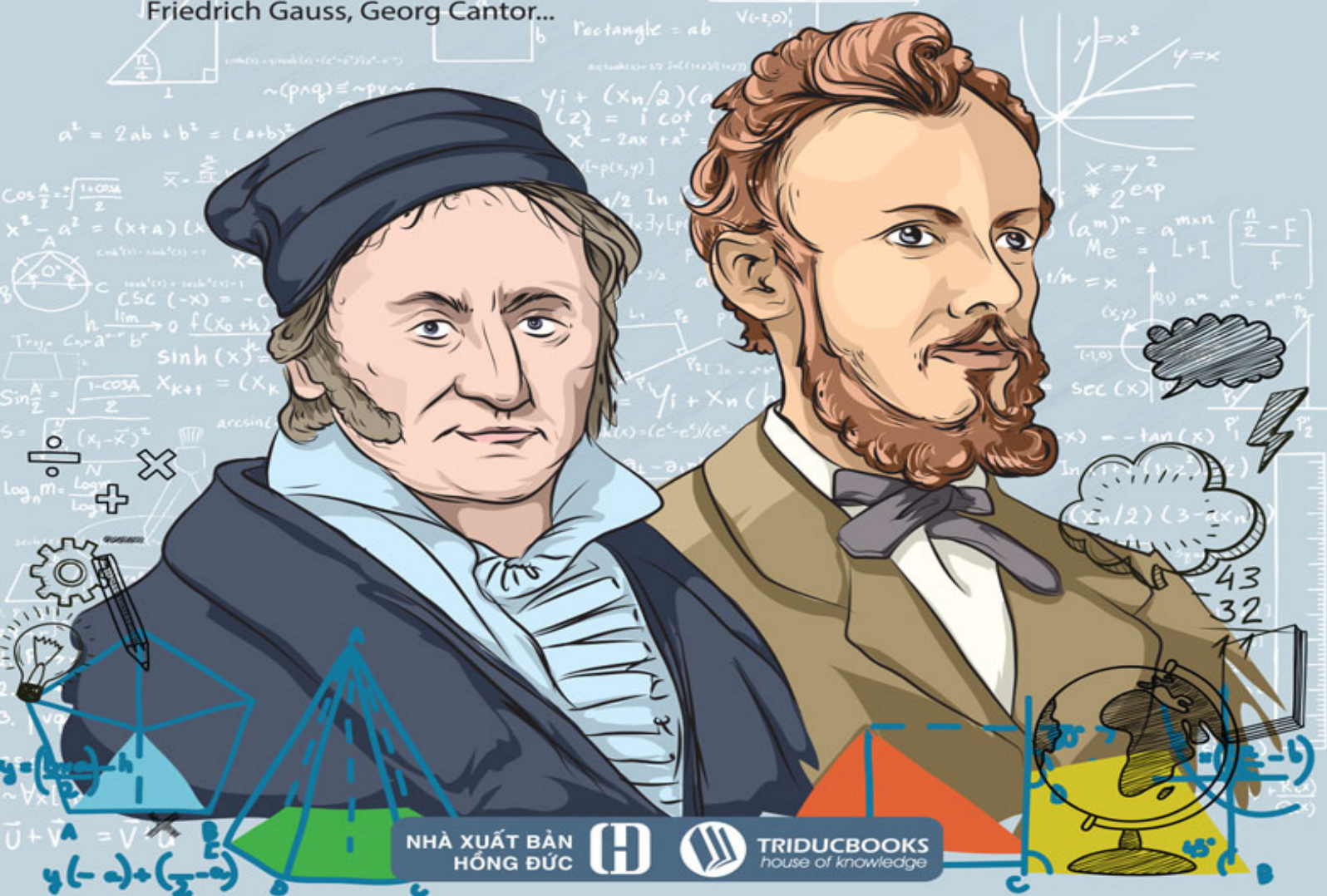


DANH NHÂN TOÁN HỌC

Nguyễn Trường (Biên soạn)

CHUYỆN KỂ
VỀ
DANH NHÂN
THẾ GIỚI

■ Poincare, Grigori Yakovlevich Perelman, Jean le Rond d'Alembert, Terence Tao (Đào Triết Hiền), René Descartes, Pytago, Pierre-Simon Laplace, Hamilton, Leonhard Euler, Eratosthenes, Andrew John Wiles, Thales, Carl Gustav Jacob Jacobi, Joseph-Louis Lagrange, Lobachevsky, Sophia Vasilevna Kovalevskaja, Augustin-Louis Cauchy (Cô-si), Euclid, Pascal, Andrei Nikolaevich, Gottfried Leibniz, Carl Friedrich Gauss, Georg Cantor...



NHÀ XUẤT BẢN
HỒNG ĐỨC



TRIDUCBOOKS
house of knowledge

DANH NHÂN TOÁN HỌC

Tác giả: **Nguyễn Trường**

Thể loại: **Nhân vật - Sự kiện**

Nhà xuất bản: **Hồng Đức**

Phát hành: **Triducbooks**

*Ebook:***nguyenthanh-cuibap**

“Con quỷ toán học”

Poincaré sinh ngày 29 tháng 4 năm 1854 tại Cité Ducale gần Nancy, Meurthe-et-Moselle. Cha ông là Leon Poincaré (1828-1892) giáo sư y học tại Đại học Nancy. Vào năm 1862 Henri học tại trường Lycée ở Nancy. Ông học mười một năm tại Lycée và trong suốt thời gian này ông luôn đứng đầu trường trong các môn học. Ông rất giỏi viết văn. Giáo viên toán coi ông như là “quái vật của Toán học” và ông đã giành giải nhất trong cuộc thi học sinh giỏi của nước Pháp.

Ngay từ nhỏ, Poincaré đã nổi tiếng về tài năng phi thường trong toán học. Một thầy giáo dạy toán tên là Carta de Elliot tại trường trung học Nancy nay là trường Lycée đã từng gọi Poincaré là “con quỷ toán học”. Năm 1872, trong một thư gửi cho một người bạn, thầy Elliot viết: “Trong lớp của tôi ở Nancy, có một con quỷ toán học, đó là Henri Poincaré”.

Đúng như lời thầy nói, sau này Poincaré không những đã làm biến đổi nền toán học mà còn cùng với những người khổng lồ khác như Max Planck, Albert Einstein,... đã làm thay đổi cả vật lý trong giai đoạn cuối của thế kỷ XX.

Tuy nhiên, khi học ở trường, môn học kém nhất của ông lại là âm nhạc và vật lý - ông được đánh giá là trung bình khá. Ông tốt nghiệp trường Lycée năm 1871 với tấm bằng cử nhân văn chương và khoa học. Poincaré thi đỗ vào trường Đại học Bách khoa năm 1873. Tại đây ông học toán dưới sự hướng dẫn của Charles Hermite, tiếp tục phát triển tài năng toán học của mình và viết bài báo đầu tiên (Démonstration nouvelle des propriétés de l'indicatrice d'une surface) vào năm 1874. Ông tốt nghiệp năm 1875 hoặc năm 1876. Ông nghiên cứu và học tiếp toán học tại trường Mỏ (École des Mines) và tốt nghiệp kỹ sư mỏ vào tháng 3 năm 1879.

Khi học tại trường Mỏ (École des Mines) ông tham gia vào Ủy ban về mỏ với vị trí là thanh tra tại vùng Vesoul miền Đông bắc nước Pháp. Vào tháng 8 năm 1879 đã xảy ra một vụ tai nạn tại mỏ Magny làm 18 công nhân mỏ bị chết. Ông đã khảo sát chi tiết các nguyên nhân khách quan và chủ quan.

Thời gian này, Poincaré chuẩn bị làm luận án Tiến sĩ toán học dưới sự hướng dẫn của Charles Hermite. Luận án của ông trong lĩnh vực phương trình vi phân, dưới tiêu đề “Về các tính chất của các hàm số xác định bằng phương trình vi phân”. Poincaré đã đưa ra một hướng mới trong việc nghiên cứu tính chất của các phương trình này. Ông không chỉ đối mặt với vấn đề xác định tính khả tích của các phương trình vi phân, mà còn là người đầu tiên nghiên cứu các tính chất hình học tổng quát của chúng. Ông nhận ra chúng có thể được sử dụng để mô hình hóa tương tác giữa các vật thể chuyển động trong hệ Mặt trời.

Poincaré tốt nghiệp Đại học Paris năm 1879. Sau đó, ông được nhận vào Đại học Caen với vị trí là trợ giảng toán học. Nhưng ông cũng không từ bỏ hoàn toàn nghề mỏ. Ông làm kỹ sư tại bộ dịch vụ công cộng với nhiệm vụ là phát triển tuyến đường sắt miền Bắc từ năm 1881 đến năm 1885. Sau đó, ông trở thành kỹ sư trưởng tại Corps de Mines vào năm 1893 và tổng thanh tra năm 1910.

Đầu năm 1881 cho đến cuối đời, ông dạy tại Đại học Paris. Ban đầu ông được bổ nhiệm làm trợ lý giáo sư về giải tích. Sau đó, ông giữ chức trưởng phòng các phòng vật lý và cơ học thực nghiệm, toán lý và lý thuyết xác suất, thiên văn và cơ học thiên thể.

Năm 1881, Poincaré kết hôn với Poulain d'Andecy. Họ có bốn người con: Jeanne (sinh năm 1887), Yvonne (sinh năm 1889), Henriette (sinh năm 1891), và Léon (sinh năm 1893).

Năm 1887, ở tuổi 32, Poincaré được bầu vào Viện Hàn lâm khoa học Pháp và trở thành chủ tịch năm 1906.

Năm 1887 ông đoạt giải Oscar II, một cuộc thi do vua Thụy Điển tổ

chức nhằm tìm lời giải cho bài toán ba vật thể liên quan đến các vật thể chuyển động tự do trên quỹ đạo.

Poincaré là một người đa tài và được coi là người có tầm hiểu biết sâu rộng các lĩnh vực khoa học đặc biệt trong toán học. Là một nhà toán học và vật lý, ông đã có rất nhiều đóng góp căn bản cho toán học thuần túy, toán học ứng dụng, vật lý toán, và cơ học thiên thể. Ông cũng là người đặt ra bài toán nổi tiếng giả thuyết Poincaré trong toán học. Khi nghiên cứu về bài toán ba vật thể, ông là người đầu tiên khám phá ra hệ có tính bất định hỗn độn, sau này là cơ sở cho lý thuyết hỗn độn hiện đại. Ông được coi là một trong những cha đẻ của topo học.

Poincaré đã đưa ra nguyên lý tương đối hiện đại, và lần đầu tiên ông đã biểu diễn các phép biến đổi Lorentz theo dạng đối xứng hiện đại của chúng. Poincaré đã phát hiện ra các phép biến đổi vận tốc vẫn còn đúng trong phạm vi tương đối tính, và đã gửi đi đầu này trong một lá thư tới Hendrik Lorentz vào năm 1905. Dựa vào đi đầu này, ông đã rút ra được tính bất biến của các phương trình Maxwell trong lý thuyết tương đối đặc biệt - một bước quan trọng trong việc xây dựng lý thuyết này.

Vấn đề tìm lời giải tổng quát cho n ($n > 2$) vật thể chuyển động trên quỹ đạo trong hệ Mặt trời đã được đặt ra từ thời đại của Isaac Newton. Ban đầu là bài toán đối với ba vật thể, sau đó được tổng quát lên cho n . Lời giải bài toán n - vật thể được xem là rất quan trọng và là thử thách đối với các nhà toán học cuối thế kỷ XIX. Vào năm 1887, để kỷ niệm lần sinh nhật thứ 60 của mình, nhà vua Thụy Điển Oscar II cùng với sự trợ giúp của Gösta Mittag-Leffler, đã lập một giải thưởng cho người nào giải được bài toán.

Trong trường hợp không giải được, bất kỳ một đóng góp quan trọng cho cơ học cổ điển thì đều được trao giải. Giải thưởng cuối cùng đã trao cho Poincaré, mặc dù ông không hề giải bài toán gốc. Một thành viên xét duyệt, giáo sư Karl Weierstrass nói rằng: “Mặc dù lời giải đưa ra không cung cấp một lời giải đầy đủ cho bài toán, nhưng cho dù thế nào đi chăng nữa sự xuất hiện của nó sẽ mở đầu cho một kỷ nguyên mới của lịch sử cơ học

thiên thể”.

Công việc của Poincaré tại Bureau des Longitudes về việc xác định các vùng thời gian quốc tế đã dẫn ông đến xem xét việc bằng cách nào mà các đồng hồ được đặt trên mặt đất và đồng hồ trong không gian tuyệt đối di chuyển với các vận tốc tương đối khác nhau được đồng bộ hóa với nhau. Cũng trong thời gian này, nhà vật lý lý thuyết Hendrik Lorentz đang phát triển lý thuyết của Maxwell vào chuyển động của các hạt tích điện (electron hoặc ion), và tương tác của chúng cùng với sự phát xạ. Năm 1895 Lorentz đã đưa ra một đại lượng phụ (mà không có sự giải thích vật lý một cách rõ ràng) gọi là “thời gian địa phương” (hoặc còn gọi là thời gian cục bộ). Poincaré là một người diễn giải kiên định (thỉnh thoảng là người bạn phê bình) đối với lý thuyết của Lorentz. Với vai trò là nhà triết học, ông cũng thích thú khi tìm “hiệu ý nghĩa sâu xa” của lý thuyết này. Ông đã đi đến các bản chất của lý thuyết Lorentz và bây giờ được coi như là một phần của thuyết Tương đối đặc biệt. Trong bài viết “Đo thời gian” (năm 1898): “Một chút suy nghĩ cũng đủ để hiểu rằng tất cả những khẳng định này tự chúng không có ý nghĩa. Chúng chỉ có ý nghĩa khi là kết quả của sự quy ước.” Ông cũng cho rằng, các nhà khoa học phải đặt vận tốc ánh sáng là một hằng số như là một tiên đề để các lý thuyết vật lý có dạng đơn giản nhất. Dựa trên những điều giả sử này, ông đã thảo luận (năm 1900) về phát minh của Lorentz về thời gian cục bộ và chú ý đến nó xuất hiện trong trường hợp đồng hồ chuyển động được đồng bộ hóa bằng cách trao đổi tín hiệu ánh sáng giả sử được truyền đi với cùng vận tốc theo cùng các hướng trong một khung di động.

Ông cũng đề cập đến “Nguyên lý của chuyển động tương đối” vào năm 1900 và đặt tên nó là “Nguyên lý tương đối” vào năm 1904, theo đó không có một thí nghiệm vật lý nào có thể phân biệt được giữa trạng thái của chuyển động đều và trạng thái nghỉ. Năm 1905 Poincaré gửi một lá thư cho Lorentz. Trong lá thư này, ông đã chỉ ra một lỗi của Lorentz khi áp dụng các phép biến đổi cho các phương trình Maxwell đối với các hạt tích điện,

ngoài ra cũng đề cập tới hệ số giãn thời gian của Lorentz. Trong một lá thư thứ hai, Poincaré đưa ra lý do vì sao hệ số giãn thời gian quả thực là đúng: Sự cần thiết để dạng các phép biến đổi tạo thành một nhóm và đặt cho nó cái tên như bây giờ được biết đến là định luật cộng vận tốc tương đối tính. Poincaré đã đọc một báo cáo tại cuộc họp của Viện Hàn lâm Khoa học tại Paris vào ngày 5 tháng 6 năm 1905 trong đó ông đề cập đến những vấn đề trên.

Poincaré đã khám phá ra mối quan hệ giữa khối lượng và năng lượng điện từ. Trong khi nghiên cứu mâu thuẫn giữa các định luật Newton và lý thuyết của Lorentz, ông đã cố xác định liệu khi trường điện từ được kể đến thì khối tâm có di chuyển với vận tốc đều hay không? Ông nhận thấy định luật tác dụng/phản tác dụng không chỉ đúng đối với vật chất, mà trường điện từ cũng có động lượng của nó. Poincaré kết luận rằng năng lượng trường điện từ của sóng điện từ giống như một chất lỏng lý tưởng với mật độ E/c^2 . Vì năng lượng điện từ có thể biến đổi thành các dạng khác, do vậy Poincaré đã giả sử rằng tồn tại một chất lỏng không chứa năng lượng điện tại mỗi điểm của không gian, và tại đó năng lượng điện từ có thể biến đổi và mang một khối lượng tỷ lệ với năng lượng đó. Theo cách này chuyển động của khối tâm vẫn là đều.

Poincaré thực hiện một phép biến đổi Lorentz đối với hệ tọa độ di chuyển so với gốc. Ông nhận thấy định luật bảo toàn năng lượng thỏa mãn trong cả hai hệ, nhưng định luật bảo toàn động lượng bị vi phạm. Điều này dẫn đến chuyển động vĩnh cửu, cái không thể xảy ra. Các định luật của tự nhiên là khác nhau trong các hệ quy chiếu, và nguyên lý tương đối không còn đúng nữa.

Poincaré rất thích theo lối suy nghĩ của riêng ông; và đưa ra những nhận định trong một buổi nói chuyện năm 1908 tại Viện tâm lý học trung ương ở Paris. Trong đó ông liên hệ giữa cách ông suy nghĩ với những khám phá do ông tìm ra. Nhà toán học Darboux nhận xét Poincaré là tuýp người thuộc về “trực giác”, bởi vì người ta thường thấy ông làm việc với sự hình dung

những đối tượng trong nghiên cứu của ông. Ông không quan tâm đến sự phức tạp và sự phi logic. Ông tin rằng không phải là con đường dễ phát minh nhưng là một cách để tạo nên những ý tưởng và logic hạn chế ý tưởng.

Poincaré cũng hay đăng trí. Một lần ông mời một người bạn đến ăn trưa cùng mình, khi ông này đến thì thấy Poincaré đang đi lại trong phòng làm việc và chìm đắm trong suy nghĩ của mình. Biết bạn hay đăng trí nên ông không gọi mà ng ẩ ngoài hành lang chờ. Một lúc sau bỗng nhiên Poincaré từ trong phòng nói to ra: “Thưa ngài, ngài đang làm phi ền tôi đấy!”.

Poincaré đã 51 lần được đề cử nhận giải Nobel vật lý, trong 12 năm, ông được đề cử 51 lần, trung bình mỗi năm có hơn 4 đề cử nhưng ông chưa một lần đoạt giải Nobel vì trong số những đóng góp của Poincaré cho vật lý, có những tư tưởng vượt quá xa thời đại, đến nỗi Ủy ban Nobel cũng chưa thể đánh giá hết được ý nghĩa của nó, hoặc vì họ thận trọng không muốn mắc sai lầm. Thí dụ điển hình là Thuyết tương đối hẹp và Lý thuyết hỗn độn. Phải đợi tới những năm 1960 - 1970, lý thuyết này mới được xem như một lý thuyết khoa học hoàn toàn mới, nhưng nguyên lý cơ bản của nó thì đã được Poincaré khám phá ngay từ tháng 11 năm 1890, khi ông công bố lời giải của “Bài toán ba vật thể” trên tạp chí Acta Mathematica.

Hơn nữa, nếu không có Lý thuyết topo (Topology) của ông thì không biết toán học và vật lý học ngày nay sẽ ra sao. Trong lĩnh vực này, giả thuyết Poincaré đã sừng sững trong suốt một thế kỷ qua như một trong những thách thức lớn nhất đối với các nhà toán học, để mãi đến năm 2006 mới được giải quyết trọn vẹn bởi nhà toán học Grigori Perelman, và sự kiện này đã trở thành bước đột phá của khoa học năm 2006.

Không kể rất nhiều công trình nghiên cứu sâu sắc khác trong toán học và vật lý, chỉ riêng đóng góp của Poincaré đối với ba lý thuyết khổng lồ nói trên cũng đã quá đủ để nói lên tầm vóc khổng lồ của ông.

Nhưng sẽ là một thiếu sót lớn nếu nghĩ rằng “con quỷ toán học” chỉ nghiên cứu khoa học thuần túy: Poincaré đồng thời còn là một nhà triết học

thâm thúy, một nhà tư tưởng có tầm nhìn xa trông rộng. Một sinh viên của Poincaré viết về thầy của mình: “Poincaré luôn kết thúc buổi giảng bằng những công thức đơn giản, được diễn giải bằng một thứ ngôn ngữ đầy hình ảnh đến nỗi buộc chúng tôi phải hiểu”. Nhận xét ngắn ngủi này phản ánh chính xác tư tưởng và tính cách của Poincaré: Đối với ông, toán học phải sinh động, giàu hình ảnh, đầy cảm nhận trực giác, mặc dù bên ngoài của nó là những ký hiệu và các phương trình. Ký hiệu hay phương trình chỉ là công cụ để thể hiện một tư tưởng, không được phép biến thành một thứ ngôn ngữ chết, một chuỗi suy diễn logic máy móc, vô hồn vô cảm. Điều này giải thích vì sao Poincaré quyết liệt chống đối chủ nghĩa toán học hình thức ngay từ buổi trứng nước của nó.

Đầu thế kỷ XX, bất chấp đa số các nhà toán học lao theo con đường do David Hilbert vạch ra, dồn mọi nỗ lực vào việc tìm kiếm “chiếc chén Thánh toán học” hòng biến toán học thành một hệ thống logic hình thức thuần túy, hoàn toàn tách rời khỏi hiện thực, không đếm xỉa tới trực giác, Poincaré vẫn ung dung đi trên con đường riêng của mình và không ngừng cảnh báo chủ nghĩa hình thức về sai lầm của họ: “Nhà toán học xa rời thực tiễn giống như một họa sĩ bị tước đi vật mẫu”. Lời cảnh báo bất hủ ấy đã nhanh chóng được kiểm chứng:

Năm 1902, Bertrand Russell, một nhà tiên phong trong cuộc hành trình tìm kiếm “chiếc chén Thánh”, trớ trêu thay, lại khám phá ra một nghịch lý của chính logic hình thức. Nghịch lý Russell cho thấy chủ nghĩa logic hình thức giống như con rắn tự nuốt đuôi của mình. Không giấu được vẻ giễu cợt, Poincaré nói: “Cuối cùng thì chủ nghĩa logic cũng đã chứng minh được rằng nó không hoàn toàn vô ích. Rốt cuộc nó cũng sinh đẻ được, nhưng lại đẻ ra một nghịch lý”. Bất chấp sự khác biệt về lý tưởng toán học, Russell vẫn khẳng khái nhận định: “Poincaré là người có tài trí khoa học vĩ đại nhất thời đại”. Năm 1931, định lý Godel ra đời, xác nhận chủ nghĩa hình thức là một ảo tưởng, do đó Poincaré quả thật là người nhìn xa trông rộng!

Tuy nhiên, không phải mọi điều đã được hiểu đúng ngay từ những năm 1930. Bằng chứng là chủ nghĩa hình thức vẫn còn giương cao ngọn cờ “toán học mới” để tấn công ồ ạt vào hệ thống giáo dục phổ thông ở Tây phương những năm 1960. Phải đợi tới những thập kỷ cuối thế kỷ XX, mọi điều mới tỏ rõ, quả thật Poincaré sâu sắc. Ông đã viết một loạt tác phẩm: *Khoa học và giả thuyết* (năm 1902), *Giá trị của khoa học* (năm 1905), *Khoa học và phương pháp* (năm 1908) và *Nhà bác học và nhà văn* (năm 1910). Đó là những tác phẩm triết luận sâu sắc, hùng hồn, hấp dẫn, đến nỗi Poincaré được đánh giá như một nhà triết luận tài ba, và đã trở thành nhà khoa học đầu tiên được bầu vào Viện Hàn lâm Văn chương Pháp.

Có thể nói, Poincaré luôn luôn có mặt trên tuyến đầu của tất cả các cuộc cách mạng lớn nhất về nhận thức trong thế kỷ XX, từ “cuộc cách mạng về tương đối tính” đến cuộc cách mạng về bất định, ngẫu nhiên và hỗn độn: Lời giải *Bài toán ba vật thể* của Poincaré là ánh chớp đầu tiên báo hiệu cuộc cách mạng tư tưởng sâu sắc nhất sắp xảy ra trong thế kỷ XX - chủ nghĩa này cho rằng vũ trụ vận hành theo những quy luật xác định và tất yếu như một chiếc đồng hồ. Từ thế kỷ XVII trở về sau, chiếc đồng hồ ấy được mệnh danh là “chiếc đồng hồ Newton”, bởi vì với cơ học Newton, người ta có thể xác định được tương lai hoặc quá khứ của vũ trụ nếu biết rõ trạng thái của nó tại một thời điểm cho trước. Nhà toán học Pierre-Simon Laplace giải thích: “Chúng ta có thể coi trạng thái hiện tại của vũ trụ như hậu quả của quá khứ và là nguyên nhân của tương lai... và trước con mắt của một người trí thức, chẳng có gì là bất định cả, tương lai cũng như quá khứ sẽ chỉ là hiện tại mà thôi”. Đó là “Tất định luận Laplace” (Laplace’s determinism). Tất định luận này ăn sâu vào tâm trí các nhà khoa học đến nỗi Louis Lagrange, nhà toán học lỗi lạc cuối thế kỷ XVIII đầu thế kỷ XIX phải buồn rầu than thở: “Newton đã tìm ra hết mọi bí mật rồi, chẳng còn gì cho chúng ta làm nữa”. Dù cho vật lý thế kỷ XIX được bổ sung bởi lý thuyết điện từ của James Clerk Maxwell, nhưng lý thuyết này hoàn toàn nhất quán với cơ học Newton để tạo nên một hệ thống lý thuyết

hoàn toàn xác định và chắc chắn, làm nền tảng cho mọi hiểu biết về vũ trụ, đến nỗi nhiều người nghĩ rằng khoa học đã tiệm cận tới những trang cuối cùng.

Tuy nhiên, cuối thế kỷ XIX đầu thế kỷ XX, những tư tưởng hoàn toàn mới đã nảy mầm trên mọi lĩnh vực của nhận thức: Tư tưởng về cái bất định, bất toàn, ngẫu nhiên, hỗn độn - những cái không chắc chắn và không thể dự đoán trước. Nguyên lý bất định của Heisenberg trong cơ học lượng tử, ra đời năm 1921. Định lý bất toàn của Kurt Godel ra đời năm 1931, trừ một vài người thấy giạt mình đến mức phải thay đổi định hướng nghiên cứu toán học, điển hình là John von Newman, còn đa số vẫn tiếp tục tôn thờ chủ nghĩa hình thức. Nhưng càng ngày người ta càng nhận thấy ý nghĩa vĩ đại của định lý này: Trong toán học tồn tại những mệnh đề không quyết định được - những mệnh đề không thể chứng minh và không thể bác bỏ. Hóa ra toán học cũng không tuyệt đối chắc chắn như người ta tưởng. Greg Chaitin sau này còn đi xa hơn khi chứng minh rằng yếu tố ngẫu nhiên và bất định nằm ngay trong nền tảng của số học.

So với nguyên lý bất định của Heisenberg và định lý bất toàn của Godel, tư tưởng về cái hỗn độn ra đời sớm hơn rất nhiều - ngay từ năm 1890 khi Poincaré công bố lời giải *Bài toán ba vật thể*, trong đó ông mô tả:

“Khi tôi cố gắng mô tả hình ảnh được tạo ra bởi hai đường cong này và vô số giao điểm của chúng,... những giao điểm này tạo nên một mạng lưới, một mớ lằng nhằng hoặc một cạm bẫy vô cùng rắc rối. Tôi hết sức kinh hoàng vì tính phức tạp của hình ảnh này đến nỗi tôi không cố sức vẽ nó ra nữa”.

“Một nguyên nhân rất nhỏ mà chúng ta không nhận thấy có thể dẫn tới một hậu quả lớn đến mức không thể đoán trước, và vì thế chúng ta bảo rằng hậu quả này xảy ra do ngẫu nhiên... Có thể xảy ra trường hợp những khác biệt vô cùng nhỏ trong dữ kiện ban đầu dẫn tới những hậu quả vô cùng lớn trong hiện tượng sau cùng. Một sai lệch nhỏ ban đầu có thể gây ra một sai lệch khổng lồ trong kết quả. Dự đoán trở nên bất khả, và chúng ta

có một hiện tượng ngẫu nhiên”.

Đó chính là tuyên ngôn mở đầu về những hiện tượng không thể dự đoán trước. Lần đầu tiên trong khoa học, bản chất ngẫu nhiên đã được đề cập. Lần đầu tiên tư tưởng bất định từng ngự trị trong hàng trăm năm trước, ít nhất kể từ thời Newton, đã bị nghi vấn. Đó là cuộc cách mạng đầu tiên về cái ngẫu nhiên, bất định, và hỗn độn trong thế kỷ XX.

Melvyn Bragg viết: Poincaré là “người tình cờ khám phá ra tính hỗn độn”, nhưng đó là sự tình cờ vĩ đại chỉ xảy ra ở những bộ óc vĩ đại! Năm 2000, Viện toán học Clay ở Mỹ nêu lên danh sách 7 bài toán khó nhất của thiên niên kỷ thứ hai (từ năm 1001-2000) và treo giải thưởng 1 triệu USD cho mỗi bài toán. Giả thuyết Poincaré (GP) do Poincaré nêu lên từ năm 1904 là một trong số 7 bài toán đó.

