đầu – Không nhất thiết phải là vậy!

2. **SỐ TRUNG VỊ** là số ở giữa của một bộ dữ liệu khi bộ dữ liệu được viết theo thứ tự từ bé đến lớn.

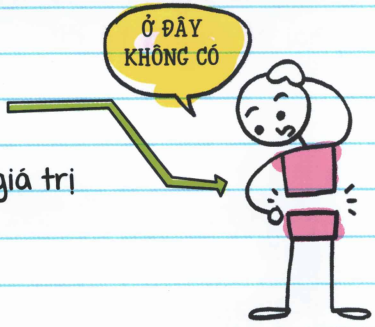
VÍ DỤ: Tôi đã đếm lá rơi bên ngoài cửa sổ lớp học mỗi ngày vào tháng Mười. Bộ dữ liệu của tôi là: 52, 84, 26, 61, 73. Vậy số trung vị là bao nhiêu?

26, 52, 61, 73, 84 Đầu tiên, viết các số này theo thứ tự từ bé đến lớn.

Số trung vị là 61, bởi vì 61 là số mà nằm ở giữa bộ dữ liệu sắp xếp theo thứ tự.

Giá trị lớn nhất trong tập dữ liệu được gọi là **SỐ CỰC ĐẠI**. Giá trị nhỏ nhất được gọi là **SỐ CỰC TIỂU**. Và tất nhiên số ở giữa được gọi là trung vị.

Điều gì sẽ xảy ra nếu không có giá trị ở giữa? Chúng ta dễ dàng tìm ra giá trị trung bình của hai giá trị ở giữa (cộng chúng vào và sau đó chia cho 2).



VÍ DỤ: Trường chúng tôi đã tổ chức một buổi gây quỹ rửa xe hơi cho chuyến đi chơi. Trong suốt một tiếng, tôi đã nhận được 6 tài trợ trong thùng của mình. Tôi đã nhận được $13, $15, $34, $28, $25, $20. Vậy số trung vị là bao nhiêu?

13, 15, 20, 25, 28, 34 Đầu tiên, viết các số này theo thứ tự từ bé đến lớn.

Số ở giữa là 20, 25

20 + 25 = 45

45 : 2 = 22.5

Số trung vị là 22.5

Số trung vị có thể hoặc không phải là một trong các số ở bộ dữ liệu ban đầu – Không nhất thiết phải là vậy!

Điều này có nghĩa là số trung vị bằng trung bình cộng hai số ở giữa bộ dữ liệu sắp xếp theo thứ tự.

3. **SỐ YẾU VỊ** là giá trị xuất hiện nhiều nhất trong bộ dữ liệu. Sẽ không sao nếu như có một số yếu vị, nhiều hơn một số yếu vị hoặc không có số yếu vị nào!

VÍ DỤ: Mười học sinh làm một bài kiểm tra toán, và kết quả là:

75, 80, 90, 68, 95, 100, 78, 90, 55, 75 . Vậy số yếu vị là bao nhiêu?

55, 68, 75, 75, 78, 80, 90, 90, 95, 100. Sắp xếp các số liệu này theo thứ tự để thấy số lặp lại.

Cả 75 và 90 đều lặp lại 2 lần.
Vì thế có 2 số yếu vị là 75 và 90.

Điều này có nghĩa là số 75 và 90 xuất hiện nhiều nhất trong bộ dữ liệu.

VÍ DỤ: Tôi đã hỏi sáu người xem họ có bao nhiêu bút chì ở trong cặp. Kết quả là: 1, 4, 8, 8, 1, 4. số yếu vị là bao nhiêu?

1, 1, 4, 4, 8, 8 Sắp xếp các số liệu này theo thứ tự để thấy số lặp lại.

Bởi vì TOÀN BỘ các số đều xuất hiện số lần như nhau (2 lần), vì thế không có số yếu vị.

Điều này cho thấy toàn bộ các số xuất hiện trong bộ dữ liệu có số lượng như nhau.

GIÁ TRỊ BIẾN THIÊN

Một công cụ khác chúng ta có thể sử dụng để mô tả và phân tích bộ dữ liệu đó là **GIÁ TRỊ BIẾN THIÊN**, mô tả cách các giá trị của bộ dữ liệu thay đổi. Giá trị biến thiên là **KHOẢNG GIÁ TRỊ**, khoảng giá trị là sự chênh lệch giữa giá trị tối thiểu và giá trị tối đa. Khoảng giá trị thể hiện "mức độ mở rộng" của một bộ dữ liệu.

VÍ DỤ: Khi được hỏi họ có bao nhiêu tiền trong túi, học sinh trong lớp của bà Philler đã đưa ra câu trả lời là: $6, $11, $20, $4, $1, $15, $10, $8, $5, $1, $2, $12, $4.

Đâu là khoảng giá trị của bộ dữ liệu? HOẶC KHOẢNG GIÁ TRỊ = CAO - THẤP

20 – 1 = 19 (Khoảng giá trị = số lớn nhất – số nhỏ nhất)

Vì vậy, khoảng giá trị của câu trả lời là $19.

Điều này nghĩa là mỗi học sinh có số tiền dao động trong khoảng $19.

Một giá trị dữ liệu thấp hơn hoặc cao hơn đáng kể so với các giá trị còn lại của bộ dữ liệu được gọi là **SỐ DỊ BIỆT**. Một số dị biệt có thể khử giá trị trung bình của tập dữ liệu và đưa ra một mô tả sai lệch của tập dữ liệu.

VÍ DỤ: Ở quán bánh thịt chiên Carlito, năm học sinh đã ăn số bánh như sau:

JED: 3 bánh 

DENISE: 2 bánh 

VERONICA: 3 bánh 

KATRINA: 4 bánh 

MIKE: 9 bánh 

Người nào có vẻ trở nên dị biệt? **MIKE**

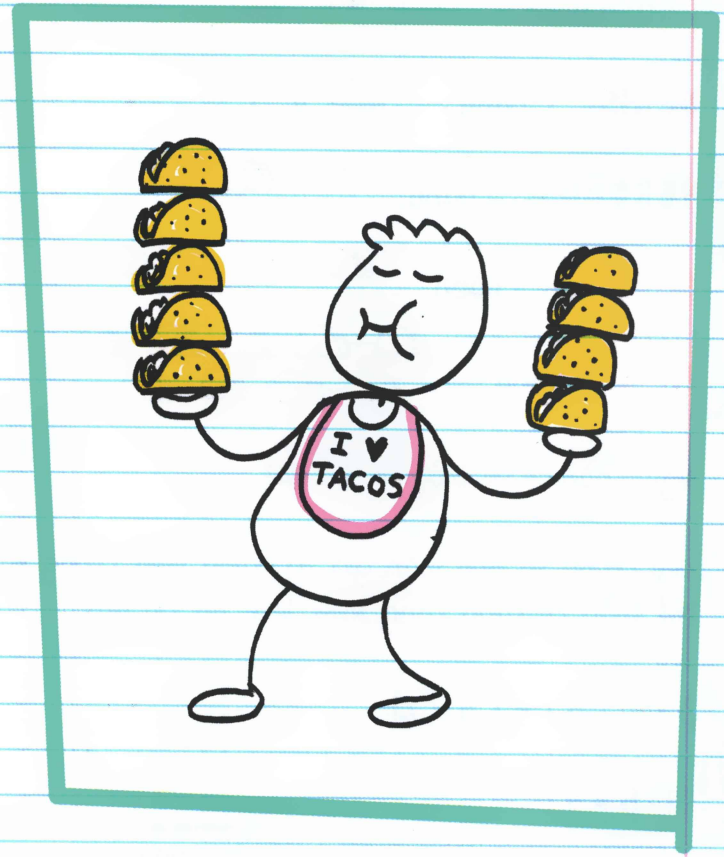
Nếu chúng ta tính toán giá trị trung bình, chúng ta có thể thấy rõ ràng rằng Mike lệch với dữ liệu:

$3 + 2 + 3 + 4 + 9 = 21$

$21 : 5 = 4.2$

Hầu hết học sinh đều ăn trung bình 4 bánh hoặc ít hơn nhưng số lượng của Mike vượt quá so với số trung bình là 4.

NGHĨ NGHIÊM TÚC ĐI!
"CÁC CON SỐ NÀY CÓ PHÙ HỢP VỚI DỮ LIỆU ĐƯỢC CHO?"


I ♥
TACOS



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Khi được hỏi đã sử dụng bao nhiêu thời gian dùng máy tính mỗi ngày, học sinh đã đưa ra các câu trả lời (tiếng): 2, 5, 4, 17, 5, 4, 5, 2.

(A) Tìm giá trị trung bình.
(B) Tìm số trung vị.
(C) Tìm số yếu vị.
(D) Tìm số cực đại và số cực tiểu.
(E) Tìm khoảng giá trị.
(F) Liệu ở đây có số dị biệt không? Nếu có, hãy tìm số đó.

2 Trong bài kiểm tra môn khoa học, học sinh đạt được điểm như sau: 70, 71, 82, 100, 97, 87, 71, 91, 38, 81.

(A) Tìm giá trị trung bình.
(B) Tìm trung vị.
(C) Tìm số yếu vị.
(D) Tìm số cực đại và số cực tiểu.
(E) Tìm khoảng giá trị.
(F) Liệu ở đây có số dị biệt không? Nếu có, hãy tìm số đó.

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1

(A) 5
(B) 4
(C) 5
(D) Số cực tiểu là 1. Số cực đại là 17.
(E) 16
(F) . Có. Số dị biệt là 17.

2

(A) 78.8
(B) 81.5
(C) 71
(D) Số cực tiểu = 38, Số cực đại = 100
(E) 62
(F) . Có, số dị biệt là 38.

Chương 53

TRÌNH BÀY DỮ LIỆU

Khi dữ liệu đã được thu thập và sắp xếp, dữ liệu có thể được biểu thị bằng biểu đồ, đồ thị hoặc sơ đồ. Ví dụ, chỉ bằng cách nhìn vào biểu đồ hình tròn, một nhà khoa học có thể thấy tỉ lệ của động vật tuyệt chủng là loài linh trưởng.



BẢNG HAI CHIỀU

BẢNG HAI CHIỀU giống như một bảng thông thường, ngoại trừ nó biểu thị hai hoặc nhiều bộ dữ liệu về cùng một đối tượng. Dữ liệu liên quan đến hai hoặc nhiều hạng mục hoặc tính chất khác nhau. Sử dụng một bảng hai chiều để xem liệu có mối quan hệ giữa các danh mục hay không.

VÍ DỤ: Thầy Nayeri thu thập dữ liệu từ các học sinh trong lớp về việc liệu rằng họ có chơi thể thao sau giờ học và việc họ hoàn thành bài tập về nhà. Có bằng chứng nào cho thấy những người chơi thể thao sau giờ học cũng có xu hướng hoàn thành bài tập về nhà không?

	CHƠI THỂ THAO	KHÔNG CHƠI THỂ THAO	TỔNG
HOÀN THÀNH BÀI TẬP VỀ NHÀ	14	6	(14 + 6) = 20
KHÔNG HOÀN THÀNH BÀI TẬP VỀ NHÀ	2	4	(2 + 4) = 6
TỔNG	(14 + 2) = 16	(6 + 4) = 10	26

Từ tổng số, chúng ta có thể thấy rằng có 26 học sinh và chúng ta có thể trả lời rất nhiều câu hỏi như:

* Có bao nhiêu học sinh chỉ chơi thể thao sau giờ học? 2
* Có bao nhiêu học sinh chỉ hoàn thành bài tập về nhà? 6
* Có bao nhiêu học sinh làm cả hai? 14
* Có bao nhiêu học sinh không chơi thể thao và không làm bài tập về nhà? 4

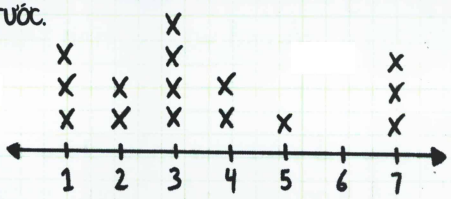
Đối tượng chung là các học sinh, và chúng ta có thể kết luận rằng nếu bạn chơi thể thao sau giờ học, bạn cũng có thể sẽ hoàn thành bài tập về nhà.

ĐỌC BẢNG HAI CHIỀU CẨN THẬN! ĐÔI KHI, MỐI QUAN HỆ MÀ CHÚNG THỂ HIỆN LÀ **KHÔNG** CÓ MỐI QUAN HỆ GÌ!

BIỂU ĐỒ ĐƯỜNG KẺ

BIỂU ĐỒ ĐƯỜNG KẺ biểu thị dữ liệu bằng cách đặt "X" phía trên các số ở cùng một trục số.

VÍ DỤ: Biểu đồ đường kẻ này biểu thị số lượng sách được mua bởi 15 khách hàng ở hiệu sách địa phương vào tuần trước.



SỐ LƯỢNG SÁCH ĐÃ MUA

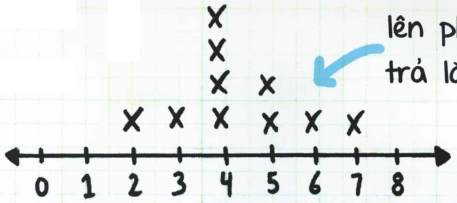
VÍ DỤ: Mười học sinh được hỏi rằng: "Có bao nhiêu người (bao gồm họ) sống với gia đình?" Câu trả lời là:

4, 6, 3, 2, 4, 5, 4, 7, 4, 5.

2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7

Tạo một biểu đồ đường kẻ để biểu thị dữ liệu.

Đầu tiên, sắp xếp dữ liệu theo thứ tự. Sau đó viết X lên phía trên mỗi câu trả lời trên trục số.

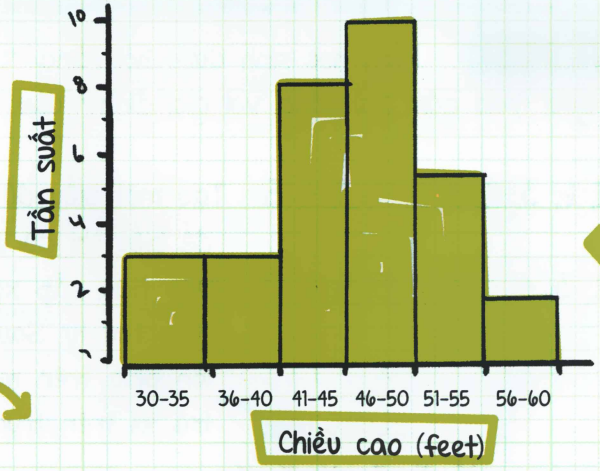


Bạn có thể đọc được những gì từ biểu đồ đường kẻ này? Câu trả lời phổ biến nhất là 4 (số yếu vị), sau đó là 5. Khoảng giá trị nằm giữa 2 và 7, vì vậy khoảng giá trị là 5. Số trung vị là 4.

BIỂU ĐỒ TẦN SUẤT

Giống như biểu đồ đường kẻ, **BIỂU ĐỒ TẦN SUẤT** biểu thị tần suất dữ liệu. Thay vì đánh dấu trường dữ liệu bằng X, biểu đồ tần suất biểu thị chúng như một biểu đồ. Lưu ý rằng biểu đồ tần suất có hai trục (hai cạnh) để biểu thị các tần số và đặc tính khác nhau.

VÍ DỤ: Biểu đồ này cho thấy chiều cao của cây trên mỗi phố trong thị trấn. Trong trường hợp này, tần số là số lượng cây, và đặc tính là chiều cao của cây.



Từ đồ thị, chúng ta nhìn thấy:

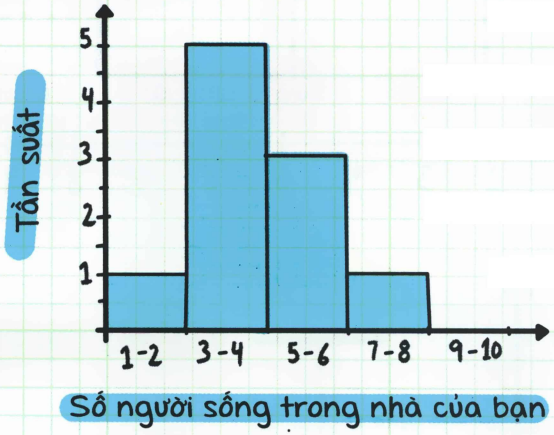
3 cây có chiều cao giữa 30 và 35 feet.

3 cây có chiều cao giữa 36 và 40 feet.

8 cây có chiều cao giữa 41 và 45 feet.

Đây là ví dụ giống nhau như biểu đồ đường kẻ. So sánh sự khác nhau giữa biểu đồ đường kẻ và biểu đồ tần suất.

VÍ DỤ: Mười học sinh được hỏi rằng: "Có bao nhiêu người (bao gồm họ) sống với gia đình?" Câu trả lời lần lượt là: 4, 6, 3, 2, 4, 5, 4, 7, 4, 5. Tạo một biểu đồ tần suất để biểu thị dữ liệu. Đầu tiên, sắp xếp dữ liệu theo thứ tự. Sau đó tạo một thanh phía trên mỗi câu trả lời.

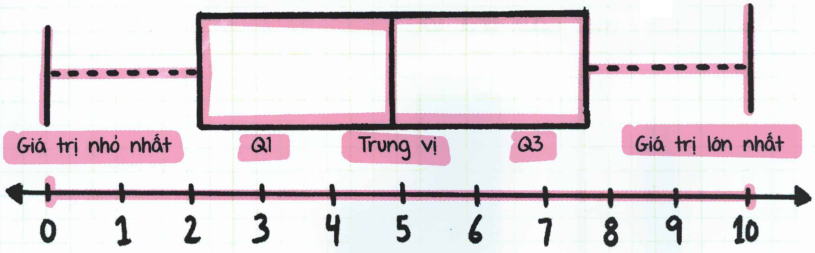


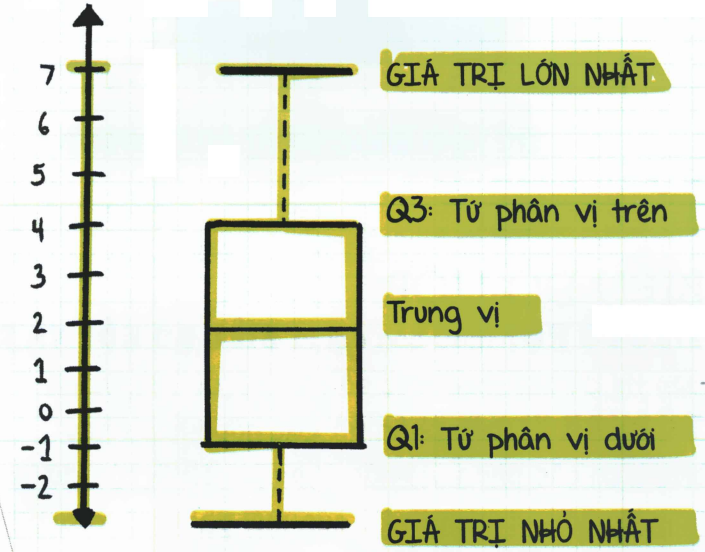
BIỂU ĐỒ HỘP

BIỂU ĐỒ HỘP (hay còn gọi là **BIỂU ĐỒ HỘP VÀ RIA**) biểu thị dữ liệu theo trục số và chia dữ liệu thành **TỨ PHÂN VỊ** (bốn phân vị). Các hộp khác nhau biểu hiện các phân vị khác nhau – **25%** của dữ liệu là một phân vị. Kích thước của mỗi phần chỉ ra sự biến thiên của dữ liệu. Số trung vị chia dữ liệu thành hai nửa.

Trung vị của nửa dưới được gọi là **TỨ PHÂN VỊ DƯỚI**, và được thể hiện bằng "**Q1**". Trung vị của nửa trên được gọi là **TỨ PHÂN VỊ TRÊN** và được thể hiện bằng "**Q3**".

VÍ DỤ:





ĐỂ TẠO MỘT BIỂU ĐỒ HỘP:

1. Sắp xếp dữ liệu từ nhỏ nhất tới lớn nhất theo trục số.
2. Xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất, trung vị, nửa dưới và nửa trên.
3. Xác định tứ phân vị dưới (tìm trung vị nửa dưới dữ liệu).
4. Xác định tứ phân vị trên (tìm trung vị nửa trên dữ liệu).
5. Đánh dấu các giá trị này trên trục số và vẽ hộp.

VÍ DỤ: Học sinh trong lớp thầy Kruk đạt được số điểm kiểm tra như sau: 64, 82, 76, 68, 94, 96, 74, 76, 86, 70. Tạo một biểu đồ hộp với dữ liệu đã cho.

64, 68, 70, 74, 76, 82, 86, 94, 96

GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT — TRUNG VỊ — GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

NỬA DƯỚI — NỬA TRÊN

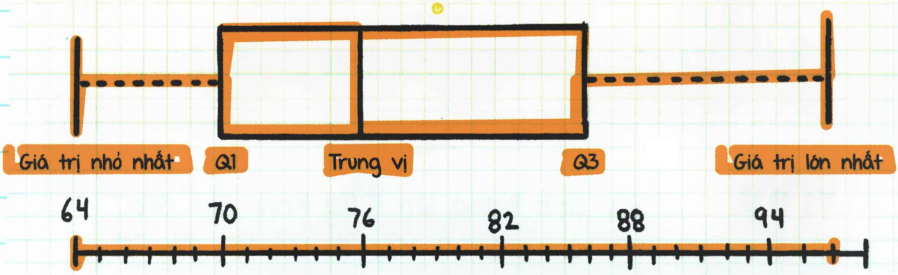
- Đầu tiên, sắp xếp dữ liệu theo thứ tự từ bé đến lớn.
- Tiếp theo, xác định giá trị nhỏ nhất (64), giá trị lớn nhất (96), trung vị (76), nửa dưới, nửa trên.
- Tiếp theo, tính toán tứ phân vị dưới bằng cách tính trung vị của nửa dưới dữ liệu.

Tứ phân vị dưới = trung vị của 64, 68, 70, 74 và 76, đó là 70. ← ĐÂY LÀ ĐIỂM BẮT ĐẦU CỦA Q1.

Tiếp theo, tính toán tứ phân vị trên bằng cách tính trung vị của nửa trên.

Tứ phân vị trên = trung vị của 76, 82, 86, 94 và 96, đó là 86. ← ĐÂY LÀ ĐIỂM BẮT ĐẦU CỦA Q3.

Cuối cùng, đặt các giá trị trên một trục số, sau đó vẽ hộp.



Điều này có nghĩa là:

25% số điểm trên 86.

25% số điểm ở giữa 76 và 86.

25% số điểm ở giữa 70 và 76.

25% số điểm dưới 70.

Trong biểu đồ hộp ở trên, phần bên phải của hộp biểu thị rộng hơn phần bên trái của hộp. Khi đồ thị hộp không đều hai nửa, đây gọi là **LỆCH**. Nếu biểu đồ hộp có nửa phải rộng hơn, đây gọi là **LỆCH BÊN PHẢI**, như trên. Nếu biểu đồ hộp có nửa trái rộng hơn, đó gọi là **LỆCH BÊN TRÁI**. Nếu biểu đồ hộp được chia thành hai phần bằng nhau, đó gọi là **ĐỐI XỨNG**.

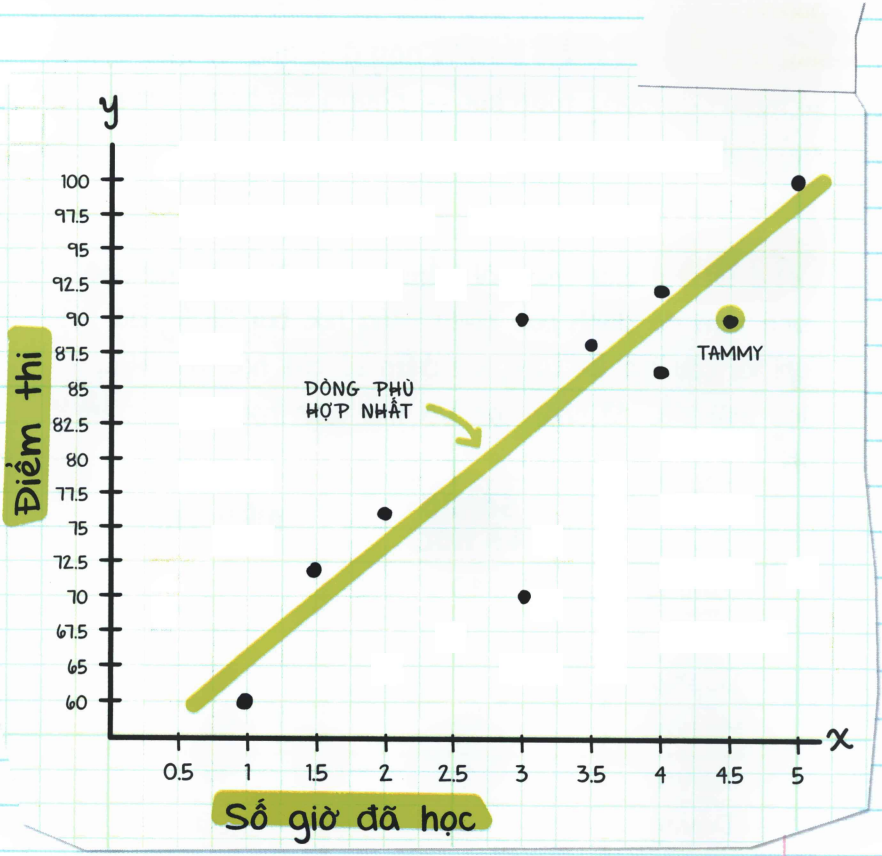
BIỂU ĐỒ PHÂN TÁN

BIỂU ĐỒ PHÂN TÁN là một loại biểu đồ biểu thị mối quan hệ giữa hai bộ dữ liệu. Biểu đồ phân tán biểu thị dữ liệu theo **CẶP THỨ TỰ** (điều này đơn giản là một cặp số hoặc đối tượng toán học – nhưng thứ tự mà chúng xuất hiện là cùng nhau).

VÍ DỤ: Sau một bài kiểm tra, cô Phinney hỏi học sinh xem đã dành bao nhiêu tiếng học bài. Cô ấy đã ghi lại câu trả lời, cùng với điểm số của học sinh. Hãy tạo một biểu đồ phân tán với thời gian học và số điểm thi.

TÊN	SỐ GIỜ ĐÃ HỌC	ĐIỂM THI
Tammy	4.5	90
Latril	1	60
Sophia	4	92
Michael	3.5	88
Monica	2	76
Davey	5	100
Eva	3	90
Lance	1.5	72
Becca	3	70
Sarina	4	86

Để biểu thị dữ liệu của Tammy, hãy đánh dấu điểm có giá trị hàng ngang là 4,5 và có giá trị hàng dọc là 90.



Bằng cách vẽ đồ thị dữ liệu trên một biểu đồ phân tán, chúng ta có thể thấy có một mối quan hệ giữa số giờ học và điểm kiểm tra. Điểm số thường tăng khi thời gian học tăng, vì vậy điều này chỉ ra RẰNG có một mối quan hệ giữa điểm kiểm tra và việc học.