Năm 1912 Poincaré phải phẫu thuật tuyến tiền liệt và hậu quả là ông đã chết do tắc mạch máu vào ngày 17 tháng 7 năm 1912 tại Paris, lúc ông 58 tuổi. Ông được chôn cất tại hầm mộ của gia đình ở nghĩa trang Montparnasse, Paris.

Năm 2004, Claude Allègre - cựu Bộ trưởng Giáo dục Pháp - đã đề nghị Poincaré được chôn cất tại điện Panthéon ở Paris, nơi an táng của những người có cống hiến lớn cho nước Pháp.

Nhà toán học lập dị

rigori Yakovlevich Perelman sinh ngày 13 tháng 6 năm 1966, trong một gia đình Do thái tại Leningrad (nay là Sankt-Peterburg, Nga). Thời kỳ đầu, ông học tại trường Trung học Leningrad 239, một trường chuyên với chương trình khoa học và toán học cấp cao.

Từ năm 16 tuổi ông đã đoạt giải nhất kỳ thi Olympic toán học quốc tế tại Budapest năm 1982. Cô giáo dạy toán của Perelman tại trường 239, một trường toán nổi tiếng, là Tamara Yefimova nhớ lại: “Đó là một cậu học trò xuất sắc trong mọi môn học, ngoại trừ thể thao. Toán học quan trọng nhất với cậu ấy. Nhưng tôi không nói rằng cậu ấy sống khép kín hoặc có thái độ chống xã hội. Cậu ấy cũng có bạn bè và chơi vĩ cầm”.

Năm 1982, là một thành viên của đội Liên Xô trong Olympic Toán quốc tế, ông đoạt huy chương vàng với số điểm tuyệt đối. Cuối thập niên 1980, Perelman nhận bằng phó tiến sĩ tại Khoa toán - cơ Đại học Quốc gia Leningrad, một trong những đại học hàng đầu tại Liên Xô cũ. Luận án của ông có tên gọi “Các bề mặt yên ngựa trong các không gian Euclide”.

Sau khi tốt nghiệp, Perelman bắt đầu hoạt động tại chi nhánh Leningrad nổi tiếng của Viện Toán học Steklov thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô, dưới sự hướng dẫn của Aleksandr Danilovich Aleksandrov và Yuri Dmitrievich Burago. Trong cuối thập niên 1980 và đầu thập niên 1990, Perelman giữ chức vụ tại một số đại học ở Mỹ. Năm 1992, ông được mời đến Viện Courant tại Đại học New York và Đại học tiểu bang New York ở Stony Brook một khóa. Từ đó, ông nhận học bổng nghiên cứu Miller hai năm tại Đại học California ở Berkeley năm 1993. Ông được mời làm việc tại một số trường hàng đầu ở Mỹ, trong đó có Princeton, Stanford, nhưng ông đã từ chối tất cả và trở về Viện Steklov vào mùa hè năm 1995.

Là một nhà toán học người Nga có nhiều đóng góp cho hình học Riemann và topo hình học, ông đã chứng minh giả thuyết hình học hóa của Thurston. Việc này đã giúp giải giả thuyết Poincaré, được đưa ra năm 1904 và được xem là một trong những bài toán hóc búa nhất. Giả thuyết Poincaré, do nhà toán học người Pháp Henri Poincaré đề xuất là vấn đề nổi tiếng nhất trong topo. Bất kỳ đường vòng trên một mặt cầu trong ba chiều có thể co lại thành một điểm; giả thuyết Poincaré phỏng đoán rằng một đa tạp ba chiều đóng bất kỳ nơi đường vòng nào có thể co lại thành một điểm, thực sự chỉ là một mặt cầu ba chiều. Kết quả tương tự đã được biết là đúng trong các chiều bậc cao, nhưng trường hợp của đa tạp - ba hóa ra là khó nhằn hơn tất cả. Nói vắn tắt, đi đầu này là do trong thao tác topo của đa tạp - ba, có quá ít chiều để tránh các “khu vực có vấn đề” mà không can thiệp với một cái gì đó khác.

Năm 1999, Viện Toán học Clay đã thông báo các vấn đề giải Thiên niên kỷ - giải thưởng trị giá 1 triệu đô la Mỹ cho lời chứng minh cho vài giả thuyết, bao gồm cả giả thuyết Poincaré. Có sự đồng thuận chung rằng lời chứng minh thành công sẽ tạo nên một sự kiện bước ngoặt trong lịch sử toán học.

Perelman đã đưa lên mạng bài báo 39 trang với nhan đề “Công thức entropy đối với dòng Ricci và những áp dụng của nó trong hình học” trên địa chỉ arxiv.org, một trang web chuyên dùng của các nhà toán học để giới thiệu các bài báo trước khi được công bố trên các tạp chí chuyên ngành.

Perelman đã biến đổi chương trình của Richard Hamilton để có chứng minh cho giả thuyết, trong đó ý tưởng trung tâm là khái niệm luồng Ricci. Ý tưởng cơ bản của Hamilton là phát biểu thành công thức một “quá trình động học” trong đó một đa tạp - ba đã cho bị biến dạng về mặt hình học, chẳng hạn quá trình biến dạng này bị chi phối bởi một phương trình vi phân tương tự như phương trình nhiệt. Phương trình nhiệt miêu tả trạng thái của các đại lượng vô hướng như nhiệt độ; nó đảm bảo rằng các tập trung của nhiệt độ nâng cao sẽ lan tỏa cho tới khi một nhiệt độ đồng nhất

đạt được trong khắp vật thể. Tương tự, lu ồng Ricci miêu tả trạng thái của một đại lượng tensor là tensor độ cong Ricci. Hy vọng của Hamilton là dưới lu ồng Ricci, các tập trung của độ cong lớn sẽ lan tỏa cho đến khi một độ cong đồng nhất đạt được trên toàn bộ đa tạp - ba. Nếu như vậy, nếu người ta bắt đầu với đa tạp - ba bất kỳ và cho phép lu ồng Ricci xảy ra, cuối cùng người ta về nguyên tắc có thể thu được một loại “hình dạng thông thường”. Theo William Thurston, hình dạng thông thường này phải chiếm một trong một lượng nhỏ các khả năng, mỗi khả năng có một loại hình học khác biệt, gọi là hình học mô hình Thurston.

Ý tưởng của Hamilton đã thu hút một lượng lớn sự quan tâm, nhưng không ai có thể chứng minh rằng quá trình sẽ không bị cản trở bởi sự phát triển của các “điểm kỳ dị”, cho tới khi ấn bản điện tử của Perelman phác họa một chương trình để vượt qua các rào cản này. Theo Perelman, một sửa đổi của lu ồng Ricci chuẩn, gọi là lu ồng Ricci với phẫu thuật, có thể cắt xén có hệ thống các khu vực kỳ dị khi chúng phát triển, theo một cách có kiểm soát. Các điểm kỳ dị (bao gồm các điểm mà khái quát là xảy ra sau khi lu ồng đã tiếp tục trong một lượng thời gian hữu hạn) phải xảy ra trong nhiều trường hợp. Tuy nhiên, bất kỳ điểm kỳ dị nào phát triển trong một lượng thời gian hữu hạn về bản chất là một “sự bó chặt” dọc theo các mặt cầu nào đó tương ứng với phân hủy bậc nhất của đa tạp - ba. Ngoài ra, các điểm kỳ dị “thời gian hữu hạn” bất kỳ tạo ra từ các mảnh sụp đổ nào đó của phân hủy JSJ. Công trình của Perelman chứng minh tuyên bố này và vì vậy chứng minh giả thuyết hình học hóa.

Sau đó, Perelman gửi bản tóm tắt của bài báo đó theo email cho hơn 10 nhà toán học ở Mỹ. Trong bản tóm tắt đó ông đã giải thích rằng ông đã viết một bản phác thảo về “chứng minh có tính chiết trung” của giả thuyết hình học hóa. Perelman không nhắc gì đến chứng minh mà cũng không đưa nó cho ai xem. “Tôi không có những người bạn để bàn luận về chứng minh đó”, ông nói ở St. Petersburg. “Tôi không muốn thảo luận công trình của tôi với người mà tôi không tin cậy”.

Dư luận cho rằng việc Perelman đưa một giả thuyết nổi tiếng nhất trong toán học lên mạng là sự coi thường những quy ước trong học thuật, nhưng ông cũng đã phải chịu một sự mạo hiểm đáng kể. Nếu chứng minh là sai, ông sẽ bị sỉ nhục một cách công khai và không có cách nào để ngăn cản một nhà toán học khác tìm ra những sai sót và công bố chiến công của mình. Nhưng Perelman nói rằng ông hoàn toàn không quan tâm. “Lý luận của tôi là thế này: nếu tôi phạm sai lầm và có ai đó dùng công trình của tôi để xây dựng được một chứng minh đúng thì tôi cũng rất hài lòng”, ông nói. “Tôi không bao giờ phô trương là người duy nhất giải được bài toán Poincaré cả”.

Gang Tian (một nhà toán học người Hoa nhận được email của Perelman khi ông đang ở phòng làm việc của mình ở MIT (Học viện Công nghệ Massachusetts - Mỹ)). Ông và Perelman đã rất thân thiện vào năm 1992, khi cả hai ở Đại học New York “Tôi ngay lập tức nhận thấy tầm quan trọng của nó”, Tian nói về bài báo của Perelman.

Thực tế cái mà Perelman đưa lên mạng chỉ là đợt đầu tiên, nhưng nó đủ để các nhà toán học thấy rằng ông đã hình dung ra phải giải bài toán Poincaré như thế nào. Perelman đã chứng minh rằng các “điều xì gà” từng gây khó khăn cho Hamilton, có thể không thực sự xảy ra và ông cũng chứng tỏ được rằng bài toán “các cổ chai” cũng sẽ giải quyết được.

Tian đã viết thư cho Perelman đề nghị ông tới MIT giảng về bài báo của mình. Các đồng nghiệp ở Princeton và Stony Brook cũng đưa ra những lời mời tương tự. Perelman chấp nhận và đi một tháng thỉnh giảng bắt đầu từ tháng 4 năm 2003. Chuyến thỉnh giảng tháng 4 của Perelman được các nhà toán học và báo giới coi như một sự kiện lớn. Rất nhiều người ngỡ nghe vô cùng ngạc nhiên khi không thấy Perelman nói gì về giả thuyết Poincaré cả.

Frank Quinn, một nhà toán học thuộc Virginia Tech, nói. “Ông bắt đầu từ một số điểm then chốt và những tính chất đặc biệt, rồi sau đó trả lời các câu hỏi. Ông đã xác lập được sự tin cậy”.

Giữa tháng 7 năm 2003, Perelman đã đưa lên mạng hai phần cuối cùng của chứng minh của mình và các nhà toán học bắt đầu kiểm tra các bước chứng minh của ông một cách hết sức thận trọng. Ở Mỹ ít nhất có tới hai nhóm chuyên gia nhận làm chuyện này: Gang Tian và John Morgan; và một cặp các nhà nghiên cứu ở Đại học Michigan. Cả hai dự án này đều nhận được sự hỗ trợ của Viện Clay. Viện này còn có ý định sẽ công bố công trình của Tian và Morgan dưới dạng một cuốn sách. Cuốn sách, ngoài việc hướng dẫn các nhà toán học khác theo dõi được logic của Perelman, nó còn là một căn cứ để xét xem có trao cho Perelman giải thưởng một triệu đô la của viện này vì đã giải được bài toán Poincaré hay không.

Tháng 8 năm 2006, Hội liên hiệp Toán học quốc tế tuyên bố trao Huy chương Fields cho ông nhưng Perelman đã từ chối giải và không có mặt tại hội nghị. Ngày 22 tháng 12 năm 2007, tạp chí Science đã công nhận chứng minh của ông cho giả thuyết Poincaré là “khám phá của năm”, sự công nhận đầu tiên cho lĩnh vực toán học. Ngày 18 tháng 3, Viện Toán học Clay tuyên bố ông hội đủ điều kiện để nhận giải Thiên niên kỷ đầu tiên trị giá 1 triệu USD chứng minh cho giả thuyết Poincaré.

John Ball, chủ tịch IMU, đã gặp Perelman tại Sankt Peterburg vào tháng 6 năm 2006 để thuyết phục ông nhận giải. Sau 10 giờ thuyết phục trong 2 ngày, ông đã chịu thua. Hai tuần sau, Perelman đã khái quát về cuộc đàm đạo là: “Ông ấy đã đề xuất với tôi ba phương án: chấp nhận và tới; chấp nhận và không tới, và sau đó chúng tôi sẽ gửi cho ông huân chương; thứ ba, tôi không chấp nhận giải. Ngay từ đầu, tôi đã nói với ông ấy rằng tôi đã chọn phương án ba... giải thưởng là hoàn toàn không thích hợp đối với tôi. Mọi người hiểu rằng nếu chứng minh là chính xác thì không sự công nhận nào khác là cần thiết.”

Ngày 22 tháng 8 năm 2006, người ta đã chính thức đề nghị trao tặng Perelman Huy chương Fields tại Hội nghị quốc tế các nhà toán học ở Madrid, “vì các đóng góp của ông cho hình học và các hiểu biết sâu sắc mang tính cách mạng của ông trong cấu trúc phân tích và hình học của

luồng Ricci”. Ông đã không có mặt tại buổi lễ và từ chối nhận huân chương, trở thành người đầu tiên từ chối giải thưởng danh giá này.

Trước đó ông cũng đã bác bỏ một giải thưởng danh giá từ Hiệp hội Toán học châu Âu (EMS), và người ta cho rằng ông đã nói rằng ông cảm thấy ủy ban xét giải không đủ năng lực để đánh giá công trình của ông.

Ngày 18 tháng 3 năm 2010, Perelman đã được trao giải Thiên niên kỷ. Trước đó ông đã tuyên bố rằng “Tôi vẫn chưa quyết định có nhận giải hay không cho đến khi nó được đề xuất”. Ngày 8 tháng 6 năm 2010, ông không có mặt tại buổi lễ vinh danh ông tại Viện Hải dương học Paris để nhận phần thưởng trị giá 1 triệu đô la Mỹ. Theo hãng thông tấn Nga Interfax, Perelman đã từ chối nhận giải thưởng thiên niên kỷ vào đầu tháng 7 năm 2010. Ông coi quyết định của Viện Clay là không công bằng vì đã không chia sẻ giải thưởng với Richard Hamilton và tuyên bố rằng “lý do chính là sự bất đồng của tôi với cộng đồng toán học có tổ chức. Tôi không thích các quyết định của họ, tôi cho là họ không công bằng”.

Người đưa ra cách giải phương trình sóng

Jean le Rond d'Alembert sinh ngày 16 tháng 11 năm 1717 tại Paris, là con ngoài giá thú của nhà văn Claudine Guérin de Tencin và kỹ sư Louis Camus Destouches, một sĩ quan pháo binh. Destouches đã ở nước ngoài khi d'Alembert được sinh ra và hai ngày sau đó mẹ của ông đã để ông trên bậc thang lối vào nhà thờ Saint-Jean-le-Rond de Paris.

Theo tục lệ, ông được đặt tên theo tên của người bảo trợ của nhà thờ. D'Alembert được giao cho một nhà trẻ mồ côi trông nom nhưng được vợ một người thợ lắp kính nhận nuôi. Thực ra, cha ông - Destouches đã bí mật trả tiền cho Jean le Rond, nhưng không muốn công khai công nhận là cha. D'Alembert lúc đầu học ở trường tư.

Sau này, Destouches đã để lại cho d'Alembert một khoản tiền trợ cấp trị giá 1200 livre trước khi chết năm 1726. Chịu ảnh hưởng của gia đình Destouches, D'Alembert đã đến học tại trường Collège des Quatre-Nations. Tại đây ông nghiên cứu triết học, luật và nghệ thuật và tốt nghiệp vào năm 1735.

Một thời gian sau, D'Alembert đã bác bỏ nguyên lý của René Descartes, nguyên lý mà ông được học tại trường: “physical premotion, innate ideas and the vortices”.

D'Alembert là nhà toán học, nhà vật lý, nhà cơ học và triết gia. Ông là người đồng chủ biên và xuất bản cùng với Denis Diderot cuốn từ điển Encyclopédie. Phương pháp giải phương trình sóng của d'Alembert được đặt theo tên ông.

Thần đồng toán học

Terence Tao (Đào Triết Hiên) sinh ngày 17 tháng 7 năm 1975 tại Adelaide, Úc. Cha mẹ Terence đều là người Trung Quốc và thuộc thế hệ những người đầu tiên nhập cư từ Hồng Kông vào Úc. Cha Terence, Đào Trọng Quốc là bác sĩ nhi khoa còn mẹ Terence tốt nghiệp cử nhân trường Đại học Hồng Kông và là giáo viên Toán bậc trung học tại Hồng Kông.

Theo lời kể của người cha, trong một cuộc gặp mặt gia đình, Terence Tao lúc đó mới 2 tuổi đã dạy Toán và tiếng Anh cho một cậu bé 5 tuổi. Khi được hỏi tại sao Terence Tao biết số và chữ, người cha cho biết Terence Tao học được từ chương trình truyền hình Sesame Street.

Terence Tao thể hiện khả năng toán cực kỳ đặc biệt ngay từ khi còn nhỏ. Terence học đại học khi mới 9 tuổi, là một trong hai đứa trẻ duy nhất trong lịch sử của chương trình nghiên cứu tài năng đặc biệt của Johns Hopkins đạt trên 700 điểm trong kì thi Toán SAT khi mới 8 tuổi (Terence được 760 điểm). Liên tiếp trong ba năm 1986, 1987 và 1988, Terence Tao là thí sinh trẻ tuổi nhất tại thời điểm đó tham dự kì thi Olympic Toán quốc tế và giành lần lượt huy chương đồng, bạc và vàng. Terence giành huy chương vàng khi vừa mới bước qua tuổi 13 và là người nhỏ tuổi nhất từng đoạt huy chương vàng trong lịch sử các kì thi.

Terence Tao tham gia viện Khoa học nghiên cứu vào năm 14 tuổi, nhận bằng cử nhân và thạc sĩ của trường Flinders khi mới 17 tuổi. Năm 1992 Terence giành học bổng Fulbright để nghiên cứu tiến sĩ tại Mỹ. Từ năm 1992 đến năm 1996, Terence là nghiên cứu sinh tại trường Đại học Princeton dưới sự hướng dẫn của Elias Stein, và nhận bằng tiến sĩ khi mới 20 tuổi. Cùng năm đó Terence gia nhập đội ngũ giảng dạy của trường

UCLA, là nhà toán học chuyên về giải tích đi đầu hòa, phương trình đạo hàm riêng, lý thuyết tổ hợp, lý thuyết số giải tích và lý thuyết biểu diễn.

Terence Tao là giáo sư toán tại trường Đại học California, Los Angeles, giữ chức này từ năm 24 tuổi.

Terence đã giành giải thưởng Salem vào năm 2000, giải thưởng Bocher năm 2002 và giải Clay năm 2003 cho những đóng góp về giải tích liên quan đến giả thuyết Riemann và ánh xạ sóng. Năm 2005 cùng với Allen Knutson, Terence giành giải thưởng Levi L. Conant của Hội Toán học Mỹ, và năm 2006 được trao giải SASTRA Ramanujan.

Terence và Ben Green đã cho công bố một tiên đoán phẩm chứng minh sự tồn tại của cấp số cộng có độ dài bất kỳ của các số nguyên tố. Năm 2006, tại Đại hội Toán học quốc tế lần thứ 25 ở Madrid, Terence là một trong những người trẻ nhất, người Úc đầu tiên và là giáo sư đầu tiên của UCLA giành Huy chương Fields. Một bài báo của tạp chí NewScientist viết: Terence Tao nổi tiếng đến mức mà những nhà toán học tranh nhau lôi cuốn Terence về bài toán của mình, và Terence trở thành một trong những thợ giải-toán cho những người nghiên cứu nản chí. “Nếu bạn bị bế tắc trong một bài toán, một trong những cách giải quyết là tìm cách lôi cuốn Terence Tao,” Fefferman nói.

Terrance đã lọt vào vòng chung khảo của người Úc xuất sắc nhất năm 2007, là thành viên không thường trực của Học viện khoa học Úc và năm 2007, được bầu làm thành viên Hội hoàng gia.

Tháng 4 năm 2008, Terrance nhận giải Alan T. Waterman Award ghi nhận các nhà khoa học mới bắt đầu sự nghiệp đã có những đóng góp trong lĩnh vực của mình. Ngoài huy chương, người được giải Waterman còn được nhận 500.000 đô la Mỹ để đầu tư vào nghiên cứu. Cũng trong năm này, Terence được công nhận là giảng viên Lars Onsager cho những đóng góp “có chiều sâu, chiều rộng và khối lượng chưa từng có trong toán học đương đại”. Terrance được tặng huân chương Onsager và giảng bài Lars Onsager có tiêu đề “Cấu trúc và ngẫu nhiên của số nguyên tố” tại Na Uy.

Năm 2010, Terence được nhận giải King Faisal International Prize cùng với Enrico Bombieri. Cũng trong năm này, Terence được nhận giải Nemmers toán học. Theo thông báo của Hội Toán học Mỹ số tháng 5/2010, Terence Tao cùng Enrico Bombieri (người Italia) cùng được trao giải thưởng năm 2010 của Quỹ vua Faisal với số tiền thưởng chung xấp xỉ 200.000 USD. Giải thưởng khoa học này luân phiên dành cho các lĩnh vực toán học, hóa học, vật lý và sinh học.

Terence nghiên cứu nhiều lĩnh vực của toán học như giải tích điểu hòa, phương trình vi phân đạo hàm riêng, tổ hợp, lý thuyết số, xử lý tín hiệu. Năm 2004, Ben Green và Terence Tao công bố một tiên đoán phẩm chứng minh sự tồn tại của cấp số cộng có độ dài bất kỳ của các số nguyên tố và nhờ đó anh được trao huy chương của Hội Toán học Australia.

Năm 2006, khi mới 31 tuổi, tại đại hội toán học quốc tế lần thứ 25 ở Madrid, Terence là một trong những người trẻ nhất, người Australia đầu tiên và là giáo sư đầu tiên của Đại học Los Angeles giành được giải thưởng Fields vì những đóng góp to lớn cho lý thuyết phương trình đạo hàm riêng, tổ hợp, giải tích điểu hòa và lý thuyết số cộng tính. Terence Tao hiện là viện sĩ của Viện Hàn lâm Khoa học Hoàng gia Anh, Viện Hàn lâm Khoa học Australia, Viện Hàn lâm Khoa học và Nghệ thuật Mỹ...

Vì Terence Tao đã bộc lộ năng lực toán học đặc biệt từ khi còn nhỏ nên người ta gọi anh là thần đồng toán học, còn giáo sư John Garnett của Đại học Los Angeles, California (Mỹ) thì gọi anh là “Mozart của toán học”.

Nhà đại bác học Pháp

René Descartes chào đời tại La Haye thuộc tỉnh Touraine nước Pháp, ngày 31 tháng 3 năm 1596 trong một gia đình quý tộc. René là con thứ ba của ông Joachim Descartes, cố vấn nghị viện Rennes và bà Jeanne Brochard. Descartes trải qua thời thơ ấu mà không có đủ tình thương của mẹ vì vào năm Descartes lên một tuổi, mẹ cậu qua đời. Ông Joachim giao cậu cho người vú nuôi dưỡng. Mẹ Descartes chết vì bệnh phổi nên René cũng hay ho khan và làn da xanh nhợt của cậu khiến cho các y sĩ đoán rằng cậu cũng chẳng sống lâu.

Năm 1600, ông Joachim kết hôn với cô Morin và có thêm với bà vợ này 4 người con, nhưng trong số 7 đứa trẻ, ông nhận thấy chỉ có Descartes là thông minh nhất. Tuy nhiên tính tình của cậu lại không hợp với ông và ông thường phàn nàn về bản tính ương gàn của cậu. Ông bông đùa gọi René là “triết gia” và không ngờ sau này, tư tưởng của Descartes sẽ khởi đầu một ngành triết học mới.

Vì không thường sống chung trong gia đình nên René bị mọi người quên lãng, cha cậu gần như không thừa nhận đứa con thiệt thòi này còn các anh em khác lại hay dèm pha và tỏ ra không có cảm tình với cậu. Thời niên thiếu đã gặp phải nhiều cay đắng nên về sau, Descartes thường lẫn trốn, không thích giao tiếp với người thân. Hoàn cảnh này khiến Descartes trở thành một người sống cô đơn và đau khổ.

Năm lên 8 tuổi, Descartes theo học trường La Flèche do các cha dòng tên đảm nhiệm. Trường học này được vua Henri IV lập ra, mục đích để dạy dỗ con cháu các gia đình quý tộc. Từ khi ngã vào ghế nhà trường, Descartes đã tỏ ra là một học sinh gương mẫu. Các môn học văn học, vật lý, luận lý, siêu hình... với cậu đều khó hiểu vì chứa đựng nhiều học thuyết

tối nghĩa và nhiều tư tưởng cao siêu. Muốn hiểu thấu tất cả, người học sinh phải có một trí thông minh đáng kể. Hơn nữa, phương pháp giáo dục lại cổ hủ vì chỉ gồm các cuộc tranh luận về những bài trích giảng từ các tác phẩm của Aristoteles. Các học sinh tranh luận với nhau bất kể nơi nào, lúc nào: ở trong lớp, khi đi dạo, vào giờ ra chơi... Vì cách giảng dạy này, Descartes đã yêu thích môn toán hơn các môn học khác. Tại trường dòng tên, có vài vị tu sĩ là môn đệ toán học của Clavius và Stifel - các nhà toán học danh tiếng thời đó. Nhưng toán học thời kỳ này hãy còn sơ khai và chỉ được áp dụng vào vài kỹ thuật đơn giản. Triết học là môn học chính của nhà trường nên chỉ có một số ít học sinh theo đuổi môn toán. Descartes học hành rất tiến bộ về cả hai môn toán và triết học khiến cho các cha dòng tên hết sức khen ngợi.

Khi còn niên thiếu, Descartes đã tỏ ra là người hiếu học, ưa suy tưởng. Thể chất của cậu yếu đuối, cậu không làm việc được nhiều mà phải nằm nghỉ, nhưng nhờ ưu điểm là học hành xuất sắc, các cha dòng tên đã miễn cho cậu không phải làm các công việc phụ. Cậu được phép tỉnh dậy muộn vào buổi sáng trong khi các bạn khác phải thức dậy đúng giờ và làm việc cực nhọc hơn.

Việc dậy muộn có thể giúp cho Descartes cảm thấy khỏe mạnh hơn nhưng đi đâu có lợi nhất với cậu là cậu có đủ thời giờ xây dựng một phương pháp suy tưởng. Khi cậu bừng tỉnh, mặt trời đã lên cao, phòng ngủ trong tu viện yên lặng như tờ vì các bạn khác đã đi từ sớm. Chính tại nơi cô tịch, René đã suy nghĩ lan man đến mọi sự vật, cậu đã đặt câu hỏi, suy luận rồi tự trả lời, tất cả các điều thắc mắc về sự vật đã diễn ra trong khối óc của cậu bé mảnh mai này.

Năm 1614, Descartes rời trường La Flèche lên sống tại Paris. Khi đó chàng thanh niên 18 tuổi này đã thông thạo tiếng La tinh và toán học. Sau đó, Descartes ghi tên vào đại học Luật tại Poitiers và tốt nghiệp với văn bằng cử nhân.

Năm 1616, Descartes gia nhập quân đội của hoàng tử Maurice de Nassau

để chống nhau với quân đội Cơ đốc của Tây Ban Nha. Chiến tranh kết thúc, Descartes tới Breda Hà Lan, ghi tên vào Viện Hàn lâm Quân sự. Tại đây, Descartes có cơ hội hiểu thêm về toán học.

Một hôm, Descartes thấy một số người xúm lại xem một tờ yết thị viết bằng tiếng Flamand. Không biết ngôn ngữ này, Descartes nhờ một người đứng gần đó phiên dịch. Đó là một đề bài hình học của một người ẩn danh, nhờ các nhà toán học trong vùng giải đáp. Người mà Descartes nhờ dịch đề bài là ông Isaac Beeckman, hiệu trưởng trường Dort và cũng là một nhà toán học danh tiếng. Ông thấy bài toán trên khá khó và lấy làm ngạc nhiên khi nghe Descartes hứa sẽ giải được. Sáng hôm sau, Descartes đã tới tận nhà ông và trao cho ông bài giải. Từ đó hai người trở thành đôi bạn thân thiết và sau này, dù có ở nơi xa xôi, Descartes vẫn viết thư thăm hỏi và tranh luận cùng Beeckman.

Tháng 4 năm 1619, Descartes rời Breda đi Đan Mạch rồi tới nước Đức và xin vào quân đội của hầu tước Maximilien de Bavière, khi đó đang đánh nhau với vua xứ Bohême. Descartes đã tham dự nhiều trận đánh nhưng không bao giờ ngừng học hỏi về siêu hình học và toán học.

Mùa đông năm 1620, Descartes đóng quân gần thành Ulm và chính vào đêm 10 tháng 11 năm đó, khi ngủ bên lò sưởi, Descartes cảm thấy tinh thần mình mất lạ thường, Descartes đã tìm thấy được nền tảng của “một khoa học đáng khâm phục”, đó là một phương pháp mang tính cách rất tổng quát.

Năm 1621, Descartes từ giã cuộc sống quân ngũ. Sau khi đi lang thang khắp các miền phương Bắc nước Đức, Descartes xuống thuyền sang Hà Lan sau đó trở về nước Pháp năm 1622 rồi sang Thụy Sĩ và Ý.

Trở về Pháp, Descartes dự tính sống tại quê nhà bởi Paris không phải là nơi ông có thể làm việc hữu hiệu, nơi này quá náo nhiệt nên cho nên sau một thời gian ngắn, ông quyết định tìm một nơi yên tĩnh để suy tưởng và nghiên cứu các vấn đề triết học. vốn bản tính ưa thích cảnh cô đơn và cuộc sống ẩn dật, xa lánh các đô thị náo nhiệt, ông cho rằng chỉ có Hà Lan

là thích hợp với ông. Vì vậy, Descartes bán một phần gia sản và sang ở đó năm 1629.

Năm 1633, Descartes viết xong cuốn “Khảo sát về hệ thống thế giới” nhưng ông đã không cho xuất bản khi được tin Galile bị kết án vì phổ biến các tư tưởng mới lạ về vũ trụ.

Năm 1637, Descartes cho xuất bản cuốn “Phương pháp luận” có phụ thêm phần khảo sát về hình học và quang học. Nhờ cuốn sách này, mọi người có được một ý niệm về phương pháp kiểm chứng các điều suy luận. Tuy nhiên theo Descartes, cuốn sách này dùng để thăm dò dư luận. Ngoài ra, ông lại tìm cách thay thế các ký hiệu toán học phiến phức cũ bằng các ký hiệu mới giản dị hơn, nghiên cứu về sự khúc xạ ánh sáng và những khám phá mới về môn hình học.

Năm 1641, cuốn “Suy tưởng về các vấn đề siêu hình” được xuất bản bằng tiếng Latinh và năm sau, được hầi tước De Luynes dịch sang tiếng Pháp. Lý thuyết mới về triết học này của Descartes đã làm cho phái theo học thuyết Aristoteles phản kháng. Các cha dòng tên, những người thầy cũ của Descartes, đã viết báo để bài bác thứ tư tưởng quá mới lạ này.

Năm 1644, Descartes tiếp tục cho xuất bản cuốn “Nguyên lý triết học” viết bằng tiếng Latinh. Cuốn sách chia làm 4 phần: phần thứ nhất đề cập tới các vấn đề siêu hình, trình bày các nguyên tắc về sự hiểu biết của con người. Sang phần sau, Descartes đã dùng không gian, thời gian, trạng thái động và tĩnh để cắt nghĩa về thành phần cấu tạo của sự vật. Phần thứ ba và thứ tư dành cho lý thuyết về vũ trụ. Theo ông, trong vũ trụ có các cơn lốc do các vật chất rất tế nhị cấu tạo nên. Mặt trời và các vì sao là trung tâm của các cơn lốc này.

Tại Pháp, tác phẩm này của Descartes bị phản kháng, còn ở Hà Lan, một cuộc tranh luận dữ dội đã diễn ra xoay quanh cuốn sách này tại viện Hàn lâm Utretch giữa nhà thần học Gilbert Voetius và môn đệ của Descartes là Regius. Khi cuộc tranh chấp trở nên quá gay go, Thượng nghị viện Utretch phải can thiệp vào và cấm Regius không được giảng dạy lý thuyết mới đó.

Tiếp đó, Đại học Leyde tổ cáo Descartes đã nhạo báng thánh thần. Vì thế, Descartes đành phải trở về Pháp dù Paris vẫn không hợp với ông. Tác phẩm cuối cùng được xuất bản lúc sinh thời của Descartes là cuốn “Xúc cảm linh hồn”.

Đầu năm 1649, nữ hoàng Marie Christine Thụy Điển gửi thư mời Descartes sang Stockholm. Descartes đã nhận lời và vào tháng 10 năm đó, ông tới Thụy Điển, được đón tiếp rất trọng thể. Sống tại triều đình Thụy Điển và được quý trọng nhưng Descartes vẫn cảm thấy nếp sống vương giả không thích hợp với ông. Tuy mời ông giảng dạy về triết học song thực ra nữ hoàng chỉ muốn có nhiều danh nhân sống ở triều đình của mình, điều này làm cho Descartes chán nản. Hơn nữa khí hậu tại nơi đây quá lạnh lẽo, tuyết phủ quanh năm, cảnh vật chỉ toàn một màu trắng. Ngoài ra, Descartes thể tạng ốm yếu, bản tính hay dậy muộn của ông lại càng làm cho ông bị mất tự do khi mỗi buổi sáng, ông phải tới thư viện của nhà vua vào lúc 5 giờ. Ý muốn quay về nơi cô tịch của ông ngày càng tăng.

Hòa ước Westphalie kết thúc cuộc chiến tranh 30 năm. Nhân dịp này, nữ hoàng Thụy Điển tổ chức một dạ tiệc có khiêu vũ và trong cuộc vui, nài nỉ Descartes đặt lời thơ cho màn dạ vũ, ông đành nhận lời.

Vào một buổi sáng ngày cuối tháng Giêng năm 1650, Descartes tới cung điện của nữ hoàng và bị cảm lạnh. Vài ngày sau, chứng sưng phổi đã hành hạ ông và Descartes từ trần ngày 11 tháng 2 năm đó, thọ 54 tuổi. Nữ hoàng Christine muốn chôn ông trong nghĩa trang của các gia đình quý tộc bậc nhất nước Thụy Điển nhưng Bélin, một cận thần, vì lòng cuồng tín đã dèm pha và đề nghị chôn Descartes tại nghĩa địa dành cho người ngoại quốc.

Năm 1667, nhờ sự can thiệp của đại sứ Pháp, di hài của Descartes được mang về chôn cất trọng thể tại nhà thờ Sainte Genèvière du Mont. Năm 1799, theo lệnh của chính phủ Pháp, di hài Descartes được đặt tại viện bảo tàng các danh nhân Pháp, nơi dành riêng cho các nhân vật đã mang lại vinh quang cho nước Pháp. Cuối cùng vào năm 1819, thánh đường Saint Germain des Prés mới là nơi an nghỉ vĩnh viễn của ông.

Trong cuộc đời nghiên cứu khoa học của mình, Descartes đã áp dụng phương pháp quy nạp hợp lý của khoa học, nhất là của toán học, vào triết học. Trước đó, triết học bị chi phối bởi phương pháp của phái Kinh viện, vốn hoàn toàn dựa theo sự so sánh và đối chiếu với quan điểm của nhà cầm quyền. Bác bỏ phương pháp này, Descartes cho rằng: “Trong khi tìm kiếm con đường thẳng đi đến chân lý, chúng ta không cần phải quan tâm tới những gì mà chúng ta không thể thấu đáo một cách chắc chắn như việc chứng minh bằng đại số và hình học”. Qua đó ông chỉ ra rằng: “Không đi đâu gì được xem là đúng cho đến khi nếm trải để tin rằng nó đúng được thiết lập”. Sự chắc chắn duy nhất làm điểm xuất phát cho các nghiên cứu của ông được ông bày tỏ bằng câu nói nổi tiếng: “Tôi tư duy, vậy tôi tồn tại”. Từ tiên đề cho rằng ý thức rõ ràng về tư duy của ông chứng minh rằng ông tồn tại, Descartes kết luận là Chúa tồn tại. Chúa, theo triết học Descartes, đã tạo ra hai loại chất để tạo nên toàn bộ vạn vật. Loại thứ nhất là chất suy nghĩ, tức tinh thần; loại thứ hai là các chất mở rộng, tức thân thể.

Triết học Descartes có nhiều giải thích sai lầm về các hiện tượng vật lý. Tuy nhiên, các giải thích đó cũng có một giá trị nhất định, vì ông đã dùng những giải thích cơ học thay cho những quan điểm tinh thần mơ hồ của các tác giả đi trước. Ban đầu Descartes đã công nhận thuyết Copernic về hệ thống vũ trụ trong đó các hành tinh xoay quanh Mặt trời, nhưng ông đã từ bỏ nó chỉ vì giáo hội Thiên chúa La Mã phán rằng thuyết đó tà đạo. Thay vào đó ông đưa ra lý thuyết dòng xoáy - cho rằng vũ trụ được lấp đầy vật chất, ở các trạng thái khác nhau, xoay quanh Mặt trời.

Trong lĩnh vực sinh lý học, Descartes giữ quan điểm rằng máu là một chất lỏng tinh tế mà ông gọi là hồn của động vật. Ông tin rằng hồn động vật tiếp xúc với chất suy nghĩ ở trong não và chảy dọc theo các dây thần kinh để đi đâu khiến cơ bắp và các phần khác của cơ thể.

Về quang học, Descartes đã khám phá ra định luật cơ bản của sự phản xạ: góc tới bằng góc phản xạ. Tiểu luận của ông là văn bản đầu tiên trình bày đề cập đến định luật này. Việc Descartes xem ánh sáng như một thứ áp

lực trên môi trường chất rắn đã dẫn đường cho lý thuyết sóng của ánh sáng.

Đóng góp quan trọng nhất của Descartes với toán học là việc hệ thống hóa hình học giải tích, hệ các trục tọa độ vuông góc được mang tên ông. Ông là nhà toán học đầu tiên phân loại các đường cong dựa theo tính chất của các phương trình tạo nên chúng. Ông cũng có những đóng góp vào lý thuyết về các đẳng thức. Descartes cũng là người đầu tiên dùng các chữ cái cuối cùng của bảng chữ cái để chỉ các ẩn số và dùng các chữ cái đầu tiên của bảng chữ cái để chỉ các giá trị đã biết. Ông cũng đã sáng tạo ra hệ thống ký hiệu để mô tả lũy thừa của các số (chẳng hạn trong biểu thức x^2). Mặt khác, chính ông đã thiết lập ra phương pháp, gọi là phương pháp dấu hiệu Descartes, để tìm số nghiệm âm, dương của bất cứ phương trình đại số nào.

René Descartes là người không màng danh lợi nhưng tên tuổi ông được nhắc đến trong nhiều thế kỷ. Cách áp dụng môn đại số vào hình học của ông trong tác phẩm “Hình học” (1637) đã mở đầu cho môn hình học giải tích và các cách suy luận về phương pháp và về triết học trong tác phẩm “Phương pháp luận” là những tư tưởng mới lạ, rõ ràng, ảnh hưởng đến nhiều triết gia sau này.

Có thể nói, toán học thời kỳ đầu thế kỷ XVII, đánh dấu bởi các cuộc cách mạng trong suy nghĩ và các phương pháp nghiên cứu, không thể không nhắc đến phương pháp hình học giải tích gắn liền với tên tuổi nhà toán học triết học vĩ đại René Descartes.

Descartes là nhà toán học đầu tiên của nhân loại đưa ra phương pháp xác định tọa độ 1 điểm bằng hệ trục vuông góc mà mọi học sinh phổ thông đầu đã quen biết với tên gọi “Hệ tọa độ Descartes”. Descartes đã chứng minh được khi một điểm chuyển động vạch nên 1 đường thì mối quan hệ giữa các tọa độ x, y của nó thể hiện bằng $f(x, y) = 0$. Ý tưởng vĩ đại này đã sản sinh ra môn hình học giải tích. Triết học gọi đây là mối quan hệ biện chứng trong toán học.

Từ khi có hình học giải tích, việc nghiên cứu hình học đã qua được một chặng đường dài phát triển. Vinh quang mà người đời dành cho Descartes là ở phương pháp luận nghiên cứu khoa học của ông mà thể hiện tiêu biểu chính là hình học giải tích.

Định lý Pytago

Pytago là nhà toán học và triết học người Hy Lạp, sinh năm 582 trước Công nguyên. Ông nổi tiếng nhất nhờ định lý toán học mang tên mình. Ông cũng được biết đến là “cha đẻ của số”. Ông đã có nhiều đóng góp quan trọng cho triết học và tín ngưỡng vào cuối thế kỷ VI trước Công nguyên. Cuộc đời và sự nghiệp của Pytago có quá nhiều các huyền thoại khiến việc tìm lại sự thật lịch sử không dễ dàng gì.

Pytago sinh tại đảo Samos (bờ biển phía Tây Hy Lạp), ngoài khơi Tiểu Á. Mẹ ông, người gốc Samos và Mnesarchus - cha ông là một thương gia. Thời thanh niên, ông rời thành phố quê hương tới Crotona phía nam Ý, để trốn tránh chính phủ chuyên chế Polycrates. Theo Iamblichus, Thales, rất ấn tượng trước khả năng của ông, đã khuyên Pytago tới Memphis ở Ai Cập để học tập với các thầy tế lễ nổi tiếng tài giỏi. Có lẽ Pytago đã học một số nguyên lý hình học, sau này là cảm hứng để ông phát minh ra định lý mang tên mình tại đó.

Ngay sau khi di cư từ Samos tới Crotona, Pytago đã lập ra một tổ chức tôn giáo kín và tiến hành một cuộc cải cách đời sống văn hóa ở Crotona, thúc giục các công dân ở đây noi theo đạo đức và hình thành nên một giới tinh hoa xung quanh ông. Trung tâm văn hóa này có các quy định rất chặt chẽ. Ông mở riêng các lớp cho nam và nữ sinh. Những người tham gia tổ chức của Pytago tự gọi mình là Mathematikoi. Họ sống trong trường, không có sở hữu cá nhân và phải ăn chay. Các sinh viên khác gọi là Akousmatics sống tại các vùng gần đó cũng được phép tham gia vào lớp học của Pytago và họ được ăn thịt và có đồ sở hữu riêng.

Theo Iamblichus, các môn đồ của Pytago sống một cuộc sống theo quy định sẵn với các môn học tôn giáo, các bữa ăn tập thể, tập thể dục, đọc và

học triết học. Âm nhạc được coi là nhân tố chủ chốt của cuộc sống này: các môn đồ cùng nhau hát các bài ca tụng Apollo; họ dùng đàn lyre để chữa bệnh cho tâm hồn và thể xác, ngâm thơ trước và sau khi ngủ dậy để tăng cường trí nhớ.

Trong tiếng Anh, môn đồ của Pytago thường được gọi là “Pythagorean”. Đa số họ được chúng ta nhớ đến với tư cách là các nhà triết học toán và họ đã có ảnh hưởng đối với sự hình thành các tiên đề hình học, sau hai trăm năm được Euclid viết ra trong cuốn “Elements”. Các môn đồ Pytago đã tuân thủ một quy định về sự im lặng được gọi là *echemythia*, hành động vi phạm vào quy định này sẽ dẫn tới án tử hình. Trong cuốn tiểu sử Pytago, Porphyry đã bình luận rằng sự im lặng này “không phải hình thức thông thường.” Các môn đồ Pytago được chia vào nhóm trong được gọi là *mathematikoi* (nhà toán học), nhóm ngoài là *akousmatikoi* (người nghe). Porphyry đã viết “các *mathematikoi* học chi tiết và tỉ mỉ hơn về sự hiểu biết, *akousmatikoi* là những người chỉ được nghe giảng về các tiêu đề rút gọn trong các tác phẩm của Pytago, và không được giảng giải rõ thêm”. Theo Iamblichus, *akousmatikoi* là các môn đồ thông thường được nghe các bài giảng do Pytago đọc từ sau một bức màn. Họ không được phép nhìn thấy Pytago và không được dạy những bí mật bên trong của sự thờ phụng. Thay vào đó, họ được truyền dạy các quy luật đối xử và đạo đức dưới hình thức khó hiểu, những câu nói ngắn gọn ẩn dấu ý nghĩa bên trong. *Akousmatikoi* coi *mathematikoi* là các môn đồ Pytago thật sự, nhưng *mathematikoi* lại không coi *akousmatikoi* như vậy.

Sau khi lính của Cylon, một môn đồ bức tức, giết Pytago và một số *mathematikoi*, hai nhóm này hoàn toàn chia rẽ với nhau, với vợ Pytago là Theano cùng hai cô con gái lãnh đạo nhóm *mathematikoi*.

Tổ chức của Pytago gắn liền với những đi đầu ngăn cấm kỳ lạ và mê tín, như không được bước qua một thanh giềng, không ăn các loại đậu (vì bên trong đậu “có chứa” phôi thai người). Các quy định đó có lẽ tương tự với những đi đầu mê tín thời sơ khai. *Akousmata* có nghĩa là “các quy định”, vì

thế những điều cấm kỵ ban đầu được áp dụng cho những akousmatikoi, và nhiều quy định có lẽ đã được tạo ra sau khi Pytago đã chết cũng không liên quan gì đến các mathematikoi (được cho là những người duy nhất gìn giữ truyền thống của Pytago). Mathematikoi chú trọng nhiều hơn tới sự hiểu tường tận vấn đề hơn akousmatikoi, thậm chí tới mức không cần thiết như ở một số quy định và các nghi lễ tâm linh. Đối với mathematikoi, trở thành môn đồ của Pytago là vấn đề về bản chất thiên phú và sự thấu hiểu bên trong.

Các môn đồ Pytago cũng nổi tiếng vì lý thuyết luân hồi của tâm hồn, và chính họ cũng cho rằng các con số tạo nên trạng thái thực của mọi vật. Họ tiến hành các nghi lễ nhằm tự làm trong sạch và tuân theo nhiều quy định sống ngày càng khắt khe mà họ cho rằng sẽ khiến tâm hồn họ tiến lên mức cao hơn gần với thượng đế. Đa số những quy định thần bí liên quan tới tâm hồn đó dường như liên quan chặt chẽ tới truyền thống Orpheus. Những tín đồ Orpheus ủng hộ việc thực hiện các lễ nghi gột rửa tội lỗi và lễ nghi để đi xuống địa ngục. Pytago có liên hệ chặt chẽ với Pherecydes xứ Syros, nhà bình luận thời cổ được cho là người Hy Lạp đầu tiên truyền dạy thuyết luân hồi tâm hồn. Các nhà bình luận thời cổ đồng ý rằng Pherecydes là vị thầy có ảnh hưởng lớn nhất tới Pytago. Pherecydes đã trình bày tư tưởng của mình về tâm hồn thông qua các thuật ngữ về một pentemychos (“năm góc” hay “năm hốc ẩn giấu”) - nguồn gốc có lẽ thích hợp nhất giải thích việc các môn đồ Pytago sử dụng ngôi sao năm cánh làm biểu tượng để nhận ra nhau giữa họ và biểu tượng của sức mạnh bên trong.

Không văn bản nào của Pytago còn tồn tại tới ngày nay, dù các tác phẩm giả mạo tên ông - hiện vẫn còn vài cuốn - đã thực sự được lưu hành từ thời xưa. Những nhà phê bình thời cổ như Aristotles và Aristoxenus đã tỏ ý nghi ngờ các tác phẩm đó. Những môn đồ Pytago thường trích dẫn các học thuyết của thầy với câu dẫn autos ephe (chính thầy nói) - nhấn mạnh đa số bài dạy của ông đều ở dạng truyền khẩu.

Trong toán học, người ta thường nhắc đến định lý Pytago. Lịch sử của định lý Pytago mang tên ông rất phức tạp. Có quan niệm cho rằng, có thực Pytago chứng minh định lý này hay không vẫn còn chưa chắc chắn, vì trong thế giới cổ đại khám phá của học trò thường được gắn với tên của thầy.

Văn bản đầu tiên đề cập tới định lý này kèm tên ông xuất hiện năm thế kỷ sau khi Pytago qua đời, trong các văn bản của Cicero và Plutarch. Nhiều người cho rằng nhà toán học Ấn Độ Baudhayana đã tìm ra định lý Pytago khoảng năm 800 TCN, 300 năm trước Pytago.

Có hàng nghìn cách chứng minh định lý Pytago. Cách chứng minh được thể hiện trong hình này thuộc về Leonardo da Vinci.

Trong toán học, định lý Pytago (còn gọi là định lý Pythagore theo tiếng Pháp hay định lý Pythagoras theo tiếng Anh) là một liên hệ trong hình học phẳng giữa ba cạnh của một tam giác vuông.

Định lý này được đặt tên theo nhà triết học và nhà toán học Hy Lạp Pytago mặc dù định lý toán học này đã được biết đến bởi các nhà toán học Ấn Độ (trong quyển Sulbasutra của Baudhayana và Katyayana), Hy Lạp, Trung Quốc và Babylon từ nhiều thế kỷ trước.

Hai cách chứng minh cổ nhất của định lý Pytago được cho là nằm trong quyển “Chu bễ toán kinh”, khoảng năm 500 đến 200 trước Công nguyên và “Các nguyên tố” của Euclid khoảng 300 năm trước Công nguyên.

Tuy nhiên, theo quan niệm phổ biến, Pytago được biết đến như một nhà khoa học và toán học vĩ đại đã chứng minh được tổng ba góc của một tam giác bằng 180° và nổi tiếng nhờ định lý toán học mang tên mình.

Phương trình Laplace

Pierre-Simon Laplace sinh ngày 23 tháng 3 năm 1749 ở Beaumont-en-Auge, Normandy, trong một gia đình nông dân. Laplace được đi học nhờ tài trợ của một số hàng xóm giàu có khi họ nhận ra khả năng học vượt trội của ông. Nhờ một lá thư giới thiệu cho d'Alembert, ông đến Paris để thử vận may. Laplace đã viết một bài báo về các định luật cơ học khiến d'Alembert chú ý, và d'Alembert đã giới thiệu ông tới học ở trường quân sự.

Laplace dốc sức vào nghiên cứu khoa học và trong 17 năm, từ 1771 - 1787, ông đã có nhiều nghiên cứu về thiên văn học. Các công trình này bắt đầu bằng một luận án, đọc trước Viện Hàn lâm Khoa học Pháp năm 1773, trong đó ông đã chỉ ra chuyển động của các thiên thể là ổn định, tính ra lập phương của độ lệch tâm và góc nghiêng. Tiếp đó ông công bố một số bài báo khác về vi tích phân, sai số hữu hạn, phương trình vi phân, và thiên văn học.

Laplace có kiến thức sâu rộng trong nhiều lĩnh vực khoa học và có ảnh hưởng lớn trong các cuộc thảo luận của viện hàn lâm. Hầu như suốt đời Laplace làm việc trong ngành thiên văn học, ông đã chứng minh về sự cân bằng động của Thái dương hệ với giả thuyết đây là một nhóm các vật rắn di chuyển trong chân không. Ông thiết lập nên giả thuyết nebular và là một trong những nhà khoa học đầu tiên đưa ra giả thuyết về sự tồn tại của lỗ đen và khái niệm sụp đổ trọng lực. Ông được đánh giá là một nhà khoa học lỗi lạc có tài năng toán học mà không một ai cùng thời với ông sánh được.

Cùng với J. L. Lagrange, ông đã xác nhận lý thuyết hấp dẫn của Newton. Các kết quả nghiên cứu của ông được công bố trong cuốn sách nổi tiếng “Traité de mécanique céleste”. Công trình nổi tiếng hơn,

“Exposition du système du monde” (1796), còn có một phát biểu về giả thuyết tinh vân của ngu ồn gốc của hệ Mặt trời. Pierre-Simon Laplace được đánh giá là nhà toán học và nhà thiên văn học đã có công xây dựng nền tảng của ngành thiên văn học bằng cách tóm tắt và mở rộng các công trình nghiên cứu của những người đi trước trong cuốn sách 5 tập với tựa đề “Cơ học thiên thể”. Cuốn sách này đã chuyển đổi các nghiên cứu về cơ học cổ điển mang tính hình học bởi Isaac Newton thành một nghiên cứu dựa trên vi tích phân, được biết đến như là cơ học (vật lý).

Ông cũng là người đầu tiên đưa ra phương trình Laplace. Biến đổi Laplace xuất hiện trong tất cả các ngành toán lý - một ngành mà ông là một trong những người sáng lập. Toán tử Laplace, được sử dụng nhiều trong toán học ứng dụng, được đặt theo tên ông.

Đường đi Hamilton

W

William Rowan Hamilton sinh ngày 4 tháng 8 năm 1805. Từ nhỏ, ông đã nổi tiếng là thần đồng. Năm 13 tuổi, ông thành thạo 13 thứ tiếng và khi còn là sinh viên chưa tốt nghiệp, ông trở thành giáo sư thiên văn học tại trường Đại học Dublin.

Hamilton là một trong những nhà toán học độc đáo và sáng tạo nhất của thời đại ông. Trong cuốn “Lý thuyết về hệ thống các tia sáng” (năm 1828), ông đã tiên đoán sự tồn tại của sự khúc xạ hình nón và thống nhất lĩnh vực quang học dưới nguyên tắc tác dụng biến đổi, cái sau này ông mở rộng cho động lực học và trở nên có tầm quan trọng cơ sở trong vật lý hiện đại, nhất là thuyết lượng tử. Tuy nhiên, cũng quan trọng không kém là khám phá của ông rằng đại số quaternion không tuân theo luật giao hoán, mở đường cho sự phát triển và khám phá vô số loại đại số trừu tượng sau này.

Trong toán học, ngành lý thuyết đồ thị, đường đi Hamilton là đường đi trong đồ thị vô hướng đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị, mỗi đỉnh đúng một lần. Một chu trình Hamilton là một đường đi Hamilton sau khi đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị thì trở về đỉnh xuất phát.

Một đồ thị có chu trình Hamilton được gọi là đồ thị Hamilton, đồ thị có đường đi Hamilton được gọi là đồ thị nửa Hamilton. Bài toán tìm đường đi và chu trình như vậy được gọi là bài toán Hamilton. Tên gọi đường đi và chu trình Hamilton là gọi theo tên của ông.

Không chỉ nghiên cứu về toán học, Hamilton còn nghiên cứu về vật lý và thiên văn học. Ông đã có những đóng góp quan trọng trong việc phát triển quang học, động lực học, hình học và đại số. Khám phá của ông về các quaternion là công trình nổi tiếng nhất. Công trình của ông rất quan

trọng trong sự phát triển của cơ học lượng tử.

Nhà toán học nổi tiếng thế kỷ XVIII

Leonhard Euler sinh ngày 15 tháng 4 năm 1707, là con của một mục sư tại Basel, Thụy Sĩ. Lúc nhỏ, ông đã tỏ ra có tài năng trong môn toán, nhưng cha ông muốn ông học giáo lý và trở thành một mục sư. Năm 1720 Euler bắt đầu học tại Đại học Basel. Tại đây ông được quen với Daniel và Nikolaus Berloulli, cả hai nhà toán học này đã nhận thấy tài năng toán học của ông. Cha của ông, Paul Euler, được mời tham dự một vài bài thuyết giảng toán học của Jakob Bernoulli và tỏ ra rất kính trọng Bernoulli. Vì thế, khi Daniel và Bernoulli xin cho Euler học môn toán, ông đã bằng lòng và từ đó Euler bắt đầu học toán.

Năm 1727 Euler được nữ hoàng Nga Ekaterina I mời đến Sankt Peterburg, trở thành giáo sư vật lý học năm 1730, và cũng dạy toán năm 1733. Euler là người đầu tiên xuất bản cuốn sách dạy cơ học năm 1736.

Ông là người đầu tiên sử dụng từ “hàm số” (được Gottfried Leibniz định nghĩa trong năm 1694) để miêu tả một biểu thức có chứa các đối số, như $y = F(x)$. Ông cũng được xem là người đầu tiên dùng vi tích phân trong môn vật lý.

Năm 1733 ông kết hôn với Ekaterina (Katharina) Gsell, con gái của giám đốc viện Hàn lâm Nghệ thuật. Họ có 13 con, nhưng chỉ có ba người con trai và hai người con gái sống sót. Con cháu của họ giữ những vị trí quan trọng tại Nga trong thế kỷ XIX.

Năm 1741 Euler trở thành giám đốc viện toán tại viện Hàn lâm vương quốc Phổ ở Berlin. Ông viết rất nhiều trong thời gian ở Berlin, nhưng nhà vua không xem trọng ông. Vì thế, ông trở về Sankt Peterburg năm 1766, lúc đó là triều Ekaterina II, và sống ở đó cho đến khi mất.

Tuy bị mù hoàn toàn, ông vẫn viết được vì ông có trí nhớ phi thường và

có thể dùng óc để tính toán. Có chuyện kể, có khi ông và người phụ tá của ông tính kết quả của một dãy số với 17 con số. Do đáp số của ông và của người phụ tá khác nhau nên phải tính lại, kết quả ông đã tính đúng! Sức làm việc của ông thật phi thường. Theo ước tính, một người phải làm việc 8 giờ một ngày trong suốt 50 năm mới có thể ghi chép hết tất cả các công trình của ông.