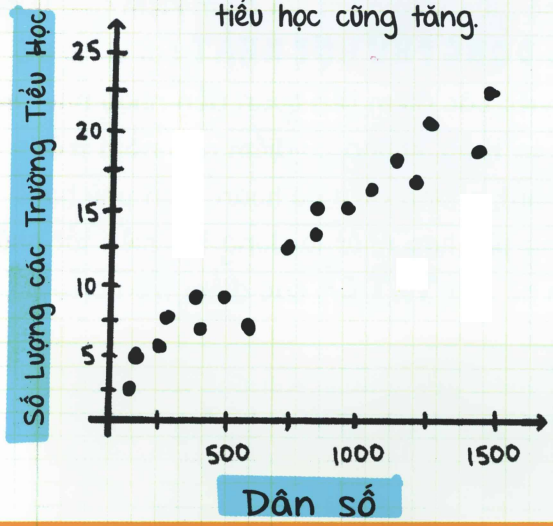
Chúng ta có thể vẽ một đường trên biểu đồ mô tả khái quát mối quan hệ giữa số giờ học và điểm kiểm tra. Dòng này được gọi là **DÒNG PHÙ HỢP NHẤT** bởi vì nó mô tả tốt nhất về việc các điểm liên quan đến nhau như thế nào. Như chúng ta thấy, không có điểm nào nằm trên dòng phù hợp nhất, nhưng điều đó hoàn toàn phù hợp! Đó là bởi vì dòng phù hợp nhất là dòng thể hiện tốt nhất mô tả mối quan hệ của **TẤT CẢ** các điểm trên biểu đồ.

Eva chỉ học 3 giờ, nhưng vẫn đạt 90. Becca cũng học trong 3 giờ, nhưng chỉ đạt 70. Một biểu đồ phân tán cho thấy mối quan hệ tổng thể giữa các dữ liệu, trong khi các cặp cá thể riêng lẻ (như Eva và Becca) không thể hiện xu hướng chung. Eva và Becca có thể được coi là điểm dị biệt trong trường hợp này bởi vì họ không theo kiểu điển hình.

Biểu đồ phân tán thể hiện 3 mối quan hệ, được gọi là **TƯƠNG QUAN**:

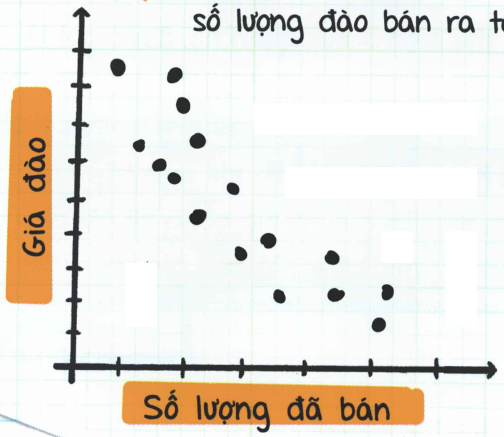
TƯƠNG QUAN ĐỒNG BIẾN: khi một tập giá trị này tăng thì tập giá trị kia cũng sẽ tăng (nhưng không nhất thiết là mọi giá trị).

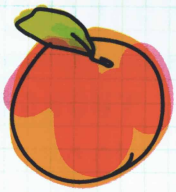
VÍ DỤ: Khi dân số tăng, số lượng các trường tiểu học cũng tăng.



TƯƠNG QUAN NGHỊCH BIẾN: khi một tập giá trị này tăng, tập giá trị kia giảm (nhưng không nhất thiết là mọi giá trị).

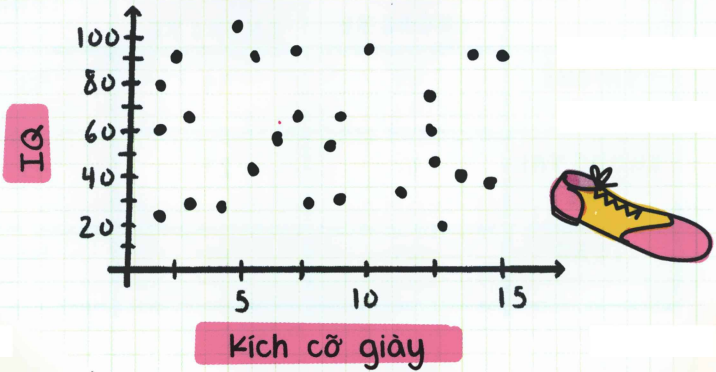
VÍ DỤ: Khi giá đào giảm, số lượng đào bán ra tăng lên.





KHÔNG TƯƠNG QUAN: Các giá trị không có mối quan hệ nào.

VÍ DỤ: IQ của một con người không liên quan tới kích cỡ giày của họ, không có tương quan ở đây.



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Trả lời các câu hỏi ở bảng hai chiều dưới đây:

	ĐI CHUNG XE	KHÔNG ĐI CHUNG XE	TỔNG
TÁI CHẾ	44	54	98
KHÔNG TÁI CHẾ	16	27	43
TỔNG	60	81	141

a) Có bao nhiêu người chỉ tái chế?
b) Có bao nhiêu người chỉ đi chung xe?
c Có bao nhiêu người làm cả hai?
d) Có bao nhiêu người không tái chế và không đi chung xe?
e) Bạn có kết luận gì từ các thông tin trên?

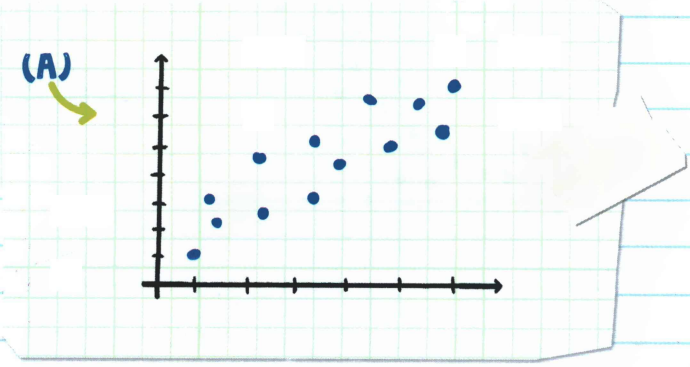
2 Một tiệm trang sức theo dõi số lượng mẫu mà mỗi khách hàng mua. Tạo một biểu đồ đường kẻ về dữ liệu này:
3, 7, 1, 2, 5, 4, 5, 1, 2, 8, 3, 5, 4, 1.

3 Một cửa hàng hỏi khách hàng về số họ có. Câu trả lời là: 3, 5, 7, 10, 12, 5, 8, 3, 1, 2, 9, 7, 4, 3, 2, 8, 9. Hãy tạo một biểu đồ tần suất cho câu trả lời (sử dụng khoảng giá trị của 2 cho thang chia độ hàng ngang).

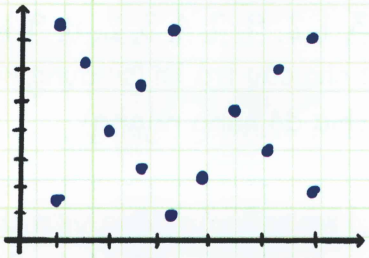
4 Đội theo dõi ghi lại số km mỗi vận động viên chạy được một tuần. Kết quả như sau: 14, 25, 40, 14, 16, 25, 16, 11, 18, 22, 34, 12, 16, 15. Tìm trung vị, tứ phân vị phần tư thứ nhất và tứ vị phần tư thứ ba, và sau đó tạo một biểu đồ hộp với dữ liệu này.

5 Một công ty giao thực phẩm tính toán khoảng cách lái xe tới khách hàng khác nhau trong một đêm. Kết quả như sau: 11, 30, 27, 5, 9, 17, 7, 22, 4, 25. Tìm trung vị, tứ phân vị phần tư thứ nhất và tứ phân vị phần tư thứ ba. Sau đó tạo biểu đồ hộp với dữ liệu này.

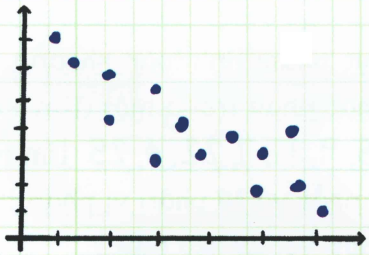
6 Trong mỗi biểu đồ phân tán sau, hãy xác định xem có tương quan đồng biến, tương quan nghịch biến, hoặc không có tương quan hay không.



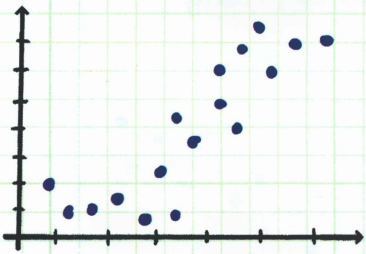
(B)



(C)



(D)



7 Mười hai sinh viên được hỏi họ đã đọc bao nhiêu cuốn sách trong năm ngoái, cũng như điểm thi cuối kì ELA của họ. Tạo một biểu đồ phân tán biểu thị câu trả lời của họ dưới đây. Kết luận xem liệu có tương quan đồng biến, tương quan nghịch biến, hoặc không có mối tương quan hay không.

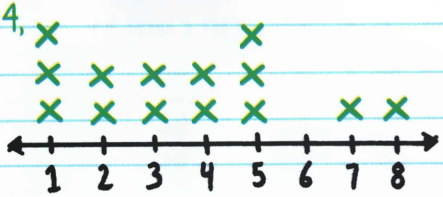
KẾT QUẢ THI CUỐI KÌ	SỐ SÁCH ĐÃ ĐỌC
90	42
62	14
85	32
72	25
64	18
88	30
92	44
54	11
92	39
76	29
100	44
76	32

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

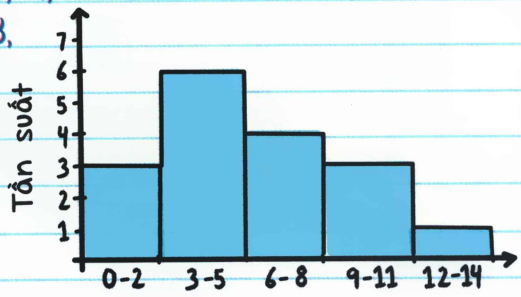


1 a) 54 b) 16 c) 44 d) 27
e) Không có mối liên quan chặt chẽ giữa việc tái chế và đi chung xe.

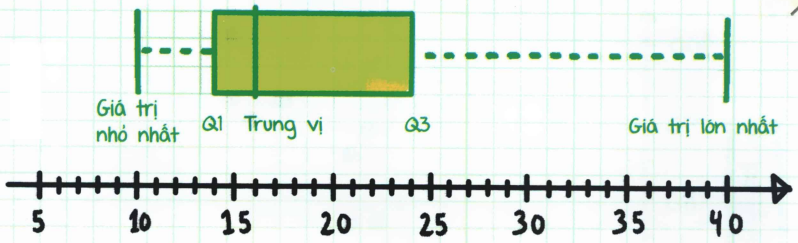
2 Số lượng đồ trang sức đã mua:
1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4,
5, 5, 5, 7, 8



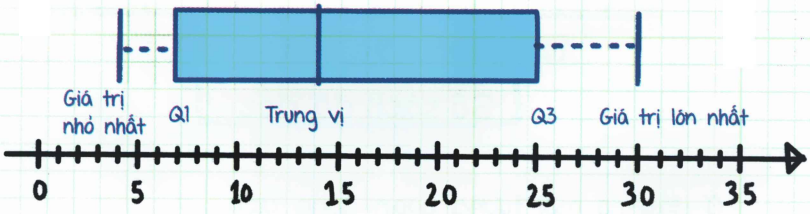
3 Cây được sở hữu:
1, 2, 2, 3, 3, 3, 4,
5, 5, 7, 7, 8, 8,
9, 9, 10, 12



4 Trung vị = 16, tứ phân vị phần thứ nhất = 14, tứ phân vị phần thứ ba = 24

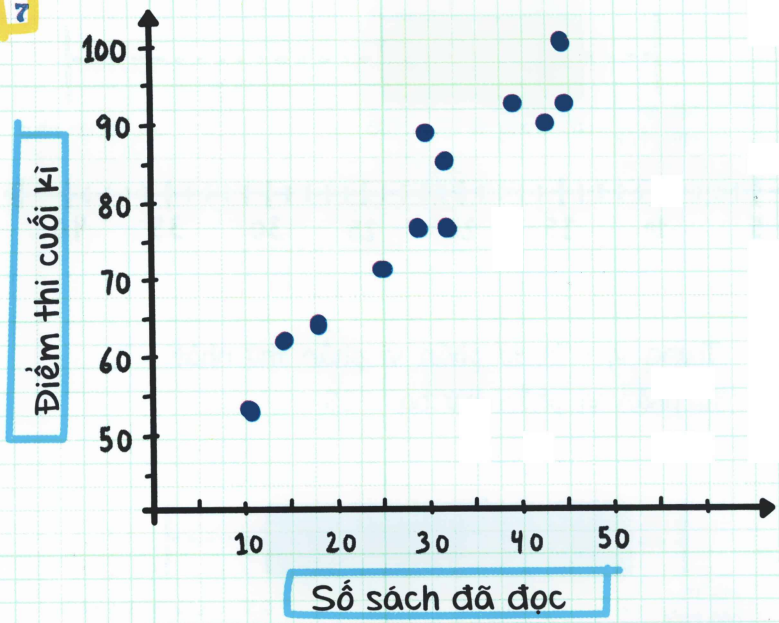


5 Trung vị = 14, tứ phân vị phần thứ nhất = 7, tứ phân vị phần thứ ba = 25



6 (A) tương quan đồng biến (B) không tương quan
(C) tương quan nghịch biến (D) tương quan đồng biến

7

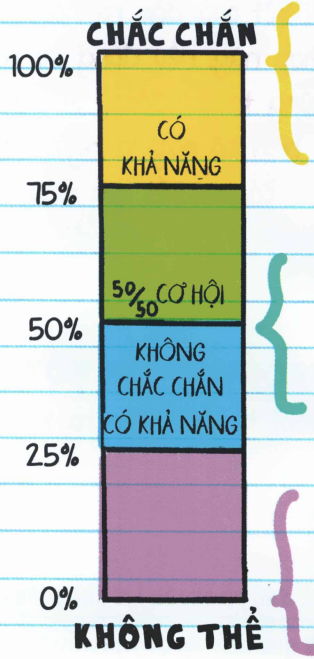


Ở đây có mối tương quan đồng biến.

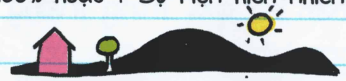
Chương 54

XÁC SUẤT

XÁC SUẤT là khả năng một thứ gì đó sẽ xảy ra. Nó là một số từ 0 đến 1 và có thể được viết dạng phần trăm. Khi bạn hỏi về xác suất xảy ra của một thứ gì đó, bạn sẽ hỏi "Khả năng xảy ra thế nào?". Một số lượng lớn thể hiện rằng có nhiều khả năng biến cố đó sẽ xảy ra.



100% hoặc 1: Sự kiện hiển nhiên



Mặt trời sẽ mọc ngày mai.

50% hoặc 0.5: Cơ hội ngang bằng có hoặc không xảy ra



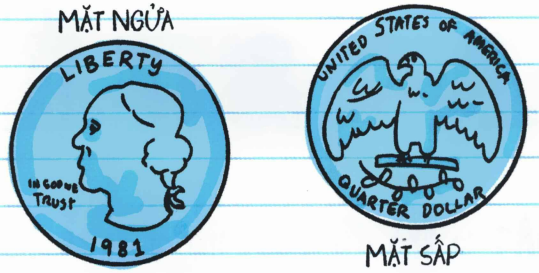
Đồng xu sẽ ở mặt "ngửa".

0% hoặc 0: Không có cơ hội điều này xảy ra hoặc không thể xảy ra.



Chúng ta sẽ thấy hai mặt trăng ở trên bầu trời!

Lật đồng xu là một câu hỏi xác suất nổi tiếng. Khi chúng ta lật, nó có thể hiện **MẶT NGỬA** hoặc **MẶT SẤP**.



HÀNH ĐỘNG là những gì đang xảy ra. Trong trường hợp này, hành động là đang lật một đồng xu. Một tập các **KẾT QUẢ ĐẦU RA** là tất cả khả năng có thể của một hành động. Trong trường hợp này, chỉ có hai kết quả: ngửa hoặc sấp. **BIẾN CỐ** là bất kì kết quả đầu ra nào, hoặc nhóm kết quả. Trong trường hợp này, nếu đồng xu rơi mặt ngửa, biến cố là ngửa. Nếu chúng ta lật đồng xu hai lần, và nó tiếp tục ngửa và ngửa, biến cố này là ngửa và ngửa. Khi chúng ta lật một đồng xu, cả hai kết quả đầu ra đều có khả năng xảy ra như nhau – điều này đôi khi được gọi là **NGẪU NHIÊN**.

Khi chúng ta cố gắng minh họa **XÁC SUẤT CỦA MỘT BIẾN CỐ (P)**, chúng ta sử dụng một tỉ số để tìm ra khả năng một biến cố có thể xảy ra:

$$\text{Xác Suất (Biến cố)} = \frac{\text{số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố}}{\text{số kết quả đầu ra có thể xảy ra}}$$

VÍ DỤ: Tính xác suất đồng xu rơi mặt sấp?

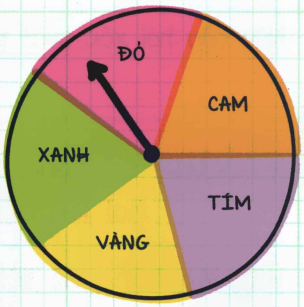
$$\text{Xác Suất (Biến cố)} = \frac{\textit{số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố}}{\textit{số kết quả đầu ra có thể xảy ra}}$$

Số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố (mặt sấp) là 1, số kết quả đầu ra có thể xảy ra (mặt sấp hoặc mặt ngửa) là 2.

$$P\ (\text{sấp}) = \frac{1}{2} = 50\%$$

Vì vậy, có 50% khả năng đồng xu rơi mặt sấp.

VÍ DỤ: Xác suất để quay vào ô màu đỏ?

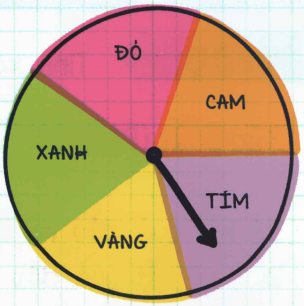


$$\text{Xác Suất (Biến cố)} = \frac{\textit{số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố}}{\textit{số kết quả đầu ra có thể xảy ra}}$$

$$P\ (\text{Đỏ}) = \frac{1}{5} = 20\%$$

Có 20% xác suất quay vào ô màu đỏ.

VÍ DỤ: Xác suất để quay vào ô màu đỏ hoặc tím?



$$\text{Xác Suất (Biến cố)} = \frac{\text{số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố}}{\text{số kết quả đầu ra có thể xảy ra}}$$

$$P(\text{Đỏ hoặc Tím}) = \frac{2}{5} = 40\%$$

Có 40% xác suất quay vào ô màu đỏ hoặc màu tím.

Nếu câu hỏi xác suất phức tạp, chúng ta có thể lập bảng.

VÍ DỤ: Bob tung đồng xu hai lần, tính xác suất hai lần đều lật mặt ngửa?

Hãy lập bảng để liệt kê toàn bộ trường hợp có khả năng xảy ra khi Bob tung đồng xu hai lần?

KẾT QUẢ ĐẦU RA LẦN 1	KẾT QUẢ ĐẦU RA LẦN 2	CẢ HAI LẦN
ngửa	ngửa	2 ngửa
ngửa	sấp	1 ngửa, 1 sấp
sấp	ngửa	1 sấp, 1 ngửa
sấp	sấp	2 sấp

Sau đó, chúng ta lắp vào công thức tính xác suất:

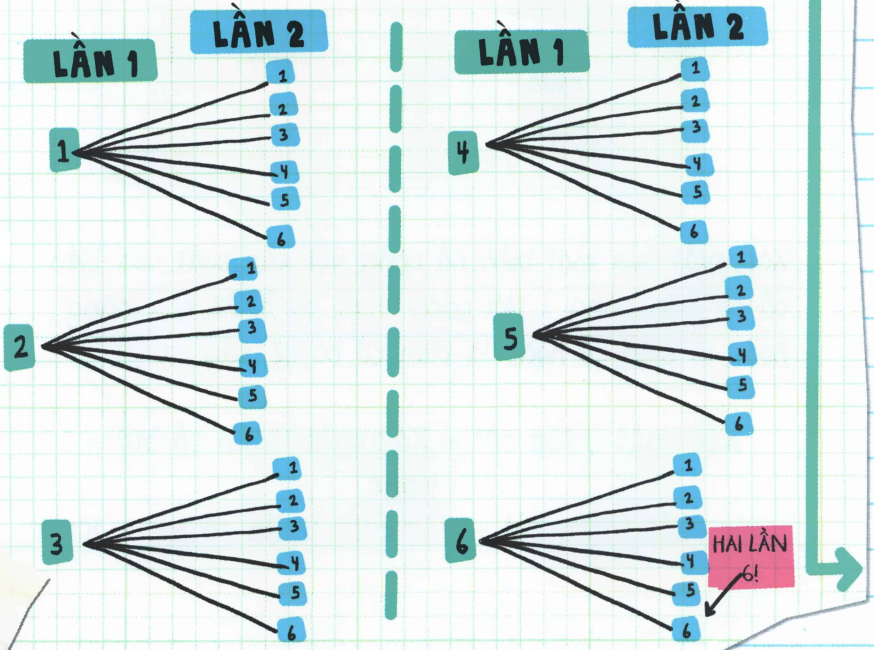
$$\text{Xác Suất (Biến cố)} = \frac{\text{số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố}}{\text{số kết quả đầu ra có thể xảy ra}}$$

$$\text{Xác suất (2 ngửa)} = \frac{1}{4} = 25\%$$

Thêm vào đó để sử dụng một biểu đồ, chúng ta có thể vẽ một sơ đồ hình cây.

VÍ DỤ: Sue lắc xúc xắc hai lần. Tính xác suất để hai lần đều vào số 6 (Sue lắc 6 lần)?

Hãy tạo một sơ đồ cây để liệt kê tất cả kết quả đầu ra có thể xảy ra:



Sau đó, chúng ta sử dụng công thức tính xác suất:

$$\text{Xác Suất (Biến cố)} = \frac{\text{số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố}}{\text{số kết quả đầu ra có thể xảy ra}}$$

Do đó, ngoài 36 số kết quả có thể xảy ra, có 1 kết quả đầu ra thuận lợi để rơi vào hai lần số 6.

$$\text{Xác suất (hai lần số sáu)} = \frac{1}{36} = 28\%$$

ĐẠT TỈ LỆ PHẦN TRĂM GẦN ĐÚNG NHẤT

BIẾN CỐ BÙ là phần đối lập với biến cố đang xảy ra.

BIẾN CỐ	BIẾN CỐ BÙ
thắng	thua
mưa	không mưa
ngửa	sấp

Xác suất của một biến cố cộng với xác suất của biến cố bù luôn bằng 1. Nói cách khác, có 100% khả năng hoặc là biến cố hoặc là biến cố bù sẽ xảy ra.

Xác suất (biến cố) + Xác suất (biến cố bù) = 1

HOẶC

Xác suất (biến cố) + Xác suất (biến cố bù) = 100%

VÍ DỤ:

Nếu khả năng mưa là 30%,
thì khả năng không mưa là 70%
30% + 70% = 100%

VÍ DỤ:

Xác suất một học sinh ở trường thuận tay trái là 10%. Phần đối lập của thuận tay trái là gì, và xác suất của nó?

Phần đối lập của thuận tay trái là thuận tay phải.
Nếu P (thuận tay trái) là 10% thì:

P (thuận tay trái) + P (thuận tay phải) = 100%
10% + P (thuận tay phải) = 100%
P (thuận tay phải) = 90%

Vì vậy xác suất của học sinh thuận tay phải là 90%.

KIỂM TRA BÀI LÀM!

Có phải P (thuận tay trái) + P (thuận tay phải) = 100%?
Đúng vậy! 10% + 90% = 100%. ✓

VÍ DỤ: Một công ty có 12 nhân viên nam và 20 nhân viên nữ. Nếu một nhân viên được chọn ngẫu nhiên để nhận một phần thưởng, tính xác suất mà người nhận được phần thưởng là nữ.

$$\text{Xác Suất (Biến cố)} = \frac{\text{số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến cố}}{\text{số kết quả đầu ra có thể xảy ra}}$$

Số kết quả đầu ra thuận lợi cho biến được tính bằng số nhân viên nữ là 20. Số kết quả đầu ra có thể xảy ra là tổng số nhân viên của công ty (12 nam + 20 nữ = 32 người).

$$\text{Xác suất (nữ nhận phần thưởng)} = \frac{20}{32} = 62.5\%$$

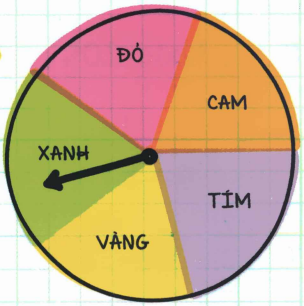
Vì vậy, xác xuất nhân viên nữ nhận phần thưởng là 62.5%.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

Nối một từ với định nghĩa của nó

1	Kết quả đầu ra	A.	Khả năng thứ gì đó có thể xảy ra.
2	Biến cố bù	B.	Kết quả khả thi của hành động
3	Xác suất	C.	Đối lập với biến cố
4	Biến cố	D.	Kết quả đầu ra bất kì hoặc nhóm kết quả đầu ra

Tìm xác suất của việc dùng vòng quay các màu



5 Xác suất để quay vào màu xanh?

6 Xác suất để không quay vào màu xanh?

7 Xác suất để quay vào màu xanh hoặc tím?

Tìm xác suất của việc sử dụng cụm từ "Great Wall of China".

8 Chọn ngẫu nhiên trong cụm từ trên, xác suất chọn chữ A là bao nhiêu?

9 Chọn ngẫu nhiên trong cụm từ trên, xác suất chọn nguyên âm là?

10 Chọn ngẫu nhiên trong cụm từ trên, xác suất chọn chữ B là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



1. B
2. C
3. A
4. D
5. $\frac{1}{5}$ hoặc 20%
6. $1 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$ hoặc 80%
7. $\frac{2}{5}$ hoặc 40%
8. $\frac{3}{16}$ hoặc 18.75%
9. $\frac{6}{16}$ hoặc 37.5%
10. 0%

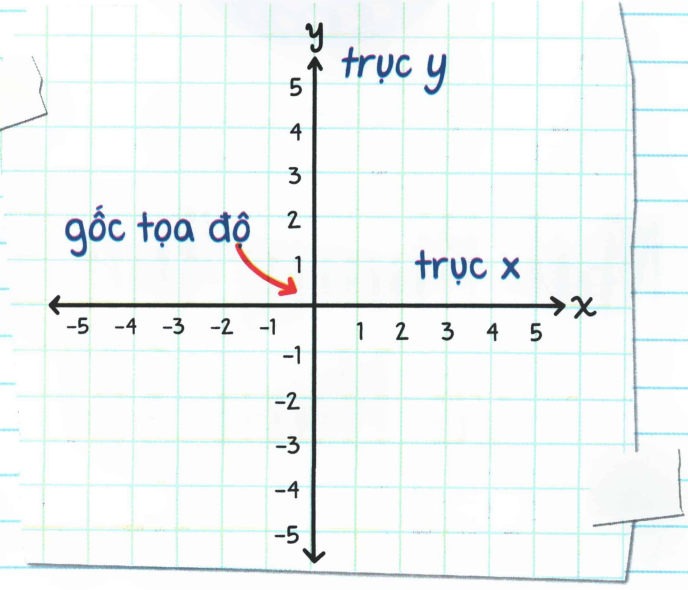
PHẦN 6

Mặt Phẳng Tọa Độ và Hàm Số

Chương 55

MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ là một mặt phẳng được hình thành bởi giao điểm của hai đường hoặc các **TRỤC**: đường nằm ngang, gọi là **TRỤC X**, và đường nằm dọc, gọi là **TRỤC Y**. Các trục x và trục y cắt nhau (giao nhau) tại **GỐC TỌA ĐỘ**.