Mãi đến năm 1910, mới có một bộ sưu tập, gồm tất cả các công trình của ông trong 70 tập sách. Theo lời kể của Adrien-Marie Legendre, Euler thường hoàn thành một bài chứng minh trong khoảng thời gian chờ bữa cơm tối của mình.

Ngoài toán học, Euler cùng với Daniel Bernoulli đã hoàn thành định luật về lực xoắn trên một sợi dây chun mỏng tỷ lệ với độ đàn hồi của vật liệu và mô men quán tính của mặt cắt. Ông đồng thời cũng đưa ra phương trình Euler, một tập hợp các định luật chuyển động trong thủy động lực học, quan hệ trực tiếp với định luật chuyển động của Newton. Những phương trình này có dạng tương đương với các phương trình Navier-Stokes với độ nhớt bằng 0. Đó là một điều thú vị bởi chúng là nguyên nhân dẫn đến sự tồn tại của các sóng sốc.

Ông còn có đóng góp to lớn cho thuyết phương trình vi phân. Cụ thể, ông được biết đến nhiều với việc sáng tạo ra một chuỗi các phương pháp tính xấp xỉ, được sử dụng nhiều trong tính toán. Và phương pháp nổi tiếng nhất trong đó chính là phương pháp Euler.

Trong lý thuyết số ông đã sáng tạo ra hàm totient. Totient $\phi(n)$ của một số nguyên dương n được định nghĩa là số các số nguyên dương nhỏ hơn hoặc bằng n và nguyên tố cùng nhau với n . Ví dụ $\phi(8)$ là 4 số 1, 3, 5, 7 đều là số nguyên tố nhỏ hơn 8.

Trong ngành giải tích, Euler đã tổng hợp hóa tích phân Leibniz với phương pháp tính Newton thành một dạng, gọi là vi phân.

Ông hoàn thành nền móng vào năm 1735 bằng việc giải quyết bài toán Basel, vấn đề đã tồn tại trong một thời gian dài. Ông còn đưa ra một biểu

thức nổi tiếng trong toán học, là sợi dây liên hệ giữa hàm số mũ phức và hàm số lượng giác, hay còn gọi là đồng nhất thức Euler: $ei\pi + 1 = 0$ hay $ei\theta = \cos\theta + i\sin\theta$. Năm 1735, ông tìm ra hằng số Euler-Mascheroni, được sử dụng rất nhiều trong các phương trình vi phân.

Ông cũng là người cùng khám phá ra công thức Euler- Maclaurin, là một công cụ rất quan trọng trong việc tính toán các tích phân phức tạp, các tổng và chuỗi khó.

Trong hình học và topo đại số có một sợi dây liên kết chính là công thức Euler, ở đó liên hệ giữa các cạnh, đỉnh và mặt của một đa diện. Công thức tổng quát đó là: $F - E + V = 2$, ở đó F là số mặt, E là số cạnh và V là số đỉnh. Định lý này được áp dụng cho mọi đa diện lồi. Với các đồ thị không phẳng, có một biểu thức tổng quát. Nếu đồ thị có thể được nhúng vào trong một đa tạp M , thì $F - E + V = X(M)$, ở đó X là đặc trưng Euler của đa tạp, một hằng số ở đó là bất biến với mọi biến dạng liên tục. Đặc trưng Euler của một đa tạp liên thông đơn giản là một hình cầu và một mặt phẳng là 2. Công thức tổng quát với một đồ thị phẳng là: $F - E + V - C = 1$, ở đó C số thành phần liên thông của đồ thị.

Năm 1736, Euler giải được bài toán nổi tiếng 7 chiếc cầu Königsberg, chính xác hơn, ông đã chứng minh được bài toán không có đáp số. Kết quả được công bố trên bài báo nhan đề *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*, và đó chính là ứng dụng sớm nhất của lý thuyết đồ thị hay của topo học.

Suốt cuộc đời nghiên cứu khoa học của mình, Euler đã viết một khối lượng sách đồ sộ. Những tác phẩm nổi tiếng nhất của ông là:

- Nhập môn đại số. Cuốn sách về đại số căn bản này bắt đầu bằng một lời bàn luận về bản chất các con số và một lời giới thiệu tổng quan về đại số, bao gồm các công thức dành cho cách giải phương trình đa thức.
- Nhập môn giải tích.
- Hai cuốn sách có ảnh hưởng về vi tích phân, phép tính tích phân (1768 - 1770).

- Nguyên lý chuyển động của chất lưu; trình bày phương trình liên tục và phương trình Euler.

Ông là người đầu tiên sử dụng từ “hàm số” (được Gottfried Leibniz định nghĩa trong năm 1694) để miêu tả một biểu thức có chứa các đối số, như $y = F(x)$. Ông cũng được xem là người đầu tiên dùng vi tích phân trong môn vật lý.

Ông là nhà toán học nổi tiếng trong thế kỷ XVIII và đã suy ra nhiều kết quả cho môn vi tích phân mới được thành lập.

Có thể nói, các thành tựu về khoa học và toán học của Euler thật đáng ngạc nhiên. Ông viết 32 bộ sách dày, và hàng trăm tác phẩm từ hàng trăm bài báo về lĩnh vực toán học hay khoa học. Tuyển tập các tác phẩm viết về khoa học của ông gồm hơn 70 cuốn. Tài năng của Euler gần như chiếm lĩnh mọi khía cạnh của toán học ứng dụng và toán học thuần túy, đóng góp của ông cho ngành vật lý toán học cũng có những ứng dụng vô cùng to lớn. Euler đặc biệt giỏi trong việc chứng minh những định luật chung của cơ khí đã được Newton hình thành trong thế kỷ trước, có thể ứng dụng vào một số tình huống vật lý thường gặp. Chẳng hạn như, bằng cách ứng dụng những định luật của Newton đối với chuyển động của chất lỏng, Euler có thể nghĩ ra phương trình thủy động lực học. Tương tự, bằng việc phân tích một cách kỹ lưỡng những chuyển động có thể có của một vật thể rắn, và bằng cách ứng dụng những nguyên tắc của Newton, Euler có thể phát triển các phương trình hoàn toàn xác định được chuyển động của một vật thể rắn. Tất nhiên, trên thực tế, không phải mọi vật thể đều hoàn toàn là chất rắn. Tuy nhiên, Euler còn có những đóng góp quan trọng đối với định luật đàn hồi, mô tả những vật rắn bị làm biến dạng như thế nào dưới tác dụng của những lực bên ngoài. Euler cũng ứng dụng tài năng của mình trong phân tích toán học về các vấn đề thuộc lĩnh vực thiên văn học, đặc biệt là vấn đề bộ ba thiên thể đề cập tới Mặt trời, Trái đất và Mặt trăng chuyển động dưới những lực hấp dẫn lẫn nhau như thế nào. Vấn đề đó - một vấn đề dành cho thế kỷ XXI, vẫn chưa được giải quyết. Một cách ngẫu nhiên,

Euler là nhà khoa học xuất chúng duy nhất của thế kỷ XVIII đã ủng hộ thuyết sóng ánh sáng.

Khả năng phát kiến của Euler thường tạo cơ sở cho những phát minh toán học khiến những người khác trở nên nổi tiếng. Chẳng hạn như Joseph Louis Lagrange, nhà vật lý toán học người Pháp đã phát triển một chuỗi các phương trình (được gọi là phương trình Lagrange) có tầm quan trọng lớn về mặt lý thuyết và có thể được ứng dụng để giải quyết hàng loạt các vấn đề lớn trong cơ khí học. Tuy nhiên, phương trình cơ bản lại được Euler nghĩ ra đầu tiên và thường được biết tới như phương trình Euler - Lagrange. Nhà toán học người Pháp, Jean Baptiste Fourier, được cho là đã nghĩ ra thuật toán quan trọng được biết tới như là phép phân tích Fourier. Và các phương trình cơ bản đầu do Leonhard Euler phát minh ra đầu tiên, được biết tới như là công thức Euler - Fourier. Chúng được ứng dụng rộng rãi trong các phân môn khác nhau của khoa vật lý học, bao gồm âm học và lý thuyết điện từ.

Trong nghiên cứu toán học, Euler đặc biệt quan tâm tới các lĩnh vực tính toán, các phương trình vi phân và các chuỗi vô hạn. Những đóng góp của ông đối với phép toán của những biến phân và lý thuyết số tổ hợp là nền tảng cơ bản đối với sự phát triển sau này trong những lĩnh vực kể trên. Những phát kiến của Euler đối với hai lĩnh vực trên đã được ứng dụng rộng rãi trong các nghiên cứu khoa học, ngoài tầm quan trọng của chúng đối với lĩnh vực toán học thuần túy.

Phương trình của Euler, $e(i0) = \cos 0 + i \sin 0$, chỉ ra mối quan hệ giữa các hàm số lượng giác và các số ảo, được ứng dụng để tìm logarithm của các số âm. Đó là một trong những công thức được sử dụng rộng rãi nhất trong mọi lĩnh vực của toán học. Euler cũng viết một cuốn sách hình học phân tích, và có những đóng góp quan trọng cho hình học vi phân và hình học sơ cấp. Không những dễ dàng phát huy sở trường trong các phát minh toán học, Euler gần như cũng tinh thông trong lĩnh vực toán học thuần túy. Nhưng những đóng góp của ông về lĩnh vực lý thuyết số quá trừu tượng.

Euler còn là người đi đầu trong lĩnh vực hình học topo, một phân môn toán học đã trở nên rất quan trọng trong thế kỷ XX. Công lao cuối cùng của Euler là đã có những đóng góp quan trọng cho hệ thống kí hiệu toán học của chúng ta hiện nay. Ông là người đã góp phần phổ biến rộng rãi việc sử dụng chữ cái Hy Lạp Pi để biểu thị tỷ lệ giữa chu vi của hình tròn và đường kính của nó. Ông cũng đưa ra nhiều kí hiệu tiện lợi khác mà giờ đây được sử dụng phổ biến trong các nghiên cứu toán học.

Tất cả những phát kiến của Euler cuối cùng cũng được hoàn thiện, thậm chí khi ông không còn trên cõi đời này. Chỉ cần điểm qua danh sách những cuốn sách toán học và vật lý học của Euler cũng đủ minh họa cho những đóng góp lớn của ông: Các góc Euler (chuyển động của các vật thể rắn); Hằng số Euler (chuỗi số vô hạn); Phương trình Euler (thủy động lực học); Phương trình chuyển động Euler (động lực học của vật thể rắn); Công thức Euler (biến số tổ hợp); Các con số Euler (chuỗi số vô hạn); Các đường cong đa giác Euler (các phương trình vi phân); Phép biến đổi Euler (chuỗi số vô hạn); Định luật Euler - Bernoulli (thuyết đàn hồi); Công thức Euler - Fourier (chuỗi số lượng giác học); Phương trình Euler - Lagrange (phép tính các biến phân, cơ khí học); và Công thức Euler - Maclaurin (các phương pháp số) - đó là chỉ tính đến những công trình nghiên cứu điển hình nhất của ông.

Nhìn chung, các công trình của Euler đã đề cập đến hầu hết những lĩnh vực của toán học thời bấy giờ và đến nhiều ngành khoa học và kỹ thuật khác. Những phát kiến của ông được ứng dụng rộng rãi trong lĩnh vực vật lý và trong nhiều lĩnh vực khác thuộc bộ môn cơ khí học. Cuộc đời Euler là một tấm gương sáng về tinh thần trách nhiệm và khả năng sáng tạo không ngừng, đối với ông, làm toán cũng tự nhiên và cần thiết cho đời sống như là hít thở khí trời vậy.

Sau khi ông mất, tên của ông đã được đặt cho một miệng núi lửa trên Mặt trăng và cho tiểu hành tinh 2002 Euler.

Người tính được chu vi trái đất

Eratosthenes sinh năm 276 trước Công nguyên tại Cyrene (nay thuộc Libya), ông làm việc và mất tại Alexandria (Ai Cập) thời kỳ Ptolemy.

Ông nổi tiếng vì đã nghĩ ra hệ thống kinh độ và vĩ độ cũng như tính toán ra kích thước của Trái đất. Ông là một nhà toán học, địa lý và thiên văn. Những người cùng thời với ông gọi ông là “Beta” do ông là người nổi tiếng trên thế giới vào thời đó trong nhiều lĩnh vực.

Eratosthenes nghiên cứu tại Alexandria và một số năm tại Athena (Hy Lạp). Năm 236 trước Công nguyên, ông được Ptolemy III Euergetes I giao nhiệm vụ làm thủ thư tại thư viện Alexandria. Ông đã có một số cống hiến cho toán học và khoa học là một người bạn thân của Archimedes. Khoảng năm 255 trước Công nguyên, ông phát minh ra hỗn thiên nghi, thiết bị được sử dụng rộng rãi cho đến khi phát minh mô hình vũ trụ ra đời vào thế kỷ XVIII.

Trong tác phẩm “Các chuyển động tròn của thiên thể”, Cleomedes đã viết, Eratosthenes đã tính toán được chu vi của Trái đất vào khoảng năm 240 trước Công nguyên bằng cách sử dụng các phương pháp lượng giác và kiến thức về góc lên của Mặt trời lúc giữa trưa tại Alexandria và Syene.

Eratosthenes đã biết, tại thời điểm hạ chí vào giữa trưa tại khu vực ở trên đường bắc chí tuyến, Mặt trời sẽ xuất hiện ở thiên đỉnh, ngay phía trên đầu người quan sát mặc dù Syene trên thực tế nằm ở phía bắc và rất sát với đường chí tuyến này.

Từ đó đặc ông cũng biết tại thành phố quê hương của ông là Alexandria thì góc lên của Mặt trời là khoảng 7° về phía nam của thiên đỉnh vào cùng một thời điểm. Và ông rút ra kết luận khoảng cách từ Alexandria tới Syene

phải khoảng $7/360$ của chu vi Trái đất. Khoảng cách giữa hai thành phố này sau đã được xác định từ các chuyến đi của các đoàn lữ hành.

Eratosthenes cũng được coi là người đã nghĩ ra và sử dụng từ địa lý, là khoa học mô tả Trái đất. Eratosthenes còn tìm ra một số vấn đề như:

- Sàng Eratosthenes là cách thức tìm các số nguyên tố.
- Đo đạc khoảng cách Mặt trời - Trái đất, ngày nay gọi là đơn vị thiên văn ($1 \text{ AU} \approx 804.000.000 \text{ stadion}$).
- Đo đạc khoảng cách tới Mặt trăng (780.000 stadion).
- Đo đạc độ nghiêng của mặt phẳng hoàng đạo với sai số góc $7'$.
- Biên soạn một danh mục sao gồm 675 ngôi sao, danh mục này nay không còn.
- Bản đồ đường chảy của sông Nil xa đến tận Khartoum.
- Bản đồ toàn bộ phần đã biết của thế giới vào thời đó, từ quần đảo Anh tới Ceylon và từ biển Caspi tới Ethiopia.

Sau khi ông mất, người ta đã gọi cách thức tìm ra các số nguyên tố là sàng Eratosthenes. Miệng núi lửa trên Mặt trăng được gọi theo tên ông và kỷ trong niên đại địa chất của Mặt trăng được gọi là kỷ Eratosthenes.

Không gian Hilbert

David Hilbert sinh ngày 23 tháng 1, 1862 ở Wehlau, Đông Phổ, Göttingen, Đức, nay là Znamensk, gần Kaliningrad, Nga. Ông tốt nghiệp phổ thông trung học ở thành phố quê hương và đăng kí vào Đại học Königsberg. Ông nhận bằng tiến sĩ năm 1885, với một luận văn, viết dưới sự hướng dẫn của Ferdinand von Lindemann, với tựa đề “Về các tính chất bất biến của các dạng nhị phân đặc biệt, đặc biệt là các hàm vòng”.

Hilbert giữ cương vị giáo sư Đại học Königsberg từ 1886 đến năm 1895, là trưởng khoa Toán tại Đại học Göttingen, vào thời gian đó là trung tâm nghiên cứu toán học tốt nhất thế giới và ông làm việc ở đó cho đến cuối đời.

Công trình đầu tiên của Hilbert về các hàm bất biến năm 1888 là định lý hữu hạn nổi tiếng của ông. Hai mươi năm trước đó, Paul Gordan đã chứng minh định lý về sự hữu hạn của các phần tử phát sinh cho các dạng nhị phân sử dụng một tiếp cận tính toán phức tạp. Những cố gắng tổng quát hóa phương pháp của ông cho hàm số có trên hai biến thất bại vì những khó khăn trong các tính toán. Hilbert nhận ra cần phải đi theo một hướng hoàn toàn khác. Kết quả, ông đã đưa ra định lý Hilbert: chứng minh sự tồn tại của một tập hợp hữu hạn các phần tử phát sinh, với số lượng biến bất kỳ, nhưng dưới dạng trừu tượng. Nghĩa là, trong khi chứng minh sự tồn tại của một tập hợp như vậy, ông không sử dụng thuật toán mà chỉ đưa ra một định lý về sự tồn tại.

Hilbert gửi kết quả của mình cho tạp chí Mathematische Annalen. Gordan, chuyên gia lý thuyết bất biến của tạp chí Mathematische Annalen, đã không đánh giá cao bản chất có tính cách mạng của định lý Hilbert và từ chối không in bài báo, phê phán cách trình bày là không đủ chi tiết với lời

nhận xét: “Đây là Th ần học, không phải Toán học!”

Tuy nhiên nhà toán học Klein lại nhận ra tầm quan trọng của kết quả này, và bảo đảm bài báo sẽ được xuất bản mà không bị thay đổi gì. Được sự khuyến khích của Klein Hilbert, bài báo thứ hai đã mở rộng phương pháp của ông, đưa ra những đánh giá về bậc cao nhất của tập nhỏ nhất của các phần tử phát sinh, và ông một lần nữa lại gửi cho tạp chí Annalen. Sau khi đọc xong bản thảo, Klein viết thư trả lời: Không nghi ngờ gì đây là một trong những công trình quan trọng nhất về đại số nói chung mà tạp chí Annalen đã từng xuất bản.

Sau này, khi sự hữu dụng về phương pháp của Hilbert được công nhận rộng rãi, chính Gordan đã phải thừa nhận: Tôi phải thừa nhận là ngay cả th ần học cũng có giá trị của nó.

Cuốn sách “N ền tảng của hình học” của ông xuất bản năm 1899 đưa ra một tập hợp chuẩn, bao gồm 21 tiên đề thay cho các tiên đề Euclid truyền thống. Chúng tránh được những điểm yếu đã được chỉ ra trong các tiên đề Euclid, lúc đó vẫn được xem như sách giáo khoa.

Cách tiếp cận của Hilbert đánh dấu sự chuyển đổi sang hệ thống phương pháp tiên đề hiện đại. Các tiên đề không được xem như là sự thật hiển nhiên. Hình học có thể xử lý các đối tượng, về những thứ mà chúng ta có trực giác mạnh, nhưng không cần phải gán cho một nghĩa rõ ràng về những khái niệm chưa được định nghĩa.

Hilbert là người đầu tiên liệt kê các khái niệm chưa định nghĩa: điểm, đường thẳng, mặt phẳng, quan hệ giữa các điểm và các mặt phẳng, sự nằm giữa, sự đồng dạng giữa các cặp điểm, và sự đồng dạng giữa các góc. Những tiên đề này thống nhất cả hình học phẳng và hình học không gian của Euclid trong một hệ thống duy nhất.

Hilbert đã đưa ra một danh sách gồm 23 bài toán chưa giải được tại Đại hội Toán học thế giới ở Paris năm 1900. Danh sách này được nhìn nhận là một trong những tổng kết thành công và sâu sắc nhất của các bài toán chưa có lời giải tạo ra bởi chỉ cá nhân một nhà toán học.

Sau khi tái thiết lập các nền tảng của hình học cổ điển, Hilbert có thể làm tương tự cho phần còn lại của toán học. Tuy nhiên cách tiếp cận của ông khác với nhà “nền tảng học” Russell-Whitehead hay nhà “tử điển học” Nicolas Bourbaki sau này, và khác với nhà toán học đương thời Giuseppe Peano. Những bài toán này được đưa ra tại hội thảo "Những bài toán trong Toán học" trình bày trong Hội nghị toán học Quốc tế lần thứ 2 tổ chức tại Paris.

Có thể nói, danh sách các bài toán của Hilbert cũng là một dạng tuyên ngôn, mở ra con đường cho sự phát triển của trường phái hình thức hóa, một trong ba trường phái lớn của toán học trong thế kỷ XX. Theo những người thuộc trường phái hình thức hóa, toán học là một trò chơi với các kí hiệu bị làm mất đi ý nghĩa riêng theo những quy luật mang tính hình thức được quy ước trước. Do vậy, nó là một hoạt động độc lập của suy nghĩ.

Năm 1920, ông đề nghị một dự án nghiên cứu mà sau đó được biết đến như là chương trình Hilbert. Ông muốn toán học phải được hệ thống hóa trên một nền tảng logic vững chắc và đầy đủ. Ông tin rằng về nguyên tắc điều này có thể làm được bằng cách chứng minh rằng:

- Tất cả toán học có thể suy ra từ một hệ thống hữu hạn các tiên đề được chọn ra một cách đúng đắn.
- Một hệ thống tiên đề như vậy là có thể chứng minh được tính nhất quán của nó.

Chương trình này được công nhận là nổi tiếng nhất về triết học của toán học, nơi nó thường được gọi là hình thức hóa.

Vào khoảng 1909, Hilbert dành thời gian nghiên cứu phương trình vi phân và phương trình tích phân; các công trình của ông có những ảnh hưởng trực tiếp đến giải tích hàm hiện đại. Để tiến hành các nghiên cứu này, Hilbert đưa ra khái niệm không gian Euclid vô hạn chiều, sau này gọi là không gian Hilbert. Các công trình của ông trong phần này đã cung cấp những đóng góp quan trọng cho toán dùng trong vật lý cho hai mươi năm sau đó, dù theo một hướng không dự đoán trước. Sau này, Stefan Banach

mở rộng khái niệm này, định nghĩa không gian Banach. Không gian Hilbert là một ý tưởng quan trọng trong lĩnh vực giải tích hàm phát triển xung quanh đó trong suốt thế kỷ XX.

Hilbert là một trong những nhà toán học có ảnh hưởng rộng lớn nhất cuối thế kỷ XIX đầu thế kỷ XX. Ông nổi tiếng do phát minh hay phát triển một loạt các ý tưởng khác nhau, chẳng hạn như lý thuyết bất biến, tiên đề hóa hình học, và khái niệm không gian Hilbert, một trong những nền tảng của giải tích hàm. Hilbert và các học sinh của ông đã xây dựng đủ hạ tầng cơ sở toán học cần thiết cho cơ học lượng tử và thuyết tương đối rộng. Ông là một trong những sáng lập viên của lý thuyết chứng minh, logic toán học và phân biệt giữa toán học và meta-toán học.

Người đầu tiên chứng minh định lý Fermat

Andrew John Wiles là nhà toán học người Anh, được biết đến như người đầu tiên chứng minh được định lý lớn Fermat.

Wiles từ nhỏ đã nổi tiếng về tài năng toán học. Ông đã biết về Định lý Fermat ngay khi mới 10 tuổi. Những năm sau đó ông thử tìm cách chứng minh định lý theo các phương pháp truyền thống trong sách giáo khoa nhưng không thành công.

Sau khi tốt nghiệp đại học, trong thời kỳ làm nghiên cứu sinh, ông chuyển sang nghiên cứu các hàm elip, dưới sự hướng dẫn của giáo sư John Coates. Thời gian làm nghiên cứu sinh tại trường Clare tại Cambridge, Wiles còn kiêm nhiệm trợ lý giáo sư tại Đại học Harvard.

Năm 1980, ông nhận bằng tiến sĩ và sang làm việc một thời gian ở Bonn trước khi đến Mỹ. Năm 1981, ông là giáo sư tại Đại học Princeton.

Suốt cả thời gian dài, ông luôn bận tâm tới bài toán Fermat. Ông nhận thấy, đi đầu then chốt trong việc chứng minh định lý Fermat trực tiếp phụ thuộc vào mệnh đề Shimura-Taniyama (mối liên hệ này được G. Frey đề xuất và K. Ribet chứng minh). Từ đó, Wiles tập trung vào việc chứng minh mệnh đề Shimura-Taniyama.

Tháng 6 năm 1993, tại hội nghị khoa học ở Anh, ông đã làm chấn động dư luận. Wiles đã giải quyết được một trong những vấn đề toán học cực kỳ huyền bí, đi đầu mà hàng ngàn nhà toán học đã bó tay trong suốt hơn 350 năm qua: ông đã chứng minh được định lý cuối cùng của Fermat trong một bài báo dài 200 trang. Việc chứng minh định lý đã ngốn mất của ông bảy năm trời và sau đó phải thêm một năm nữa để ông hoàn thiện chứng minh của mình.

Định lý cuối cùng của Fermat là một câu chuyện về con người, về lịch

sử và về các nền văn hóa nằm ẩn ở đằng sau thành tựu khoa học vang dội. Được viết bởi một học giả Pháp thế kỷ thứ XVII, định lý phát biểu lên nghe có vẻ đơn giản: “Bình phương của một số nguyên có thể phân tích thành tổng hai bình phương của hai số nguyên khác - chẳng hạn, năm bình phương (25) bằng bốn bình phương (16) cộng ba bình phương (9) - nhưng đi đâu tương tự không xảy ra đối với lũy thừa bậc ba hay các lũy thừa bậc cao hơn”. Sau khi Fermat qua đời, rất nhiều nhà toán học đã dành cả cuộc đời để cố chứng minh định lý này.

Định lý có nguồn gốc từ thời xa xưa. Khoảng 2000 năm trước Công nguyên, người Babylon đã tìm cách phân tích một số chính phương thành tổng của hai số chính phương. Vào thế kỷ VI trước Công nguyên, nhà toán học Hy Lạp Pytago đã khái quát đi đâu này thành một định lý nổi tiếng của ông và định lý này đã mở đường cho Fermat.

Mấy thế kỷ sau khi Fermat qua đời, hai nhà toán học Nhật Bản đã đưa ra một phỏng đoán tuyệt vời về khả năng có mối liên hệ giữa hai ngành toán học khác hẳn nhau. Bốn mươi năm sau đó chính công trình của họ đã giúp cho Andrew Wiles, nhà toán học của thành phố Princeton, chứng minh được định lý cuối cùng của Fermat. Wiles cho rằng công việc chứng minh sắp được hoàn tất, nhưng sau đó phát hiện ra một trục trặc không nhỏ. Sau nhiều tháng thất bại, Wiles sắp chịu thua. Trong tuyệt vọng, ông yêu cầu giúp đỡ. Richard Taylor, một sinh viên cũ của ông, tới Princeton và cùng nghiên cứu với ông.

Tháng 5 năm 1995, ông đã cho đăng lời giải trên *Annals of Mathematics* (Đại học Princeton). Tháng 8 năm 1995, tại hội thảo ở Đại học Boston, giới toán học đã công nhận chứng minh là đúng.

Helen G. Grundman, giáo sư toán trường Bryn Mawr College, đánh giá tình hình của cách chứng minh đó như sau: “Tôi nghĩ là ta có thể nói, vâng, các nhà toán học hiện nay đã bằng lòng với cách chứng minh định lý lớn Fermat đó. Tuy nhiên, một số sẽ cho là chứng minh đó của một mình Wiles mà thôi. Thật ra chứng minh đó là công trình của nhiều người. Wiles đã có

đóng góp đáng kể và là người kết hợp các công trình lại với nhau thành cái mà ông đã nghĩ là một cách chứng minh. Mặc dù cố gắng khởi đầu của ông được phát hiện sau đó là có sai lầm, Wiles và người phụ tá Richard Taylor đã sửa lại được, và nay đó là cái mà ta tin là cách chứng minh đúng định lý lớn Fermat.”

“Chứng minh mà ta biết hiện nay đòi hỏi sự phát triển của cả một lĩnh vực toán học chưa được biết tới vào thời Fermat. Bản thân định lý được phát biểu rất dễ dàng và vì vậy xem ra có vẻ đơn giản một cách giả tạo; bạn không cần biết rất nhiều về toán để hiểu bài toán. Tuy nhiên, để rồi nhận ra rằng, theo kiến thức tốt nhất của bạn, cần phải biết rất nhiều về toán mới có thể giải được nó. Vẫn là một câu hỏi chưa có lời đáp rằng liệu có hay không một cách chứng minh định lý lớn Fermat mà chỉ liên quan tới toán học và các phương pháp đã có vào thời Fermat. Chúng ta không có cách nào trả lời trừ khi ai đó tìm ra một chứng minh như vậy.”

Định lý Thales

Thales sinh năm 625 tại vùng Ionia thuộc Hy Lạp cổ đại trong một gia đình quý tộc chủ nô. Ông là nhà toán học, nhà triết học chịu ảnh hưởng sâu sắc của nền văn hóa Trung Cận Đông. Trong bảy nhà hiền triết Hy Lạp thế kỷ XII trước Công nguyên, Thales được xếp là người đứng đầu. Có một chuyện kể rằng: “Một hôm, người dân Hy Lạp quyết định tặng dây trói chân ngựa bằng vàng cho người sáng suốt nhất. Theo mệnh lệnh của nhà tiên tri, quà tặng được mang lại cho Thales, nhưng vì khiêm tốn, ông đã nhường nó cho một người xứng đáng khác, người đó nhường cho người thứ ba, và chiếc dây được chuyển như vậy qua một vòng bảy người, rồi cuộc lại quay về với Thales”. Không mấy ai quan tâm tới việc câu chuyện trên có thật hay không, nhưng ý nghĩa của nó chứng tỏ nhân cách và tài năng của Thales đã được những người đương thời công nhận.

Thales là nhà toán học nổi tiếng người Hy Lạp, người chuyên nghiên cứu về hình học. Ông là người đứng đầu trong bảy nhà hiền triết của Hy Lạp. Ông cũng được xem là một triết gia đầu tiên trong nền triết học Hy Lạp cổ đại. Tên của ông được dùng để đặt cho một định lý toán học mà ông phát hiện ra. Ông cũng là người đầu tiên chứng minh rằng đường kính chia đôi đường tròn, người đầu tiên phát hiện ra trong mọi tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau. Thales còn là người đầu tiên nghiên cứu thiên văn học, hiểu được rằng nhật thực diễn ra là do mặt trăng che khuất mặt trời và khẳng định có thể tiên đoán được nhật thực xảy ra vào lúc nào. Ông đã tiên đoán được nhật thực ngày 28 tháng 5 năm 585 trước Công nguyên. Thales là một học giả đi tiên phong và đặt nền móng cho nhiều lĩnh vực khoa học.

Trong lịch sử toán học, ông được xem là người đã đưa ra định lý Thales trong hình học. Định lý của ông phát biểu như sau: Hai đường thẳng song

song định ra trên hai đường thẳng giao nhau những đoạn thẳng tỷ lệ. Từ đó dẫn tới một loạt các tính chất như:

- Góc chắn nửa đường tròn thì bằng một góc vuông.
- Đường kính chia đôi đường tròn thành hai phần bằng nhau.
- Hai góc đáy của tam giác cân thì bằng nhau.
- Hai tam giác nếu có hai cặp góc đối và cặp cạnh tương ứng bằng nhau thì bằng nhau.
- Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

Với tư duy của một nhà toán học, Thales đã nghĩ ra cách đo được chiều cao của các kim tự tháp Ai Cập căn cứ vào bóng của chúng. Nhờ khả năng hiểu biết về thiên văn, ông có thể quan sát các dấu hiệu trên bầu trời, từ đó phỏng đoán mùa ôliu ở Mile sắp tới mất mùa hay bội thu. Khi biết chắc được mùa, Thales quyết định đầu tư kinh doanh. Ông vay tiền mua trước một số cánh đồng ôliu ở Mile và sau khi thu hoạch, nhờ đó ông đã kiếm được một khoản lợi nhuận rất lớn.

Trong lĩnh vực triết học, Thales là đại diện tiêu biểu nhất của trường phái triết học Mile. Ông đã lí giải vấn đề bản chất và khởi nguyên của thế giới dựa trên một số các tri thức khoa học sơ khai có được thời đó. Ông quan niệm toàn bộ thế giới là một chỉnh thể thống nhất mà ngu ồn gốc của nó là nước. Nước là bản chất chung của tất cả mọi vật, mọi hiện tượng trong thế giới. Mọi cái trên thế gian đều khởi ngu ồn từ nước và khi bị phân huỷ lại biến thành nước. Nước tồn tại vĩnh viễn, còn mọi vật do nó tạo nên thì biến đổi không ngừng.

Trước Thales, người Hy Lạp giải thích ngu ồn gốc tự nhiên của thế giới, vạn vật qua các câu chuyện thần thoại gắn với các vị thần. Tới thời Thales, ông quan niệm nước là bản chất chung của tất cả mọi vật, mọi hiện tượng trong thế giới. Với quan niệm như vậy, ông đã đưa yếu tố duy vật vào trong quan niệm triết học giải thích về thế giới. Thế giới được hình thành từ một dạng vật chất cụ thể là nước chứ không phải do các vị thần tạo nên.

Có rất nhiều giai thoại thú vị về Thales. Câu chuyện liên quan đến con

la của ông, chuyện kể rằng: Khi đi qua dòng sông với những túi muối trên lưng, con la bỗng nhiên bị vấp ngã nên các túi muối bị thấm đầy nước. Nhận thấy rằng nhờ muối bị hòa tan, trọng tải của nó trở nên nhẹ hơn đáng kể nên mỗi khi gặp bất kỳ con suối nào, con la cũng lập tức đắm mình xuống cùng với đồ mang trên lưng. Nó tiếp tục làm như vậy cho tới khi Thales phát hiện ra điều này, sau đó ông liền chất đầy bông lên lưng con la này. Bị thất bại, con la không còn sử dụng mẹo vặt đó nữa.

Nhiều thế kỷ đã trôi qua, khoa học đã có nhiều bước tiến vượt bậc trên mọi phương diện nhưng những phát kiến của Thales vẫn còn mãi giá trị với thời gian khiến bao người phải cúi đầu ngưỡng mộ.

Nhà toán học và thiên văn học vĩ đại

Johannes Kepler sinh ngày 27 tháng 12 năm 1571 tại Thành phố tự do của Đế quốc Weil der Stadt (nay là một phần của vùng Stuttgart thuộc Đức, cách trung tâm Stuttgart 30 km về phía Tây). Ông nội Kepler từng là thị trưởng thị trấn, nhưng lúc Kepler ra đời, tài sản của gia đình đã gần cạn kiệt. Cha ông sống bấp bênh với nghề lính đánh thuê, đã bỏ gia đình khi Johannes mới năm tuổi. Có tư liệu viết cha Kepler đã chết trong chiến tranh Hà Lan. Mẹ Kepler là con gái một chủ quán trọ, một người biết chữa bệnh bằng các loại cỏ cây. Thuở nhỏ Kepler là một đứa trẻ ốm yếu. Dù sức khỏe kém nhưng Kepler rất thông minh. Ông thường làm những khách hàng tới quán trọ của gia đình ông ngoại ngạc nhiên vì khả năng toán học kỳ lạ của mình.

Kepler làm quen với thiên văn học từ rất sớm và gắn bó với nó suốt cuộc đời. Một tài liệu viết, năm 1577, khi mới 5 tuổi, ông đã quan sát sao chổi. Ông viết rằng ông “được mẹ đưa lên một chỗ cao để nhìn nó”. Năm 1580, ông quan sát một hiện tượng thiên văn khác - nguyệt thực. Ông nhớ là đã “được gọi ra ngoài” để nhìn nó và rằng mặt trăng “có vẻ khá đỏ”. Tuy nhiên, bệnh đậu mùa thời trẻ đã làm giảm thị lực của ông, khiến ông phải chú tâm tới toán học nhiều hơn là quan sát thiên văn học.

Khi đi học ông học rất xuất sắc song thường bị các bạn bắt nạt. Ngay từ thuở nhỏ, ông bị ám ảnh rằng mình có thân thể ghê tởm, hoàn toàn đáng ghét, so với những học sinh khác và đáng bị hắt hủi.

Năm 1587, sau khi học văn phạm, tiếng La tinh ở trường dòng theo hệ giáo dục Lutheran, Kepler bắt đầu theo học tại trường đại học Tübingen với tư cách là sinh viên thần học, nơi ông đã chứng tỏ khả năng siêu việt về toán học và nổi tiếng là một nhà chiêm tinh tài giỏi. Dưới sự dạy dỗ của

Michael Maestlin, ông học cả hệ thống Ptolemy và hệ Nhật tâm của Copernicus. Ông trở thành một người ủng hộ Copernicus từ lúc đó, bảo vệ thuyết nhật tâm về cả lý thuyết và cả mặt thần học trong những cuộc tranh luận của sinh viên. Sau đó, Kepler được tiến cử vào vị trí giáo viên toán và thiên văn học tại trường Tin lành ở Graz, Áo. Ông đảm nhận vị trí đó vào tháng 4 năm 1594, ở tuổi 23.

Tại Graz, Kepler bắt đầu phát triển lý thuyết đầu tiên về vũ trụ học dựa trên hệ Copernicus, lý thuyết này được công bố năm 1596 với tên “Bí ẩn thần thánh của vũ trụ”.

Tháng 12 năm 1599, Tycho Brahe viết thư cho Kepler, mời Kepler tới giúp ông ở Benátky nad Jizerou bên ngoài Prague. Bị áp lực phải rời Graz vì những chính sách phản đối cải đạo ngày càng chặt chẽ, ngăn cản quyền thực thi tín ngưỡng và chính trị của những người Tin lành, Kepler đến với Tycho năm 1600. Sau khi Tycho chết năm 1601, Kepler được chỉ định làm nhà toán học hoàng gia, một vị trí được ông đảm nhận qua ba triều Hoàng đế ở Habsburg (từ 1601 đến 1630). Với tư cách là nhà toán học của triều đình, Kepler được thừa hưởng trách nhiệm của Tycho về việc lập các lá số tử vi cũng như nhiệm vụ thành lập các bảng Rudolphine. Làm việc với những dữ liệu thông tin quan sát bao quát và chính xác của Tycho, Kepler cũng bắt đầu chỉnh lại các lý thuyết trước đây của mình nhưng sau đó ông bắt buộc phải từ bỏ chúng. Thay vào đó, ông bắt đầu phát triển hệ thống thiên văn học đầu tiên sử dụng các quỹ đạo không tròn; được hoàn tất năm 1606 và xuất bản năm 1609 dưới tên “Astronomia Nova” - (Thiên văn học mới). Astronomia Nova bao hàm những điểu sau này sẽ trở thành những định luật về chuyển động thiên thể thứ nhất và thứ hai.

Tháng 10 năm 1604, Kepler quan sát supernova sau này được gọi là “Ngôi sao của Kepler” (một thuật ngữ cũng dùng để chỉ hình sao bát giác). Năm 1611, Kepler xuất bản (dưới hình thức một bức thư gửi cho bạn) một chuyên khảo về nguồn gốc của băng tuyết, tác phẩm đầu tiên từng được biết về chủ đề này. Ông phát triển lý thuyết chính xác rằng hình sáu cạnh tự

nhiên của nó có nguyên nhân từ cái lạnh, nhưng không xác định chắc chắn nguyên nhân vật lý của điều đó. Tháng 1 năm 1612, Hoàng đế qua đời. Để tránh tình trạng căng thẳng tôn giáo đang gia tăng ở Prague, Kepler trở về làm việc ở Linz.

Năm 1617, mẹ của Kepler là Katharina bị cáo buộc là phù thủy. Bắt đầu từ tháng 8 năm 1620 bà bị bỏ ngục trong mười bốn tháng. Nhờ những nỗ lực bảo vệ pháp lý của Kepler, và được thả ra vào tháng 10 năm 1621 sau khi những nỗ lực kết án bà thất bại.

Năm 1621, Kepler đã hoàn thành bảy tập cuối cùng của cuốn sách giáo khoa “Bản tóm tắt thiên văn học Copernicus” năm 1621, phát triển thêm những nghiên cứu trước kia của ông và đóng góp phần ảnh hưởng quan trọng trong việc chấp nhận hệ thống Copernicus vào thế kỷ sau đó. Năm 1627 ông hoàn thành các bảng Rudolphine, cung cấp bảng tính chính xác các vị trí hành tinh trong tương lai và cho phép dự đoán các hiện tượng thiên văn học hiếm gặp.

Kepler sống trong một thời đại khi mà không có sự phân biệt rõ ràng giữa thiên văn học và chiêm tinh học, trong khi lại có sự phân biệt rõ ràng giữa thiên văn học (một nhánh của toán học bên trong các nghệ thuật tự do) và vật lý (một nhánh của môn học có nhiều ảnh hưởng hơn của triết học). Ông cũng kết hợp những tranh luận tôn giáo và các lý lẽ vào trong tác phẩm của mình, nhờ vậy nên tảng của những cống hiến có tầm quan trọng nhất của ông đặc biệt mang tính thần học. Kepler là một người theo trường phái bí ẩn của Pytago. Ông coi các mối quan hệ toán học là cơ sở của mọi tự nhiên, mọi thành tố đều tích hợp với nhau trong một tổng thể. Đây là điều đối lập với quan niệm của Plato và Aristoteles cho rằng trái đất khác biệt về căn bản với mọi thứ còn lại của vũ trụ, được tạo thành từ những vật chất khác biệt và những định luật tự nhiên áp dụng cho nó cũng khác biệt. Trong nỗ lực khám phá vũ trụ của mình, Kepler đã áp dụng vật lý trái đất cho các thiên thể; nổi tiếng nhất là nỗ lực của ông nhằm đưa ra ba “Định luật về chuyển động thiên thể”. Kepler cũng tin rằng các thiên thể ảnh

hưởng tới các sự kiện trên mặt đất. Ông đã ước tính thêm về vai trò của mặt trăng trong việc tạo ra thủy triều.

Kepler được thừa kế từ Tycho Brahe một gia sản những dữ liệu thô chính xác nhất Tycho thu thập được về vị trí của các hành tinh. Các chuyển động quỹ đạo của các hành tinh khác được quan sát từ điểm lợi thế của trái đất, chính nó cũng đang quay quanh mặt trời, đi đầu này có thể gây nên việc di chuyển của các hành tinh theo những đường kỳ lạ. Kepler tập trung vào việc tìm hiểu quỹ đạo của sao Hỏa, cố xác định quỹ đạo của trái đất. Để làm được đi đầu này, ông đã vạch ra một vạch ranh giới quan sát. Với một linh cảm thiên tài, ông đã sử dụng sao Hỏa và Mặt trời làm đường ranh giới, vì không biết quỹ đạo thực của sao Hỏa, ông biết rằng nó sẽ ở cùng một chỗ trong quỹ đạo của nó ở những khoảng cách riêng biệt theo những giai đoạn riêng. Các vị trí quỹ đạo của Trái đất có thể được tính toán, và từ đó suy ra quỹ đạo sao Hỏa. Ông đã có thể suy luận ra các định luật thiên thể của mình mà không cần biết khoảng cách chính xác của các hành tinh từ Mặt trời, bởi vì phân tích hình học của ông chỉ cần có các tỷ lệ khoảng cách tới mặt trời của chúng.

Không như Brahe, Kepler giả thiết hệ thống nhật tâm với mặt trời ở trung tâm. Từ cái khung đó, Kepler đã mất hai mươi năm làm việc chăm chỉ để thử và sửa chữa các nỗ lực nhằm tạo ra dữ liệu đúng. Cuối cùng, ông đã kết luận bằng “Ba định luật về chuyển động thiên thể”:

- Định luật quỹ đạo elíp của các hành tinh: Các hành tinh chuyển động quanh mặt trời theo các quỹ đạo hình elíp với mặt trời nằm ở một tiêu điểm.

- Định luật đồng đều về vận tốc diện tích: Đường nối một hành tinh với mặt trời quét qua những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau.

- Định luật về các chu kỳ chuyển động: Bình phương chu kỳ chuyển động của một hành tinh thì tỷ lệ với lập phương bán trục lớn của quỹ đạo elip của hành tinh đó.

Sử dụng các định luật này, ông là nhà thiên văn học đầu tiên thành công trong việc dự đoán vận động của sao Kim (trong năm 1631). Các định luật của Kepler là minh chứng đầu tiên rõ ràng cho kiểu nhật tâm của hệ mặt trời, bởi vì chúng trở nên rất đơn giản khi đưa mặt trời vào tâm. Tuy nhiên, Kepler không bao giờ khám phá ra những lý lẽ sâu sắc hơn của định luật, dù nhiều năm trong cuộc đời ông đã dành cho việc nghiên cứu những bí ẩn ấy.

Lần đầu tiên Kepler khám phá ra định luật thứ ba của ông về chuyển động thiên thể vào ngày 8 tháng 3 năm 1618 nhưng ông đã từ bỏ ý tưởng này cho tới 15 tháng 5 năm 1618 sau khi ông kiểm tra lại kết quả của mình. Kết quả này đã được công bố trong cuốn “*Harmonices Mundi*” (1619) của ông.

Ngày 17 tháng 10 năm 1604, Kepler quan sát thấy một ngôi sao đặc biệt sáng bất chợt xuất hiện trong chòm sao Ophiuchus. Sự xuất hiện của ngôi sao, mà Kepler miêu tả trong cuốn sách “*De Stella nova in pede Serpentarii*” (Về Ngôi sao mới ở chân Ophiuchus), đã cung cấp bằng chứng rằng vũ trụ không phải là bất biến. Từ đó nó được xác định là một siêu tân tinh. Đây là lần thứ hai một sao như vậy đã được quan sát. Sau này nó được gọi là sao Kepler hay siêu tân tinh 1604. Không có siêu tân tinh nào khác được quan sát thấy trong dải Ngân Hà, mặc dù có nhiều siêu tân tinh khác ngoài Ngân Hà đã được phát hiện.

Kepler cũng thực hiện những nghiên cứu có tính nền tảng về tổ hợp, về hình học. Ông được xem là một trong những nhà nghiên cứu quang học hiện đại bởi ông là người đầu tiên xác nhận về khối mười hai mặt hình sao, sau được gọi là những hình ba chiều Kepler để vinh danh ông. Kepler đã khám phá ra định luật chuyển động của các thiên thể nhằm tìm ra sự hòa điệu của chúng. Trong khái niệm vũ trụ của ông, không phải tự nhiên mà số lượng các khối đa diện hoàn hảo lại ít hơn số lượng các hành tinh đã được biết. Vì nắm được hệ thống của Copernicus, ông bắt đầu chứng minh rằng khoảng cách từ các hành tinh tới mặt trời được tạo ra bởi các mặt cầu bên

trong các khối đa diện hoàn hảo, tất cả chúng bị đặt vào bên trong của nhau. Quỹ đạo nhỏ nhất, là của sao Thủy, là mặt cầu ở trong cùng. Bằng cách ấy ông xác định năm khoảng không Platonian với năm khoảng cách giữa sáu hành tinh đã được phát hiện (sao Thủy, sao Kim, Trái đất, sao Hỏa, sao Mộc, sao Hải vương) và năm nguyên tố cổ điển.

Trong cuốn sách viết năm 1619 của ông, “*Harmonice Mundi*” hay “Sự hòa điệu của các thế giới”, ông đã kết hợp giữa các khoảng không Platonian với nhận thức từ trước về các yếu tố: khối tứ diện là hình thức của lửa, khối tám mặt là hình thức của không khí, lập phương là trái đất, khối hai mươi mặt là nước, và khối mười hai mặt là vũ trụ. Nhưng thành tựu đáng chú ý nhất của ông được thừa nhận là các hành tinh chuyển động theo quỹ đạo hình elíp, chứ không phải hình tròn. Kepler cũng có tiến bộ vĩ đại trong việc thử miêu tả chuyển động của các hành tinh bằng việc đưa vào một lực giống với lực từ tính, mà ông tin rằng tỏa ra từ mặt trời. Mặc dù ông không khám phá ra lực hấp dẫn, ông dường như đã cố gắng áp dụng kinh nghiệm về một định luật vũ trụ để giải thích cách chuyển động của cả trái đất và các vật thể trên trời.

Kepler nổi tiếng vì đã tìm ra ba quy luật về quỹ đạo của các hành tinh. Nhưng đi đầu mà các nhà toán học nhớ đến ông lại rất quan trọng vì ông đã nghiên cứu về hình nón từ một điểm ở vô tận. Ông cũng để lại cho đời sau những kết quả nghiên cứu về đa diện hình sao đều. Ông khám phá ra được 2 hình này, tính được diện tích và thể tích: ông có sáng kiến chia ra những phần vô cùng nhỏ mà diện tích tính được, rồi lấy tổng của những diện tích vô cùng nhỏ ấy. Tuy phương pháp ông tính chưa thật hệ thống lắm nhưng đó chính là những ý tưởng báo hiệu cho “Lý thuyết cái vô cùng nhỏ, không thể chia nhỏ hơn” của Cavalieri. Chính nhờ phương pháp này mà ông suy ra định luật về diện tích của các quỹ đạo của các hành tinh (trong chứng minh của ông có hai cái sai, nhưng may mắn thay chúng triệt tiêu lẫn nhau!).

Người ta kể lại, để giúp cho những người bán rượu vang tính được thể

tích các thùng chứa rượu, ông cho xuất bản quyển “Hình học mới về các thùng chứa rượu vang” trong đó ông thử tính 93 thể tích thùng chứa rượu (đều là những hình tròn xoay).

Ông được đánh giá là một gương mặt quan trọng trong cuộc cách mạng khoa học, là nhà toán học, nhà chiêm tinh học, nhà thiên văn học, và là một nhà văn viết chuyện khoa học viễn tưởng thời kỳ đầu ở Đức. Định luật nổi tiếng nhất của ông là định luật về chuyển động thiên thể, dựa trên những công trình “Astronomia nova”, “Harmonice Mundi” và cuốn sách giáo khoa “Tóm tắt thiên văn học Copernicus”.

Ngày 15 tháng 11 năm 1630, Kepler qua đời vì bệnh sốt ở Regensburg. Năm 1632, chỉ hai năm sau khi ông chết, mộ của ông bị quân đội Thụy Điển phá hủy trong “Cuộc chiến mười ba năm”.

Nhà toán học lớn của mọi thời đại

Jarl Gustav Jacob Jacobi sinh ngày 10 tháng 12 năm 1804 trong một gia đình Do Thái ở Potsdam. Ông học tại Đại học Berlin, nhận bằng tốt nghiệp năm 1825 với đề tài luận văn về giải tích các phân số. Năm 1827 ông trở thành giáo sư toán tại Đại học Königsberg, vị trí ông đảm nhận cho đến năm 1842. Jacobi bị ngã quỵ vì làm việc quá căng thẳng vào năm 1843. Sau đó ông ghé thăm Ý một vài tháng để lấy lại sức khỏe. Khi trở lại Berlin, ông sống bằng tiền lương hưu của hoàng gia đến khi qua đời. Jacobi được chôn cất ở một nghĩa trang trong khu Kreuzberg của thành phố Berlin, tên gọi Friedhof II der Jerusalems-und Neuen Kirchengemeinde (61 Baruther Street). Mộ của ông gần mộ của Johann Encke, một nhà thiên văn học.

Năm 1829, Jacobi viết một cuốn sách kinh điển về hàm số elliptic, với nhiều ứng dụng quan trọng trong toán học và vật lý. Phương trình chuyển động dưới dạng quay trong 3 trường hợp con lắc, phần đỉnh đối xứng của một trường trọng lực, và một vật xoay tự do, tất cả các nghiệm đều được viết dưới dạng hàm số elliptic.

Trong toán học, ông đã đưa ra khái niệm giải tích vectơ hay ma trận Jacobi, ma trận chứa các đạo hàm riêng bậc nhất của hàm giữa hai không gian vectơ. Ma trận này được đặt tên theo tên ông. Ma trận này được ứng dụng trong giải tích vì nó là xấp xỉ tuyến tính tốt nhất cho một hàm khả vi tại một điểm trong không gian vectơ biến của hàm này.

Ngoài ra, trong lịch sử toán học, người ta còn nhắc đến định thức Jacobi. Định thức này cho biết tính chất của hàm tại điểm đang xét. Ví dụ, hàm khả vi liên tục F là khả nghịch gần p nếu định thức Jacobi tại điểm đó khác không. Đây là định lý hàm nghịch đảo. Hơn nữa, nếu định thức Jacobi

tại p là dương, thì F bảo toàn chiều quay tại gần p ; và ngược lại, nếu nó âm, F đảo chiều quay. Giá trị tuyệt đối của định thức Jacobi tại p cho biết mức độ F nở rộng hay thu nhỏ thể tích gần p . Ý nghĩa này khiến định thức Jacobi xuất hiện trong phép đổi biến.

Jacobi là nhà toán học đầu tiên áp dụng hàm số elliptic vào số học, ví dụ chứng minh định lý về tổng 2 bình phương của Fermat hay là định lý về tổng 4 bình phương của Lagrange. Ông cũng chứng minh các kết quả tương tự cho 6 hay 8 bình phương. Hàm số Theta của Jacobi, thường được dùng trong chuỗi hypergeometric được đặt theo tên ông.

Người đưa ra khái niệm giải tích hàm

tefan Banach sinh ngày 30 tháng 3 năm 1892 ở Kraków thuộc đế chế Áo-Hung, nay là Ba Lan. Ông là nhà toán học nổi tiếng, một trong những người dẫn đầu Trường phái toán học Lwów ở Ba Lan trước chiến tranh. Ông tự học toán, tài năng toán của ông được khám phá một cách tình cờ bởi Juliusz Mien và sau này là Hugo Steinhaus.

Khi chiến tranh thế giới thứ hai nổ ra, Banach là Chủ tịch Hội toán học Ba Lan và là giáo sư tại Đại học Lwów. Là một thành viên của Viện Hàn lâm khoa học Cộng hòa Xô viết Ukraina, ông và có quan hệ tốt với các nhà toán học Liên Xô. Ông đảm nhận vị trí đó từ năm 1939. Banach sống sót sau các trận chiến tàn bạo của quân Đức từ tháng 7 năm 1941 đến tháng 2 năm 1944.

Ông đã hiến máu cho viện nghiên cứu Typhus của giáo sư Rudolf Weigl. Sức khỏe của ông suy giảm trong thời bị Đức chiếm đóng, và ông bị nhiễm ung thư phổi. Sau chiến tranh Lwów được sát nhập vào Liên Xô, Banach qua đời và được đưa về an nghỉ ở Kraków, Ba Lan. Ông được chôn cất tại Nghĩa trang Lyczakowski.

Tác phẩm nổi tiếng của ông là “Lý thuyết về các toán tử” năm 1932, được xem là công trình có ảnh hưởng lớn nhất của Banach. Trong công trình này, ông hình thức hóa khái niệm bây giờ được biết đến như là không gian Banach, và chứng minh nhiều định lý cơ sở của giải tích hàm. Giải tích hàm là một ngành của giải tích toán học nghiên cứu các không gian vector được trang bị thêm một cấu trúc topo phù hợp và các toán tử tuyến tính liên tục giữa chúng. Chính việc nghiên cứu phổ của các toán tử đã dẫn đến việc nghiên cứu các đại số topo, một đối tượng khác của giải tích hàm. Các kết quả và phương pháp của nó thâm nhập vào nhiều ngành khác nhau

như lý thuyết phương trình vi phân thường, phương trình đạo hàm riêng, lý thuyết các bài toán cực trị và biến phân, phương pháp tính, lý thuyết biểu diễn... Ra đời vào những năm đầu của thế kỷ XX, bắt nguồn từ các công trình về phương trình tích phân của Hilbert, Fredholm... giải tích hàm tích lũy được những thành tựu quan trọng và nó đã trở thành chuẩn mực trong việc nghiên cứu và trình bày các kiến thức toán học.

Có thể nói, cuốn “Lý thuyết toán tử”, nội dung bao gồm những kết quả được biết vào thời đó về lý thuyết các không gian định chuẩn, đặc biệt là các định lý của Banach đã công bố trong các bài báo từ năm 1922 đến năm 1929... Cuốn sách này làm cho Giải tích hàm có một tác động như cuốn sách của Van der Waerden về đại số, được xuất bản hai năm trước đó. Các nhà giải tích trên thế giới bắt đầu nhận thức được sức mạnh của phương pháp mới và áp dụng chúng vào các lĩnh vực khác nhau; các ký hiệu và thuật ngữ của Banach được chấp nhận rộng rãi, không gian định chuẩn đầy đủ được gọi là không gian Banach rồi chẳng bao lâu, lý thuyết này trở thành một phần bắt buộc trong chương trình đại học...

Ngoài việc là một trong những người sáng lập ra giải tích hàm, Banach cũng có các đóng góp quan trọng vào lý thuyết độ đo, lý thuyết tập hợp, và các ngành khác trong toán học.

Nhà toán học vĩ đại nhất thế kỷ XVIII

Joseph-Louis Lagrange sinh ngày 25 tháng 1 năm 1736 ở Turin, thuộc dòng dõi Pháp và Italia, xuất thân trong một gia đình người Pháp giàu có, và có quan hệ với giới quý tộc Italia.

Ông là nhà toán học và nhà thiên văn đã có những đóng góp quan trọng trong nhiều lĩnh vực của giải tích toán học, lý thuyết số, cơ học cổ điển và cơ học thiên thể. Có thể nói ông là nhà toán học vĩ đại nhất của thế kỷ XVIII.

Trước khi tròn 20 tuổi ông đã là giáo sư hình học tại trường Pháo binh hoàng gia ở Torino. Năm 25 tuổi ông được công nhận là một trong những nhà toán học vĩ đại nhất vì những bài báo của ông về sự lan truyền sóng và các điểm cực trị của các đường cong.