Một cặp có thứ tự giúp cung cấp tọa độ (vị trí chính xác) của một ĐIỂM. Họ gọi đó là "cặp có thứ tự" vì thứ tự ở đây rất quan trọng. Tọa độ x luôn đứng trước, sau đó là tọa độ y, như thế này: (x, y). Tọa độ x và tọa độ y được phân tách bởi dấu phẩy và được bao quanh bởi dấu ngoặc đơn.

VÍ DỤ: Tọa độ x của gốc tọa độ là 0, và tọa độ y của gốc tạo độ là 0. Do đó, cặp tọa độ của gốc tọa độ là (0, 0).

X

Nếu tọa độ x là **SỐ DƯƠNG**, hãy di chuyển sang **PHẢI** tính từ gốc tọa độ.

Nếu tọa độ x là **SỐ ÂM**, hãy di chuyển sang **TRÁI** tính từ gốc tọa độ.

Nếu tọa độ x là **0**, bạn đang đứng **TẠI** gốc tọa độ.

Y

Nếu tọa độ y là **SỐ DƯƠNG**, hãy di chuyển **LÊN TRÊN** tính từ gốc tọa độ.

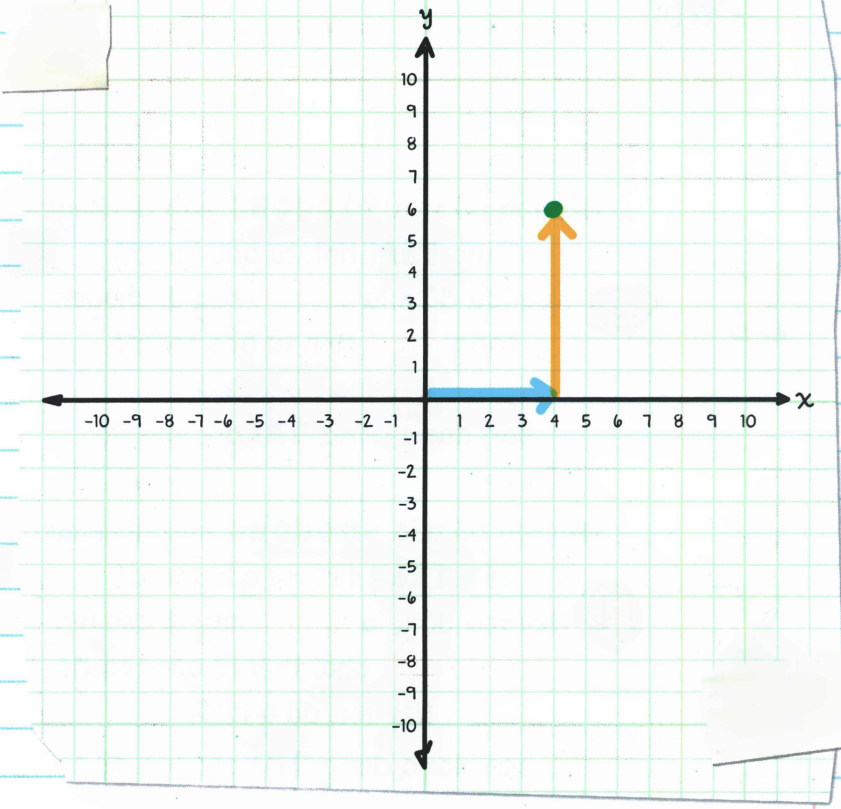
Nếu tọa độ y là **SỐ ÂM**, hãy di chuyển **XUỐNG DƯỚI** phải tính từ gốc tọa độ.

Nếu tọa độ y là **0**, bạn đang đứng **TẠI** gốc tọa độ.

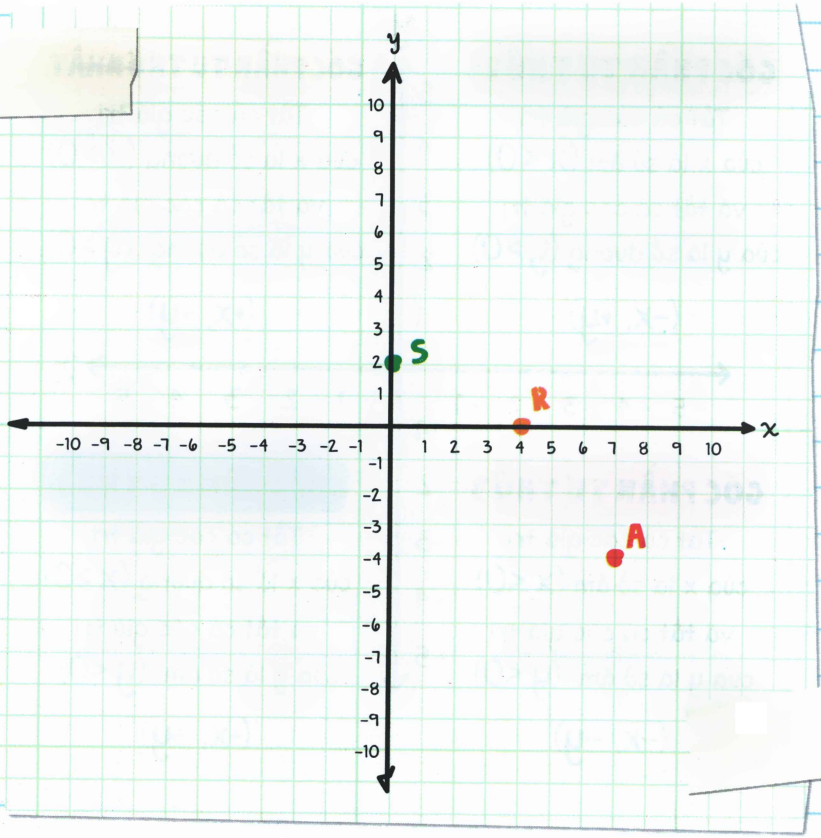
VÍ DỤ 1: Vẽ điểm (4, 6).

Đối với tọa độ x: bắt đầu từ gốc tọa độ, sau đó di chuyển 4 khoảng sang bên phải của trục x.

Sau đó, tại tọa độ y: di chuyển 6 khoảng lên trên trục y.



VÍ DỤ: Vẽ điểm **A** (7, -4).



Đôi khi, một điểm có vị trí nằm ngay trên trục x hoặc trục y.

VÍ DỤ: Vẽ điểm **R** (4, 0) và điểm **S** (0, 2).

Mặt phẳng tọa độ được chia thành bốn **GÓC PHẦN TƯ**.

GÓC PHẦN TƯ THỨ 2:

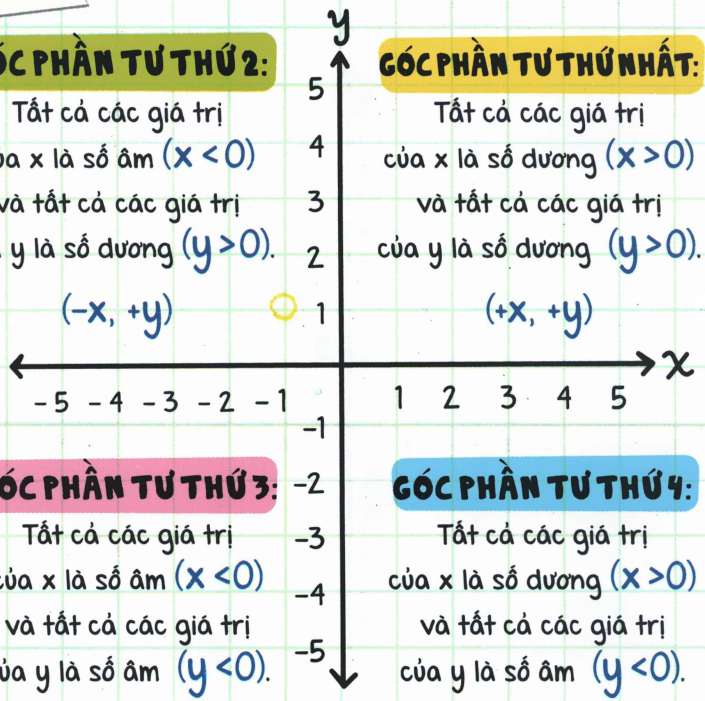
Tất cả các giá trị của x là số âm $(x<0)$ và tất cả các giá trị của y là số dương $(y>0)$.

$(-x, +y)$

GÓC PHẦN TƯ THỨ NHẤT:

Tất cả các giá trị của x là số dương $(x>0)$ và tất cả các giá trị của y là số dương $(y>0)$.

$(+x, +y)$



GÓC PHẦN TƯ THỨ 3:

Tất cả các giá trị của x là số âm $(x<0)$ và tất cả các giá trị của y là số âm $(y<0)$.

$(-x, -y)$

GÓC PHẦN TƯ THỨ 4:

Tất cả các giá trị của x là số dương $(x>0)$ và tất cả các giá trị của y là số âm $(y<0)$.

$(+x, -y)$



KHOẢNG CÁCH

Nếu hai điểm có cùng tọa độ x hoặc cùng tọa độ y, chúng ta có thể tìm ra khoảng cách giữa hai điểm đó. Đầu tiên, hãy tìm hiệu số của hai tọa độ khác nhau bằng cách sử dụng phép trừ. Tiếp theo, tính giá trị tuyệt đối của giá trị đó.

VÍ DỤ: Điểm **A** có tọa độ tại $(2, 9)$. Điểm **B** có vị trí tại $(5, 9)$. Khoảng cách giữa hai Điểm **A** và **B** là bao nhiêu?

Điểm **A** và điểm **B** có cùng tọa độ y (đều là 9), do đó ta có thể tính đơn giản khoảng cách của điểm y, đó là

$5 - 2 = 3$ (hoặc $2 - 5 = -3$).

Tiếp theo, ta tính toán giá trị tuyệt đối của ($|3|$ hoặc $|-3|$), bằng 3.

Do đó, Điểm **A** và Điểm **B** cách nhau một khoảng bằng 3 đơn vị.

Nếu bạn vẽ các điểm **A** và **B**, sau đó vẽ một đường thẳng để nối chúng, bạn sẽ nhận được một đường nằm ngang do chúng có cùng tọa độ y. Cách làm tương tự nếu các điểm có cùng tọa độ x.

VÍ DỤ: Điểm P có tọa độ $(5\frac{1}{4}, -\frac{2}{3})$.

Điểm Q có tọa độ $(5\frac{1}{4}, -1\frac{3}{4})$. Khoảng cách giữa Điểm P và Điểm Q là bao nhiêu?

Do Điểm P và Điểm Q có cùng tọa độ x (đều là $5\frac{1}{4}$), đầu tiên chúng ta tìm hiệu số của hai tọa độ y, như sau:

$$-\frac{2}{3}-\left(-1\frac{3}{4}\right)=-\frac{2}{3}+1\frac{3}{4}=-\frac{8}{12}+\frac{21}{12}=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}.$$

Tiếp theo, ta tính giá trị tuyệt đối của số đó, là $1\frac{1}{12}$.

Do đó, Điểm P và Điểm Q cách nhau $1\frac{1}{12}$ đơn vị.

Nếu bạn vẽ điểm P và Q, sau đó vẽ một đường thẳng để nối chúng, bạn sẽ nhận được một đường nằm dọc do chúng có cùng tọa độ x.

Nhưng nếu bạn cần tìm khoảng cách giữa hai điểm mà không cần tọa độ?

VÀ KHÔNG CÓ ĐƯỜNG DỌC HOẶC ĐƯỜNG NGANG

Bạn có thể sử dụng công thức khoảng cách như sau:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

CHỈ SỐ DƯỚI DẤU BIỂU THỊ ĐIỂM ĐẦU VÀ ĐIỂM CUỐI. KHÔNG VẤN ĐỀ GÌ NẾU BẠN GỌI BẤT KÌ ĐIỂM NÀO LÀ ĐẦU HAY CUỐI, CHỈ KHI BẠN TÁCH RIÊNG CHÚNG RA.

VÍ DỤ: Điểm **D** có tọa độ $(11, -2)$. Điểm **E** có tọa độ $(7, -5)$. Khoảng cách giữa hai điểm **D** và **E** là bao nhiêu?

Đầu tiên, gán giá trị cho tọa độ điểm đầu và điểm cuối.

$x_1 = 11, y_1 = -2; x_2 = 7, y_2 = -5$

Sau đó, lắp giá trị vào công thức.

$d = \sqrt{(7 - 11)^2 + (-5 - -2)^2}$ ← TRẬT TỰ CỦA PHÉP TÍNH LÀM THỦ CÔNG Ở ĐÂY.

$d = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$

$d = \sqrt{16 + 9}$

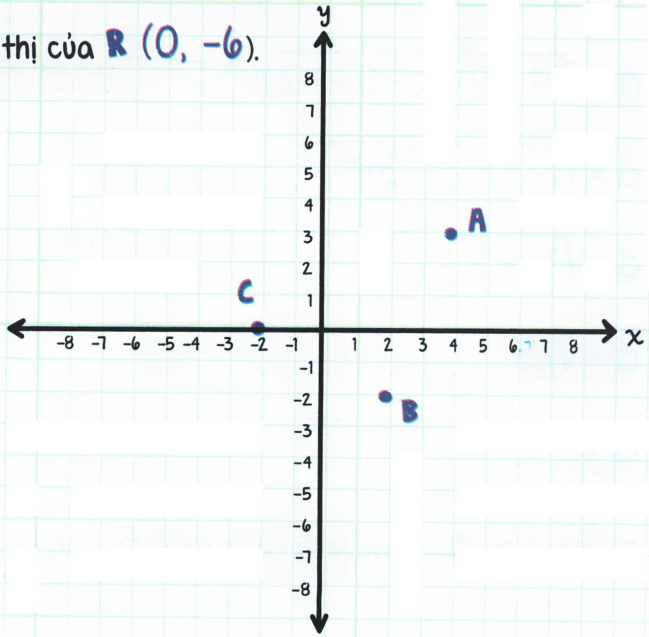
$d = \sqrt{25}$

$d = 5$

Do đó, điểm **D** và điểm **E** cách nhau 5 đơn vị.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Góc phần tư của toạ độ $(-5, 9)$ là?
2. Góc phần tư của toạ độ $(4, -6)$ là?
3. Góc phần tư của toạ độ $(8, 20)$ là?
4. Góc phần tư của toạ độ $(-3, -7)$ là?
5. Tọa độ của điểm **A**?
6. Tọa độ của điểm **B**?
7. Tọa độ của điểm **C**?
8. Vẽ đồ thị của **Q** $(-4, 8)$.
9. Vẽ đồ thị của **R** $(0, -6)$.



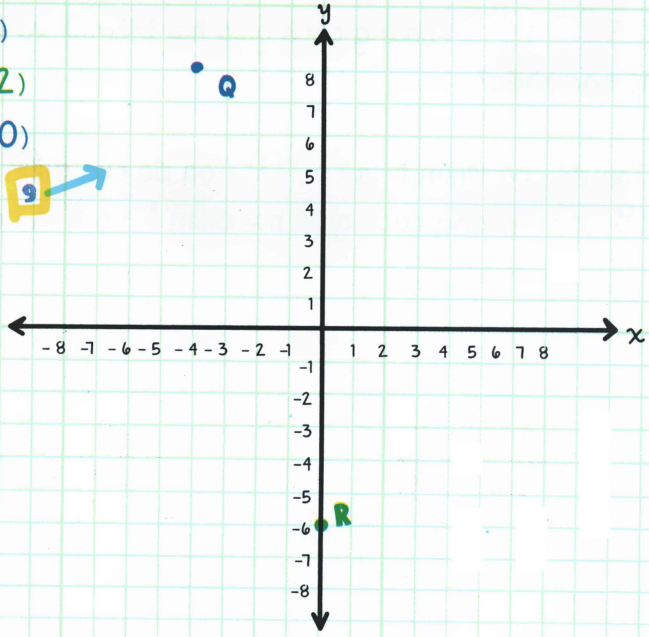
10 Tọa độ của Điểm **G** là $(7, -2)$. Tọa độ của điểm **H** là $(7, 10)$. Khoảng cách giữa hai Điểm **G** và Điểm **H** là bao nhiêu?

11 Tọa độ của điểm **S** là $(\frac{2}{5}, 9\frac{1}{8})$. Tọa độ của điểm **T** là $(-5\frac{7}{10}, 9\frac{1}{8})$. Khoảng cách giữa hai Điểm **S** và Điểm **T** là bao nhiêu?

12 Tọa độ của Điểm **K** là $(2, 0)$. Tọa độ của điểm **L** là $(8, 8)$. Khoảng cách giữa hai điểm **K** và **L** là bao nhiêu?

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. II
2. IV
3. I
4. III
5. (4, 3)
6. (2, -2)
7. (-2, 0)
8. và 9

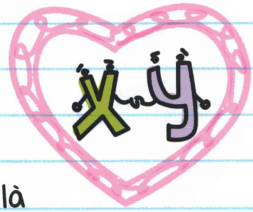


10. Điểm G và Điểm H cách nhau 12 đơn vị
11. Điểm S và Điểm T cách nhau $6\frac{1}{10}$ đơn vị.
12. Điểm K và Điểm L cách nhau 10 đơn vị.

Chương 56

MỐI QUAN HỆ, ĐƯỜNG VÀ HÀM SỐ

MỐI QUAN HỆ là một cặp số có thứ tự (như tọa độ x và tọa độ y là một "mối quan hệ"). Trong mối tương quan, tất cả các tọa độ x được gọi là **TẬP XÁC ĐỊNH**, và tất cả các tọa độ y được gọi là **KHOẢNG BIẾN THIÊN**.



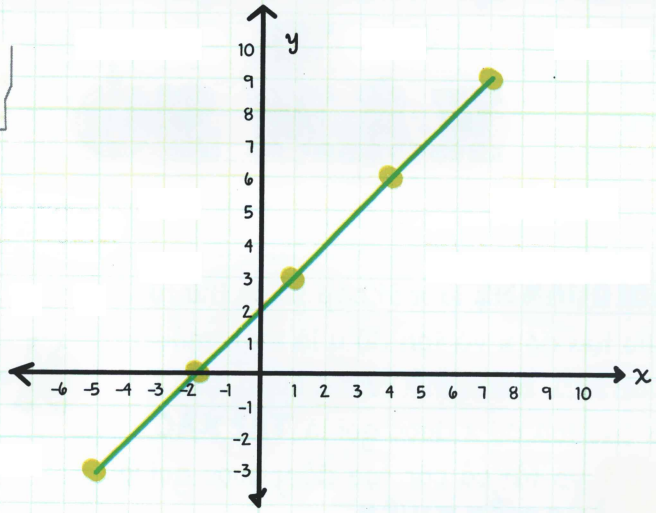
VÍ DỤ: Nêu Tập xác định và khoảng biến thiên của mối quan hệ sau: (-5, -3) (-2, 0) (1, 3) (4, 6) (7, 9).

TẬP XÁC ĐỊNH (tất cả giá trị x): {-5, -2, 1, 4, 7}
KHOẢNG BIẾN THIÊN (tất cả giá trị y): {-3, 0, 3, 6, 9}

LUÔN LIỆT KÊ TẬP XÁC ĐỊNH VÀ KHOẢNG BIẾN THIÊN THEO CẶP SỐ THỨ TỰ.

Có lúc, khi ta có một vài cặp thứ tự, bạn có thể kết nối chúng bằng cách vẽ một đường thẳng qua tất cả các điểm.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị quan hệ (-5, -3) (-2, 0) (1, 3) (4, 6) (7, 9) bằng cách vẽ một đường qua tất cả các điểm.



Quan hệ có thể là bất kì mối quan hệ nào giữa các tập số, nhưng **HÀM SỐ** là một loại mối quan hệ trong đó chỉ có một giá trị y ứng với mỗi giá trị x. Nói cách khác, hàm số là một dạng quan hệ trong đó không có giá trị x nào lặp lại. Trong ví dụ trên, không có giá trị x nào lặp lại, do đó đường thẳng này là đại diện của một **HÀM SỐ**.

Bạn có thể dễ dàng xác định mối quan hệ của một hàm số bằng cách vẽ đồ thị và thực hiện **KIỂM TRA ĐƯỜNG THẲNG ĐỨNG**. Bạn chỉ cần vẽ một đường thẳng đứng trên biểu đồ, nếu đường thẳng hoặc HAI

Nhớ rằng có hai loại biến trong các phương trình:

BIẾN ĐỘC LẬP:

Có thể đứng một mình và không bị ảnh hưởng bởi các biến khác

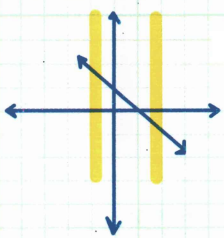
BIẾN PHỤ THUỘC:

PHỤ THUỘC VÀO BIẾN ĐỘC LẬP

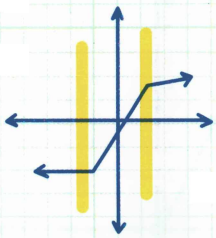
Với hàm số, y là biến phụ thuộc - nghĩa là các giá trị của y PHỤ THUỘC vào giá trị của x.

đi qua hai điểm của mối quan hệ, nó không phải hàm số. Mặt khác, nếu kiểm tra đường thẳng đứng chứng minh không có giá trị x nào lặp lại, và mối quan hệ là hàm số nếu không có giá trị tập xác định (tọa độ x) lặp lại.

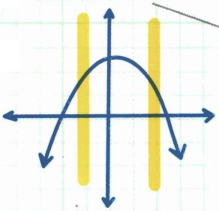
VÍ DỤ:



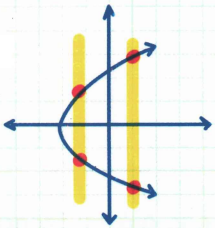
HÀM SỐ



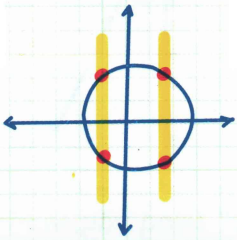
HÀM SỐ



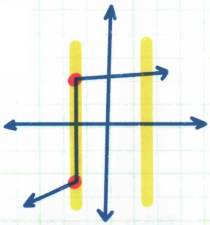
HÀM SỐ



KHÔNG PHẢI HÀM SỐ



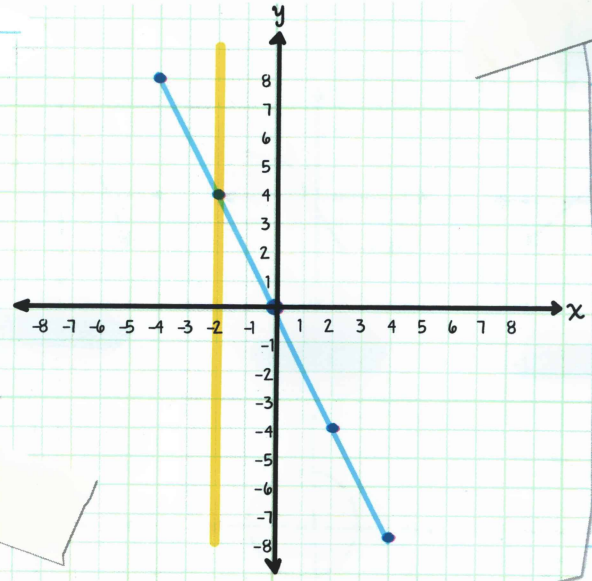
KHÔNG PHẢI HÀM SỐ



KHÔNG PHẢI HÀM SỐ

VÍ DỤ: Quan hệ được thể hiện trong bảng có phải là hàm số? Vẽ đồ thị để kiểm tra kết quả.

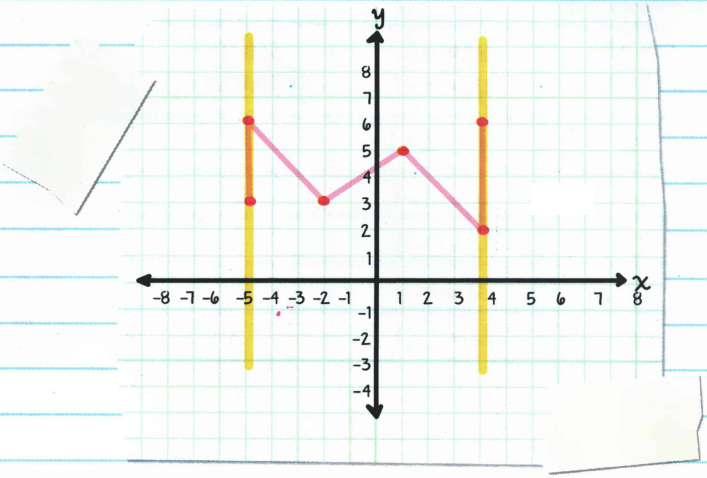
TẬP XÁC ĐỊNH (x)	KHOẢNG BIẾN THIÊN (y)
-4	8
-2	4
0	0
2	-4
4	-8



Đây là một hàm số? Đúng vậy, vì tất cả các giá trị trong tập xác định khác nhau. Vậy nó đã vượt qua bài kiểm tra đường thẳng đứng? Chính xác!

VÍ DỤ: Mối quan hệ được thể hiện trong bảng có phải là hàm số?
Vẽ đồ thị để kiểm tra kết quả.

TẬP XÁC ĐỊNH (x)	KHOẢNG BIẾN THIÊN (y)
−5	3
−5	6
−2	3
1	5
4	2
4	6



Đây là một hàm số? Không, vì các giá trị trong tập xác định lặp lại.

Vậy nó đã vượt qua bài kiểm tra đường thẳng đứng? Không. Vì đường thẳng đứng có thể đi qua nhiều hơn hai điểm, do đó đây KHÔNG PHẢI một hàm số.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN và GIÁ TRỊ KẾT LUẬN

Đây là một hàm số giống phương trình đại số: $y = x + 1$.

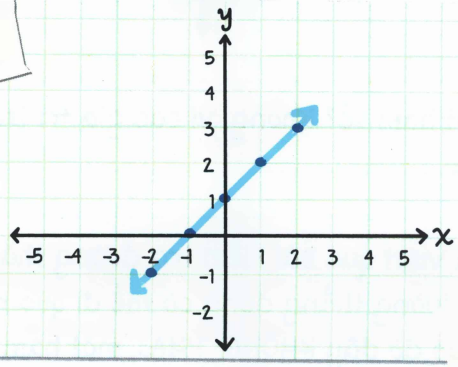
GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN qui định tất cả các giá trị x (tập xác định) có thể được thay thế trong công thức cho x. **GIÁ TRỊ KẾT LUẬN** qui định tất cả các giá trị y (khoảng biến thiên) dẫn đến kết quả sau khi chúng ta nhập các giá trị x và đơn giản hóa chúng. Nếu chúng ta có hàm số, chúng ta có thể lập một BẢNG **GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN/ GIÁ TRỊ KẾT LUẬN** để thứ tự tất cả các giá trị chúng ta cần cho việc vẽ đồ thị hàm số.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN LÀ BIẾN ĐỘC LẬP.

GIÁ TRỊ KẾT LUẬN LÀ BIẾN PHỤ THUỘC.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = x + 1$.

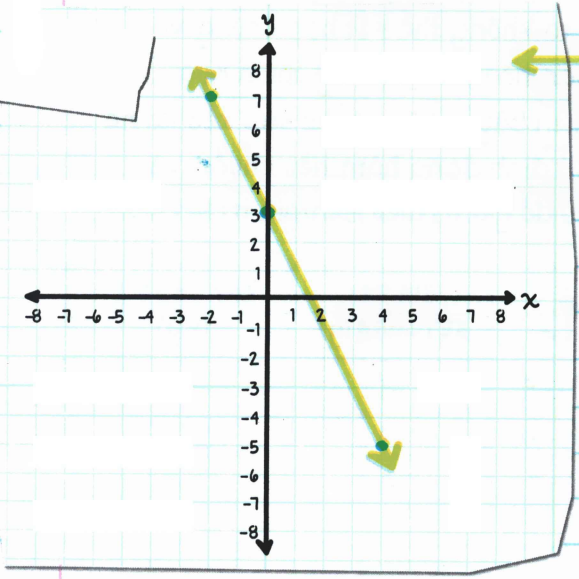
GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = x+1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x,y)
-2	$y = -2+1$	-1	(-2,-1)
-1	$y = -1+1$	0	(-1,0)
0	$y = 0+1$	1	(0,1)
1	$y = 1+1$	2	(1,2)
2	$y = 2+1$	3	(2,3)



Chúng ta không cần lấy tất cả giá trị điều kiện, vì chúng ta có thể chọn bất kì giá trị nào – một giá trị điều kiện tạo ra một giá trị kết luận duy nhất, và tất cả chúng đều đại diện cho một hàm số. Tuy nhiên, nên chọn các giá trị điều kiện dễ tính toán.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = -2x + 3$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -2x + 3$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x,y)
-2	$y = -2(-2)+3$	7	(-2, 7)
0	$y = -2(0)+3$	3	(0, 3)
4	$y = -2(4)+3$	-5	(4, -5)



Vì chúng ta có thể chọn bất kì giá trị nào cho **x**, chúng ta nối các điểm và vẽ mũi tên ở mỗi đầu của đường kẻ để cho thấy giá trị điều kiện và giá trị kết luận sẽ tiếp tục kéo về cả hai hướng. Mỗi điểm trên đường kẻ là một giá trị điều kiện và giá trị kết luận tương ứng.

Đôi khi, một hàm số có giá trị điều kiện và giá trị kết luận cùng một phía của dấu bằng. Khi điều này xảy ra, chúng ta chỉ cần sắp xếp lại phương trình để giải "giá trị kết luận". Hay nói cách khác là tách y ở một bên của dấu bằng.

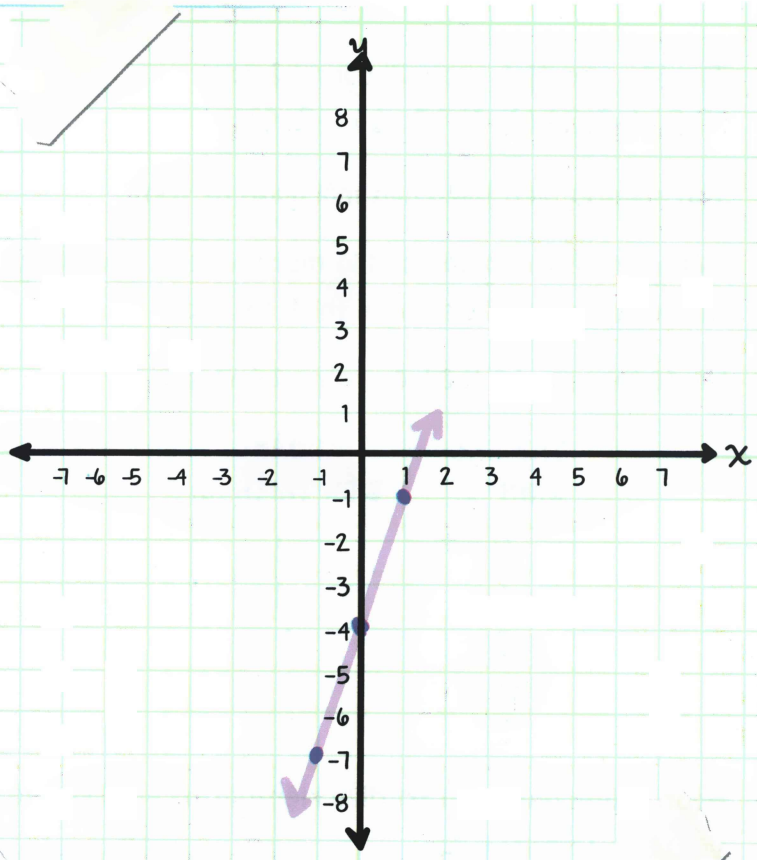
VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y - 3x = -4$.

$y - 3x = -4$ (Ta cần tách y, sau đó thêm $3x$ vào hai vế.)

$y - 3x + 3x = -4 + 3x$

$y = 3x - 4$ (Do $3x$ và -4 không cùng số hạng, chúng ta không thể kết hợp chúng và đơn giản hóa hàm số này thêm nữa. Tuy nhiên bây giờ ta có thể sắp xếp lại nó và để ở định dạng hàm tiêu chuẩn và tạo biểu đồ giá trị điều kiện/giá trị kết luận.)

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = 3x - 4$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x,y)
-1	$y = 3(-1) - 4$	-7	(-1,-7)
0	$y = 3(0) - 4$	-4	(0,-4)
1	$y = 3(1) - 4$	-1	(1,-1)


y
x
8
7
6
5
4
3
2
1
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5 6 7
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Tìm tập xác định của mối quan hệ sau:.
(7,5) (-3,2) (1,-1) (4,-6) (-2,4)?

2 Tìm khoảng biến thiên của mối quan hệ trên?

3 Mối quan hệ trong câu số 1 là một hàm số? Nếu đúng thì tại sao hoặc nếu sai giải thích tại sao?

4 Vẽ đồ thị quan hệ thể hiện trong bảng sau:

TẬP XÁC ĐỊNH (x)	KHOẢNG BIẾN THIÊN (y)
-9	-3
-6	-1
-3	1
0	3
3	5

5 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = x + 2$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = x + 2$	GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (y)	CẶP THỨ TỰ (x,y)
-2			
0			
3			

6 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = -3x + 1$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -3x + 1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x,y)
-1			
0			
2			

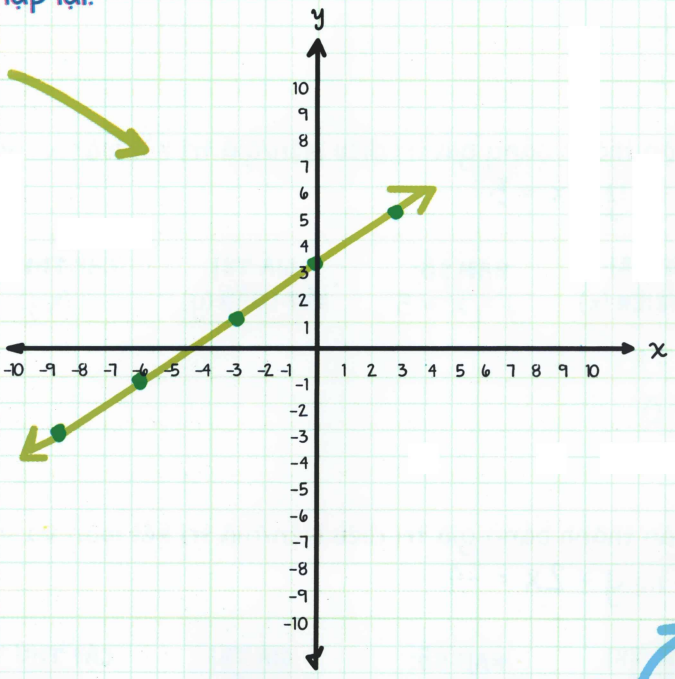
7 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y - x = 5$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y - x = 5$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x,y)
-4			
0			
1			

8 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y + 2x = -4$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y + 2x = -4$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x,y)
-4			
0			
1			

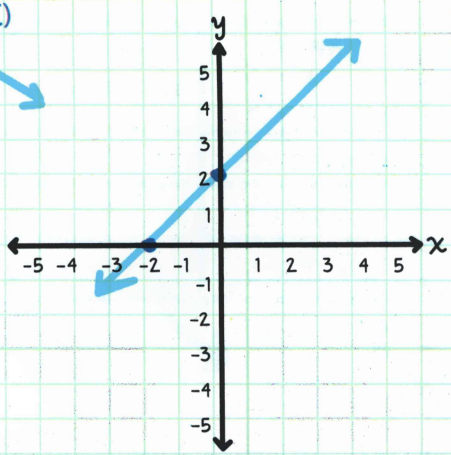
KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. Tập xác định {-3, -2, 1, 4, 7}
2. Khoảng biến thiên: {-6, -1, 2, 4, 5}
3. Đúng, vì không có giá trị x nào (trong tập xác định) lặp lại.
4. 

5. (BẢNG)

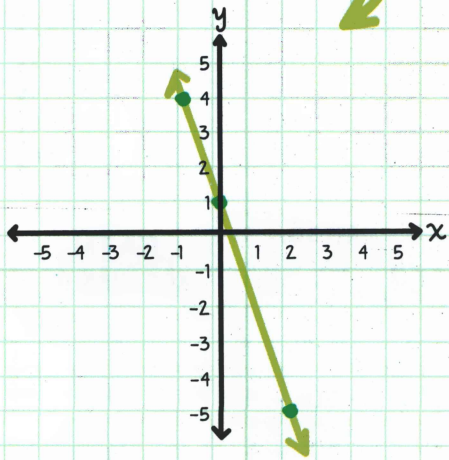
GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: y = x+2	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x, y)
-2	y = (-2) + 2	0	(-2, 0)
0	y = (0) + 2	2	(0, 2)
3	y = (3) + 2	5	(3, 5)

5 (ĐỒ THỊ)



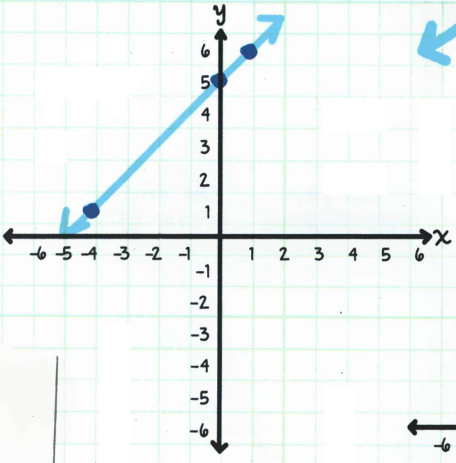
6

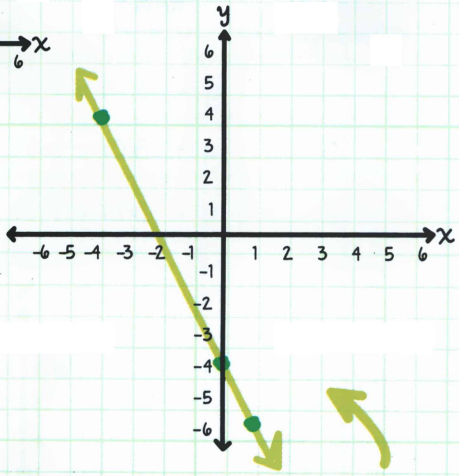
GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -3x+1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x, y)
-1	$y = -3(-1) + 1$	4	(-1, 4)
0	$y = -3(0) + 1$	1	(0, 1)
2	$y = -3(2) + 1$	-5	(2, -5)



7

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y - x = 5$ ⇒ $y = x + 5$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x, y)
−4	$y = (-4) + 5$	1	(−4, 1)
0	$y = (0) + 5$	5	(0, 5)
1	$y = (1) + 5$	6	(1, 6)





8

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y + 2x = -4$ ⇒ $y = -2x - 4$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	CẶP THỨ TỰ (x, y)
−4	$y = -2(-4) - 4$	4	(−4, 4)
0	$y = -2(0) - 4$	−4	(0, −4)
1	$y = -2(1) - 4$	−6	(1, −6)

Chương 57

HỆ SỐ GÓC

HỆ SỐ GÓC thường được qui ước là độ dốc của đường thẳng. Cụ thể hơn, hệ số góc là một tỉ số mô tả độ nghiêng của đường thẳng:

$$\text{HỆ SỐ GÓC} = \frac{\text{THAY ĐỔI DỌC}}{\text{THAY ĐỔI NGANG}}$$

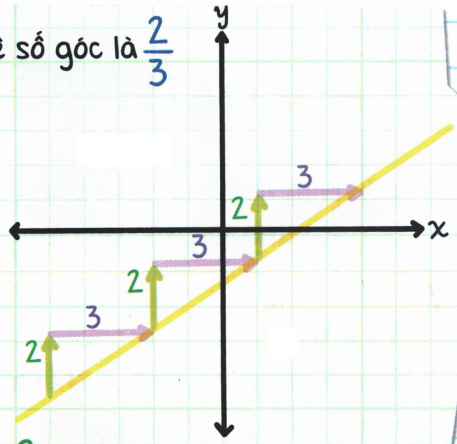
↕ **THAY ĐỔI DỌC** là độ đi lên hoặc đi xuống.

↔ **THAY ĐỔI NGANG** là độ di chuyển sang trái hoặc phải.

VÍ DỤ: Một đường với hệ số góc là $\frac{2}{3}$

THAY ĐỔI DỌC = 2

THAY ĐỔI NGANG = 3



Hệ số góc $\frac{2}{3}$ có nghĩa là mỗi lần đường dịch chuyển lên 2 khoảng, nó đồng thời di chuyển sang 3 khoảng.

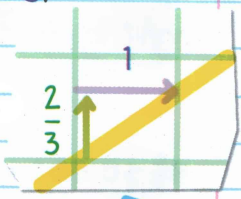
Một cách khác để hiểu hệ số góc là nó đại diện cho **ĐƠN VỊ TỈ LỆ**, hoặc tỉ số biểu thị các lượng đơn vị thay đổi dọc trên 1 dòng thay đổi ngang.

Ở ví dụ trước cho thấy hệ số góc của $\frac{2}{3}$ nghĩa là cứ mỗi lần đường dịch sang 3, nó đồng thời di chuyển lên 2 do:

$$\text{HỆ SỐ GÓC} = \frac{\text{THAY ĐỔI DỌC}}{\text{THAY ĐỔI NGANG}} = \frac{2}{3},$$

do đó thay đổi dọc = 2 và thay đổi ngang = 3.
Một cách khác để xác định nó:

$$\text{HỆ SỐ GÓC} = \frac{\text{THAY ĐỔI DỌC}}{\text{THAY ĐỔI NGANG}} = \frac{\frac{2}{3}}{1}$$



Điều này chỉ ra rằng: Mỗi lần đường dịch sang 1, nó di chuyển lên $\frac{2}{3}$.
Nhìn kĩ vào biểu đồ bạn có thể nhìn thấy tỉ lệ này.

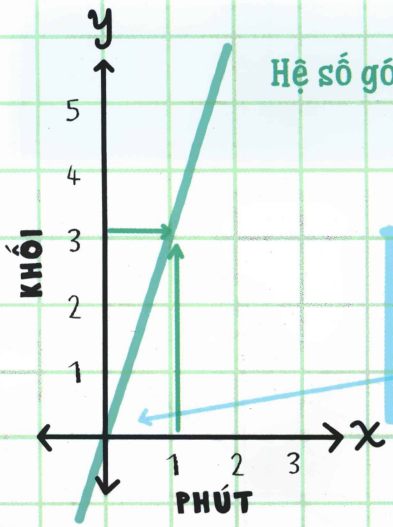
CÁC LOẠI HỆ SỐ GÓC

Chúng ta có thể sử dụng các loại biểu đồ để so sách hai mối quan hệ khác nhau bằng cách so sách hệ số góc. Hệ số góc càng lớn, tốc độ càng nhanh.

VÍ DỤ:

Bob đi bộ trung bình 3 khối mỗi phút và Jana đi bộ trung bình 5 khối mỗi phút.

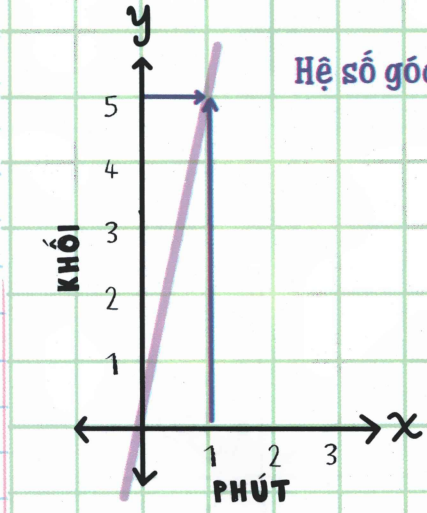
Sử dụng biểu đồ để xác định ai đi bộ nhanh hơn.



Hệ số góc của BOB = $\frac{3 \text{ khối}}{1 \text{ phút}}$



ĐỂ SO SÁNH HỆ SỐ GÓC, TA BẮT ĐẦU Ở TỌA ĐỘ GỐC VÀ SỬ DỤNG TỈ LỆ $\frac{\text{THAY ĐỔI DỌC}}{\text{THAY ĐỔI NGANG}}$



Hệ số góc của JANE = $\frac{5 \text{ khối}}{1 \text{ phút}}$



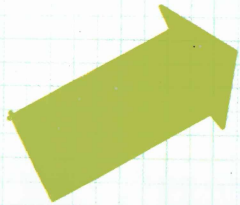
Do hệ số góc tốc độ của Jane dốc hơn hệ số góc tốc độ của Bob, điều này chỉ ra rằng tốc độ của Jane nhanh hơn.

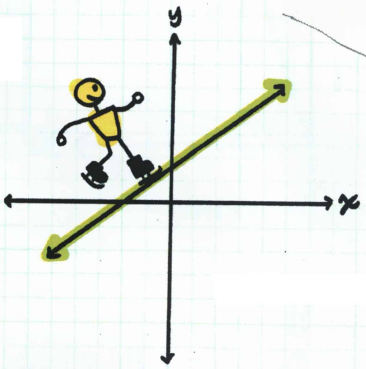
Hãy ghi nhớ sự khác biệt các loại hệ số góc bằng cách tưởng tượng một người đi trượt băng trên đường từ trái sang phải (cùng hướng chúng ta khi đọc).

Có bốn loại hệ số góc:

1. HỆ SỐ GÓC DƯƠNG:

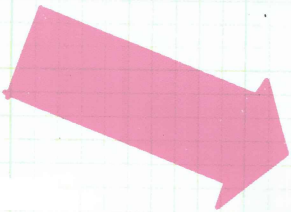
hướng lên từ trái sang phải

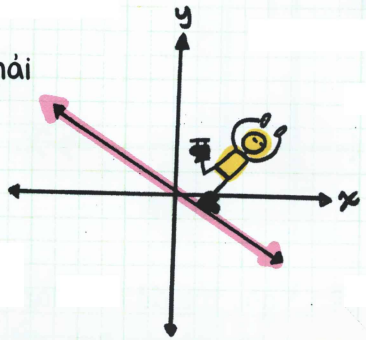




2. HỆ SỐ GÓC ÂM:

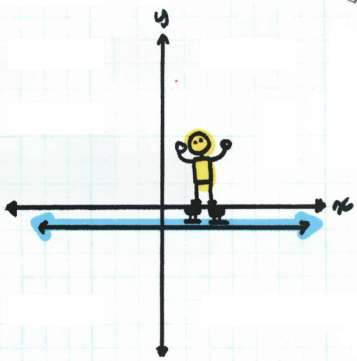
hướng xuống từ trái sang phải





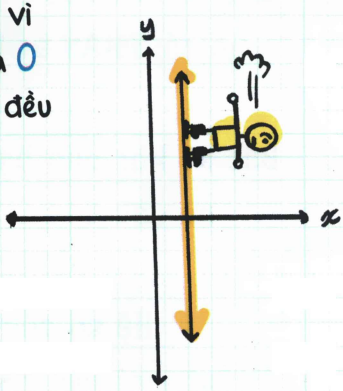
3. HỆ SỐ GÓC LÀ 0:

nằm ngang vì thay đổi dọc là 0, và bất kì số nào chia cho 0 cũng bằng 0



4. HỆ SỐ GÓC KHÔNG XÁC ĐỊNH:

là một đường thẳng đứng vì thay đổi ngang bằng 0 và 0 chia cho bất kì số nào cũng đều không xác định



5 ĐIỀU BẠN CẦN BIẾT VỀ HỆ SỐ GÓC:

1. Bất kì khi nào bạn di chuyển **LÊN**, nó có **THAY ĐỔI DỌC LÀ DƯƠNG**.

2. Bất kì khi nào bạn di chuyển **XUỐNG**, nó có **THAY ĐỔI DỌC LÀ ÂM**.

3. Bất kì khi nào bạn di chuyển sang **PHẢI**, nó có **THAY ĐỔI NGANG LÀ DƯƠNG**.

4. Bất kì khi nào bạn di chuyển sang **TRÁI**, nó có **THAY ĐỔI NGANG LÀ ÂM**.

5. Hệ số góc là **GIỐNG NHAU** tại mọi nơi trên **ĐƯỜNG THẲNG**.

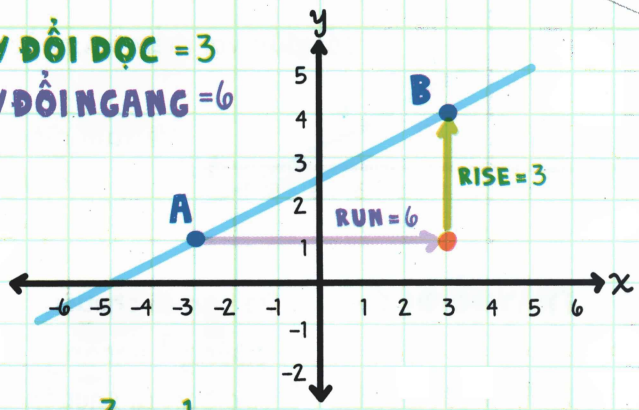
TÌM HỆ SỐ GÓC của ĐƯỜNG

Để **TÌM HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG**, hãy chọn hai điểm bất kì trên đường thẳng đó. Bắt đầu từ điểm xa nhất bên trái, vẽ một tam giác vuông nối hai điểm sao cho đường thẳng là cạnh huyền tam giác. Có bao nhiêu đơn vị của bạn đã đi lên hoặc đi xuống? Đó là thay đổi dọc của bạn. Có bao nhiêu đơn vị của bạn đã sang trái hoặc sang phải? Đó là thay đổi ngang của bạn. Đặt thay đổi dọc của bạn lên thay đổi ngang, bạn sẽ có hệ số góc.

VÍ DỤ: Tìm hệ số góc của đường thẳng.

THAY ĐỔI DỌC = 3

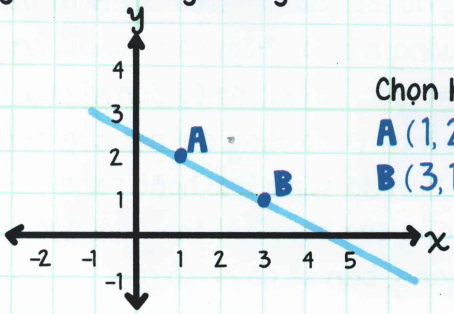
THAY ĐỔI NGANG = 6



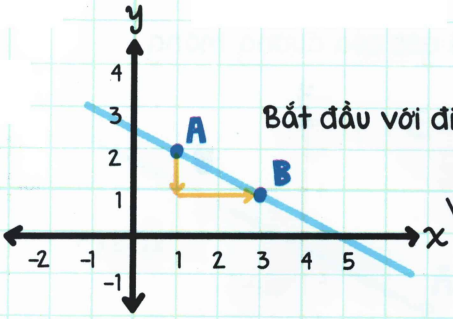
$$\text{HỆ SỐ GÓC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(Hệ số góc của $\frac{1}{2}$ có nghĩa là mỗi lần đường thẳng tăng lên 1, nó cũng dịch sang một đoạn bằng 2.)

VÍ DỤ: Sử dụng tam giác hệ số góc để tìm hệ số góc của đường thẳng.



Chọn hai điểm:
A (1, 2) và
B (3, 1).



Bắt đầu với điểm xa nhất bên trái.

Vẽ tam giác vuông từ A đến B.

THAY ĐỔI DỌC = -1 (Do bạn di chuyển xuống 1 khoảng.)

THAY ĐỔI NGANG = 2 (Do bạn di chuyển sang phải 2 khoảng.)

$$\text{HỆ SỐ GÓC} = \frac{\text{THAY ĐỔI DỌC}}{\text{THAY ĐỔI NGANG}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

(Hệ số góc là $-\frac{1}{2}$ tại mọi điểm trên đường thẳng. Bất kì khi nào bạn tăng -1 và dịch sang 2, bạn sẽ trở lại đường thẳng.)

Dưới đây là CÔNG THỨC CHO HỆ SỐ GÓC mà bạn có thể sử dụng khi bạn biết hai điểm trên một đường thẳng:

$$\text{Hệ số góc} = \frac{\text{sự thay đổi trên } y}{\text{sự thay đổi trên } x} \quad \text{hoặc} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

VÍ DỤ: Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua hai tọa độ $(2, 3)$ và $(4, 6)$.

1. Gán cho mỗi giá trị là (x_1, y_1) và (x_2, y_2).
$x_1 = 2,\ y_1 = 3;\ x_2 = 4,\ y_2 = 6$

2. Sử dụng công thức hệ số góc và trừ các giá trị:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{HỆ SỐ GÓC} = \frac{3}{2}$$

VÍ DỤ: Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua hai tọa độ $(-5, 6)$ và $(-2, -6)$.

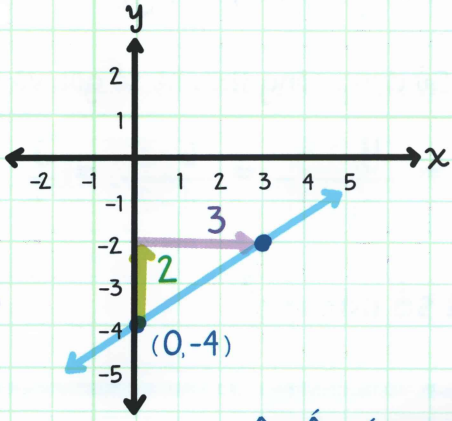
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-6}{-2-(-5)} \quad \frac{-6+-6}{-2+5} = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\text{HỆ SỐ GÓC} = -4$$

Bạn có thể vẽ đồ thị của một đường thẳng nếu bạn chỉ biết một điểm và hệ số góc. Bạn có tất cả các thông tin bạn cần thiết – điểm bắt đầu, số đơn vị khi nó dịch chuyển lên, và số đơn vị khi nó dịch chuyển sang ngang.

VÍ DỤ: Vẽ đường thẳng đi qua tọa độ $(0, -4)$ và có hệ số góc $\frac{2}{3}$.

Bắt đầu bằng việc vẽ điểm được cho trước $(0, -4)$.