Năm 1772, Joseph Louis Lagrange nghiên cứu về vấn đề ba vật thể nổi tiếng khi ông khám phá ra một sự ngẫu nhiên trong các kết quả. Ban đầu, ông đã tìm ra một cách dễ dàng tính toán sự tác động lẫn nhau về sức hút trọng lực giữa một số lượng các vật thể tùy ý trong hệ, bởi vì cơ học Newton kết luận rằng một hệ như vậy sẽ khiến cho các vật thể quay một cách hỗn loạn cho tới khi xảy ra một sự va chạm, hay một vật thể sẽ bị tống ra khỏi hệ vì thế sự thăng bằng sẽ diễn ra. Logic phía sau kết luận này là hệ với một vật thể là thông thường, vì nó chỉ có liên quan tương đối so với chính nó; một hệ với hai vật thể cũng dễ dàng giải quyết được, vì các vật thể bay trên quỹ đạo của chúng quanh một tâm trọng lực. Tuy nhiên, một khi có nhiều hơn hai vật thể trong hệ, những tính toán toán học trở nên rất phức tạp. Một tình huống xảy ra khi bạn không thể tính toán mọi sự tác động lẫn nhau giữa mọi vật thể nào ở mọi điểm dọc theo quỹ đạo của nó.

Tuy nhiên, Lagrange, muốn làm điểu này trở nên đơn giản hơn. Ông đã

làm việc đó với một kết luận đơn giản: “Quỹ đạo của một vật thể được quyết định bằng cách tìm ra một con đường làm giảm tối thiểu hoạt động theo thời gian.” Điều này được tìm ra khi trừ năng lượng tiềm tàng khỏi năng lượng động lực. Theo cách suy nghĩ như vậy, Lagrange tái lập cơ học của Newton để tạo ra Cơ học Lagrange. Với hệ thống tính toán mới của mình, công trình của Lagrange đưa ông tới lý thuyết tại sao một vật thể thứ ba với một khối lượng không đáng kể sẽ bay quanh hai vật thể chính vốn đã quay quanh lẫn nhau, những điểm đặc biệt trên quỹ đạo của nó sẽ là đứng yên so với các vật thể chính, các (hành tinh). Các điểm đó được gọi là “các điểm Lagrange” để vinh danh ông.

Trong một trường hợp thông thường hơn của các quỹ đạo hình elíp, không có các “điểm” đứng yên nếu xét theo cùng một nghĩa: nó trở thành một “vùng” Lagrange. Các điểm Lagrange tạo nên tại mỗi điểm trong thời gian cũng như trong trường hợp tròn đứng yên của các quỹ đạo elíp giống với quỹ đạo của các vật thể có khối lượng.

Điều này tuân theo Định luật số hai của Newton ($F = ma$). Khi $p = mv$ (p là động lượng, m là khối lượng, và v là tốc độ) là bất biến nếu lực và vị trí tỷ lệ với nhau theo cùng nhân tố. Một vật thể ở điểm Lagrange quay với cùng khoảng thời gian so với hai vật thể có khối lượng lớn trong trường hợp tròn, ngụ ý rằng nó có cùng tỷ lệ về lực hấp dẫn so với khoảng cách. Sự thực này là độc lập với dáng tròn của các quỹ đạo, và nó cho ta thấy rằng các quỹ đạo elíp được tính ra từ các điểm Lagrange cũng là những đáp án của sự cân bằng chuyển động của vật thể thứ ba.

Ba điểm Lagrange đầu tiên về mặt kỹ thuật chỉ ổn định trên mặt phẳng vuông góc với đường nối hai vật thể. Điều này có thể dễ dàng quan sát thấy khi xem xét điểm L1. Một khối lượng thử nghiệm được đặt vuông góc với đường trung tâm sẽ bị một lực tác dụng đẩy nó ngược về hướng điểm thăng bằng. Điều này bởi vì các lực hấp dẫn của hai vật thể lớn tác dụng từ hai bên sẽ làm tăng cường độ lực này, trong khi hợp lực dọc theo trục giữa chúng sẽ làm cân bằng. Tuy nhiên, nếu một vật thể nằm tại điểm L1 gần

một vật thể hơn, lực hấp dẫn từ vật thể đó sẽ mạnh hơn, và nó sẽ bị kéo lại gần hơn. (Mô hình này rất giống với mô hình các lực thủy triều.)

Dù các điểm L1, L2, và L3 trên danh nghĩa không ổn định, nhưng vẫn có thể tồn tại các quỹ đạo chu kỳ ổn định xung quanh các điểm đó, ít nhất trong giới hạn ba vật thể. Những quỹ đạo chu kỳ hoàn hảo này, được gọi là các quỹ đạo “halo”, không tồn tại trong một hệ thống vận động n-vật thể như hệ mặt trời. Tuy nhiên, các quỹ đạo Lissajous gần như chu kỳ (ví dụ có giới hạn nhưng không lặp lại chính xác hoàn toàn) thực sự có tồn tại trong hệ thống n-vật thể. Những quỹ đạo gần như chu kỳ đó là toàn bộ những điểm đu đưa mà các chương trình vũ trụ của con người sử dụng từ trước tới nay. Dù chúng không ổn định một cách hoàn hảo, nhưng một lực khá nhỏ đã là đủ để giữ ổn định tàu vũ trụ trên một quỹ đạo Lissajous trong một khoảng thời gian dài. Một điều hiển nhiên khác, ít nhất đối với các chương trình vũ trụ sử dụng điểm L1 của hệ mặt trời - trái đất, đặt tàu trên quỹ đạo Lissajous độ cao lớn (100.000 - 200.000 km) thay vì tại điểm đu đưa sẽ có lợi thế hơn bởi vì việc này giúp tàu tránh khỏi đường thẳng trực tiếp mặt trời - trái đất và do đó giảm hiệu ứng nhiễu mặt trời đối với kênh thông tin liên lạc giữa tàu và trái đất. Một lợi thế khác của các điểm đu đưa cộng tuyến và các quỹ đạo Lissajous kết hợp với các điểm này là chúng như những “cửa ngõ” kiểm soát các quỹ đạo hỗn loạn của mạng lưới giao thông liên hành tinh.

Trái với các điểm đu đưa cộng tuyến, các điểm tam giác (L4 và L5) có độ cân bằng ổn định (cf. attractor), khi tỷ lệ các khối lượng M_1/M_2 là > 24.96 . Đây là trường hợp của hệ thống mặt trời/trái đất và trái đất/mặt trăng, dù ở trường hợp trái đất/mặt trăng tỷ lệ có nhỏ hơn. Khi một vật thể tại các điểm đó bất ổn định, nó sẽ dờn chỗ, nhưng hiệu ứng Coriolis sẽ hoạt động, và đẩy đường đi vật thể vào một quỹ đạo ổn định, hình hạt đậu xung quanh điểm đó.

Trong hệ mặt trời - sao Mộc có hàng ngàn tiểu hành tinh, thường được gọi là các tiểu hành tinh Trojan, nằm trên các quỹ đạo xung quanh các điểm

L4 và L5 của hệ. Ta cũng có thể thấy các vật thể khác trong hệ mặt trời - sao Thổ, mặt trời - sao Hỏa, sao Mộc - vệ tinh Jovian, và sao Thổ-hệ thống vệ tinh Sao Thổ. Chúng ta chưa phát hiện thấy các vật thể lớn tại các điểm Trojan của hệ mặt trời - trái đất, nhưng các đám mây bụi bao quanh các điểm L4 và L5 đã được phát hiện trong thập kỷ 1950. Các đám mây bụi, được gọi là các đám mây Kordylewski, thậm chí còn mờ nhạt hơn cả Gegenschein, chúng cũng hiện diện tại các điểm L4 và L5 của hệ trái đất - mặt trăng.

Mặt trăng Tethys của sao Thổ có hai mặt trăng nhỏ tại các điểm L4 và L5 của nó, là Telesto và Calypso. Mặt trăng Dione của sao Thổ cũng có hai mặt trăng cùng quỹ đạo là Helene tại điểm L4 và Polydeuces tại điểm L5. Các mặt trăng lang thang theo góc phương vị quanh các điểm Lagrange, và Polydeuces có độ lệch hướng lớn nhất, lên tới 32 độ từ điểm L5 của hệ sao Thổ - Dione. Tethys và Dione có khối lượng gấp hàng trăm lần so với những vật thể “hệ thống” của nó (xem các bài viết về mặt trăng để có con số kích thước chính xác; trong nhiều trường hợp không có các con số khối lượng), và sao Thổ còn có khối lượng lớn hơn nữa, giúp toàn hệ thống được ổn định.

Vật thể cùng đôi với trái đất, 3753 Cruithne, nằm trên một quỹ đạo Trojan quanh trái đất, nhưng không thực sự như một Trojan. Trái lại, nó chiếm một trong hai quỹ đạo đều quanh mặt trời, theo chu kỳ thay đổi từ quỹ đạo này sang quỹ đạo khác khi độ gần với trái đất. Khi tiểu hành tinh áp sát trái đất, nó nhận được năng lượng quỹ đạo từ trái đất và di chuyển sang một quỹ đạo cao, lớn hơn và có năng lượng nhiều hơn. Một thời gian sau, trái đất đuổi kịp tiểu hành tinh (đang có quỹ đạo lớn và chậm hơn), khi ấy trái đất lấy lại năng lượng và vì thế tiểu hành tinh lại rơi vào một quỹ đạo nhỏ và nhanh hơn và cuối cùng lại đuổi kịp trái đất để bắt đầu một chu kỳ mới. Điều này không gây ảnh hưởng có thể nhận thấy trên chiều dài năm của trái đất, bởi vì khối lượng Trái đất lớn gấp hơn 20 tỷ lần khối lượng 3753 Cruithne.

Epimetheus và Janus là các vệ tinh của sao Thổ và cũng có mối quan hệ tương tự như vậy, dù chúng có khối lượng khác nhau và thay đổi quỹ đạo cho nhau theo chu kỳ. (Janus có khối lượng lớn gấp 4 lần, nhưng vẫn đủ nhẹ để bị ảnh hưởng làm thay đổi quỹ đạo.) Một ví dụ tương tự khác là cộng hưởng quỹ đạo, theo đó các vật thể quỹ đạo thường có xu hướng có các chu kỳ tỷ lệ nguyên, vì sự tương tác giữa chúng.

Về mặt toán học, Lagrange đã đưa ra hai định lý: Định lý Lagrange (lý thuyết nhóm) và Định lý Lagrange (lý thuyết số). Trong lý thuyết nhóm, định lý Lagrange phát biểu rằng: nếu H là nhóm con của nhóm hữu hạn G , thì cấp (số phần tử) của G chia hết cho cấp của H . Định lý này được sử dụng để chứng minh định lý Fermat nhỏ trong lý thuyết số và định lý tổng quát của nó định lý Euler. Ngoài ra định lý còn được dùng để kiểm tra sự tồn tại một nhóm con của một nhóm hữu hạn.

Lagrange không chứng minh định lý trên. Ông chỉ chứng minh mệnh đề sau: số các đa thức n biến khác nhau, nhận được bằng cách hoán đổi vị trí các biến từ một đa thức cho trước, luôn là ước số của $n!$. ($n! = 1.2.3...n$ là số các hoán vị n phần tử). Sau này mệnh đề của Lagrange về số các đa thức được tổng quát trên nhóm và được phát biểu thành định lý mà ngày nay mang tên ông.

Lagrange nổi tiếng là nhà toán học vĩ đại nhất châu Âu. Vì thế, năm 1766, theo sự tiến cử của Euler và D'Alembert, vua Frederick đệ nhất đã mời ông đến triều đình. Với sự đảm bảo của Leonhard Euler và Jean le Rond d'Alembert, Lagrange trở thành Viện trưởng Viện hàn lâm Khoa học Phổ, Berlin.

Năm 1786, khi Frederick qua đời, ông rời khỏi Prussia vì được vua Louis XVI mời đến Paris. Dưới Đế chế Pháp đệ nhất, ông được phong nghị sĩ và bá tước.

Khi mất, ông được chôn cất trong điện Panthéon tại Paris.

Người sáng lập môn hình học phi Euclid

Lobachevsky sinh năm 1792 tại Nizhli, Novogorot trong một gia đình công chức nhỏ. Ông là một nhà toán học đã có công rất lớn trong việc xây dựng hình học phi Euclide, một bước phát triển mới thoát ra khỏi hình học cổ điển, tạo cơ sở toán học cho lý thuyết tương đối rộng sau này.

Cha Lobachevsky - Ivan Maksimovich Lobachevsky là thư ký của một văn phòng luật, mẹ là Praskovia Alexandrovna Lobachevskaya. Người cha mất năm 1800, sau đó, người mẹ cùng Lobachevsky đến Kazan. Tại đó, ông theo học trường Kazan Gymnasium, tốt nghiệp năm 1807 và sau đó là trường Đại học Kazan.

Tại đây, ông được tiếp xúc với Martin Bartels (1769-1833), bạn của Carl Friedrich Gauss. Năm 1811, ông nhận được chứng chỉ vật lý và toán học của trường Đại học tổng hợp Kazan. Năm 1814, ông bắt đầu công việc giảng dạy và năm 1822, chính thức trở thành giảng viên trường đại học tổng hợp Kazan. Năm 1818, ông được mời làm Viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học Kazan. Ông đã từng giữ nhiều chức trách khác nhau của trường cho đến năm 1846.

Lobachevsky thường làm việc hết mình không nề hà bất cứ công việc gì. Ông được nhà toán học Gauss mời làm Viện sĩ nước ngoài Viện Hàn lâm Khoa học Gottingen. Mặc dù ông được giới bác học nước ngoài tôn trọng nhưng lại bị chính quyền địa phương ghét bỏ, vì vậy ông sớm bị cách chức, sức khỏe bị giảm sút do làm việc quá sức. Cuối cùng ông bị mù vĩnh viễn, phải đọc cho người khác chép quyển Pangeometrie nổi tiếng trong lịch sử hình học thế giới.

Ông là nhà toán học vĩ đại của Nga, sáng lập ra hình học trái với hình học Euclid, truyền bá những quan điểm duy vật chủ nghĩa về toán học và

những nguyên lý của toán học. Năm 1811, sau khi tốt nghiệp đại học, ông được tặng danh hiệu thạc sĩ toán học. Năm 23 tuổi ông trở thành giáo sư. Lobachevsky đã cống hiến tất cả đời mình cho trường Đại học Kazan mà ông là giám đốc suốt 19 năm. Truyền bá tư tưởng tiến bộ trong việc giáo dục thanh niên, ông là một nhân vật ưu tú nhất trong ngành giáo dục đại học. Những thành tích của ông trong ngành giáo dục ở Nga rất lớn, nhưng chính sự phát hiện ra hình học trái với hình học Euclid đã khiến ông nổi tiếng. Khi chứng minh rằng có thể có một hình học khác với hình học Euclid, ông là người đầu tiên sáng tạo ra một hệ thống logic hoàn thiện của hình học mới ấy.

Suốt hơn 2.000 năm, các tư tưởng hình học đều xuất phát từ lý luận do Euclid xây dựng trong tác phẩm “Nguyên lý hình học”. Hình học Euclid dựa trên một số nguyên lý. Nhưng ngay từ thời thượng cổ, các nhà toán học đã nhận thấy nguyên lý về đường thẳng song song (gọi là nguyên lý thứ 11 hay là định lý thứ năm của Euclid) cũng không rõ ràng như các nguyên lý khác. Nguyên lý đó quy định rằng từ một điểm ở ngoài một đường thẳng, người ta chỉ có thể kẻ trên cùng một mặt phẳng một đường thẳng song song với đường thẳng đó. Nhiều nhà hình học đã cố gắng suy diễn từ nguyên lý đó ra những nguyên lý khác, nhưng đều vô ích. Lobachevsky đưa ra một ý kiến táo bạo, cho rằng không thể từ nguyên lý ấy mà suy diễn ra những nguyên lý khác được, rằng nguyên lý ấy là một nguyên lý độc lập. Ông xuất phát từ ý muốn liên hệ các nguyên lý cơ sở của hình học với các đặc tính của các vật thể vật chất. Khi thừa nhận là có thể từ một điểm, trong cùng một mặt phẳng, kẻ ít nhất là hai đường thẳng song song với một đường thẳng nhất định, ông đã tìm ra được một hệ thống hình học độc đáo, nhưng nghiêm chỉnh và không có mâu thuẫn nội tại. Hệ thống đó được gọi là hình học Lobachevsky. Trong hình học này, tổng số các góc của một tam giác không phải bằng 180° như trong hình học Euclid mà bao giờ cũng ít hơn, và từ một điểm ở ngoài một đường thẳng người ta có thể kẻ nhiều đường thẳng song song với đường thẳng ấy. Dù

sự mới mẻ và tính độc đáo của sự phát hiện đó đã đập tan những truyền thống khoa học cổ truyền nhưng không làm cho Lobachevsky sợ hãi. Năm 1826, ông trình bày miệng những ý kiến của mình, năm 1829 và những năm sau, ông xuất bản thành sách, do đó đã giành được quyền ưu tiên không ai chối cãi được trong việc phát hiện ra hình học trái với hình học Euclid. Những tư tưởng sâu sắc của ông không được người đương thời hiểu rõ. Phải đợi 50 năm sau, những tư tưởng đó mới thâm nhập và trở thành một bộ phận cấu thành của toán học, làm cho toán học thời kỳ sau có một bước ngoặt.

Lúc đầu, định luật bất hủ của ông chỉ được một vị giáo sư cùng trường Kazan công nhận. Khoảng 10 năm sau, khi nhà bác học đó mất, người ta đã chứng minh những nguyên lý về trắc diện học của ông là đúng trên một số mặt cong (gọi là mặt giả cầu). Giả thuyết của ông cho rằng hình học Euclid không phải là hình học duy nhất trong không gian, đã hoàn toàn được chứng thực. Hình học Lobachevsky cũng vậy, không phải là hình học duy nhất trái với hình học Euclid nếu người ta không tự hạn chế chỉ nghiên cứu một vật rắn trong không gian vô hạn. Như thế là sự phát hiện của Lobachevsky đã chứng minh rằng hình học Euclid chỉ là một trong những hình học có thể có được và nó chỉ đúng chừng nào chúng ta nghiên cứu trong phạm vi những quảng tính thông thường. Hình học phi Euclid đã được áp dụng nhiều trong các ngành toán học khác. Nó đóng một vai trò quan trọng trong vật lý học hiện đại; nếu không có hình học phi Euclid, thì chủ nghĩa tương đối sẽ không thể có được.

Lobachevsky có một thế giới quan duy vật chủ nghĩa. Trong các tác phẩm toán học và trong việc giảng dạy môn khoa học đó, ông luôn luôn chú ý nói rõ bản chất thật của các khái niệm làm cơ sở cho khoa học. Cảm giác luận của ông có tính chất duy vật chủ nghĩa rõ rệt. Đối với ông, thế giới bên ngoài là thế giới khách quan, những khái niệm của chúng ta về thế giới ấy là kết quả của sự tác động của thế giới hiện thực vào ý thức con người thông qua giác quan và cảm giác. Chính vì thế nên “phải lấy hết thảy mọi

khái niệm bất cứ là khái niệm nào do tự nhiên đem lại, làm cơ sở cho toán học...”. Ý kiến của ông về quan hệ giữa lý luận và thực tiễn có một khuynh hướng duy vật chủ nghĩa rõ rệt. Đối với ông, thực nghiệm và thực tiễn là tiêu chuẩn của chân lý. Ông cho rằng một hình học không có mâu thuẫn về mặt logic, như thế cũng chưa đủ để được thừa nhận là hình học chính xác. Ông đòi hỏi nó phải được thực tiễn chứng minh là nhất trí với những liên hệ thực tiễn tại trong không gian vật lý. Trong khi làm lung lay cơ sở, “không thể lay chuyển” của hình học Euclid ông đã đánh một đòn nặng vào triết học Căng là triết học coi các chân lý hình học không phải là kết quả của kinh nghiệm của con người, mà là những hình thức bẩm sinh (tiên thiên) của ý thức. Ông không ngừng nhấn mạnh rằng những mưu toan nhằm chỉ dùng lý tính mà suy luận ra toán học, đều vô ích. Ông cũng đấu tranh nhiệt tình như vậy khi chống chủ nghĩa hình thức trong toán học, tức chủ nghĩa làm cho toán học và các khái niệm của nó mất hết nội dung thật và coi các dấu hiệu và các phép toán trong toán học chỉ là một trò chơi đơn giản bằng dấu hiệu mà thôi.

Ngày nay, cuộc đấu tranh mà ông đã tiến hành, vẫn còn nguyên ý nghĩa hiện thực của nó, vì chủ nghĩa hình thức đang nảy nở mạnh trong khoa học tư sản. Ý nghĩa tiến bộ của những tư tưởng vĩ đại của ông là ở chỗ sự phát hiện của ông đã mở rộng giới hạn của hình học và giúp cho hình học đi vào con đường phát triển rộng rãi. Tính chất duy vật chủ nghĩa của các nguyên lý cơ sở của ông, ý của ông muốn làm sáng tỏ nội dung duy vật chủ nghĩa của các khái niệm toán học, muốn vạch rõ sự liên hệ giữa hình học và đặc tính của thế giới hiện thực đã làm cho ông trở thành một trong những nhà tư tưởng ưu tú nhất của thế kỷ XIX.

Dù phát minh ra hình học mới xây dựng dựa trên cơ sở phủ định tiên đề 5 của Euclid của ông không được các nhà toán học đương thời hiểu và chấp nhận nhưng ông vẫn đeo đuổi chân lý tới cùng! Cho đến năm 1840, Gauss mới công nhận sự thành công của phát minh của Lobachevsky và từ đó các nhà toán học trên thế giới gọi hình học của ông là hình học ảo.

Ngày nay hình học Lobachevsky rất thực vì trong những chuyến du hành vũ trụ dài ngày cũng như trong tương lai, việc tính toán phải dựa trên cơ sở không gian Lobatchevsky. Có thể nói, hình học của ông dùng trong không gian rộng lớn còn hình học của Euclid dùng trong không gian nhỏ hẹp. Tuy vậy hai dạng hình học này không mâu thuẫn mà là bổ sung cho nhau.

Toàn bộ sáng tạo của ông được đúc kết trong một số tác phẩm:

- Cơ sở hình học (1830)
- Hình học ảo (1837).
- Cơ sở mới của hình học (1838).
- Khảo cứu mới về lý thuyết đường song song (1840).
- Panego'me'trie.

Nhà nữ toán học tài ba

 ophia Vasilevna Kovalevskaja sinh năm 1850 tại khu phố Xrêten cổ kính của kinh đô Matxcơva, nước Nga. Bà sinh ra và lớn lên trong một gia đình quyền quý. Người cha của bà là một quan chức lớn. Mẹ bà là một phụ nữ có học vấn.

Ngay từ khi còn bé, Kovalevskaja đã bị sức hấp dẫn của toán học lôi cuốn. Người chú của bà, Pyotr Vasilievich Krukovsky, một người rất quan tâm đến toán học, đã nói cho Kovalevskaja về những vấn đề của môn toán.

Năm 11 tuổi, các bức tường trong căn phòng của Kovalevskaja dán đầy những bài giảng về phép tính vi phân và tích phân. Việc nghiên cứu các tờ giấy dán tường là bước đầu tiên mà Kovalevskaja đến với các phép toán.

Tuy vậy, ở Nga thời bấy giờ, do Chính phủ Nga hoàng không cho phép bất kỳ phụ nữ nào vào học ở các trường đại học nên Sophia (tên bà hay sử dụng) cũng khó lòng tiếp tục con đường học vấn mà bà mong muốn. Nhưng dưới sự dẫn dắt của gia sư, thầy giáo Malevich, Kovalevskaja đã chính thức đến với nghiên cứu toán học, bà nói: “Tôi cảm thấy sức lôi cuốn của toán học mãnh liệt đến nỗi tôi bắt đầu sao nhãng các môn học khác”. Cha của Kovalevskaja quyết định chấm dứt các bài học về toán của bà, nhưng bà đã mượn được một bản sao cuốn đại số và đọc vào ban đêm, khi cả nhà đã ngủ. Sau đó, giáo sư Tyrtoev đã tặng gia đình bà một cuốn sách giáo khoa vật lý do ông viết và Kovalevskaja đã thử đọc nó. Cô không hiểu những công thức lượng giác và cố gắng tự mình giải thích chúng. Tyrtoev đã khuyên cha của Kovalevskaja nên khuyến khích bà tiếp tục học toán, nhưng phải mất vài năm sau, ông mới cho phép Kovalevskaja theo học các khóa học riêng. Để theo đuổi con đường nghiên cứu, ngày 15 tháng 9 năm 1868, Sophia phải kết hôn giả với Vladimira Kovalevski tại làng

Palibino, một nhà cổ sinh vật học trẻ tuổi, từ đó, bà mang họ chồng Sophia Vasilevna Kovalevskaia.

Chồng của Kovalevskaia là một người làm nghiên cứu, song không mấy thành công. Nhưng nhờ chồng, Kovalevskaia đã có điều kiện để học tập tiếp. Năm 1869, Kovalevskaia cùng chồng sang Đức, đến Heidelberg học toán học và các môn khoa học tự nhiên, nhưng ở đây, các trường đại học cũng không nhận các nữ sinh. Cuối cùng, bà cũng đã thuyết phục được cho nghe các bài giảng một cách không chính thức. Kovalevskaia đã học rất tốt ở đó ba học kỳ. Với khả năng toán học, bà đã nhanh chóng gây sự chú ý của các thầy giáo.

Năm 1870, hai vợ chồng Kovalevskaia chuyển đến Berlin, nhưng trường Đại học Tổng hợp Berlin cũng không cho phụ nữ vào học. Bà phải mời giáo sư Vaicetorat - một nhà toán học vĩ đại người Đức đến giảng dạy tại nhà. Sự thông minh của Kovalevskaia đã khiến người thầy này rất kinh ngạc. Tuy vậy, trong giới khoa học lúc bấy giờ, bà vẫn chỉ là một người không tên tuổi.

Năm 1873, Kovalevskaia đưa ra công trình nghiên cứu đầu tiên của mình về lý thuyết phương trình vi phân đạo hàm, bổ sung cho công trình của Cauchy trước đây. Từ đó, Kovalevskaia được giới khoa học bắt đầu để ý. Từ đây, “Bài toán Cauchy” - một trong những bài toán cơ bản nhất của lý thuyết phương trình vi phân được gọi tên là “Định lý Cauchy - Kovalevskaia”. Định lý này được đưa vào tất cả các giáo trình cơ bản của môn giải tích toán học. Đây là sự công nhận xứng đáng của giới khoa học đối với Kovalevskaia.

Thành công bước đầu càng thôi thúc Kovalevskaia nghiên cứu khoa học. Năm 1874, bà đã có ba công trình lớn, trong đó có một công trình về thiên văn học: Bổ sung và nhận xét về nghiên cứu hình dáng vành sao Xatueño (Sao Thổ, hành tinh thứ sáu của hệ mặt trời). Công trình này cũng dựa trên cơ sở công trình do Laplace - một nhà thiên văn học người Pháp đã viết trước đó. Kovalevskaia đã nhận được sự giúp đỡ rất lớn của giáo

sư Vaiectorat. Được sự giới thiệu của Vaiectorat, trường Đại học tổng hợp Göttingen đã đồng ý để Kovalevskaja bảo vệ luận án. Bà đã trở thành tiến sĩ triết học của ngành toán tại đây.

Lúc này, tên tuổi của Kovalevskaja đã có chỗ đứng trong giới khoa học châu Âu. Tháng 9 năm 1874, Kovalevskaja cùng chồng trở về Petersburg. Tại đây, họ đã gặp gỡ và làm quen với nhà hóa học nổi tiếng Mendeleev. Những mối quan hệ với các nhà khoa học khác giúp Kovalevskaja tiến bộ nhanh hơn trong con đường nghiên cứu khoa học của mình.

Năm 1878, Kovalevskaja sinh con, nhưng từ năm 1880, bà bắt đầu quay lại với các nghiên cứu toán học của mình. Đối với nước Nga lúc bấy giờ, việc một người phụ nữ làm khoa học là bất bình thường. Với tính cách của Kovalevskaja, các quan chức của Nga hoàng lại càng khó chấp nhận bà. Chính vì điều này mà sự nghiệp của bà không được rộng mở ở Nga. Trong thời gian từ 1875 - 1880, vợ chồng Kovalevskaja phải tạm gác công việc nghiên cứu sang một bên và đi làm biên tập cho tờ báo Thời mới.

Kovalevskaja là một người phụ nữ đa tài. Ngoài việc nghiên cứu khoa học, bà còn làm thơ, viết kịch. Mỗi bước thăng trầm của Kovalevskaja đều được lưu lại trong một bài thơ hoặc một vở kịch của bà. Ngày lấy chồng, bà viết bài thơ “Nàng chẳng hề nuối tiếc”. Khi mối quan hệ vợ chồng không được êm đẹp, bà viết bài thơ “Lời than vãn của đức ông chồng”. Bà cũng có mối quan hệ mật thiết với nhà văn Anna Saclôt Lepphle và có cộng tác viết văn với người này. Năm 1884, bà viết tiểu thuyết “Người theo chủ nghĩa hư vô”. Năm 1887, bà cùng Anna Saclôt viết vở kịch “Cuộc đấu tranh vì hạnh phúc”. Ngay cả lúc cận kề với cái chết, năm 1890, Kovalevskaja vẫn gắng viết cuốn “Hồi ức về tuổi thơ”. Tất cả những tác phẩm văn chương ấy như là một bầu tâm sự lớn của Kovalevskaja. Khi trải qua những nỗi đau trong cuộc sống, bà tìm đến văn chương như tìm đến một người bạn tinh thần.

Cuộc sống gia đình của Kovalevskaja chỉ được êm đẹp lúc đầu bởi bà và người chồng của mình đã sớm có những tư tưởng khác nhau. Trong khi

Kovalevskaja khát khao làm khoa học, khát khao sáng tạo thì chồng của bà lại không đồng tình việc này. Ông cho rằng phụ nữ chỉ nên mặc quần áo lộng lẫy và điếm tô cho sự uyên bác của người chồng. Quan niệm cổ hủ này đã đẩy vợ chồng Kovalevskaja xa nhau. Hơn nữa, trong khi Kovalevskaja đã có được những thành công đáng kể trong khoa học thì chồng bà vẫn chỉ là một nhà nghiên cứu vô danh. Ông khó có thể chấp nhận được đi đầu đó. Đầu năm 1881, vợ chồng Kovalevskaja chia tay nhau, tuy họ cũng đã có với nhau một cô con gái tên là Phupha.

Năm 1880, Kovalevskaja với lòng mong mỏi được tiếp tục làm khoa học đã đến gặp viện sĩ Sêbusev - một nhà toán học lớn của Nga. Viện sĩ đã cử Kovalevskaja đi nghe bài giảng của Vaiecostorat. Ngay sau khi chia tay với chồng, Kovalevskaja cùng con gái sang Berlin để tiếp tục nghiên cứu khoa học.

Tại Đức, Kovalevskaja đã được giáo sư Vaiecostorat đón tiếp một cách nồng nhiệt. Ông lại một lần nữa đưa bà trở về với khoa học. Giáo sư đề nghị nhà bác học người Thụy Điển Mittag Leffler giúp bà làm quen với các nhà bác học Pháp. Khi đến Paris, Kovalevskaja được bầu làm hội viên Hội toán học Paris. Kovalevskaja đã trở lại với con người nghiên cứu khoa học khá thuận lợi bởi sự giúp đỡ của những người bạn cùng giới nghiên cứu.

Tháng 10 năm 1883, bà đến Thụy Điển theo lời mời của giáo sư Mittag Leffler. Đầu năm 1884, bà đã được phong phó giáo sư, rồi giáo sư của Vương quốc Thụy Điển. Trong những năm sống tại đây, Kovalevskaja đã tiến hành nhiều nghiên cứu quan trọng. Bà giảng bài về những vấn đề mới nhất trong giải tích và trở thành Tổng biên tập tạp chí Acta Mathematica. Bà giữ liên lạc với các nhà khoa học của Paris và tham gia vào việc tổ chức các hội nghị quốc tế. Vị trí của bà đã gây được sự chú ý của xã hội. Tài năng của bà thực sự đã được công nhận khi các Từ điển Bách khoa bắt đầu ghi thêm từ mới: “Bà giáo sư Kovalevskaja”.

Chủ đề của giải thưởng Bordin của Viện Hàn lâm khoa học Pháp được công bố năm 1886. Những bài tham dự phải có những đóng góp đáng kể

cho bài toán nghiên cứu vật thể rắn. Kovalevskaja đã tham gia và năm 1886, bà được trao tặng giải Bordin với công trình “Một trường hợp riêng của bài toán về sự quay một vật thể quanh một điểm cố định, nơi tích phân có tác dụng với sự ứng dụng của hàm số siêu elliptic”.

Sự nghiên cứu sâu hơn của Kovalevskaja về đề tài này đã nhận được giải thưởng của Viện Hàn lâm khoa học Thụy Điển vào năm 1889. Ngày 7 tháng 11 năm 1889, Kovalevskaja được bầu làm Viện sĩ thông tấn Viện Hàn lâm Khoa học Petersburg và đã vinh dự trở thành nữ Viện sĩ đầu tiên của viện này.

Kovalevskaja đã cống hiến tám năm cho việc giảng dạy ở trường Đại học Tổng hợp Stockholm. Bà đã viết và giảng dạy 12 giáo trình, đồng thời làm biên tập cho tạp chí toán học Thụy Điển Acta Mathematica. Đây chính là thời kỳ vẻ vang nhất của Kovalevskaja.

Ngày 29 tháng 11 năm 1891, Sophia Vasilevna Kovalevskaja qua đời do một cơn đau tim nặng. Lúc này bà mới 41 tuổi, khi tài năng đang nở rộ. Cả giới khoa học châu Âu tiếc thương nhà khoa học nữ tài năng ấy. Bà là một nhà khoa học tài năng xuất chúng của nước Nga nói riêng và của toàn thế giới nói chung. Kovalevskaja am hiểu rất nhiều lĩnh vực khoa học, từ toán học cho đến thiên văn học, thậm chí cả lĩnh vực tư tưởng, văn học. Con người đa tài ấy đã có một cuộc đời quá ngắn ngủi và cũng không ít bất hạnh, song những gì mà bà đã cống hiến lại vô cùng lớn lao.

Ngày nay, châu Á có một giải thưởng mang tên nhà bác học nữ Kovalevskaja để dành tặng cho những nhà khoa học nữ xuất sắc đương đại. Giải thưởng này một lần nữa tôn vinh người phụ nữ huyền thoại của nước Nga Sophia Vasilevna Kovalevskaja.

Bất đẳng thức Cauchy

Augustin Louis Cauchy (Cô-si) là nhà toán học người Pháp sinh ngày 21 tháng 8 năm 1789 tại Paris, mất ngày 23 tháng 5 năm 1857 cũng tại Paris. Ông vào học trường Bách khoa Paris năm 16 tuổi. Năm 1813, ông từ bỏ nghề kỹ sư để chuyên lo về toán học. Ông dạy toán ở trường Bách khoa và là thành viên viện Hàn lâm Khoa học Pháp.

Ông nhận bằng kỹ sư và rời Paris tới Cherbourg năm 1810. Năm 1813 Lagrange và Laplace đã thuyết phục Cauchy từ bỏ kỹ thuật để cống hiến cho toán học. Ông tới Freiburg Thụy Sĩ một thời gian ngắn sau đó năm 1831 làm việc tại Đại học Turin. Năm 1848, ông đăng bài nghiên cứu của mình ở đại học Bách khoa.

Công trình lớn nhất của ông là lý thuyết hàm số với ẩn số phức tạp. Ông cũng đóng góp rất nhiều trong lĩnh vực toán tích phân và toán vi phân. Ông đã đặt ra những tiêu chuẩn Cauchy để nghiên cứu về sự hội tụ của các dãy trong toán học. Trong đại số, ông đã viết những công trình mở đường về định thức và lý thuyết nhóm.

Ngoài công trình có sức ảnh hưởng của ông trong mỗi phân ngành toán học, ông còn đóng góp cho thiên văn học, quang học, thủy động học và những lĩnh vực khác với gần 800 ấn phẩm có các công trình về lý thuyết sóng, sự đàn hồi, giải tích vi phân... Ông là tác giả cuốn “Giáo trình giải tích toán học” (1821). Ông đã đưa ra khái niệm bất đẳng thức sau được gọi là bất đẳng thức Cauchy.

Bất đẳng thức Cauchy là bất đẳng so sánh giữa trung bình cộng và trung bình nhân của n số thực không âm và được phát biểu như sau:

Trung bình cộng của n số thực không âm luôn lớn hơn hoặc bằng trung bình nhân của chúng, trung bình cộng chỉ bằng trung bình nhân khi và chỉ

khi n số đó bằng nhau.

- Với 2 số:

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$

- Với n số:

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi.

Cauchy là một nhà toán học sâu sắc, phương pháp nghiên cứu của ông rõ ràng và nghiêm ngặt, có ảnh hưởng rất lớn đối với người đương thời và người kế nhiệm ông. Tác phẩm của ông bao gồm toàn bộ phạm vi của toán học và vật lý toán học. Thiên tài của Cauchy được thể hiện trong giải pháp đơn giản của ông về vấn đề Apollonius mà ông phát hiện ra năm 1805. Năm 1816, ông đã có những đóng góp lớn đối với toán học trong các phương pháp mà ông giới thiệu. Đó là lý thuyết số và số lượng phức tạp, lý thuyết nhóm và thay thế, lý thuyết về chức năng, phương trình vi phân.

Nhà toán học lỗi lạc thời cổ Hy Lạp

Euclid là nhà toán học lỗi lạc thời cổ Hy Lạp, sống vào thế kỷ thứ III trước công nguyên, được hoàng đế Ptolemy I mời về làm việc ở Alexandria, một trung tâm khoa học lớn thời cổ trên bờ biển Địa Trung Hải. Theo một giai thoại kể lại, có lần hoàng đế Ptolemy I Soter hỏi Euclid:

- Liệu ta có thể đến với hình học bằng con đường khác ngắn hơn không?

Euclid đáp:

- Tâu bệ hạ, trong hình học không có con đường dành riêng cho vua chúa.

Bằng cách chọn lọc, phân biệt các loại kiến thức hình học đã có, bổ sung, khái quát và sắp xếp chúng lại thành một hệ thống chặt chẽ, dùng các tính chất trước để suy ra tính chất sau, bộ sách Cơ sở đồ sộ của Euclid đã đặt nền móng cho môn hình học cũng như toàn bộ toán học cổ đại.

Bộ sách gồm 13 cuốn: sáu cuốn đầu gồm các kiến thức về hình học phẳng, ba cuốn tiếp theo có nội dung số học được trình bày dưới dạng hình học, cuốn thứ mười gồm các phép dựng hình có liên quan đến đại số, 3 cuốn cuối cùng nói về hình học không gian.

Trong cuốn thứ nhất, Euclid đưa ra 5 định đề

1. Qua hai điểm bất kỳ, luôn luôn vẽ được một đường thẳng.
2. Đường thẳng có thể kéo dài vô hạn.
3. Với tâm bất kỳ và bán kính bất kỳ, luôn luôn vẽ được một đường tròn.
4. Mọi góc vuông đều bằng nhau.
5. Nếu 2 đường thẳng tạo thành với 1 đường thẳng thứ 3 hai góc trong cùng phía có tổng nhỏ hơn 180 độ thì chúng sẽ cắt nhau về phía đó.

Và 5 tiên đề

1. Hai cái cùng bằng cái thứ ba thì bằng nhau.
2. Thêm những cái bằng nhau vào những cái bằng nhau thì được những cái bằng nhau.
3. Bớt đi những cái bằng nhau từ những cái bằng nhau thì được những cái bằng nhau.
4. Trùng nhau thì bằng nhau.
5. Toàn thể lớn hơn một phần.

Với các định đề và tiên đề đó, Euclid đã chứng minh được tất cả các tính chất hình học. Con đường suy diễn hệ thống và chặt chẽ của bộ cơ bản làm cho tập sách được chép tay và truyền đi các nước. Tuy nhiên, các định đề và tiên đề của Euclid còn quá ít, đặc biệt là không có các tiên đề về liên tục, nên trong nhiều chứng minh, ông phải dựa vào trực giác hoặc thừa nhận những điều mà ông không nêu thành tiên đề.

Tiên đề Euclid về đường thẳng song song:

Nếu tổng hai góc trong bằng 180° , thì các đường thẳng là song song và không cắt nhau. Trong hình học, định đề song song hay định đề thứ năm của Euclid do nó là định đề thứ năm trong cơ sở của Euclid, là một tiên đề mà ngày nay gọi là hình học Euclid.

Nội dung tiên đề Euclid: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho. Ngoài ra có thể phát biểu tiên đề dưới các dạng sau:

- Nếu qua điểm M nằm ngoài đường thẳng a có 2 đường thẳng song song với a thì chúng trùng nhau.
- Cho điểm M ở ngoài đường thẳng a. Đường thẳng đi qua M và song song với a là duy nhất.

Nhờ tiên đề Euclid người ta suy ra tính chất sau: Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

1. Hai góc so le trong bằng nhau;
2. Hai góc đồng vị bằng nhau;

3. Và một số tính chất như:

Đường thẳng qua hai điểm A, B

3 điểm A, B, C xác định mặt phẳng

- Ba điểm bất kỳ không thẳng hàng (hay không nằm trên một đường thẳng) xác định một và chỉ duy nhất một mặt phẳng.

- Nếu có ít nhất hai điểm khác nhau của một đường thẳng mà cùng thuộc về một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đó đều thuộc về mặt phẳng đó.

Đường thẳng trên mặt phẳng 2 mặt phẳng giao nhau

- Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng ít nhất còn có một điểm chung nữa.

- Từ một điểm bất kỳ nằm ngoài một đường thẳng, có thể kẻ được một và duy nhất chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó. (Tiên đề song song) Phát biểu khác:

- Nếu hai đường thẳng cắt một đường thẳng thứ ba tạo ra hai góc trong cùng phía có tổng nhỏ hơn hai góc vuông, thì hai đường đó khi kéo dài đủ xa phải cắt nhau về phía ấy.

- Hoặc đơn giản: tổng các góc trong một tam giác bằng 180°

Đường thẳng song song

Hai đường thẳng vuông góc

Như vậy, từ một điểm bất kỳ nằm ngoài một đường thẳng, có thể kẻ được một và duy nhất chỉ một đường thẳng vuông góc với đường thẳng đó.

Trong lịch sử toán học, thường lưu truyền về Euclid? Đó là niềm tin rằng tập tác phẩm “Nguyên tố” của Euclid ghi chép những sự thật rõ ràng và không thể nghi ngờ về vũ trụ. Thực ra, nội dung của tác phẩm này là tổng hợp tri thức toán học của Hy Lạp cổ đại, chứ không phải là những nghiên cứu của riêng Euclid, nhưng Euclid đã có công rất lớn trong việc xây dựng và phát triển những thành quả toán học đó thành một hệ thống với phương pháp luận khoa học.

Từ những sự thật hiển nhiên, Euclid sử dụng những chứng minh chặt chẽ để đạt được những tri thức khách quan và vĩnh cửu. Cho đến giữa thế kỷ XIX, những điều Euclid phát biểu vẫn là bất khả xâm phạm và hầu như tất cả mọi người đều tin vào tính xác thực tuyệt đối của nó. Đây cũng là điểm tựa chính cho triết học siêu hình đi tìm chân lý tiên nghiệm về tự nhiên và vũ trụ.

Biến đổi Legendre

Adrien-Marie Legendre sinh ngày 18 tháng 9 năm 1752, là nhà toán học Pháp có nhiều đóng góp quan trọng vào thống kê, số học, đại số trừu tượng và giải tích.

Đa số các công trình của ông được hoàn thiện bởi những người khác: các công trình của ông về nghiệm của các đa thức đã gợi ý cho lý thuyết Galois; các công trình của Abel về hàm số elliptic được phát triển dựa trên các ý tưởng của Legendre; một số công trình của Gauss trong thống kê và số học đã hoàn thiện các công trình trước đó của Legendre. Ông phát triển phương pháp bình phương tối thiểu, có nhiều ứng dụng trong hải quy tuyến tính, xử lý tín hiệu, thống kê, và khớp đường cong.

Năm 1830 ông đưa ra chứng minh cho định lý cuối của Fermat cho trường hợp lũy thừa $n = 5$, cũng được chứng minh bởi Dirichlet vào năm 1828.

Trong số học, ông phỏng đoán luật bình phương nghịch đảo, sau đó được chứng minh bởi Gauss. Ông cũng có một số công trình tiên phong trong phân bố của số nguyên tố, và các ứng dụng của giải tích vào số học. Phỏng đoán của ông vào năm 1796, định lý số nguyên tố được chứng minh chặt chẽ bởi Hadamard và de la Vallée-Poussin vào năm 1898. Legendre đã có nhiều công trình đáng kể đóng góp vào lý thuyết hàm số elliptic, bao gồm cả sự phân loại các tích phân elliptic, nhưng cần đến thiên tài của Abel để nghiên cứu hàm ngược của các hàm số Jacobi và giải bài toán một cách hoàn toàn.

Ông được biết đến với biến đổi Legendre, được dùng để di chuyển từ hàm Lagrange sang Hamilton dùng trong cơ học cổ điển. Trong nhiệt động học nó cũng được dùng để tính enthalpy và năng lượng Helmholtz và năng

lượng Gibbs từ nội năng.

Ông cũng viết cuốn sách nổi tiếng *Éléments de géométrie* (Các cơ sở của hình học) vào năm 1794.

Ký hiệu Legendre là một khái niệm trong lý thuyết số. Nó được đặt theo tên của Adrien-Marie Legendre và gắn liền với khái niệm thặng dư bậc hai. Ký hiệu Legendre được sử dụng trong tiêu chuẩn Euler do Euler chứng minh.

Trong toán học, các hàm Legendre là các hàm số thỏa mãn phương trình vi phân Legendre. Phương trình vi phân này được đặt tên theo ông, và thường hay gặp trong vật lý học hay các ngành kỹ thuật. Đặc biệt, nó xuất hiện trong việc giải phương trình Laplace trong hệ tọa độ cầu. Nghiệm của phương trình tồn tại khi $|x| < 1$. Tại $x = \pm 1$ giá trị của nghiệm sẽ hữu hạn nếu n là số nguyên không âm, $n = 0, 1, 2, \dots$. Trong trường hợp này, các nghiệm tạo thành dãy đa thức của các đa thức trực giao gọi là đa thức Legendre.

Chuỗi Fourier

Fean Baptiste Joseph Fourier sinh ngày 21 tháng 3 năm 1768, là nhà toán học và nhà vật lý Pháp. Ông được biết đến với việc thiết lập chuỗi Fourier và những ứng dụng trong nhiệt học. Sau đó, biến đổi Fourier cũng được đặt tên để tưởng nhớ tới những đóng góp của ông.

Fourier sinh ra trong một gia đình thợ may ở Auxerre, (Pháp). Năm lên 8 tuổi ông mồ côi cả cha lẫn mẹ và được gửi vào nhà thờ ở Auxerre. Ở đó, Fourier được các tu sĩ dòng Benedict trong tu viện St. Mark dạy dỗ. Sau đó Fourier nhận làm trợ giảng môn toán trong quân đội, nhưng không đủ tư cách vào hội đồng khoa học vì nơi đó chỉ dành cho những người thuộc các gia đình danh giá. Trong một kì thăng nhiệm, Fourier đã thể hiện sự vượt trội của mình và được bổ nhiệm vào École Normale Supérieure năm 1795, ngay sau đó ông đảm nhận một vị trí tại Trường Bách khoa Paris.

Ông là một trong những người nghiên cứu về “chuỗi”. Chuỗi lượng giác được khảo cứu như kết quả một số nghiên cứu về vật lý đồng thời bởi Gauss, Abel và Cauchy. Các chuỗi khai triển cho Sin và Cosin cũng đã được xem xét bởi anh em nhà Bernoulli ngay từ những năm 1701 - 1702, và thậm chí sớm hơn bởi Viete. Ngoài ra, Euler, Larrange và một số người khác cũng tham gia vào hướng nghiên cứu này.

Năm 1807, Fourier đưa ra phương pháp biểu diễn hàm số liên tục bằng tổng của chuỗi lượng giác và sử dụng vào việc giải phương trình truyền nhiệt trong vật thể rắn. Năm 1822, ông cho công bố công trình “Lý thuyết giải tích của nhiệt” và mở ra một thời kỳ mới về ứng dụng toán học trong các khoa học khác.

Thực tế, Euler là người đã đưa ra công thức tính các hệ số trong khai triển, còn Fourier thì phát biểu và có một số cố gắng trong chứng minh

định lý tổng quát. Tuy nhiên, Fourier đã không đặt ra vấn đề hội tụ cho chuỗi của mình, mà chính Cauchy đã nhìn ra vấn đề này và có đưa ra một số kết quả. Poisson cũng đã xem xét vấn đề này nhưng từ một khía cạnh khác. Kết quả của Poisson về sự hội tụ của chuỗi Fourier được Cauchy chỉ ra là thiếu chặt chẽ. Tuy nhiên, chính công trình của Cauchy về vấn đề này cũng được Dirichlet chỉ ra là sai. Vấn đề chỉ được giải quyết một cách cơ bản bằng công trình của Dirichlet, đăng trên tạp chí Crelle vào năm 1829. Với công trình này, nhiều người xem ông là người sáng lập ra “Lý thuyết chuỗi Fourier”. Công trình nêu trên của Dirichlet sau đó được chỉnh sửa và hoàn thiện thêm bởi một học trò của ông là Riemann vào năm 1854. Sau đó, lý thuyết về chuỗi Fourier còn nhận được sự đóng góp của rất nhiều người khác như: Heine, Lipschitz, Schlafli, Dini, Hermite, Halphen, Krause, Byerly và Appell.

Ngày nay, những chuyên gia về xử lý tín hiệu số (trên cả hai lĩnh vực âm thanh và hình ảnh) là những người hiểu hơn ai hết vai trò quan trọng của chuỗi Fourier và phép biến đổi Fourier. Có thể nói rằng hầu hết các thiết bị điện tử liên quan đến hình ảnh và âm thanh mà chúng ta dùng hôm nay đều có chứa con “chip” làm nhiệm vụ chuyển đổi các hệ số Fourier thành hàm số (tín hiệu số), và đôi khi cũng kiêm luôn cả chức năng “khử nhiễu” hay “hiệu chỉnh tín hiệu” dựa trên các phép biến đổi Fourier.

Thần đồng Pascal

Blaise Pascal sinh tại Clermont Ferrand, miền Auvergne nước Pháp, ngày 19 tháng 6 năm 1623. Cha của Pascal, Etienne, là một luật gia tại thành phố Paris, sau đó là chánh án tòa tại Clermont. Khi Pascal lên 3 tuổi, Antoinnette Bégan, vợ Etienne qua đời, để lại cho Etienne ba người con là Gilberte, Blaise và Jacqueline lúc đó đều còn quá nhỏ.

Ngay từ lúc còn bi bô tập nói, Pascal đã tỏ ra là một đứa trẻ có năng khiếu khác thường. Lớn lên, Pascal thường hỏi người lớn những câu hỏi hóc búa và cậu thường trả lời được những câu hỏi người khác khó giải đáp. Điều này khiến ông Etienne tin tưởng rằng con ông là một thiên tài, vì vậy ông quyết định tìm cách giáo dục con. Nguyên tắc của ông là luôn buộc Pascal làm các việc thật khó khăn để con trai ngày càng tiến bộ hơn.

Do mồ côi mẹ từ nhỏ, Pascal sớm biết tự lập. Cha cậu làm giám đốc sở thuế, bận làm trăm công nghìn việc, luôn không có mặt ở nhà nhưng tối đến, cứ sau bữa ăn là Pascal hỏi cha mọi điều thắc mắc trong ngày. Cậu bắt cha kể về thuốc súng, về giông bão lũ lụt, về nam châm, về những thấu kính phóng đại như thế nào.

Một lần, trong bữa ăn, Pascal lấy con dao gỗ vào đĩa sứ. Tiếng “leng keng” kêu lên rất vui tai. Nhưng khi một tay cậu áp vào đĩa, một tay gõ thì tiếng kêu lại bật đi. Trước hiện tượng ấy, Pascal lại rất đỗi ngạc nhiên. Tại sao âm thanh lại “biến” mất? Nó “biến” đi đâu nhỉ? Thế là thí nghiệm được tiến hành với dao ăn và đĩa. Cuối cùng cậu đã viết được một bài luận văn nhỏ, nêu lên những nhận xét bước đầu về sự truyền âm. Năm ấy, Pascal mới 12 tuổi!

Năm 1631, Etienne rời bỏ công việc ông đang làm, dọn nhà lên Paris để có điều kiện chăm sóc cho học vấn của con. Ông tự đảm nhận việc giáo

đục, vì vậy Pascal không có thầy giáo nào khác ngoài người cha thân yêu. Pascal được dạy cách quan sát, suy tưởng và thường học được những kiến thức qua các cuộc đàm luận với cha. Khởi đầu, Etienne quyết định dạy con tiếng Latinh và Hy Lạp. Những lúc rảnh rỗi, Etienne thường kể cho con trai nghe các câu chuyện về khoa học nhưng những chuyện kể của cha không bao giờ làm Pascal thỏa mãn, cậu luôn luôn khao khát những lý lẽ cuối cùng của sự vật.

Vì muốn con chuyên tâm về tiếng Latinh và tiếng Hy Lạp, Etienne cất giấu tất cả các sách về khoa học và toán học. Một hôm, khi bước vào phòng, ông thấy con trai đang loay hoay dùng phấn chứng minh trên nền nhà định luật thứ nhất trong 32 định luật của Euclid. Sau khi nghe con thuật lại cách chứng minh, Etienne chạy ngay sang nhà hàng xóm - Le Pailleur - và bật khóc vì sung sướng.

Etienne chưa từng dạy Pascal học toán bao giờ, hơn nữa, định luật của Euclid là một bài toán rất khó đối với người lớn, không phải dành cho một đứa trẻ 12 tuổi. Pascal đã chứng minh được tổng các góc trong một tam giác bằng hai góc vuông, đúng như Euclid đã từng phát biểu nhưng do chưa từng học hình học, Pascal đã gọi đường tròn là “cái tròn” (un rond), đường thẳng là “cái thước kẻ” (une barre).

Từ sau hôm đó, Pascal mới được cha cho phép đọc các cuốn khái luận của Euclid. Vốn thông minh, Pascal đọc đâu hiểu đó mà không cần một ai giảng giải. Cậu còn giải được nhiều bài toán khó. Việc tự tìm hiểu do thích toán học khiến Pascal chẳng bao lâu trở thành một nhà toán học nổi tiếng.

Thời gian đó, Etienne thường gặp gỡ nhiều nhân vật danh tiếng trong khoa học nên Pascal cũng được tham dự các buổi hội thảo, cậu được làm quen với cha Mersenne - một nhà bác học thời đó, cũng như những nhà khoa học danh tiếng khác, chẳng hạn Desargues, Fermat, Roberval. Tại các buổi họp này, Pascal đã đưa ra nhận xét về tư tưởng, lý luận, phê phán các tác phẩm của các nhà bác học đương thời. Cậu cũng trình bày những điểu do mình phát hiện ra.

Theo phương pháp hình học của Desargues, Pascal đã hoàn thành cuốn “Khảo Sát về thiết diện Côníc” khi chưa tới 16 tuổi. Tác phẩm này bao gồm các công trình của Apollonius, nhưng đã được Pascal tự tìm ra và lại chứng minh bằng một phương pháp luận lý vừa đơn giản hơn, vừa tổng quát hơn. Tác phẩm của Pascal khiến rất nhiều nhà toán học tài ba đương thời phải khâm phục, kể cả cha Mersenne và Descartes, ai cũng phải thừa nhận cuốn sách đó xứng đáng là công trình của một bậc thầy chứ không phải là của một thiếu niên chưa tới 16 tuổi. Nhiều người đã giục Pascal đưa in tác phẩm nhưng do khiêm tốn, cậu đã từ chối vì vậy ngày nay người ta chỉ còn lưu giữ được hai cuốn sách đầu tay của nhà thiên tài toán học Pascal.

Năm 1638, khi chính phủ Pháp ra lệnh giảm bớt lợi tức của tòa Đô chính Paris, một nhóm người đã đứng lên phản đối trong đó có cha của Pascal. Do vậy, Etienne bị tể tướng Richelieu cho người theo dõi và phải trốn về vùng Auvergne. Lúc ấy Pascal mới 15 tuổi và em gái Jacqueline mới 13 tuổi. Giống như anh trai, Jacqueline cũng nổi tiếng thần đồng. Năm 11 tuổi, Jacqueline đã sáng tác được vở kịch thơ 5 hồi và tác phẩm thơ này đã được giới văn nghệ Paris ưa chuộng. Rất nhiều người và ngay cả Corneille đều ưa thích đọc thơ của Jacqueline.

Nhờ tài năng này, Jacqueline được phép đóng kịch trước Richelieu. Richelieu không tiếc lời khen ngợi cô và hỏi thăm về gia cảnh. Nhân lúc đó, Jacqueline liền ngâm một bài thơ xin ân xá cho cha và được Richelieu chấp nhận. Etienne nhờ vậy được phép trở lại Paris và lại được cử giữ chức giám đốc thuế vụ miền Rouen. Nhưng trách nhiệm này khiến Etienne mệt mỏi vì sổ sách kế toán quá nhiều. Để giúp đỡ cha, Pascal đã sáng chế ra một chiếc máy tính mà nguyên tắc của nó còn được áp dụng cho các loại máy tính tối tân hiện nay. Phát minh này khiến tên tuổi Pascal ngày càng nổi tiếng.