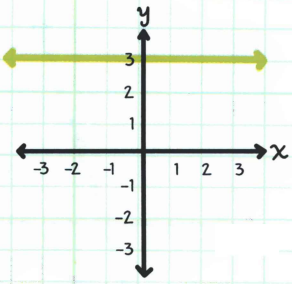
Sau đó, sử dụng **THAY ĐỔI DỌC** và **THAY ĐỔI NGANG** của hệ số góc để tìm điểm tiếp theo.

HỆ SỐ GÓC $= \frac{2}{3}$

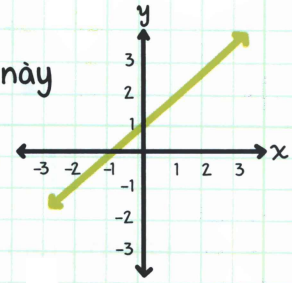
Cuối cùng, nối các điểm bạn tạo, và vẽ mũi tên ở hai đầu đường thẳng để chỉ rằng đường thẳng kéo dài vô tận.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

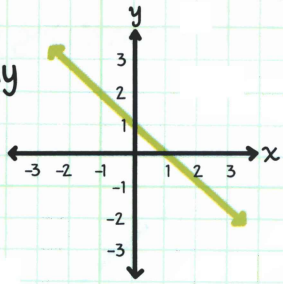
1 Hệ số góc của đồ thị này là dương, âm, bằng 0 hay không xác định?



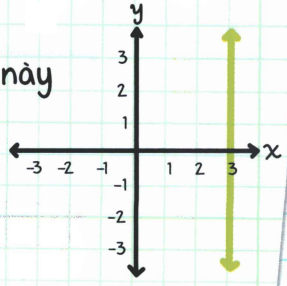
2 Hệ số góc của đồ thị này là dương, âm, bằng 0 hay không xác định?



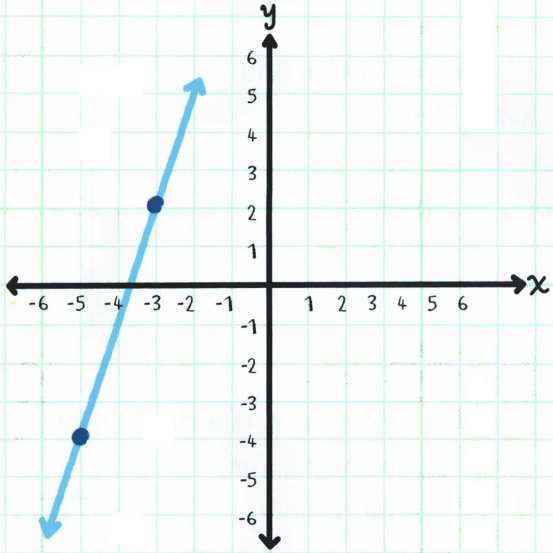
3 Hệ số góc của đồ thị này là dương, âm, bằng 0 hay không xác định?



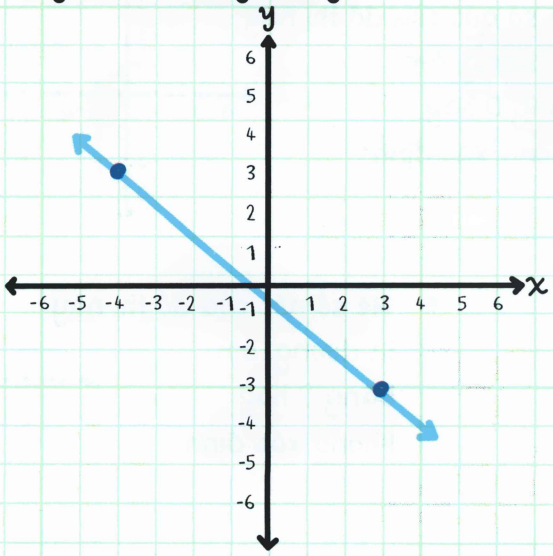
4 Hệ số góc của đồ thị này là dương, âm, bằng 0 hay không xác định?



5 Sử dụng tam giác hệ số góc để tìm hệ số góc của đường thẳng:



6 Sử dụng tam giác hệ số góc để tìm hệ số góc của đường thẳng:



7 Sử dụng công thức hệ số góc để tìm độ dốc của đường thẳng đi qua hai điểm có tọa độ $(2, 8)$ và $(5, 7)$.

8 Sử dụng công thức hệ số góc để tìm độ dốc của đường thẳng đi qua hai điểm có tọa độ $(-3, 2)$ và $(-6, 10)$.

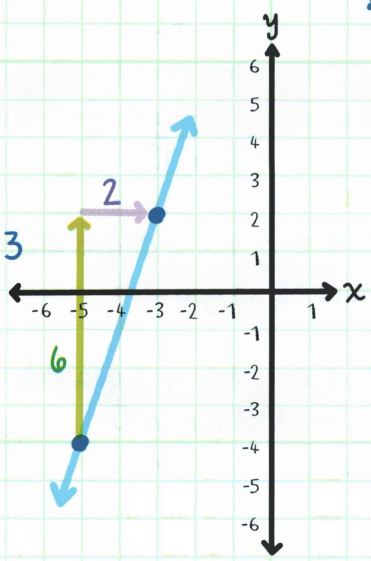
9 Vẽ đường thẳng đi qua điểm có tọa độ $(3, 5)$ và có hệ số góc là 4.

10 Vẽ đường thẳng đi qua điểm có tọa độ $(6, -2)$ và có hệ số góc là 0.

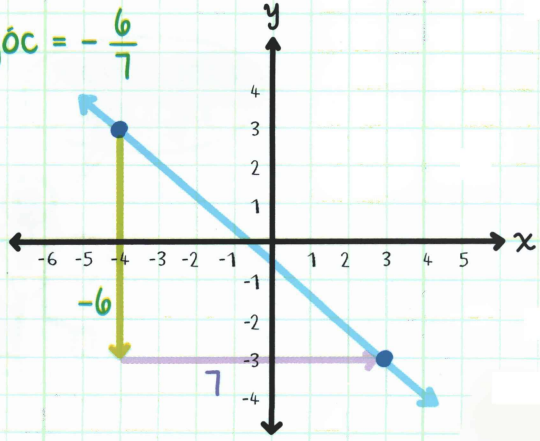


KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1. 0
2. Dương
3. Âm
4. Không xác định
5. Hệ số góc = $\frac{6}{2} = 3$



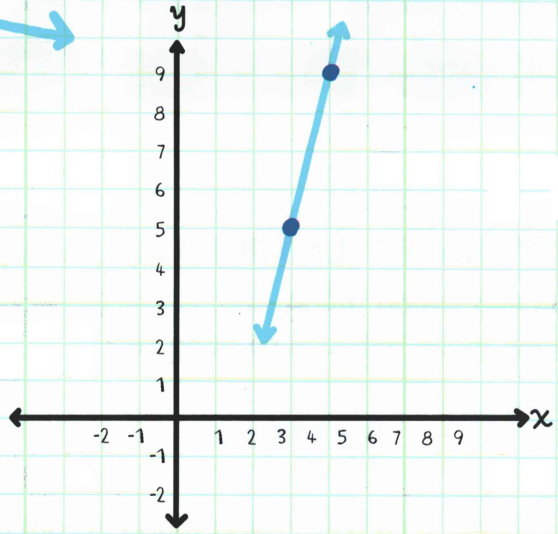
6. Hệ số góc = $-\frac{6}{7}$



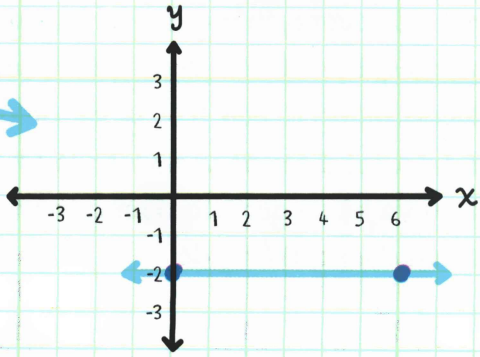
7 $m = \frac{7-8}{5-2} = -\frac{1}{3}$

8 $m = \frac{10-2}{-6+3} = \frac{8}{-3} = -\frac{8}{3}$

9



10



Chương 58

PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH VÀ HÀM SỐ TUYẾN TÍNH

PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH là một phương trình có đồ thị là một đường thẳng.
Phương trình tuyến tính luôn có dạng sau:

$$y = mx + b$$

y biểu thị mọi giá trị y trên đường thẳng, m đại diện cho hệ số góc (có tỉ lệ $\frac{\text{THAY ĐỔI DỌC}}{\text{THAY ĐỔI NGANG}}$), và b đại diện cho **TUNG ĐỘ Y** (nơi một đường thẳng đi qua trục y). Nếu bạn biết về tung độ y, bạn sẽ biết được giá trị của y tại một điểm mà đường thẳng đi qua trục y, và, do đó, bạn sẽ biết được giá trị x tại điểm đó vì nó luôn là 0! Nếu bạn biết tung độ y và hệ số góc của đường thẳng, bạn có thể vẽ đồ thị của đường thẳng đó.

Bởi vì đồ thị của phương trình tuyến tính là một đường thẳng, có nghĩa là phương trình tuyến tính là một hàm số... trừ khi nó là một đường thẳng đứng!

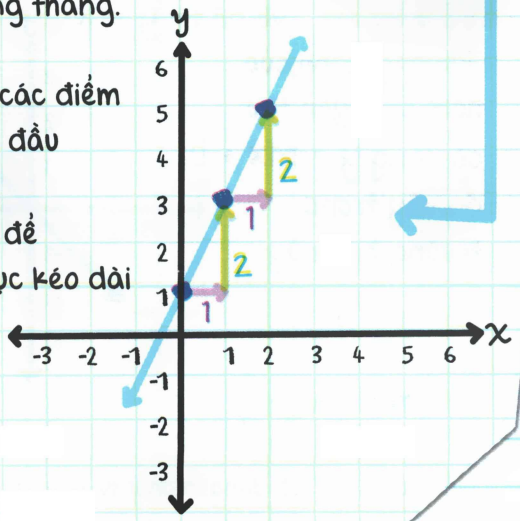
VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = 2x + 1$.

Phương trình hàm số tuyến tính có dạng $y = mx + b$, do đó trong trường hợp này:

$$m = \frac{2}{1}$$
$$b = 1$$

Đầu tiên, biểu diễn tung độ y (trong phương trình, tại điểm $y = 1$ và $x = 0$). Từ điểm này, ta xác định được hệ số góc ($\frac{2}{1}$) tức là ta phải di chuyển lên 2 và sang ngang 1. Sau đó sẽ tiếp tục biểu diễn các điểm cho đến khi có được một đường thẳng.

Cuối cùng, ta kết nối các điểm và vẽ mũi tên tại hai đầu của đường thẳng đó ta đánh dấu mũi tên để chỉ rằng nó sẽ tiếp tục kéo dài theo hai phía.

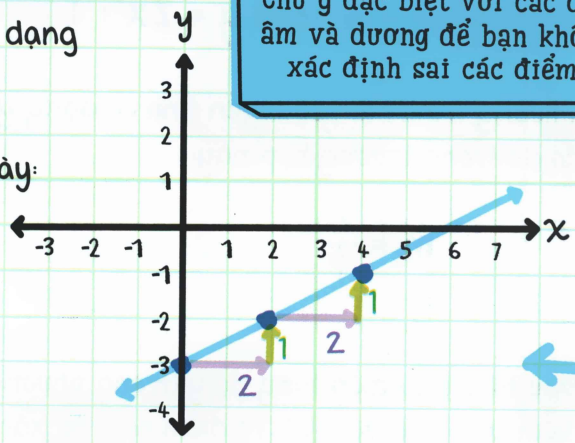


VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = \frac{1}{2}x - 3$.

Phương trình của hàm số tuyến tính có dạng $y = mx + b$, do vậy trong trường hợp này:

$b = -3$

$m = \frac{1}{2}$



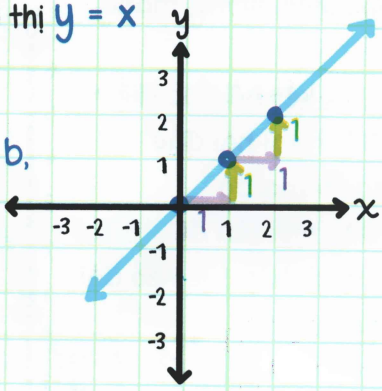
Chú ý đặc biệt với các dấu âm và dương để bạn không xác định sai các điểm!

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = x$

Phương trình của hàm số tuyến tính có dạng $y = mx + b$, do vậy trong trường hợp này:

$b = 0$

$m = 1$ hoặc $\frac{1}{1}$



Do $y = x$ có dạng tương tự $y = 1x + 0$

Trong trường hợp phương trình nhận được không có dạng: $y = mx + b$, ta có thể thao tác để tách y về một vế riêng của dấu bằng.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y+x=4$.

$y+x=4$

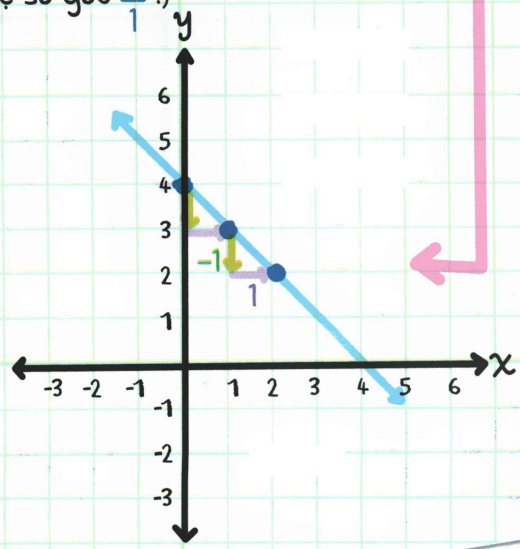
$y+x-x=4-x$

$y=4-x$ (Ta có thể đặt $-x$ trước $+4$, khi đó phương trình có dạng $y=mx+b$)

$y=-x+4$ (Bây giờ, ta biết được tung độ y và hệ số góc $\frac{-1}{1}$.)

$m = -1$

$b = 4$



VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $2y - 4x - 2 = 0$.

$2y - 4x - 2 = 0$

$2y - 4x - 2 + 2 = 0 + 2$

$2y - 4x = 2$

$2y - 4x + 4x = 2 + 4x$

$2y = 4x + 2$

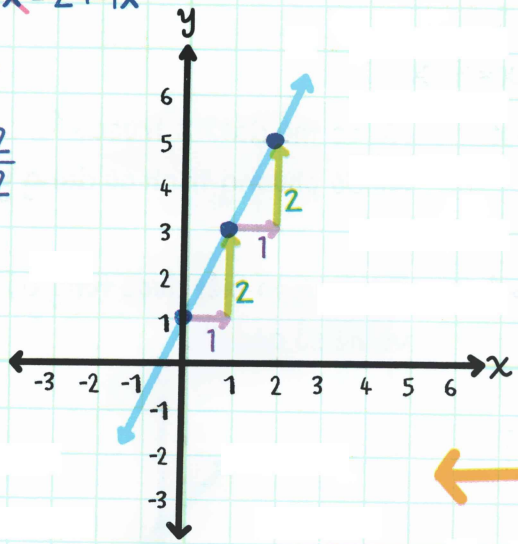
$\frac{2y}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{2}{2}$

$y = 2x + 1$

$m = \frac{2}{1}$

$b = 1$

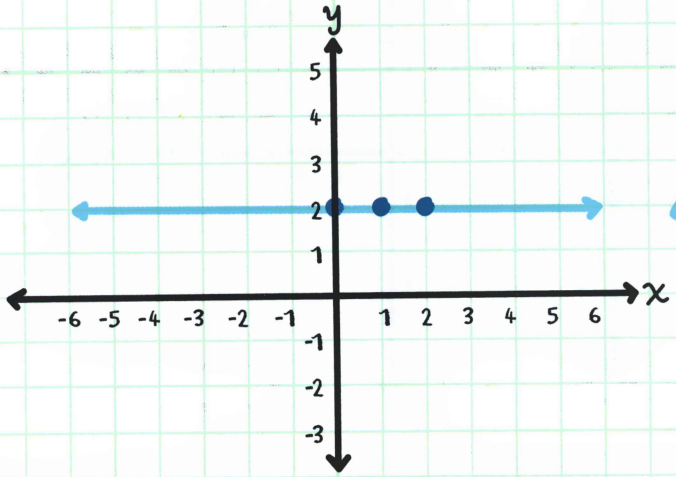
Hãy nghĩ: Làm cách nào để có thể tách y về một vế của dấu bằng?



TÓM TẮT! Bất kì khi nào bạn gặp phương trình dạng "y = (một số)", biểu diễn một điểm trên trục y tại số đó và vẽ một đường nằm ngang đi qua điểm.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $y = 2$.

Mọi điểm trên đường thẳng này có tọa độ y bằng 2: $(0, 2)$ $(1, 2)$ $(2, 2)$, ...v.v.

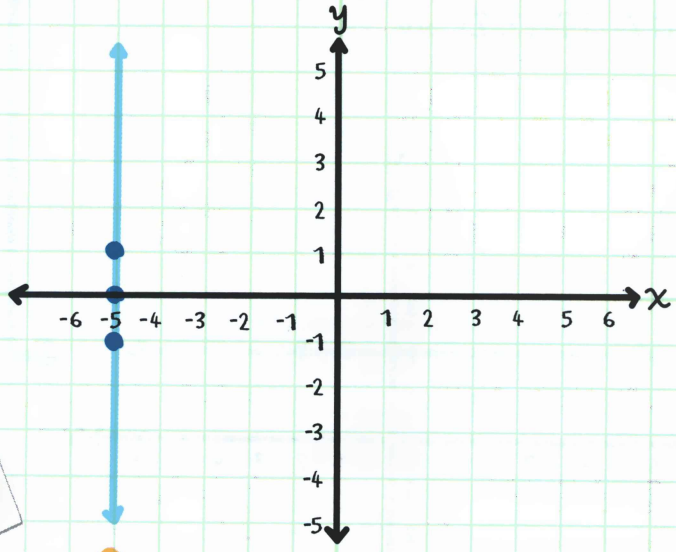


GHI NHỚ: Hệ số góc của đường nằm ngang bằng 0.

Tương tự, bất kì khi nào bạn gặp phương trình dạng "x = (một số)", biểu diễn một điểm trên trục x tại số đó và vẽ một đường thẳng đứng đi qua điểm.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $x = -5$.

Mọi điểm trên đường thẳng này có tọa độ x bằng -5.



GHI NHỚ:

Hệ số góc của đường nằm dọc là không xác định.

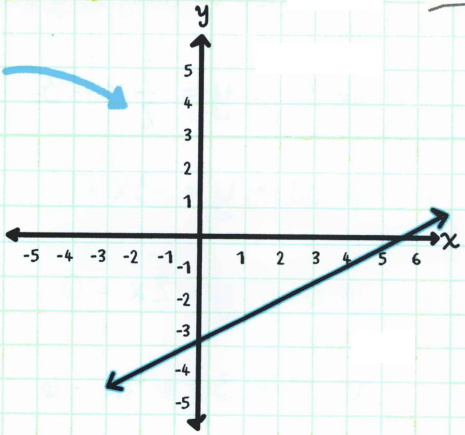
KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

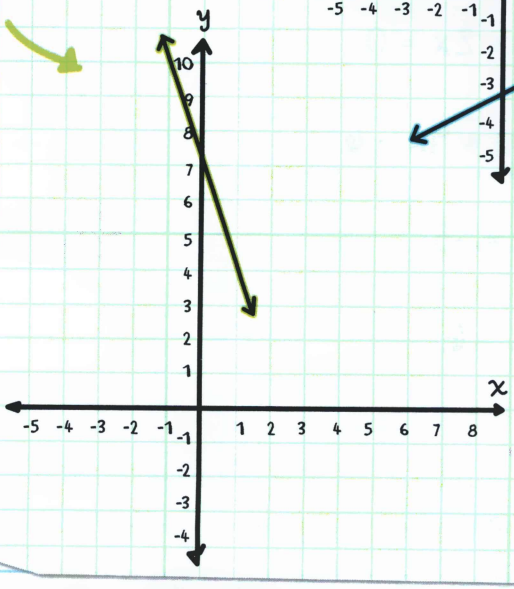
1. Hệ số góc và tung độ y của $y = 2x + 3$ là gì?
2. Hệ số góc và tung độ y của $y = -\frac{2}{3}x + 1$ là gì?
3. Hệ số góc và tung độ y của $y = \frac{5}{6}x$ là gì?
4. Hệ số góc và tung độ y của $y + x = -2$ là gì?
5. Vẽ đồ thị $y = \frac{1}{2}x - 3$.
6. Vẽ đồ thị $y = -3x + 7$.
7. Vẽ đồ thị $y + 2x = 0$.
8. Vẽ đồ thị $3y = 9x - 6$.
9. Vẽ đồ thị $y = -5$.
10. Vẽ đồ thị $x = 6$.

ĐÁP ÁN

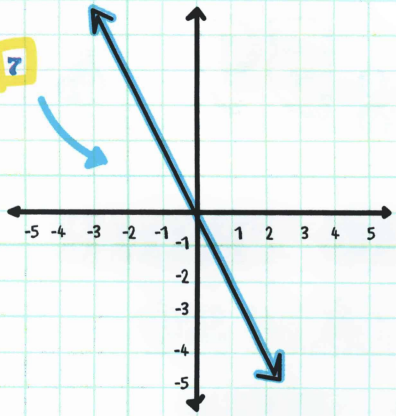
KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN



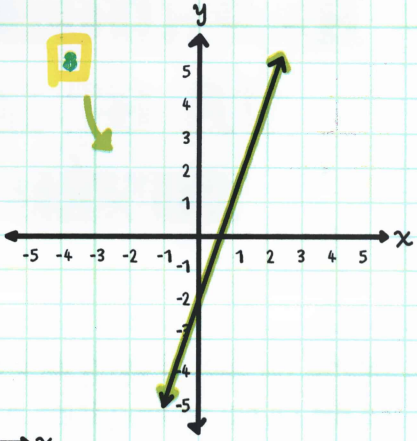
1. Hệ số góc = $\frac{2}{1}$, tung độ y = (0,3)
2. Hệ số góc = $-\frac{2}{3}$, tung độ y = (0,1)
3. Hệ số góc = $\frac{5}{6}$, tung độ y = (0,0)
4. Hệ số góc = $\frac{-1}{1}$, tung độ y = (0,−2)
5. 

6. 

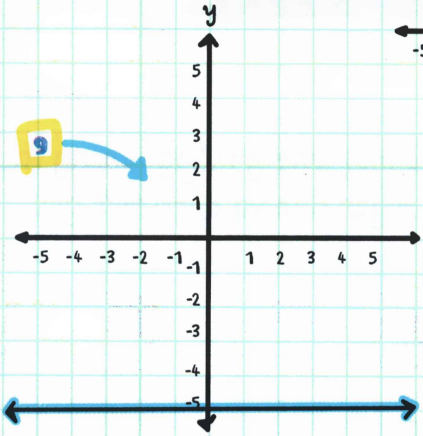
7



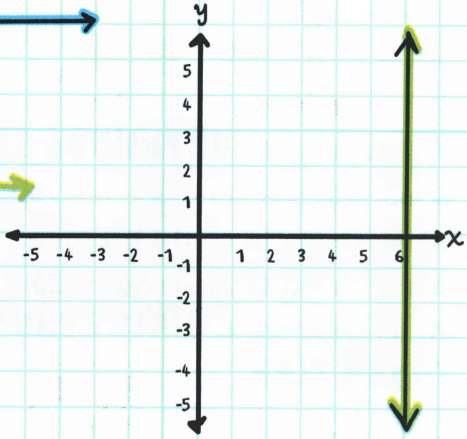
8



9



10



Chương 59

HỆ PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HÀM SỐ TUYẾN TÍNH

Nhưng tại sao lại dừng lại ở một đường thẳng? Chúng ta có thể có hai phương trình tuyến tính và đồng thời giải chúng, như là:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Đây được gọi là **HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH**. Vì mỗi một câu hỏi tuyến tính đại diện bằng một đường thẳng, chúng ta có thể hỏi rằng, "Nếu tôi vẽ hai đường thẳng, chúng sẽ giao nhau ở đâu?". Quá trình tìm ra câu trả lời được gọi là **GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH**.

Có ba cách làm.

VẼ ĐỒ THỊ

Chúng ta có thể giải hệ phương trình bằng cách vẽ đồ thị biểu diễn mỗi phương trình tuyến tính và sau đó tìm xem chúng giao nhau ở đâu.

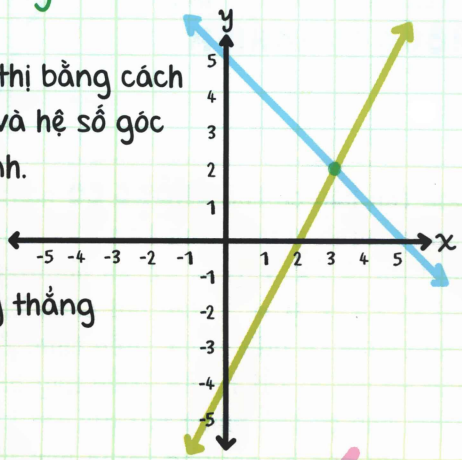
VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của hệ phương trình để tìm ra nghiệm.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

Đầu tiên viết lại mỗi phương trình về dạng $y = mx + b$ để vẽ đồ thị của mỗi phương trình được dễ dàng hơn.

Ta có thể đổi phương trình đầu tiên từ $x + y = 5$ thành $y = -x + 5$, và đổi phương trình thứ hai từ $2x - y = 4$ thành $y = 2x - 4$.

Tiếp theo, ta vẽ đồ thị bằng cách sử dụng tung độ y và hệ số góc của mỗi phương trình.



Từ đồ thị, ta có thể nhìn thấy hai đường thẳng cắt nhau tại $(3, 2)$.

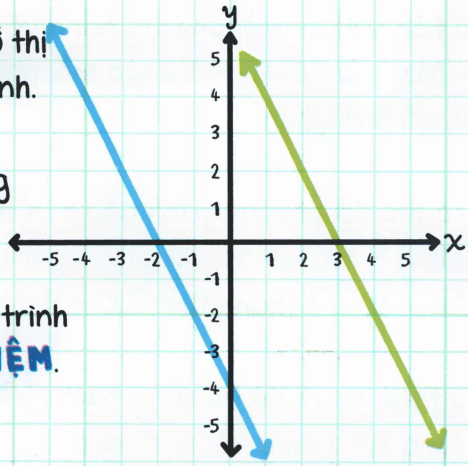
Do vậy, nghiệm của hệ phương trình là $(3, 2)$.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của hệ phương trình sau để tìm ra nghiệm.

$$\begin{cases} 2x + y = -2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

Để vẽ đồ thị được dễ dàng hơn, đổi phương trình thứ nhất từ dạng $2x + y = -2$ thành $y = -2x - 2$, và đổi phương trình thứ hai từ dạng $2x + y = 3$ thành $y = -2x + 3$.

Tiếp theo, ta vẽ đồ thị của hai phương trình.



Vì hai đường thẳng không có điểm giao nhau, do vậy hệ phương trình **KHÔNG CÓ NGHIỆM**.

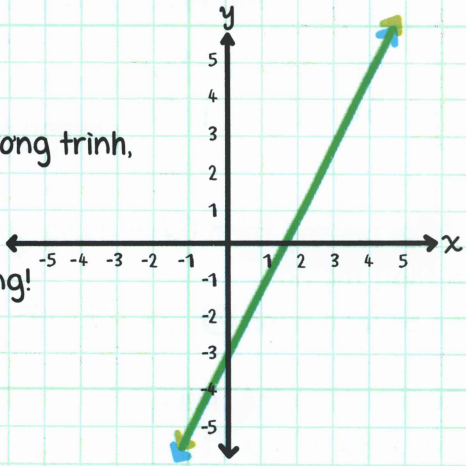
Làm thế nào có thể **KHÔNG CÓ** nghiệm? Hãy nhìn lại hai phương trình tuyến tính ban đầu. Phương trình tuyến tính đầu tiên là $2x + y = -2$ và phương trình tuyến tính thứ hai là $2x + y = 3$. Hay nói cách khác, các phương trình cho chúng ta biết rằng, biểu thức $2x + y$ sẽ ĐỒNG THỜI bằng -2 và 3. Tất nhiên, điều này bất hợp lý bởi không có điểm nào có thể mang hai giá trị khác nhau! Đó là lý do tại sao hệ phương trình này không có nghiệm.

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị của hệ phương trình sau để tìm nghiệm.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Ta có thể thay đổi phương trình thứ nhất từ dạng $4x - 2y = 6$ thành $y = 2x - 3$, và thay đổi phương trình thứ 2 từ $2x - y = 3$ thành $y = 2x - 3$.

Vẽ đồ thị của hai phương trình, ta nhận ra rằng chúng nằm trên cùng một đường thẳng!



Trong trường hợp này, ta có thể thấy rằng hai đường thẳng chồng khít lên nhau và giao nhau tại mọi điểm dọc theo hai đường thẳng, do vậy hệ phương trình này **CÓ VÔ SỐ NGHIỆM**.

PHƯƠNG PHÁP THẾ

Chúng ta có thể sử dụng đại số để giải hệ phương trình tuyến tính – một cách được biết là **PHƯƠNG PHÁP THẾ**. Trong phương pháp thay thế, chúng ta tìm ra nghiệm bằng cách viết lại một phương trình và sau đó thay thế nó vào phương trình còn lại.

VÍ DỤ: Giải hệ phương trình sau đây bằng phương pháp thế.

$$\begin{cases} 4x + y = 7 \ ① \\ 3x + 2y = 9 \ ② \end{cases}$$

Đầu tiên, đánh số phương trình của bạn.

Tiếp theo,
viết lại phương trình ① về dạng: $y = -4x + 7$
và thay thế nó
vào phương trình ②: $3x + 2(-4x + 7) = 9$

Bây giờ, ta có thể tính giá trị của x:

$$3x - 8x + 14 = 9$$
$$-5x = -5$$
$$x = 1$$

Thay thế $x = 1$ vào ① hoặc ②,
hoặc $y = -4x + 7$, ta tìm ra giá trị $y = 3$.

Và nghiệm là $(x, y) = (1, 3)$.

Bạn có thể điền cả hai giá trị x và y tìm được vào một trong hai phương trình ban đầu để kiểm tra lại đáp án.

VÍ DỤ: Giải hệ phương trình tuyến tính bằng phương pháp thế.

$$\begin{cases} -2x + 6y = 1 \ ① \\ x - 4y = 2 \ ② \end{cases}$$

Ta có thể viết lại phương trình ② về dạng: $x = 4y + 2$

và thay thế nó vào phương trình ①: $-2(4y + 2) + 6y = 1$

Bây giờ, ta có thể tính giá trị của y:

$$-8y - 4 + 6y = 1$$

$$-2y = 5$$

$$y = -\frac{5}{2}$$

Thay thế $y = -\frac{5}{2}$ vào ① hoặc ②, hoặc $x = 4y + 2$, ta tìm ra giá trị $x = -8$,

Và nghiệm là: $(x, y) = (-8, -\frac{5}{2})$.

PHƯƠNG PHÁP CỘNG

Cách thứ ba để giải các hệ phương trình là sử dụng **PHƯƠNG PHÁP CỘNG**. Mục tiêu của phương pháp cộng là khử biến x hoặc biến y bằng cách thêm giá trị đối lập. Đầu tiên, ta nhân tất cả các số hạng của một phương trình với một hằng số sao cho khi cộng các biến thì một biến sẽ bằng 0. Tiếp theo, cộng hai phương trình để khử một biến, và sau đó giải hệ phương trình.

VÍ DỤ: Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng.

$$\begin{cases} 4x - y = -7 \ (1) \\ -3x + 2y = 9 \ (2) \end{cases}$$

Đầu tiên, đánh số hai phương trình.

Sau đó, nhân mỗi bên của phương trình (1) với 2 và tạo thành phương trình (1)':

$$8x - 2y = -14 \ (1')$$

CHÚNG TA NHÂN VỚI HAI VÌ -2Y TẠI PHƯƠNG TRÌNH (1)' SẼ TRIỆT TIÊU 2Y TRONG PHƯƠNG TRÌNH (2) Ở BƯỚC TIẾP THEO.

Bây giờ ta sẽ thêm phương trình (1)' và phương trình (2) lại với nhau:

$$\begin{cases} 8x - 2y = -14 \ (1') \\ -3x + 2y = 9 \ (2) \end{cases}$$

$$8x + (-3x) + (-2y) + 2y = -14 + 9$$

$$5x = -5$$

$$x = -1$$

HOẶC THỬ VÀO CẢ BA NẾU BẠN MUỐN KIỂM TRA BA LẦN ĐÁP ÁN CỦA MÌNH.

Thay thế $x = -1$ vào (1), (2), hoặc (1)', để tính ra $y = 3$.

Và nghiệm là $(x, y) = (-1, 3)$.

Chúng ta có thể nhân các số hạng của cả hai phương trình nếu cần thiết để giải quyết vấn đề. Chỉ cần tìm ra bội số chung nhỏ nhất của x hoặc y và nhân từng số hạng phù hợp để khử biến.

VÍ DỤ: Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 3 & ① \\ 3x + 4y = 1 & ② \end{cases}$$

BCNN của $2x$ và $3x$ là $6x$. Do đó, ta phải nhân phương trình ① với 3 và gọi là phương trình ①':

$$6x + 15y = 9 \quad ①'$$

Tiếp theo, nhân phương trình ② với -2 và gọi là phương trình ②':

$$-6x - 8y = -2 \quad ②'$$

Bây giờ cộng ①' và ②' với nhau:

$$6x + 15y = 9 \quad ①'$$
$$-6x - 8y = -2 \quad ②'$$

$$6x + (-6x) + 15y + (-8y) = 9 + (-2)$$

$$\begin{cases} 7y = 7 \\ y = 1 \end{cases}$$

Thay thế $y = 1$ vào ①, ②, ①', hoặc ②', ta tìm ra $x = -1$,
Nghiệm là $(x, y) = (-1, 1)$.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp đồ thị:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

2 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp đồ thị:

$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

3 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp đồ thị:

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

4 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp đồ thị:

$$\begin{cases} -4x + 3y = 6 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

5 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng hoặc phương pháp thế:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

6 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng hoặc phương pháp thế:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$$

7 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng hoặc phương pháp thế:

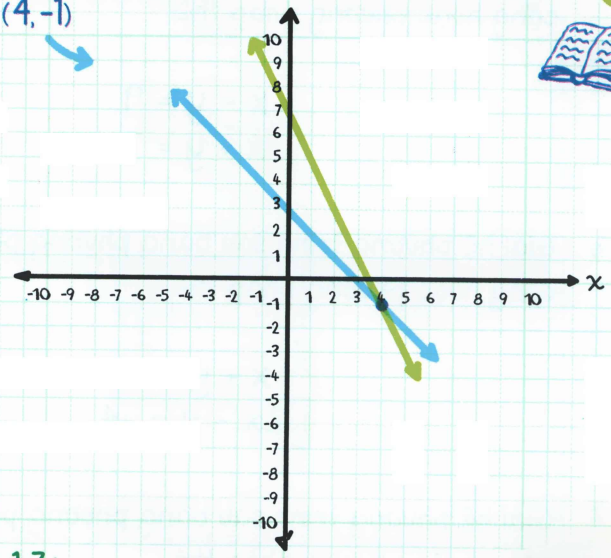
$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

8 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng hoặc phương pháp thế:

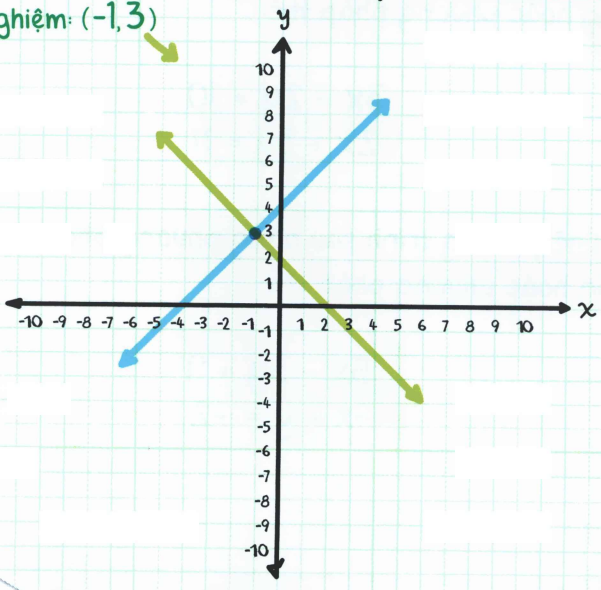
$$\begin{cases} 5x - 3y = 9 \\ -x + y = -2 \end{cases}$$

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

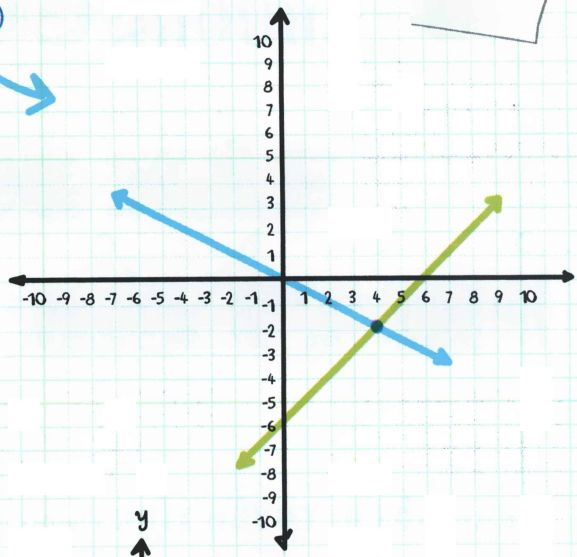
1 Nghiệm: $(4, -1)$



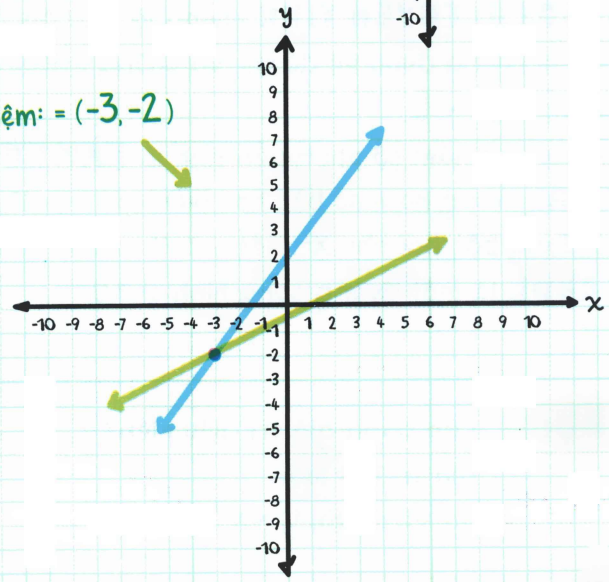
2 Nghiệm: $(-1, 3)$



3 Nghiệm: = (4, -2)



4 Nghiệm: = (-3, -2)



5 Nghiệm: = (8, -1)

6 Nghiệm: = (2, 8)

7 Nghiệm: = (4, 1)

8 Nghiệm: = $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$

Chương 60

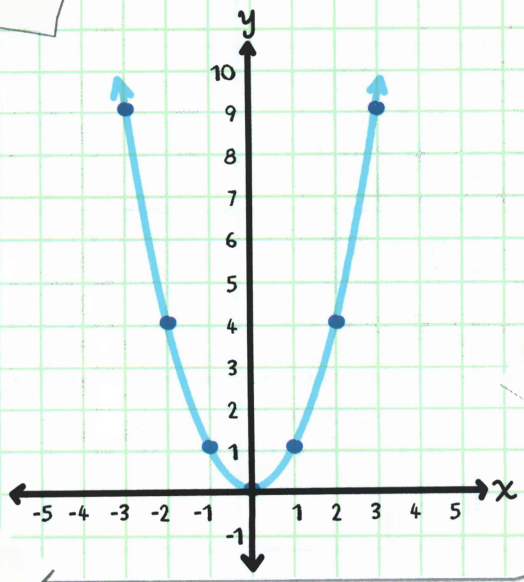
HÀM SỐ PHI TUYẾN TÍNH

HÀM SỐ PHI TUYẾN TÍNH không là một đường thẳng khi chúng được vẽ đồ thị, và chúng KHÔNG có dạng $y = mx + b$.

Một ví dụ của hàm số phi tuyến tính là **HÀM SỐ BẬC HAI**. Trong hàm số bậc hai, biến giá trị điều kiện (x) có dạng bậc hai như x^2. Kết quả thu được có dạng **PARABOL**, là một đường cong hình chữ U.

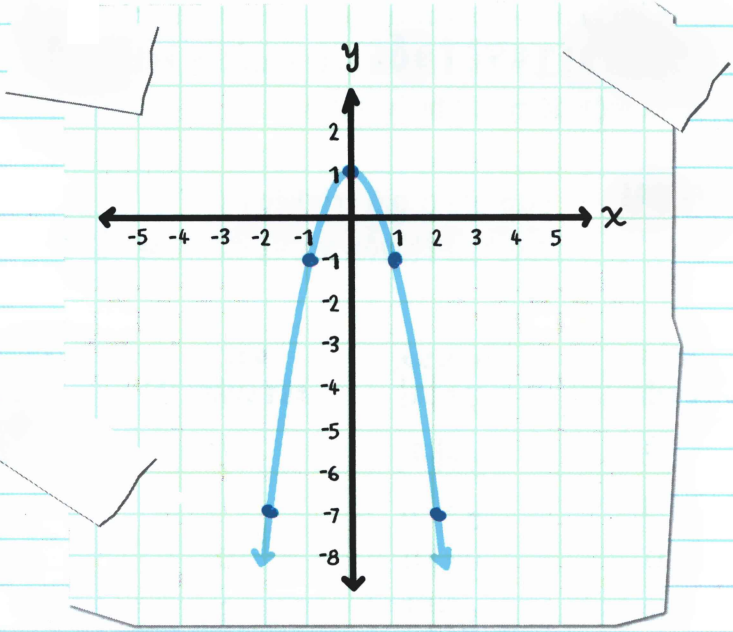
VÍ DỤ: Lập bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = x^2$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = x2$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-3	$y = (-3)^2$	9	(-3, 9)
-2	$y = (-2)^2$	4	(-2, 4)
-2	$y = (-1)^2$	1	(-1, 1)
0	$y = (0)^2$	0	(0, 0)
1	$y = (1)^2$	1	(1, 1)
2	$y = (2)^2$	4	(2, 4)
3	$y = (3)^2$	9	(3, 9)



VÍ DỤ: Lập bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = -2x^2 + 1$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -2x^2 + 1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-2	$y = -2(-2)^2 + 1$ $y = -2(4) + 1$ $y = -8 + 1$ $y = -7$	-7	$(-2, -7)$
-1	$y = -2(-1)^2 + 1$ $y = -2(1) + 1$ $y = -2 + 1$ $y = -1$	-1	$(-1, -1)$
0	$y = -2(0)^2 + 1$ $y = -2(0) + 1$ $y = 0 + 1$ $y = 1$	1	$(0, 1)$
1	$y = -2(1)^2 + 1$ $y = -2(1) + 1$ $y = -2 + 1$ $y = -1$	-1	$(1, -1)$
2	$y = -2(2)^2 + 1$ $y = -2(4) + 1$ $y = -8 + 1$ $y = -7$	-7	$(2, -7)$



Trong ví dụ đầu tiên
$(y = x^2)$,
hệ số đứng trước x (là 1) là số dương, do đó đồ thị parabol có hình hướng lên trên.



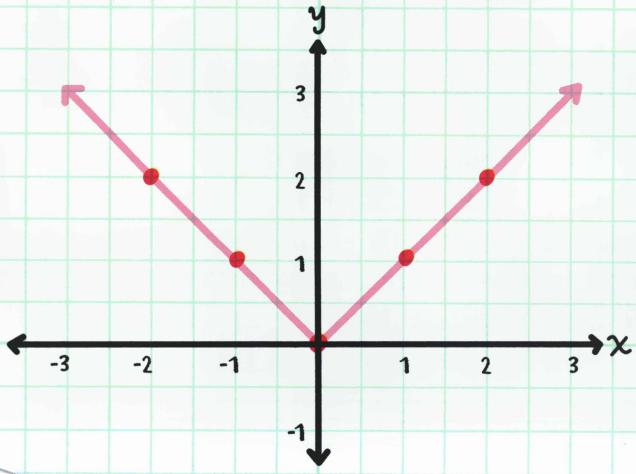
Trong ví dụ thứ 2
$(y = -2x^2 + 1)$,
Hệ số đứng trước x (là -2) là số âm, do đó đồ thị parabol có hình hướng xuống dưới. Mô hình này luôn đúng khi bạn vẽ đồ thị các hàm phi tuyến tính.



Một ví dụ khác về phương trình phi tuyến tính là **HÀM SỐ GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI**. Khi vẽ đồ thị, kết quả thu được là một đồ thị có hình chữ "V".

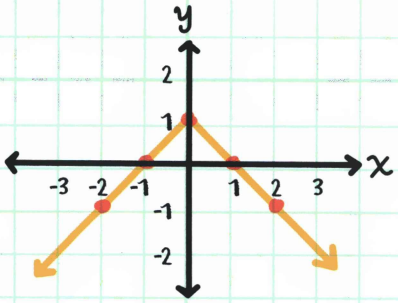
VÍ DỤ: Lập bảng giá trị điều kiện/ giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = |x|$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = \|x\|$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-2	$y = \|-2\|$	2	(-2, 2)
-1	$y = \|-1\|$	1	(-1, 1)
0	$y = \|0\|$	0	(0, 0)
1	$y = \|1\|$	1	(1, 1)
2	$y = \|2\|$	2	(2, 2)



VÍ DỤ: Lập bảng giá trị điều kiện/ giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = -|x| + 1$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -\|x\| + 1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-2	$y = -\|-2\| + 1$ $y = -2 + 1$ $y = -1$	-1	$(-2, -1)$
-1	$y = -\|-1\| + 1$ $y = -1 + 1$ $y = 0$	0	$(-1, 0)$
0	$y = -\|0\| + 1$ $y = 0 + 1$ $y = 1$	1	$(0, 1)$
1	$y = -\|-1\| + 1$ $y = -1 + 1$ $y = 0$	0	$(1, 0)$
2	$y = -\|-2\| + 1$ $y = -2 + 1$ $y = -1$	-1	$(2, -1)$



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = x^2 + 1$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = x^2 + 1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-2			
-1			
0			
1			
2			

2 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = -2x^2$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -2x^2$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-2			
-1			
0			
1			
2			

3 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = |x| + 2$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = \|x\| + 2$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
3			
-1			
0			
2			
4			

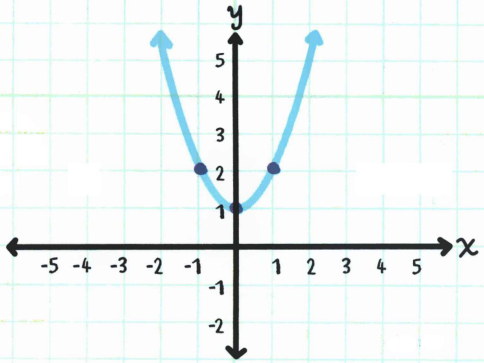
4 Hoàn thành bảng giá trị điều kiện/giá trị kết luận và vẽ đồ thị $y = -|x| - 1$.

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -\|x\| - 1$.	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-5			
-3			
0			
2			
5			

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

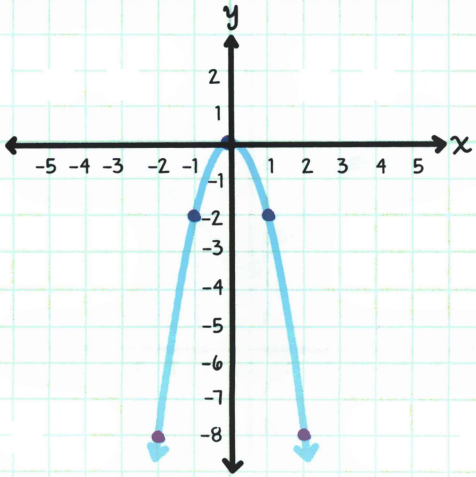
1

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = x^2 + 1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-2	$y = (-2)^2 + 1$ $y = 4 + 1$ $y = 5$	5	$(-2, 5)$
-1	$y = (-1)^2 + 1$ $y = 1 + 1$ $y = 2$	2	$(-1, 2)$
0	$y = (0)^2 + 1$ $y = 0 + 1$ $y = 1$	1	$(0, 1)$
1	$y = (1)^2 + 1$ $y = 1 + 1$ $y = 2$	2	$(1, 2)$
2	$y = (2)^2 + 1$ $y = 4 + 1$ $y = 5$	5	$(2, 5)$



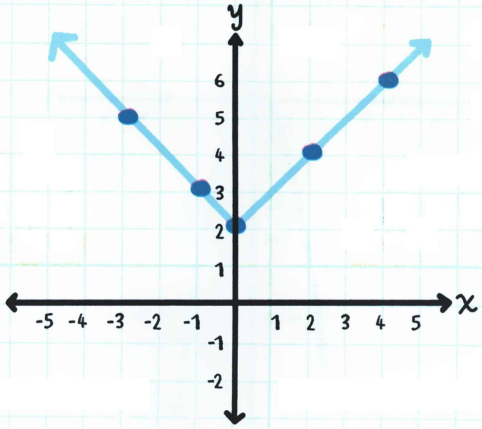
2

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -2x^2$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-2	$y = -2(-2)^2$ $y = -2(4)$ $y = -8$	-8	$(-2, -8)$
-1	$y = -2(-1)^2$ $y = -2(1)$ $y = -2$	-2	$(-1, -2)$
0	$y = -2(0)^2$ $y = -2(0)$ $y = 0$	0	$(0, 0)$
1	$y = -2(1)^2$ $y = -2(1)$ $y = -2$	-2	$(1, -2)$
2	$y = -2(2)^2$ $y = -2(4)$ $y = -8$	-8	$(2, -8)$



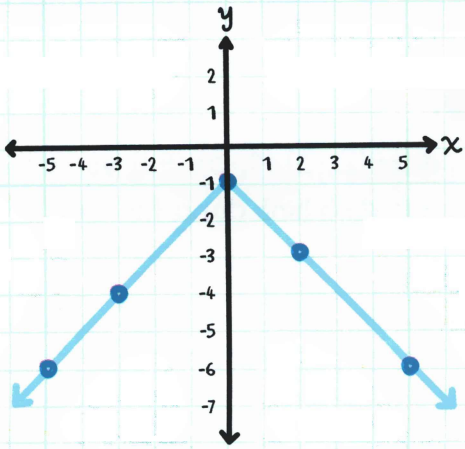
3

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = \|x\| + 2$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-3	$y = \|-3\| + 2$ $y = 3 + 2$ $y = 5$	5	$(-3, 5)$
-1	$y = \|-1\| + 2$ $y = 1 + 2$ $y = 3$	3	$(-1, 3)$
0	$y = \|0\| + 2$ $y = 0 + 2$ $y = 2$	2	$(0, 2)$
2	$y = \|2\| + 2$ $y = 2 + 2$ $y = 4$	4	$(2, 4)$
4	$y = \|4\| + 2$ $y = 4 + 2$ $y = 6$	6	$(4, 6)$



4

GIÁ TRỊ ĐIỀU KIỆN (x)	HÀM SỐ: $y = -|x| - 1$	GIÁ TRỊ KẾT LUẬN (y)	NGHIỆM (x, y)
-5	$y = -|-5| - 1$ $y = -(5) - 1$ $y = -6$	-6	$(-5, -6)$
-3	$y = -|-3| - 1$ $y = -(3) - 1$ $y = -4$	-4	$(-3, -4)$
0	$y = -|0| - 1$ $y = -(0) - 1$ $y = -1$	-1	$(0, -1)$
2	$y = -|2| - 1$ $y = -(2) - 1$ $y = -3$	-3	$(2, -3)$
5	$y = -|5| - 1$ $y = -(5) - 1$ $y = -6$	-6	$(5, -6)$



Chương 61

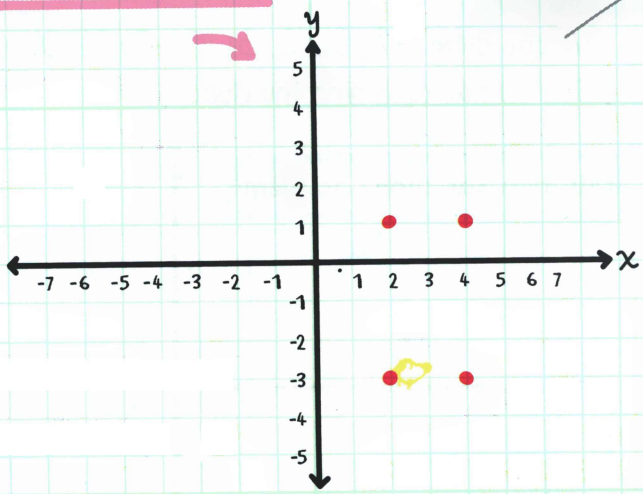
ĐA GIÁC VÀ MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

Bên cạnh vẽ các điểm, vẽ đường, và tạo các loại biểu đồ khác nhau, ta cũng sử dụng mặt phẳng tọa độ để vẽ hình. Chúng ta chỉ cần vẽ các điểm và nối chúng bằng các đường.

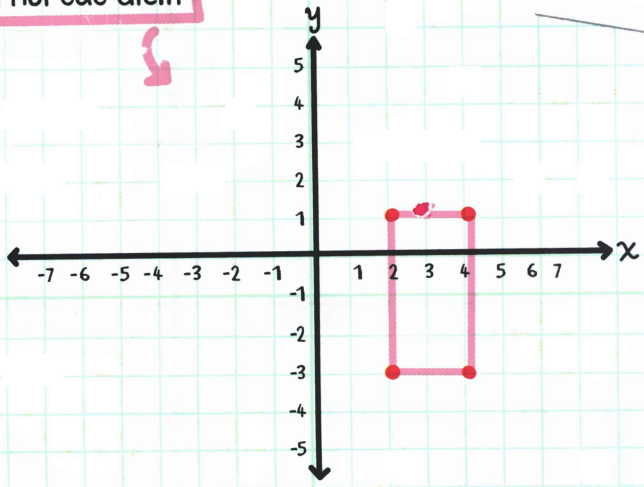
VÍ DỤ:

Vẽ các điểm (2,-3), (4,-3), (4,1), và (2,1). Sau đó xác định hình dạng thu được.

Đầu tiên xác định các điểm



Sau đó tạo hình
bằng cách nối các điểm:

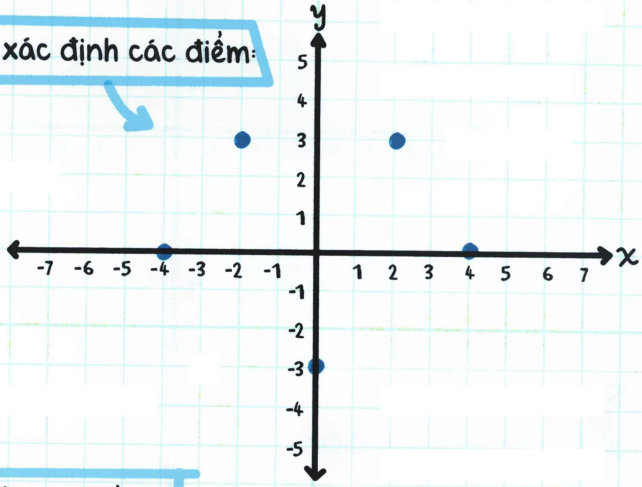


Đó là hình chữ nhật!

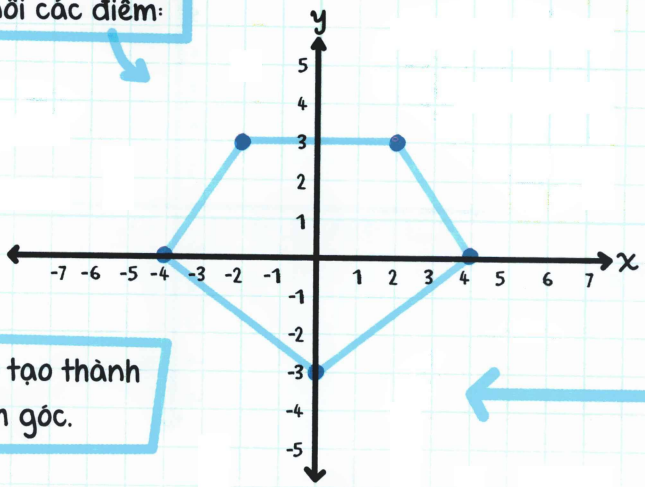
VÍ DỤ:

Vẽ các điểm $(-2, 3)$, $(2, 3)$, $(0, -3)$, $(4, 0)$ và $(-4, 0)$.
Sau đó xác định hình thu được.

Đầu tiên xác định các điểm:



Sau đó nối các điểm:

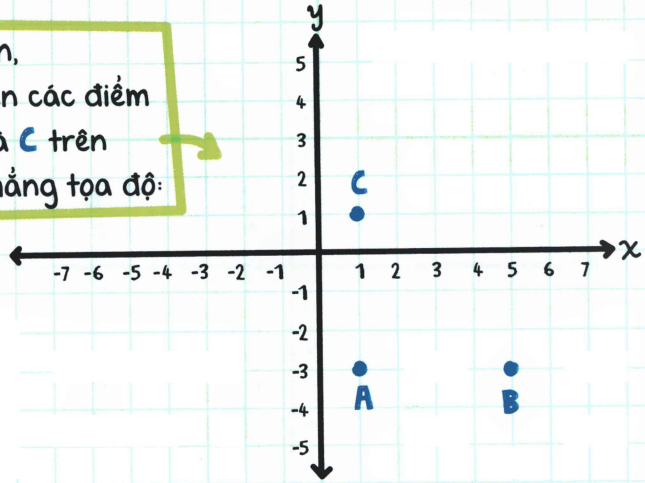


Các điểm tạo thành hình năm góc.

GHI NHỚ: Chúng ta có thể tìm ra chiều dài mỗi cạnh nếu tọa độ x hoặc tọa độ y giống nhau. Sau đó, chúng ta có thể giải bài toán hình trên mặt phẳng tọa độ.

VÍ DỤ: Một hình vuông được vẽ trên mặt phẳng tọa độ. Ba đỉnh của nó có tọa độ là **A** (1, −3), **B** (5, −3), và **C** (1, 1). Tọa độ của điểm **D**, trên đỉnh thứ 4 là gì?

Đầu tiên, biểu diễn các điểm **A**, **B** và **C** trên mặt phẳng tọa độ:

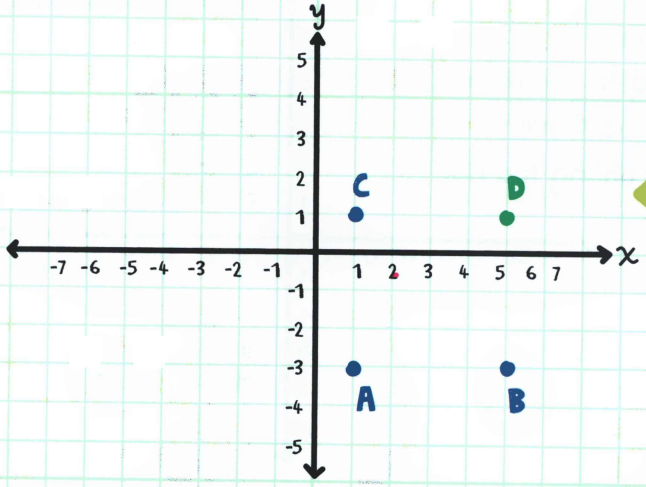


Do chúng ta đã biết hình vuông có bốn cạnh bằng nhau, ta chỉ cần phải tìm chiều dài của một cạnh.

Do Điểm **A** và Điểm **B** có cùng tọa độ y, ta có thể tính khoảng cách giữa hai điểm này bằng cách tìm hiệu số của tọa độ x, đó là $5 - 1 = 4$.

Vì vậy, khoảng cách giữa Điểm C và Điểm D phải là 4 đơn vị, và khoảng cách giữa Điểm B và Điểm D cũng là 4 đơn vị.

Từ đó, tọa độ của Điểm D là (5, 1).



KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Biểu diễn các điểm (1, −3), (5, 2) và (7, −2). Sau đó xác định hình thu được.

2. Biểu diễn các điểm (3, 1), (1, 2), (−2, −3) và (2, −2). Sau đó xác định hình thu được.

3. Biểu diễn các điểm (−1, 2), (2, −1), (1, 4) và (4, 1). Sau đó xác định hình thu được.

4. Biểu diễn các điểm (1, 0), (1, 4), (3, 2), (3, 4), (−1, 2) và (−1, 0). Sau đó xác định hình thu được.

5. Hình vuông được vẽ trên mặt phẳng tọa độ. Ba đỉnh của nó có tọa độ là **A** (−5, 4), **B** (2, 4), và **C** (2, −3). Tọa độ của Điểm **D** tại đỉnh thứ 4 của nó là gì?

6. Hình chữ nhật được vẽ trên mặt phẳng tọa độ. Ba đỉnh của nó có tọa độ là **A** (1, 3), **B** (3, −2), và **C** (3, 3). Tọa độ của Điểm **D** tại đỉnh thứ 4 của nó là gì?

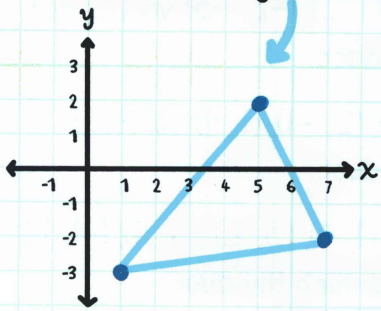
7. Hình vuông được vẽ trên mặt phẳng tọa độ. Ba đỉnh của nó có tọa độ là **A** (2, 4), **B** (−2, 4), và **C** (2, 0). Tọa độ của Điểm **D** tại đỉnh thứ 4 của nó là gì?

8. Hình chữ nhật được vẽ trên mặt phẳng tọa độ. Ba đỉnh của nó có tọa độ là **A** (−5, −2), **B** (−5, 3), và **C** (6, 3). Tọa độ của Điểm **D** tại đỉnh thứ 4 của nó là gì?

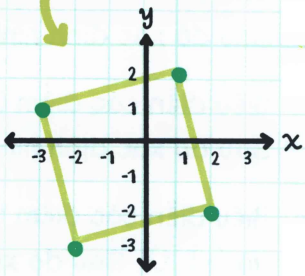
ĐÁP ÁN

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

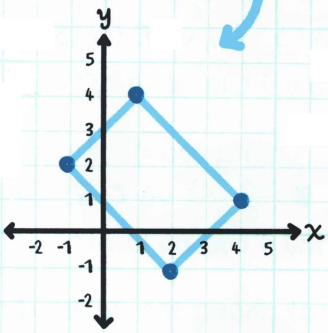
1 Có hình dạng là một hình tam giác.



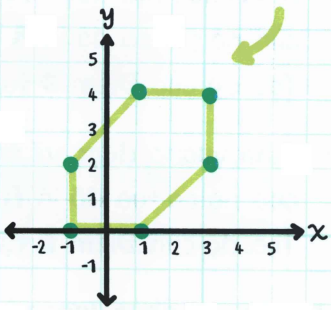
2 Có hình dạng là một hình vuông.



3 Có hình dạng là một hình chữ nhật.



4 Có hình dạng là một hình lục giác.



5 (-5,-3)

6 (1,-2)

7 (-2,0)

8 (6,-2)

Chương 62

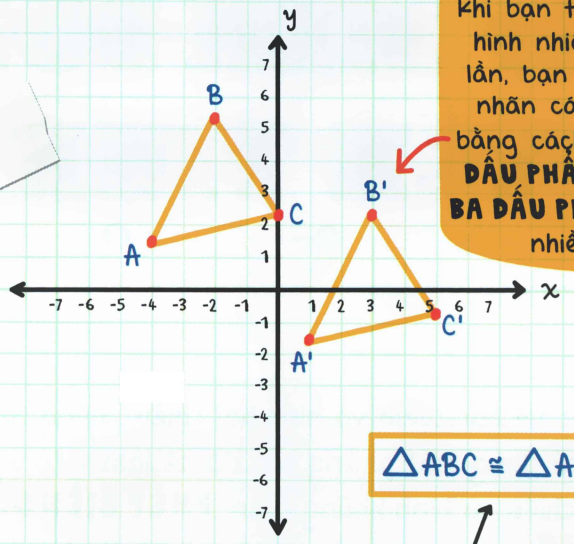
PHÉP BIẾN ĐỔI TUYẾN TÍNH

Bên cạnh việc vẽ các điểm và hình hai chiều, chúng ta cũng có thể sử dụng mặt phẳng tọa độ để làm việc với các hình hai chiều và hình không gian. **PHÉP BIẾN ĐỔI TUYẾN TÍNH** là sự thay đổi vị trí hay kích thước của hình. Khi chúng ta biến đổi một hình, chúng ta tạo ra một hình mới có tương quan đến hình gốc.

PHÉP TỊNH TIẾN

Một dạng của phép biến đổi tuyến tính là **PHÉP TỊNH TIẾN**, là một phép biến đổi giúp di chuyển tất cả các điểm của hình có cùng khoảng cách và hướng. Tuy nhiên, sự định hướng và kích thước vẫn giữ nguyên. Hình mới gọi là **ẢNH**, và các điểm mới được viết với **KÍ HIỆU DẤU PHẨY PHÍA TRÊN** (').

VÍ DỤ:



Khi bạn tịnh tiến một hình nhiều hơn một lần, bạn có thể gắn nhãn các hình mới bằng cách **NHÂN ĐÔI DẤU PHẨY** (''), **NHÂN BA DẤU PHẨY** (''') hoặc nhiều hơn!

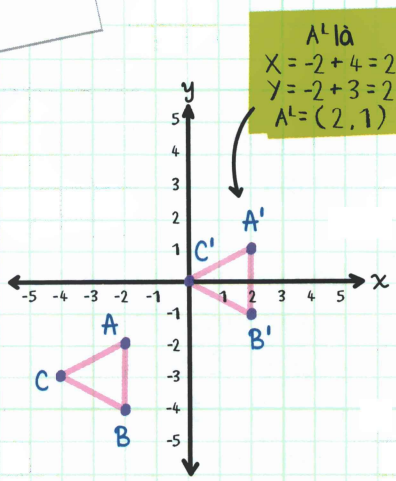
$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

GHI NHỚ: KÍ HIỆU CỦA SỰ ĐỒNG DẠNG LÀ $\cong$

Các tam giác đồng dạng này có các cạnh tương ứng cùng độ dài và các góc tương ứng bằng nhau. Chúng chỉ đơn giản được vẽ trên các phần khác nhau của mặt phẳng tọa độ, vì vậy chỉ các vị trí của các hình tam giác là khác nhau.

Để thực hiện phép tịnh tiến, dịch chuyển từng điểm theo các điều kiện đề bài.

VÍ DỤ: Cho $\triangle ABC$, tịnh tiến theo tọa độ sau: $(x + 4, y + 3)$.



GỐC	ẢNH
A (-2, -2)	A' (2, 1)
B (-2, -4)	B' (2, -1)
C (-4, -3)	C' (0, 0)

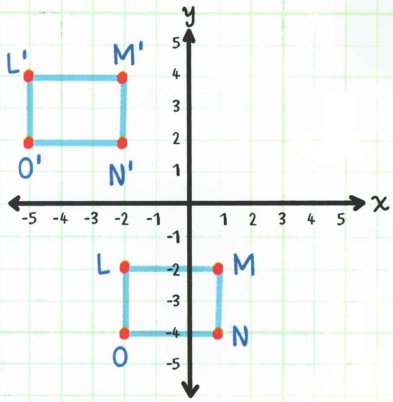
Đầu tiên, viết tọa độ gốc.

Sau đó, tính tọa độ các điểm tịnh tiến bằng cách thêm 4 đơn vị vào giá trị x $(x + 4)$ và thêm 3 đơn vị vào giá trị y $(y + 3)$.

Cuối cùng, biểu diễn và thêm nhãn trên hình là $A'B'C'$.

Nếu đó là một sự tịnh tiến đơn giản như vậy, bạn có thể chỉ cần dịch chuyển từng điểm bằng cách đếm các đơn vị trên mặt phẳng tọa độ. Nếu nó phức tạp hơn, bạn có thể tính toán sự tịnh tiến riêng biệt sau đó vẽ các điểm mới vào.

VÍ DỤ: Cho hình đa giác LMNO, tịnh tiến theo tọa độ $(x-3, y+6)$.



Đầu tiên, viết các tọa độ gốc.

Sau đó, tính mỗi điểm sau khi tịnh tiến bằng cách trừ 3 đơn vị từ giá trị x $(x-3)$, và cộng 6 đơn vị vào giá trị y $(y+6)$.

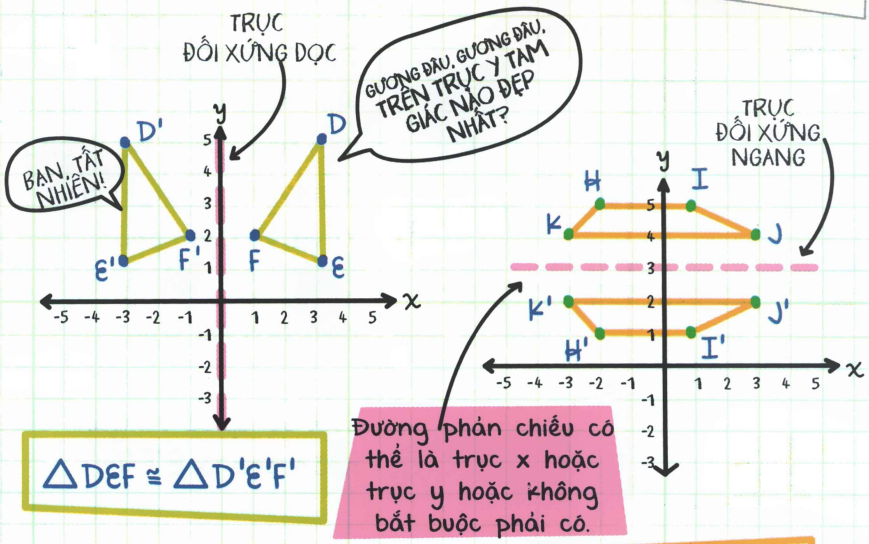
Cuối cùng, biểu diễn điểm và gắn nhãn vào ảnh L'M'N'O'.

GỐC	ẢNH
L (-2,-2)	L' (-5, 4)
M (1, -2)	M' (-2, 4)
N (1, -4)	N' (-2, 2)
O (-2, -4)	O' (-5, 2)

PHÉP PHẢN CHIẾU

PHÉP PHẢN CHIẾU là phép biến đổi trong đó lật ngược một hình qua **TRỤC ĐỐI XỨNG** – nếu bạn gấp tờ giấy theo đường đối xứng, hình gốc và ảnh sẽ khớp chính xác với nhau.

VÍ DỤ:

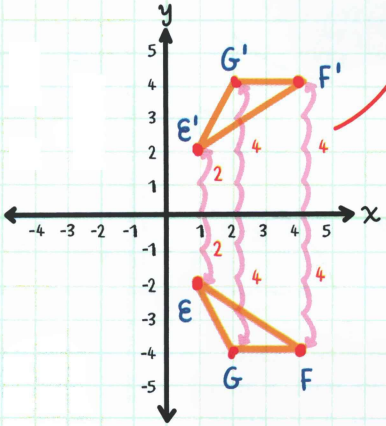


Trong cả hai phép phản chiếu ở trên, hình gốc và ảnh đều đồng nhất. Hình gốc và ảnh của nó cũng nằm cách xa trục đối xứng một khoảng bằng nhau, vì vậy chúng ta có thể nói rằng chúng **CÁCH ĐỀU** trục đối xứng.

Để làm phép phản chiếu, dịch chuyển mỗi điểm theo điều kiện đề bài.

VÍ DỤ: Cho $\triangle EFG$, phản chiếu hình của nó qua trục x.

Sẽ rất dễ dàng khi dịch chuyển từng điểm thay vì di chuyển cả hình cùng một lúc.



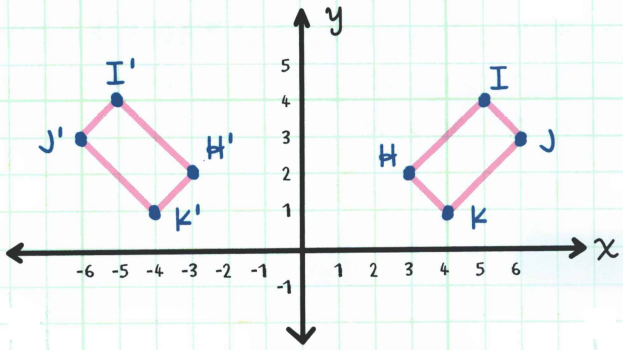
Đầu tiên, hãy đếm khoảng cách từ mỗi điểm đến trục đối xứng (trong trường hợp này là trục x) và vẽ điểm phản chiếu cùng một khoảng cách ở phía bên kia trục.

Cuối cùng, vẽ và gắn nhãn ảnh là $E'F'G'$.

GỐC	ẢNH
E (1, −2)	E' (1, 2)
F (4, −4)	F' (4, 4)
G (2, −4)	G' (2, 4)

TÓM TẮT: Khi một hình được phản chiếu qua trục x, dấu của giá trị y chỉ cần thay đổi ngược lại.

VÍ DỤ: Cho đa giác HIJK, phản chiếu hình của nó qua trục y.



Đầu tiên, hãy đếm khoảng cách từ mỗi điểm đến trục đối xứng (trong trường hợp này là trục y) và vẽ điểm phản chiếu cùng một khoảng cách ở phía bên kia trục.

Cuối cùng, vẽ và gắn nhãn ảnh là H'I'J'K'.

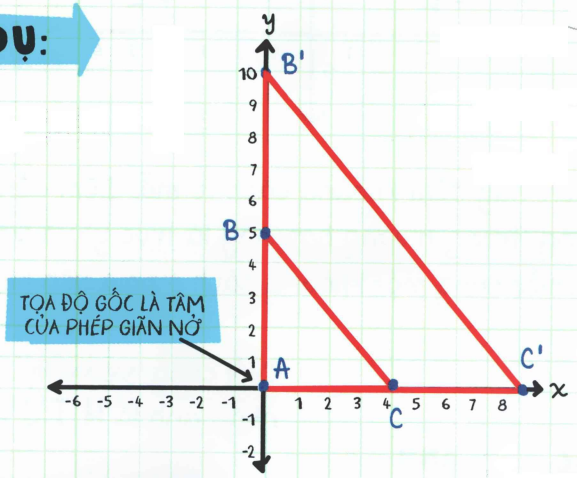
GỐC	ẢNH
H (3, 2)	H' (-3, 2)
I (5, 4)	I' (-5, 4)
J (6, 3)	J' (-6, 3)
K (4, 1)	K' (-4, 1)

TÓM TẮT: Khi một hình được phản chiếu qua trục y, dấu của giá trị x chỉ cần thay đổi ngược lại.

PHÉP GIÃN NỞ

PHÉP GIÃN NỞ là một phép biến đổi phóng to hoặc thu nhỏ hình bằng các **HỆ SỐ TỈ LỆ**. Hệ số tỉ lệ là đại lượng mở rộng hoặc co lại hình ban đầu. Khi bạn thay đổi tích thước của một hình, sẽ có **TÂM GIÃN NỞ**, là điểm cố định trong đường bao mặt phẳng tọa độ nơi hình mở rộng hoặc co lại.

VÍ DỤ:



Ở hình ABC phía trên, cạnh AB có chiều dài 5 đơn vị và cạnh AC có chiều dài 4 đơn vị. Nếu ABC mở rộng bằng hệ số tỉ lệ của 2 để tạo AB'C', cạnh AB' có chiều dài 10 đơn vị và cạnh AC' có chiều dài 8 đơn vị.

$A'B'C'$ lớn gấp đôi ABC. Hai hình tam giác cũng tương tự nhau vì các góc tương ứng là đồng dạng và các cạnh tỉ lệ thuận.

Khi bạn phóng to hình, hệ số tỉ lệ lớn hơn 1.
Khi bạn thu nhỏ hình, hệ số tỉ lệ nhỏ hơn 1.
Thông thường, khi thực hiện phép toán giãn nở trên mặt phẳng tọa độ, tọa độ gốc (0,0) là trung tâm của phép giãn nở. Nếu tâm của phép giãn nở là gốc tọa độ, chỉ cần nhân tọa độ của hình ban đầu với hệ số tỉ lệ cho trước, k:

$$(x, y) \rightarrow (xk, yk)$$

Sau đó bạn vẽ hình mới.

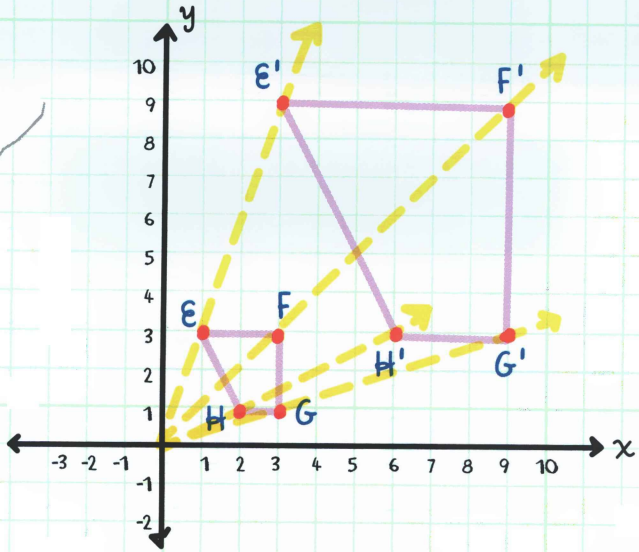
CÓ NGHĨA LÀ HÌNH ĐƯỢC GIÃN NỞ MỚI SẼ ĐÚNG LÀ PHÂN SỐ SO VỚI KÍCH THƯỚC BAN ĐẦU.

VÍ DỤ:

KHI BẠN PHÓNG TO HÌNH, HÃY NGHĨ VỀ CÁCH MỘT CÁI BÓNG TRỞ NÊN LỚN HƠN KHI NÓ Ở XA NGUỒN SÁNG.

Cho đa giác EFGH, vẽ ảnh phóng to với tâm phép giãn nở nằm ở gốc tọa độ và hệ số tỉ lệ là 3.

TỌA ĐỘ GỐC	HỆ SỐ TỈ LỆ	ẢNH
E (1, 3)	• 3	E' (3, 9)
F (3, 3)	• 3	F' (9, 9)
G (3, 1)	• 3	G' (9, 3)
H (2, 1)	• 3	H' (6, 3)

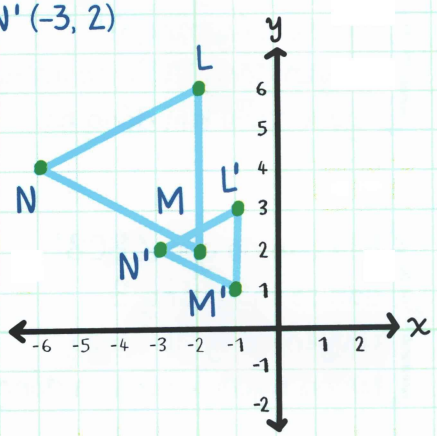


KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

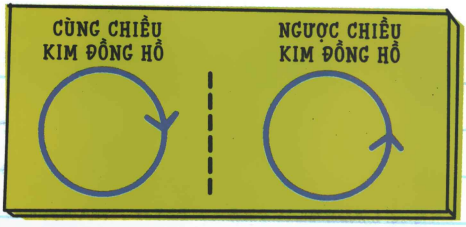
Bạn có thể kiểm tra đáp án bằng cách nối các điểm tương ứng (Ví dụ, E với E') và kéo dài đường kéo dài ra khỏi hai điểm. Nếu đường thẳng cắt gốc tọa độ, đáp án của bạn là chính xác.

VÍ DỤ: Cho $\triangle LMN$, vẽ ảnh phóng to với trung tâm của phép giãn nằm ở gốc tọa độ và hệ số tỉ lệ là $\frac{1}{2}$.

TỌA ĐỘ GỐC	HỆ SỐ TỈ LỆ	ẢNH
L (−2, 6)	• $\frac{1}{2}$	L' (−1, 3)
M (−2, 2)	• $\frac{1}{2}$	M' (−1, 1)
N (−6, 4)	• $\frac{1}{2}$	N' (−3, 2)



PHÉP QUAY



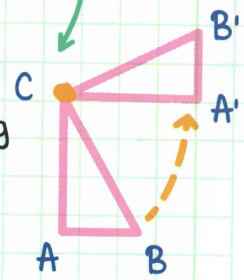
PHÉP QUAY là một phép biến đổi xoay hình quanh một điểm cố định được gọi là **TÂM QUAY**. Số đo mà hình quay được gọi là **GÓC QUAY**. Bài toán cho chúng ta biết độ quay của hình, chuyển động **CÙNG CHIỀU KIM ĐỒNG HỒ** hay **NGƯỢC CHIỀU KIM ĐỒNG HỒ**, và tâm quay.

Phép quay không làm thay đổi hình dáng hay kích thước của hình. Điều này có nghĩa là ảnh sau phép quay giống với hình gốc ban đầu.

VÍ DỤ:

LƯU Ý ĐIỂM C KHÔNG THỂ DI CHUYỂN ĐƯỢC VÌ NÓ LÀ TÂM QUAY.

Nếu bạn đo góc $\angle ACA'$, bạn sẽ thấy rằng A' chuyển động $90°$ theo hướng ngược chiều kim đồng hồ.



Nếu bạn đo góc $\angle BCB'$, bạn sẽ thấy rằng B' chuyển động $90°$ theo hướng ngược chiều kim đồng hồ.

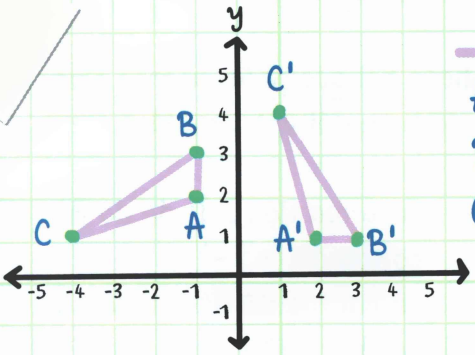
$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C$

Điều này có nghĩa là khi ABC quay $90°$ ngược chiều kim đồng hồ để tạo nên $A'B'C$. Ngoài ra, hai hình tam giác đồng dạng – cách cạnh tương ứng có độ dài bằng nhau và các góc bằng nhau.

Phép quay cũng có thể được thực hiện trên một mặt phẳng tọa độ. Thông thường, gốc tọa độ $(0,0)$ sẽ là tâm quay.

VÍ DỤ: Thực hiện phép quay $\triangle ABC$ $90°$ theo chiều kim đồng hồ.

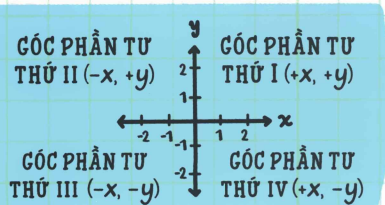
TƯƠNG TỰ VỚI PHÉP QUAY $270°$ NGƯỢC CHIỀU KIM ĐỒNG HỒ - BẠN HOÀN THÀNH PHÉP QUAY TẠI CÙNG MỘT VỊ TRÍ.

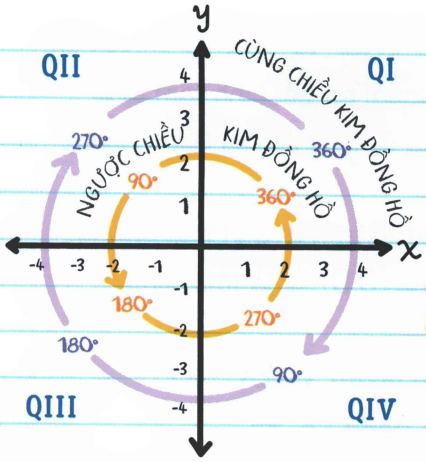


GỐC	ẢNH
A (−1, 2)	A' (2, 1)
B (−1, 3)	B' (3, 1)
C (−4, 1)	C' (1, 4)

Điều gì đã xảy ra? Các tọa độ x và y hoán đổi vị trí và sau đó lấy các dấu thích hợp cho góc phần thứ I

TÓM TẮT: Mỗi khi một hình quay $90°$, hình đó sẽ di chuyển một góc phần tư và tọa độ hoán đổi vị trí và lấy dấu theo góc phần tư đó.





quay 90°: một góc phần tư

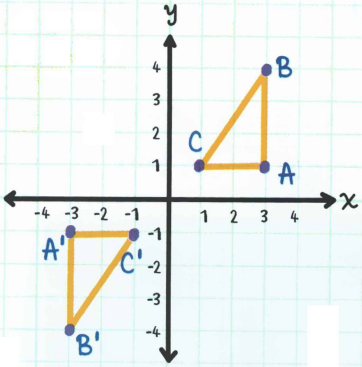
quay 180°: hai góc phần tư

quay 270°: ba góc phần tư

VÍ DỤ: Thực hiện phép quay $\triangle ABC$ 180° theo chiều kim đồng hồ.

Quay mỗi điểm 180° hoặc hai góc phần tư theo chiều kim đồng hồ (các tọa độ thay đổi vị trí hai lần).

KHI ĐÓ, NÓ QUAY LẠI VỊ TRÍ BAN ĐẦU



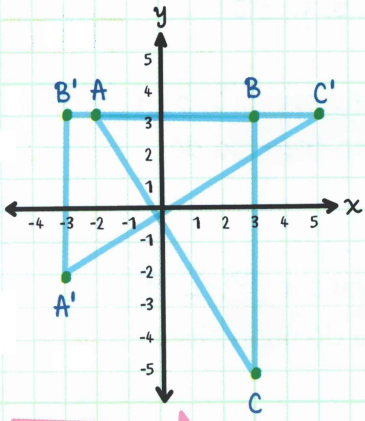
A có tọa độ (3, 1), do đó A' có tọa độ (−3, −1).
Cả hai tọa độ đều có dấu âm do A' ở QIII.

B có tọa độ (3, 4), do đó B' có tọa độ (−3, −4) do B' ở QIII.

C có tọa độ (1, 1), do đó C' có tọa độ (−1, −1) do C' ở QIII.

VÍ DỤ: Thực hiện phép quay $\triangle ABC$ $270°$ theo chiều kim đồng hồ.

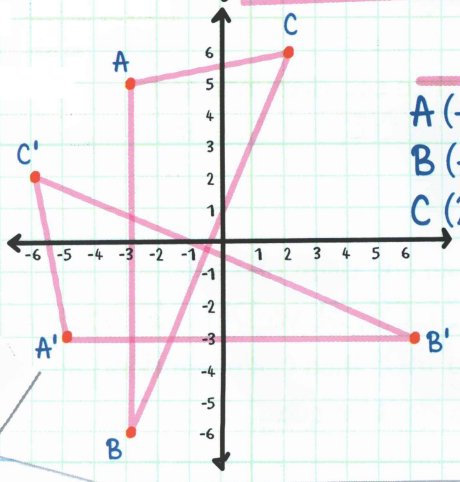
Quay mỗi điểm ba góc phần tư theo chiều kim đồng hồ (tọa độ thay đổi ba lần).



A có tọa độ $(-2, 3)$, do đó A' có tọa độ $(-3, -2)$.
Cả hai tọa độ đều có dấu âm do A' ở QI.
B có tọa độ $(3, 3)$, khi đó B' có tọa độ $(-3, 3)$ do B' ở QII.
C có tọa độ $(3, -5)$, khi đó C' có tọa độ $(5, 3)$ do C' ở QI

VÍ DỤ: Vẽ đồ thị $\triangle ABC$ và ảnh của nó sau khi thực hiện phép quay $90°$ ngược chiều kim

MỘT PHẦN TƯ SANG BÊN TRÁI



GỐC	ẢNH
A (-3, 5)	A' (-5, -3)
B (-3, -6)	B' (6, -3)
C (2, 6)	C' (-6, 2)

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1. Vẽ đa giác với các điểm như sau: $A(-4, 2)$, $B(-2, 2)$, $C(-2, -1)$, và $D(-4, -1)$. Sau đó tịnh tiến theo tọa độ $(x + 6, y - 3)$.

2. Vẽ đa giác với các điểm như sau: $E(3, 5)$, $F(4, 1)$, và $G(2, 4)$. Sau đó tịnh tiến theo tọa độ $(x - 3, y - 4)$.

3. Vẽ đa giác với các điểm như sau: $P(-2, 4)$, $Q(-3, 1)$, và $R(-4, 3)$. Sau đó phản chiếu qua trục x.

4. Vẽ đồ thị đa giác với các điểm như sau: $S(1, 2)$, $T(4, 4)$, $U(4, -2)$, và $V(2, -2)$. Sau đó phản chiếu qua trục y.

5. Vẽ đồ thị tam giác theo các điểm như sau: $A(-2, -6)$, $B(2, 8)$, và $C(2, -4)$. Sau đó phóng to hệ số tỉ lệ $\frac{1}{2}$.

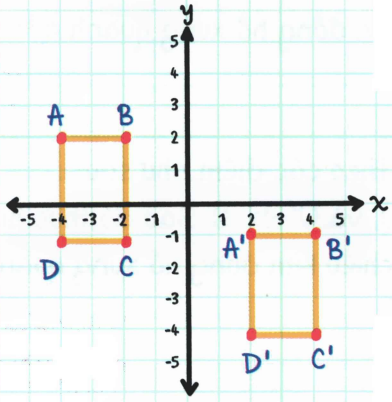
6. Vẽ đồ thị tứ giác theo các điểm như sau: $A(-2, -6)$, $B(-2, -3)$, $C(4, 3)$, và $D(4, -6)$. Sau đó thực hiện phép quay $180°$ theo chiều kim đồng hồ xung quanh gốc tọa độ (tâm quay.)

7 Vẽ đồ thị đa giác theo các điểm như sau: H(1, 2), I(3, 2), J(3, −3), và K(1, −3). Sau đó thực hiện phép quay 90° ngược chiều kim đồng hồ xung quanh gốc tọa độ (tâm quay.)

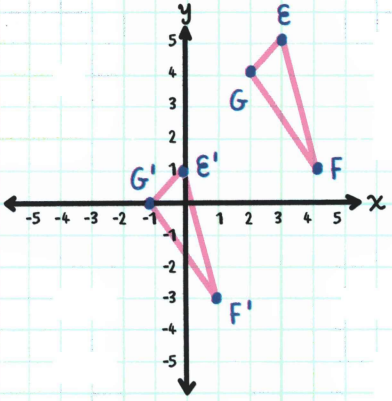
8 Vẽ đồ thị đa giác theo các điểm như sau: L(−4, 4), M(−2, 4), N(−2, 1), và O(−5, 1). Sau đó thực hiện phép quay 180° ngược chiều kim đồng hồ xung quanh gốc tọa độ (tâm quay.)

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

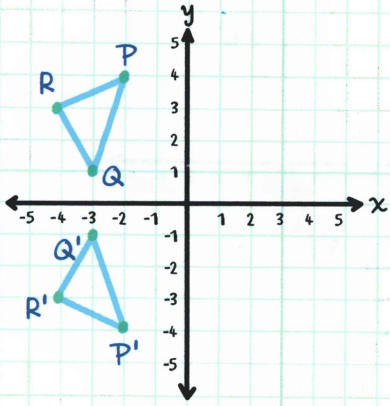
1



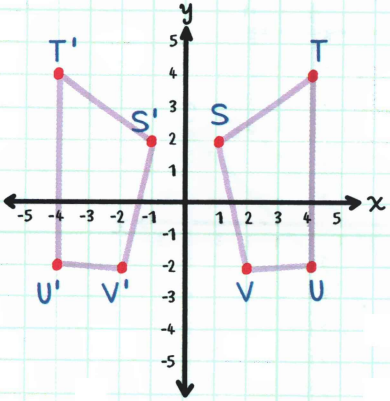
2



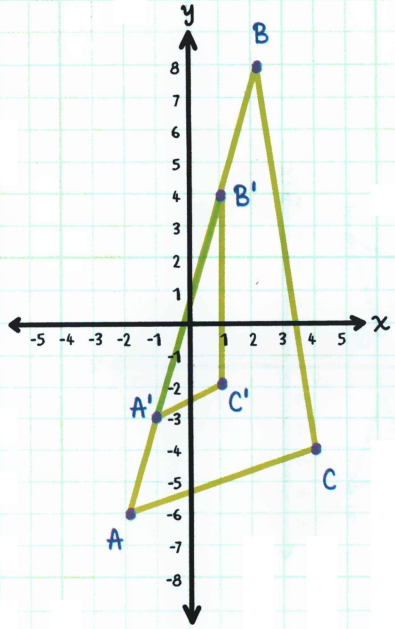
3



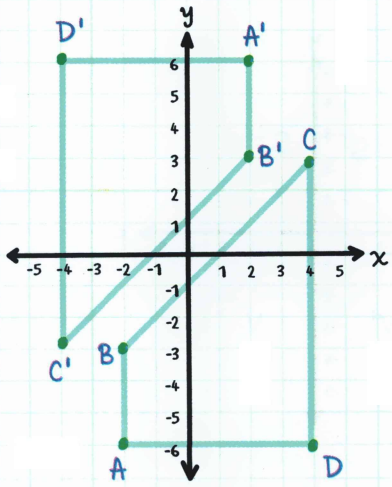
4



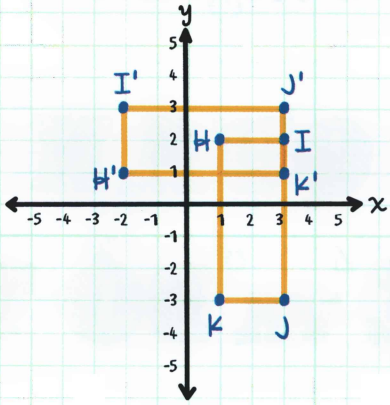
5



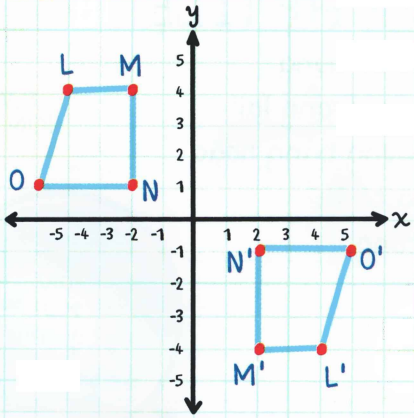
6



7



8

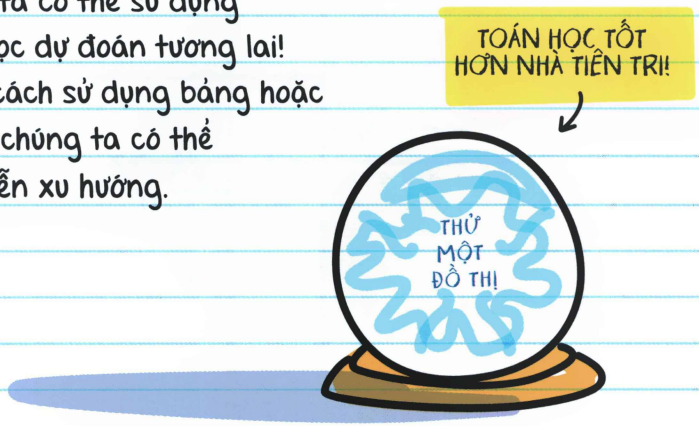


Chương 63

MỐI QUAN HỆ TỈ LỆ VÀ ĐỒ THỊ

MỐI QUAN HỆ TỈ LỆ

Chúng ta có thể sử dụng toán học dự đoán tương lai! Bằng cách sử dụng bảng hoặc đồ thị, chúng ta có thể biểu diễn xu hướng.



VÍ DỤ: Một sinh viên mỹ thuật đang cố gắng tính số ống màu cho bức tranh tường của mình. Nếu anh ta sử dụng 6 ống cho mỗi 4 ngày, vậy anh ta sẽ sử dụng bao nhiêu ống trong 8 ngày? Anh ta sẽ sử dụng bao nhiêu ống trong 10 ngày?

Đầu tiên, sử dụng thông tin đã cho để tạo bảng:

NGÀY	SỐ ỐNG
4	6
8	
10	

Sau đó, sử dụng tỉ lệ 4 ngày: 6 ống để tìm ra các số còn thiếu bằng tỉ lệ thức cho các tình huống có thể xảy ra:

TÌNH HUỐNG SỬ DỤNG 8 NGÀY:

Đặt x đại diện cho số ống cần thiết cho 8 ngày.

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{x}$$
$$4x = 48$$
$$x = 12$$

ĐÁP ÁN: Trong 8 ngày, anh ta cần 12 ống.

TÌNH HUỐNG SỬ DỤNG 10 NGÀY:

Đặt x đại diện cho số ống cần thiết cho 10 ngày.

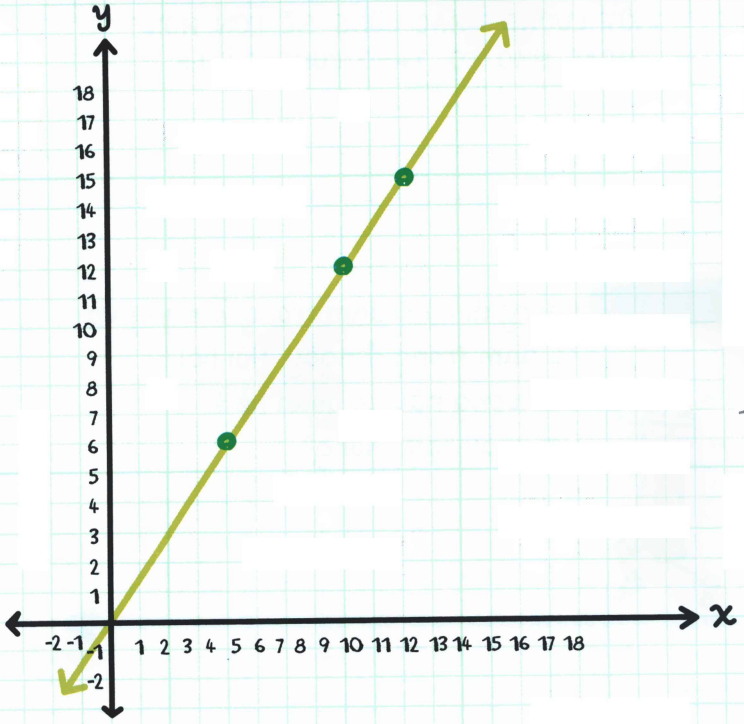
$$\frac{4}{6} = \frac{10}{x}$$
$$4x = 60$$
$$x = 15$$

ĐÁP ÁN: Trong 10 ngày, anh ta cần 15 ống.

Tiếp đến, sử dụng thông tin trong bảng đã hoàn thành trên để vẽ đồ thị và dự đoán tương lai! "Ngày" là giá trị x, và "Số ống" là giá trị y.

NGÀY	SỐ ỐNG
4	6
8	12
10	15

Đầu tiên, biểu diễn các điểm ta đã biết trên đồ thị tọa độ. Sau đó vẽ một đường đi qua các điểm đó.



Ta có thể thấy từ đồ thị, các điểm tạo thành một đường thẳng. Ta cũng có thể nhận thấy đồ thị đi qua gốc tọa độ (0, 0). Do đó, chúng ta quan sát thấy: Bất cứ khi nào chúng ta vẽ đồ thị từ các số liệu và nó tạo thành một đường thẳng, đường thẳng đó đi qua gốc tọa độ, chúng ta có thể nói rằng hai đại lượng đó nằm trong một **MỐI QUAN HỆ TỈ LỆ**.

KHI MỘT LƯỢNG LỚN HƠN HOẶC NHỎ ĐI, MỘT LƯỢNG KHÁC CŨNG SẼ LỚN HƠN HOẶC NHỎ ĐI THEO CÙNG TỈ LỆ.

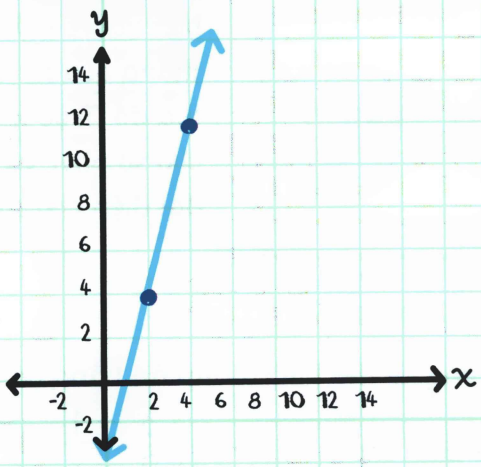
VÍ DỤ: Larry đi bộ 4 dặm trong 2 ngày và 12 dặm trong 4 ngày. Hỏi hai đại lượng này có quan hệ tỉ lệ với nhau hay không?



Hãy dùng các dữ liệu được cung cấp để lập bảng và vẽ đồ thị:

NGÀY	SỐ ỐNG
2	4
4	12

Sau khi vẽ một đường thẳng, ta thấy...

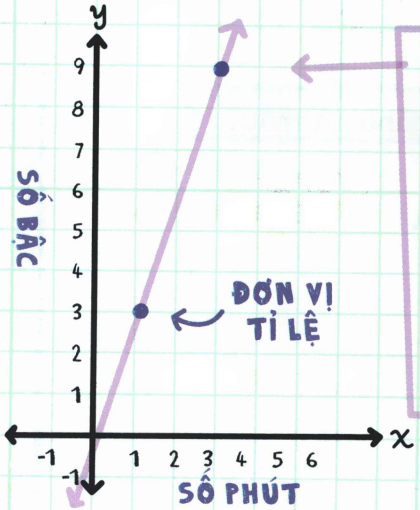


...rằng đường thẳng trên KHÔNG đi qua gốc tọa độ, do đó ta có thể kết luận rằng chúng KHÔNG có mối quan hệ tỉ lệ.

ĐƠN VỊ TỈ LỆ

Chúng ta cũng có thể sử dụng bảng và đồ thị để tìm **ĐƠN VỊ TỈ LỆ**, là tốc độ hoàn thành một cái gì đó trong 1 đơn vị đo lường. Chúng ta chỉ cần nghiên cứu đến đường thẳng vẽ trên biểu đồ.

VÍ DỤ: Trong 3 phút, Sandara có thể leo 9 bậc cầu thang. Chúng ta sử dụng biểu đồ để tìm ra đơn vị tỉ lệ.



Chúng ta có thể tìm ra đơn vị tỉ lệ bằng cách biểu diễn điểm ta đã biết và vẽ một đường thẳng qua nó và gốc tọa độ. Trục x đại diện cho số phút và trục y đại diện cho số bậc.

Chúng ta cũng có thể tìm ra đáp án bằng cách tạo tỉ lệ:

Đặt X đại diện cho số bậc mà cô ý leo được trong 1 phút.

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{x}$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Sandara leo được 3 bậc trong 1 phút.

KIỂM TRA KIẾN THỨC CỦA BẠN

1 Trong 3 giây, Mary Lou trả lời được 1 câu hỏi. Trong 6 giây, cô ấy trả lời được 2 câu hỏi. Sử dụng thông tin này để trả lời các câu hỏi dưới đây.

(A) Hoàn thành phần còn thiếu trong bảng dưới.

THỜI GIAN (SỐ GIÂY)	SỐ CÂU HỎI
3	
6	
9	

(B) Sử dụng bảng để biểu diễn các điểm trên đồ thị.

(C) Dựa vào bảng và đồ thị vừa thực hiện, các đại lượng này có mối quan hệ tỉ lệ không?

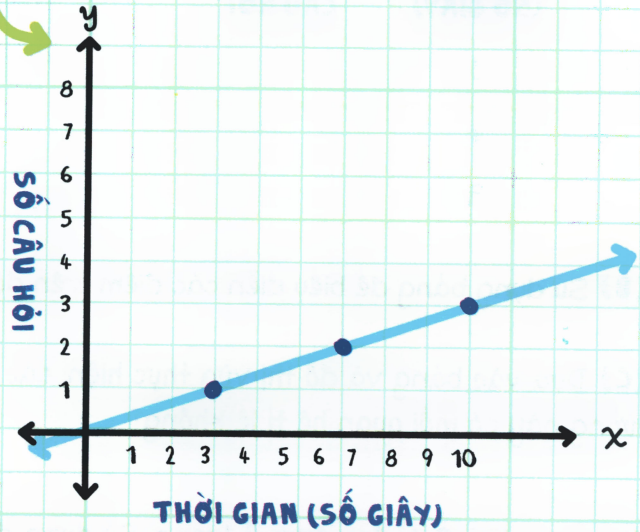
2 Trong 4 phút, Bob đọc được 4 trang. Sử dụng đồ thị để tìm ra đơn vị tỉ lệ.

KIỂM TRA ĐÁP ÁN CỦA BẠN

1 (A)

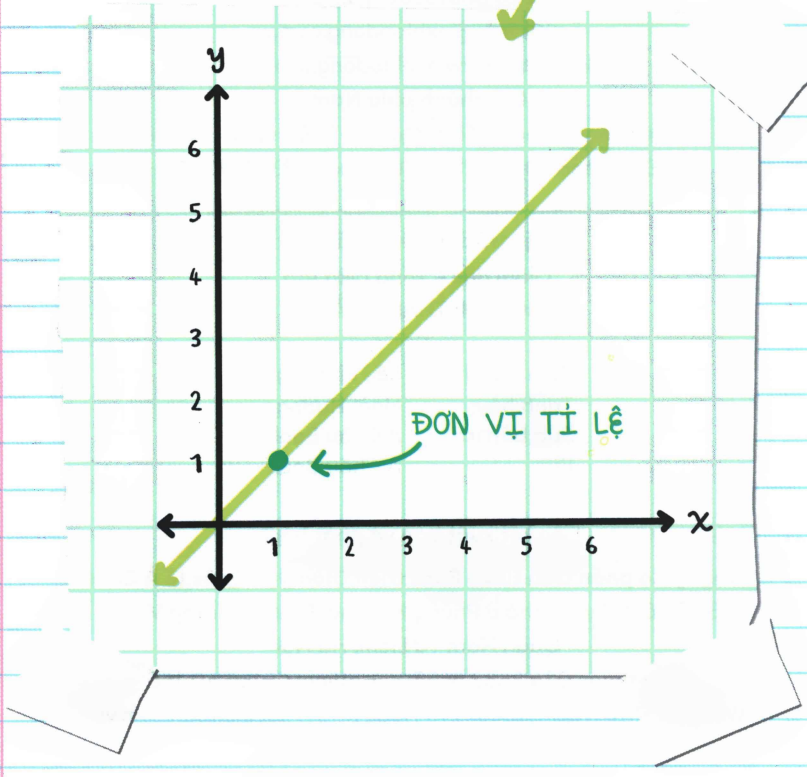
THỜI GIAN (SỐ GIÂY)	SỐ CÂU HỎI
3	1
6	2
9	3

(B)



(C) Vì tôi có thể vẽ một đường thẳng đi qua tất cả các điểm và gốc tọa độ, do đó các đại lượng này có mối quan hệ tỉ lệ.

2 Đơn vị tỉ lệ của Bob là 1 trang 1 phút.





SỔ TAY TOÁN HỌC

Tái bản lần 1

NHÀ XUẤT BẢN LAO ĐỘNG

175 Giảng Võ - Ba Đình - Hà nội

Điện thoại: 024 38515380 Fax: 024 38515381

Email: info@nxblaodong.com.vn

Website: www.nxblaodong.com.vn

Chi nhánh phía Nam:

Số 85 Cách Mạng Tháng Tám, Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh

Điện thoại: 02838390970 Fax: 02839257205

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc – Tổng biên tập

MAI THỊ THANH HẰNG

Biên tập NXB:	Lê Thị Hằng
Trình bày:	Hoài Hương
Sửa bản in:	Á Châu Book
Bìa:	Á Châu Book

Liên kết xuất bản và phát hành

Công ty Cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Quốc tế Á Châu

Số 8 Lô 2, Dự án nhà ở Phùng Khoang, Phường Trung Văn,

Quận Nam Từ Liêm, Hà Nội

Điện thoại: 024 8582 5555 Hotline: 09166 40 166

Website: Http://achaubooks.vn Hoặc http://hocgioitoan.com.vn

Email: info@achaubooks.vn

Facebook: fb.com/hocgioitoan.com.vn

In 3.000 cuốn, khổ 14x20.5 cm, tại Công ty cổ phần In Sao Việt,

số 9/40 Ngụy Như Kon Tum, Nhân Chính, Thanh Xuân, TP Hà Nội.

Số xác nhận ĐKXB: 517-2021/CXBIPH/22-27/LĐ.

Số QĐXB của NXB: 160/QĐ-NXBLĐ.

Mã số sách tiêu chuẩn quốc tế (ISBN): 978-604-320-906-8.

In xong và nộp lưu chiểu năm 2021.