Vào các năm trước, gia đình Pascal tuy ngoan đạo nhưng tôn giáo chưa được coi là quan trọng cho tới năm 1646, dòng tu khổ hạnh của Cơ Đốc

giáo đã ảnh hưởng tới vùng Pascal cư ngụ. Đây là nhóm tôn giáo do Cornelis Jansen, một giáo sư thần học gốc Hòa Lan, sống tại Louvain khởi xướng. Niềm tin của giáo phái này khác hẳn với các lời rao giảng của các giáo sĩ dòng tên. Ông Etienne Pascal, do không ưa tôn giáo, nên đã đưa gia đình chuyển lên thành phố Paris. Sau khi ông Etienne qua đời vào năm 1651, cô em gái Jacqueline của Pascal xin vào nhà tu tại Port Royal. Do ảnh hưởng này, Pascal đã để tâm tới tôn giáo cũng như tới các vấn đề thần học.

Cũng vào năm biết tới dòng tu khổ hạnh, Pascal đã thực hiện lại các thí nghiệm của Torricelli và phổ biến những đi đầu khám phá của ông trong tác phẩm “Các thí nghiệm mới liên quan tới khoảng chân không” (1647). Pascal dựa vào thí nghiệm rồi dùng lý luận, đánh đổ các quan niệm cổ xưa của Aristotle về chân không và đưa ra những khám phá mới về áp suất không khí. Pascal đi tới kết luận, càng lên cao, áp suất không khí càng giảm. Để kiểm chứng đi đầu này, Pascal đã nhờ người anh rể là Florin Perier lên núi Puy - de - Dome thực hiện nhiều thí nghiệm cần thiết. Các kết quả của Perier đã xác nhận lời tiên đoán của Pascal. Do khám phá này của Pascal, các nhà khoa học đã chế tạo được các phong vũ biểu và các cao áp kế.

Trong khi nghiên cứu các thí nghiệm của Torricelli, Pascal còn tìm cách tổng quát hóa những quan niệm về chất lỏng. Ông đưa ra nhiều định luật về áp suất của chất lỏng trong tác phẩm “Khảo sát sự cân bằng chất lỏng”. Cuốn sách này được hoàn thành năm 1651 nhưng mãi tới năm 1663 mới được xuất bản và căn cứ vào đó, nhiều nhà khoa học đã coi Pascal là một trong những người sáng lập ra môn Thủy động học.

Sau khi người cha qua đời, Pascal không chuyên tâm nhiều vào việc khảo cứu khoa học. Ông thường giao du với nhiều người, nhất là hầu tước trẻ tuổi De Roannez và hiệp sĩ De Mere. Chính trong thời kỳ này, ông đã chuyên tâm đọc về Epictète và Montaigne. Do quan hệ với De Mere, Pascal đã lưu tâm tới lý thuyết toán học. Ông bắt đầu nghiên cứu phép tính xác suất và năm 1654, đã phổ biến các kết quả qua các bức thư viết cho Fermat

và qua cuốn “Khảo sát về tam giác số học”.

Cũng trong năm 1654, Pascal tới Port Royal thăm em gái Jacqueline sống trong tu viện. Chuyến thăm này khiến Pascal cảm thấy “ghê tởm cực độ các sự giả dối của người đời”. Sự không hài lòng của ông về người đời càng tăng thêm cho tới khi “đêm lửa” xảy đến, làm thay đổi hẳn cuộc sống trước đây của Pascal. Chính vào đêm 23 tháng 11 năm 1654 đó, trong khi đang khảo cứu toán học, Pascal cảm thấy như được đối thoại cùng Thượng đế trong hai tiếng đồng hồ. Pascal thấy mình đã nhận lãnh một chức vụ thiêng liêng, rồi vì quá xúc động, ông nguyện hiến cả đời mình cho Thượng đế và quyết tâm tỏ rõ đức tin nơi đấng chí tôn.

Năm 1655, Antoine Arnauld, nhà thần học của Port Royal bị các nhà thần học Sorbone kết án, nhất là về lối tu khổ hạnh đối với Chúa cứu thế. Có lẽ do chính Arnauld khuyến dụ, Pascal đã viết ra các bức thư Provinciales. Lối hành văn cũng như cách tranh luận của Pascal qua tác phẩm này đã quyến rũ được dân chúng Paris, nhất là trong khoảng thời gian từ tháng giêng năm 1656 tới tháng 4 năm 1657. Khi sống tại Port Royal, Pascal được mời viết cho nhà trường các bài giảng về hình học, có lẽ vì lý do này, Pascal đã viết nên cuốn “Phương pháp chứng minh hình học”.

Thời thơ ấu, Pascal rất yếu, nên khi lớn lên, tình trạng sức khỏe của ông cũng không khá hơn. Năm 1658, Pascal lại bị chứng đau răng hành hạ và vì muốn quên nỗi đau nhức, Pascal quay ra làm toán. Ông nghiên cứu hình học Cycloide, thứ hình học đang được Roberval và các nhà toán học đương thời khảo sát. Pascal đã tìm ra được nhiều tính chất quan trọng nhưng vì muốn chứng tỏ các điểu khám phá của mình có thể giải đáp được nhiều bài toán học búa, Pascal đề nghị một cuộc thách đố với các nhà toán học. Nhiều người đã nhận lời trong đó có Wallis và Laouère, nhưng chỉ có Pascal tìm ra lời giải.

Càng về cuối đời, Pascal càng sống khổ hạnh. Sau khi đưa cháu của ông được cứu khỏi tại Port Royal và được mọi người coi là một sự huyền diệu,

Pascal chuyên tâm đọc sách và kiểm tài liệu để viết nên cuốn sách “Biện hộ cho Thiên Chúa giáo”, tác phẩm được phổ biến sau khi ông qua đời dưới tên “Tư tưởng”.

Tháng 6 năm 1662, Pascal đem căn nhà đang ở tặng cho một gia đình nghèo mắc bệnh đậu mùa. Ông dọn tới ở nhờ người chị gái Gilberte. Tại nơi này, Pascal bị ốm nặng và cơn bệnh đã hành hạ ông trong hai tháng. Pascal qua đời ngày 19 tháng 8 năm đó khi mới 39 tuổi.

Có thể nói, trong lĩnh vực toán học, Pascal đã tạo ra hai lĩnh vực nghiên cứu mới. Ông đã viết một luận án quan trọng về đối tượng của hình học xạ ảnh ở độ tuổi 16. Cùng với Pierre de Fermat, ông đã xây dựng lý thuyết xác suất, đây là công trình có ảnh hưởng lớn tới sự phát triển của kinh tế học hiện đại và các khoa học xã hội.

Để ghi nhớ công lao của Pascal, nước Pháp đã phát hành tem thư, tổ chức các buổi thuyết trình về triết học, toán học của ông. Nhiều phòng triển lãm đã trưng bày các tác phẩm của Pascal cùng chiếc máy tính, phát minh lừng danh của ông.

Nhà bác học lớn của đất nước Xô Viết

A

Andrei Nikolaevich ra đời ngày 25 tháng 4 năm 1903 tại Tambov cách Matxcova 500 km. Mẹ ông đã mất ngay khi sinh ông ra, và cha ông, một nhà thống kê nông học, người trở thành bộ trưởng Nông nghiệp Liên Xô sau Cách mạng tháng Mười cũng qua đời, năm 1979. Mồ côi cả cha lẫn mẹ lúc mới 16 tuổi, ông may mắn được hai người cô đảm đang tạo cơ hội cho đi học.

Kolmogorov bị hấp dẫn bởi môn lịch sử. Ngay năm sau đó, ông đã theo học ngành này tại Đại học Matxcova nhưng đồng thời, ông cũng ghi danh theo các khóa học về toán học và luyện kim ở Học viện Công nghệ Mendeleev. Từ rất trẻ, Kolmogorov đã thể hiện tài năng toán học kiệt xuất. Theo các khóa học của Nikolai Nikolaevich Lusin, ông làm quen với các lý thuyết về đo đạc và tích phân, một môn học đã dẫn ông tới lĩnh vực xác suất, lĩnh vực khiến ông nổi tiếng sau này. Năm 1929, Kolmogorov được công nhận là nhà nghiên cứu của Học viện Toán và Kỹ thuật Matxcova nhờ sự hướng dẫn của người bạn thân Aleksandrov, một nhà khoa học có uy tín thời đó.

Đầu những năm 30, một cuộc đấu tranh gay gắt diễn ra đã phân chia viện Hàn lâm khoa học Liên Xô thành những nhóm đối lập nhau. Nhóm thứ nhất gồm các nhà nghiên cứu trẻ có vị trí trong đảng nhưng lại không có tài năng thực sự. Nhóm thứ hai là những người xuất sắc trong đó có Kolmogorov và Aleksandrov; và cuối cùng là nhóm các viện sĩ già không muốn rời bỏ chiếc ghế của mình, trong đó có cả Lusin. Năm 1936, Ernst Kolman, “lính xung kích” của nhóm thứ nhất tố cáo Lusin như kẻ thù dân tộc khiến ông này có nguy cơ phải vào tù. Stalin đã giải quyết vụ này một

cách khôn khéo: giữ Lusin lại viện Hàn lâm nhưng tìm cách giảm quyền lực của ông để nhắc Kolmogorov cùng Aleksandrov lên nắm quyền lãnh đạo viện. Stalin thu xếp để các nhà khoa học trẻ xuất sắc nhất đất nước được làm việc dưới sự đi đầu khiêu của hai người. Họ không chỉ được tạo điều kiện về vật chất mà còn cả những điều kiện làm việc thuận tiện. Ngay trong điều kiện khó khăn, Kolmogorov vẫn được quyền tra cứu các tài liệu khoa học quốc tế. Thậm chí ông còn được duy trì mối liên lạc với nhà toán học người Pháp Maurice Fréchet.

Cũng trong những năm 30 ở Liên Xô (cũ) có hai trường phái toán học đối lập nhau. Đó là trường phái Saint-Peterburg với hướng đi của Chebyshev và học trò của ông là Markov về ứng dụng xác suất vào kỹ thuật. Trường phái kia gồm những người xung quanh Lusin lại đi theo trường phái Pháp của Emile Borel và Henri Lebesgue. Kolmogorov cho rằng cả hai trường phái đều có thể bổ khuyết cho nhau. Năm 1930, Kolmogorov có một chuyến công cán quan trọng ở châu Âu và tới Gottingen, nơi nhà toán học Đức David Hilbert thành lập một trường toán học. Trước đó, năm 1900, Hilbert đã đưa ra một tiên đề trong cuốn “Grundlagen der Geometrie” (Các nền tảng của hình học). Trở lại Liên Xô, Kolmogorov xuất bản vào năm 1933 bằng tiếng Đức cuốn “Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung” (Các nền tảng của phép tính xác suất). Việc tạo logic cho phép tính logic khiến ông nổi tiếng. Vả lại, môn học này đang gặp thời và lúc đó người ta không dám nghi ngờ gì về tính chính xác của nó. Đúng hay sai thì xác suất vẫn được coi có giá trị “ứng dụng” nhất trong số các môn toán. Thời kỳ 1930 - 1950 được coi là thời kỳ hoàng kim của những lý thuyết này ở Liên Xô trong khi chỉ được coi là các thuật toán chưa đầy đủ ở Pháp (một xu hướng sau được khẳng định thêm bởi nhóm toán học Buorbaki).

Kolmogorov trở thành nhà toán học lớn của đất nước. Bắt đầu từ năm 1935, ông cộng tác với các nhà khoa học khác để chuẩn bị soạn thảo cuốn “Đại Bách khoa toàn thư Xô Viết” nhằm đưa ra các ý tưởng của quan niệm

triết học mới, kiểu như Diderot và D'Alembert đã làm ở Thế kỷ Ánh sáng. Ông được giao viết các mục lớn của phần “Toán học” vào năm 1938, bầu vào Viện Hàn lâm khoa học Xô Viết năm 1939 và nhận giải thưởng Stalin vào năm 1941.

Có thể nói, Andrey Nikolaevich Kolmogorov là nhà toán học Liên Xô có nhiều đóng góp lớn trong lý thuyết xác suất và Tô pô. Ông cũng nghiên cứu về chuyên động hỗn loạn, cơ học cổ điển, và tin học. Tuy nhiên, công trình quan trọng nhất của ông là các đóng góp trong lý thuyết xác suất, các biến ngẫu nhiên, quá trình ngẫu nhiên và đặt chúng lên một nền tảng toán học vững chắc.

Một phương trình quan trọng ông phát triển trong các quá trình ngẫu nhiên gọi là phương trình Chapman- Kolmogorov, tương tự như là phương trình $E = mc^2$ trong vật lý.

Câu nói nổi tiếng của ông: “Lý thuyết xác suất như là một ngành của toán học có thể và nên được phát triển từ các tiên đề trong một cách thức chính xác như là hình học và đại số.”

Kolmogorov đã ứng dụng các công trình về xác suất của mình vào nhiều lĩnh vực, đặc biệt là vào di truyền học, điều khiển học và chuyển động không đều. Ông luôn vẫn tìm cách để bảo vệ sự thật của khoa học khi cần thiết. Nhà sinh vật học và nông học Trofime Denisovitch Lyssenko muốn chứng tỏ ảnh hưởng của môi trường tới vật chất di truyền để tiến theo hướng của chủ nghĩa duy vật biện chứng. Nhưng năm 1940, Kolmogorov đăng một bài viết chỉ trích cách giải thích của một học trò của Lyssenko. Dựa vào các phương pháp thống kê, ông chứng tỏ rằng các thí nghiệm trên đi ngược với các định luật của Mendel, người đã từng khẳng định tính bất biến của vật chất di truyền. Tám năm sau, vào năm 1948, Lyssenko được Stalin ủng hộ đã chống lại các nhà di truyền học theo chủ nghĩa Mendel. Lo sợ số phận của mình sẽ như những người trên, Kolmogorov rút lui bằng cách tự loại bỏ bài viết tranh luận ra khỏi danh sách các công bố của mình.

Tên của ông tỏa sáng trong lịch sử toán học còn nhờ các công trình trong một lĩnh vực khác: chuyển động không đều trong thủy động lực. Ông đã đặt hòn đá tảng cho môn điểu khiển học của phương Tây. Trong những năm cuối đời, Kolmogorov dồn sức lực vào việc cải tổ lại các chương trình dạy toán phổ thông. Không một chút hiềm khích, ông đưa lý thuyết của Bourbaki vào Liên Xô. Sau vài thập kỷ đóng góp sức lực vào những việc cao cả, ông mắc bệnh Parkinson và từ giã cõi đời vào năm 1987. Dem lại vinh quang cho tổ quốc và đứng trong hàng các nhà toán học lớn nhất thế giới.

Không gian Sobolev

ergei Lvovich Sobolev sinh ngày 6 tháng 10 năm 1908 ở Peterburg. Ông là nhà toán học người Nga, nghiên cứu giải tích và phương trình đạo hàm.

Sobolev đã nghiên cứu một số khái niệm bây giờ là cơ sở cho một số lĩnh vực khác nhau của toán học. Ông đã đưa ra khái niệm không gian. Không gian Sobolev có thể được định nghĩa bằng điều kiện tăng dần của biến đổi Fourier; chúng và các định lý nhúng (embedding theorem) là một chủ đề quan trọng trong giải tích hàm.

Trong toán học, không gian Sobolev là một không gian vector của các hàm số trang bị với một chuẩn là tổng của chuẩn L_p của hàm số đó cùng với các đạo hàm cho tới một bậc nào đó. Các đạo hàm được hiểu theo một nghĩa yếu thích hợp để làm không gian trở thành đầy đủ, và do vậy là một không gian Banach. Nó được đặt theo tên của Sergei L. Sobolev. Sự quan trọng của các không gian Sobolev nằm ở sự kiện là nghiệm của các phương trình vi phân thường nằm trong các không gian Sobolev hơn là các không gian thông thường của các hàm số liên tục với các đạo hàm được hiểu theo nghĩa thông thường.

Hàm số tổng quát (sau này được gọi là phân bố), được giới thiệu bởi Sobolev lần đầu tiên vào năm 1935 cho các nghiệm yếu, và được phát triển thêm bởi Laurent Schwartz; họ định nghĩa lại khái niệm đạo hàm. Cả hai phát triển này phát sinh trực tiếp từ các công trình của ông về phương trình đạo hàm riêng. Ông đã đưa ra các tiêu chuẩn để định nghĩa độ trơn của hàm số. Tiêu chuẩn cơ bản nhất có lẽ là tính liên tục. Một khái niệm mạnh hơn của độ trơn là tính khả vi (bởi vì hàm số khả vi thì cũng liên tục) và một khái niệm còn mạnh hơn độ trơn là sự liên tục của đạo hàm của hàm số

(những hàm số này được gọi là $C1$ - xem hàm trơn). Hàm số khả vi đóng vai trò quan trọng trong nhiều lĩnh vực, và đặc biệt trong các phương trình vi phân. Vào thế kỷ XX, người ta thấy rằng không gian $C1$ (hay $C2$, v.v.) không phải là không gian đúng để nghiên cứu phương trình vi phân.

Các không gian Sobolev là sự thay thế của toán học hiện đại cho các không gian cổ điển đó khi đi tìm nghiệm của các phương trình vi phân.

Sobolev tốt nghiệp từ Đại học Leningrad vào 1929. Ông làm việc ở Leningrad từ năm 1932, và tại viện Toán học Steklov tại Moskva từ năm 1934. Ông là người lãnh đạo viện khi viện này được sơ tán về Kazan trong chiến tranh thế giới thứ hai. Ông là giáo sư tại Đại học Quốc gia Moskva từ năm 1935 đến 1957 và là Viện phó của Viện Năng lượng Nguyên tử từ 1943 - 1957.

Năm 1956 Sobolev tham gia trong nhóm các khoa học nhằm thiết lập hệ thống khoa học và giáo dục ở tầm cỡ lớn cho phần phía Đông của Liên Xô. Kết quả Chi nhánh Siberia của viện Hàn lâm khoa học Liên Xô được thành lập. Ông là người thành lập và là Viện trưởng đầu tiên của Viện Toán học ở Novosibirsk, viện này sau mang tên ông. Ông đã đóng một vai trò quan trọng trong việc thành lập và phát triển Đại học Quốc gia Novosibirsk.

Nhà toán học lớn nhất thế kỷ

Kurt Godel sinh ngày 28 tháng 4 năm 1906 tại Tiệp Khắc (nay là cộng hòa Séc). Ông sang Mỹ năm 1940, và trở thành công dân Mỹ năm 1948. Từ năm 1953, ông là giáo sư toán của Đại học Princeton.

Ngoài “Định lý bất toàn”, công bố năm 1931 khi mới 24 tuổi, Godel còn có các công trình quan trọng như: “The Consistency of the Continuum Hypothesis” (1940), “Rotating Universes in General Relativity Theory” (1950).

Theo một nguồn tài liệu, Godel là một người lập dị. Những năm cuối đời, ông rất sợ vi trùng nên luôn lau chùi kỹ bát đĩa khi ăn uống và đi đâu cũng đeo mặt nạ. Ông mất năm 1978 vì không chịu ăn gì cả (chắc do việc sợ có vi trùng!), thọ 72 tuổi.

Có thể nói, Kurt Gödel là nhà toán học và logic học nổi tiếng người Áo, được tờ tạp chí danh tiếng Times bình chọn là nhà toán học lớn nhất thế kỷ XX.

Ông là tác giả của một định lý nổi tiếng trong toán học: “Định lý bất toàn”, một định lý được giới khoa học so sánh với thuyết tương đối của Einstein và nguyên lý bất định của Heisenberg. Định lý này khẳng định, bất kỳ một hệ tiên đề hình thức độc lập nào đủ mạnh để miêu tả số học cũng hàm chứa những mệnh đề không thể khẳng định mà cũng không thể phủ định.

Được chứng minh vào năm 1930 và công bố một năm sau đó, định lý này đã đập tan niềm tin tuyệt đối của các nhà toán học vào sức mạnh của các công cụ hình thức vốn được David Hilbert và các cộng sự công bố nhằm loại bỏ những mâu thuẫn và nghịch lý ra khỏi toán học.

Thiên tài bất hạnh

A

bel sinh ngày 5 tháng 8 năm 1802 tại nhà cha xứ Finnoy bên bờ biển phía Đông Nauey. Cha ông, một phó giám mục rất quan tâm đến con cái và giáo dục các con theo tư tưởng duy lý thời chủ nghĩa ánh sáng của châu Âu lúc bấy giờ.

Năm 1815 Abel vào học trường dòng tại Christiania (tên của Oslo lúc đó), ba năm sau ông đã chứng tỏ tài năng toán học của mình bằng những lời giải xuất chúng những bài toán do Bernt Holmboe đưa ra. Thời gian này, cha ông, một mục sư Tin lành nghèo, qua đời khiến gia đình Abel lâm vào hoàn cảnh cực kì khó khăn; song nhờ một khoản học bổng nhỏ đã giúp Abel vào học trường Đại học hoàng gia Frederick năm 1821.

Năm Abel 18 tuổi, ông học trung học tại thủ đô và đã tìm đến với toán học. Rất nhanh, Abel đã chứng tỏ một tài năng lớn trong lĩnh vực này và sau đó một năm, ông vào đại học. Ngay thời gian này ông đã bắt đầu công việc mà sau này trở thành thành công nổi tiếng của ông, đó là công trình trên phương trình bậc 5. Để tiếp tục học đại học, Abel tới Paris, nơi có một môi trường tốt nhất cho các nhà toán học lúc đó. Chính nơi đây, và cũng chỉ nơi đây ông mới có thể hoàn thiện được học vấn của mình. Tuy nhiên, lứa tuổi 19 được coi là quá trẻ để đi ra nước ngoài. Vì vậy, với học bổng đại học của mình, ông tự học.

Mùa hè 1825, ông được phép của trường đại học sang Pháp. Điều kiện duy nhất để được du học là ông phải qua Göttingen để gặp Gauss, ông hoàng của toán học thời đó. Tuy nhiên, đáng lẽ phải tới Göttingen thì Abel lại đi Berlin. Trong những ngày ngắn ngủi - sự kiện ngẫu nhiên nhất trong cuộc đời của Abel, ông gặp được kỹ sư August Léopold Crelle, một người đam

mê toán học. Nhờ gặp được Crelle, Abel đã dũng cảm thực hiện một dự án nung nấu từ lâu là xuất bản một tạp chí toán học ở Berlin để có thể cạnh tranh với các tạp chí uy tín ở Pháp lúc đó. Số đầu tiên của tạp chí toán học thuần túy và toán ứng dụng được xuất bản đầu năm 1826. Phần lớn những gì mà Abel viết ra đã được xuất bản trên những trang báo này. Công trình đầu tiên đáng chú ý của Abel là căn thức của phương trình bậc 5. Công trình này lần đầu được xuất bản năm 1824 dưới một dạng rất khó hiểu, sau đó năm 1826 được viết đầy đủ hơn trong Tạp chí Crelle. Bài toán này về sau được Évariste Galois chứng minh lại và bổ sung rất nhiều.

Abel tới Paris tháng 2 năm 1826 (có tài liệu nói Abel lên đường tới Paris tháng 3 năm 1826 nhưng ông còn lưu lại ở nhiều nơi, phải đến mùa hè năm 1826 Abel mới đến Paris). Cuốn tiểu luận được ông trình lên Viện Hàn lâm và ông phải trải qua 3 tháng lang thang khắp thành phố. Có rất ít tư liệu ghi chép về thời kỳ ở Pháp này của Abel.

Tại Paris, Abel không dự các buổi giảng của Cauchy ở trường Bách khoa hoặc ở Sorbonne. Ngược lại, ông giành nhiều thời gian cho các buổi gặp gỡ và người ta thấy sự táo bạo trong các ghi chép của ông: Legendre là một “người lịch sự một cách khác thường nhưng tiếc là ông ta đã quá già”. (Lúc này Legendre đã 74 tuổi) còn Poisson thì “có một cái bụng hơi phệ và đáng đi bệ vệ”. Cũng như vậy đối với Fourier, thư ký viện Hàn lâm. Về Cauchy, người được Abel xem như một nhà toán học lớn nhất Paris, Abel viết: “Cauchy là một con chiên rất sùng đạo, đi đâu này đối với một nhà toán học có vẻ gì đó rất bất bình thường”.

Sau lễ Noel ở Paris, nghèo khổ và thất vọng, Abel trở về nhà. Trong một lần khám bệnh do bị ho và sốt, bác sĩ thông báo: Abel bị lao phổi... Trên đường trở về Abel ghé qua Berlin. Crelle đề nghị Abel làm biên tập viên trong tạp chí của ông nhưng Abel không chấp nhận.

Chuyến đi của Abel tới Paris đã thất bại. Không có gì được công bố ở Paris, Abel đã không đến gặp Gauss vĩ đại. Những bài báo của ông được in trên một tạp chí ở Berlin nhưng đáng tiếc, đây là một tờ báo chưa có tên

tuổi. Trường đại học đã đóng cửa trước mặt Abel. Không nghề nghiệp, không thu nhập nhưng Abel đã dành hết thời gian của mình để dịch các bài báo sang tiếng Pháp. Abel làm việc cật lực trong những cơn sốt xen kẽ những lúc nằm bẹp trên giường.

Tháng 12 năm 1828, ông rời thủ đô và đi tìm người vợ chưa cưới lúc này đang làm quản gia tại một làng nhỏ hẻo lánh. Buổi khiêu vũ ngày Noel đã trở thành định mệnh với ông. Sau khi nóng người bởi điệu nhảy vui nhộn, ông tới ban công ng ồi hóng mát. Ngày hôm sau, ông bắt đầu ho ra máu. Trong 12 tuần lễ nằm liệt giường, những lúc thấy khỏe đôi chút, ông cố gắng viết được khoảng hai, ba trang giới thiệu về cuốn tiểu luận của ông ở Paris.

Bệnh của Abel ngày càng trầm trọng. Theo các nhân chứng, ông ra đi rất nhanh, không trăng trối lại đi ều gì. Đó là ngày 6 tháng 4 năm 1829.

Sau đó, ngày 8 tháng 4, Legendre viết thư thông báo cuốn tiểu luận Paris của Abel đã được tìm thấy. Cùng lúc đó, ở Berlin, Crelle đã viết thư cho Abel, thông báo tìm được một công việc cho ông. “Chắc chắn từ bây giờ ngài có thể đảm bảo được tương lai của mình. Ngài sẽ làm việc cùng chúng tôi và cuộc sống sẽ được ổn định”. Bức thư kết thúc bằng câu: “Đây là một đất nước có khí hậu phù hợp với ngài. Tại đây, ngài sẽ tiếp cận với khoa học và tình bạn thực sự, với những người đánh giá cao và yêu mến ngài”.

Tin về cái chết của Abel, đã gây ra những phản ứng rất mạnh mẽ. Viện Hàn lâm Khoa học Paris đã trao giải thưởng 1830 cho toàn bộ các công trình của ông và nhà toán học người Đức Carl Jacobi, người có các công trình với các chủ đề tương tự. Rất nhiều người trong đó có Legendre, Poisson, Lacroix và Maurice đã gửi đề nghị tới nhà vua Na uy và Thụy Điển Karl Johan cũng như viên tướng người Pháp Jean-Baptiste Bernadotte để yêu cầu cho phép công bố các công trình và các bản viết tay của Abel. Nhờ vậy, các công trình của ông đã được xuất bản bằng tiếng Na uy và tiếng Đức, sau đó được dịch sang tiếng Pháp. Abel nhanh chóng có một vị

trí “ngôi sao” trong làng khoa học quốc tế.

Tiếp đó, Francois Raspail đã đưa ra Quốc hội vấn đề về số phận bi thảm của Niels Henrik Abel. Nhà toán học người Na Uy này, chết ở tuổi 26 đã trở thành hình mẫu của một nhà khoa học trẻ không được những người đi trước thừa nhận khi còn sống. Tên của Abel vẫn tiếp tục được nhắc tới với công trình của ông, kể cả sau khi ông qua đời. Khi gửi một tiểu luận lên Viện Hàn lâm khoa học Paris năm 1826 (cuốn tiểu luận này đúng ra là một cuốn h ồi ký, mang tên “H ồi ký về các tính chất tổng quát của một lớp rất rộng các hàm siêu việt”), ông không biết rằng nó sẽ được đón chào như thế nào vào thời điểm công bố một năm sau khi ông mất. Người ta cũng không biết rằng phần thiếu của cuốn tiểu luận trên giờ vẫn là một đi ều huyền bí.

Tất cả bắt đầu bằng một sự lãng quên. Cauchy, một trong hai viện sĩ Hàn lâm được giao trách nhiệm đánh giá cuốn tiểu luận của Abel đã để quên tiểu luận này trong ngăn kéo. Khi người đánh giá thứ hai, L Legendre đọc được nội dung tiểu luận này vào thời điểm hai năm rưỡi sau đó, ông đã thừa nhận ngay lập tức dấu ấn của một nhà toán học lớn. Với một tầm nhìn rất rộng, Abel đã táo bạo đi từ các hàm elip cho tới lý thuyết các hàm đại số. Đồng thời ông cũng mở ra viễn cảnh lúc đó còn rất xa lạ trên mối quan hệ kết nối đại số, giải tích và hình học. Một tài năng lớn được phát hiện nhưng đáng tiếc lúc đó ông vừa mới qua đời.

Ngay từ năm 1830, viện Hàn lâm đã có ý định xuất bản cuốn tiểu luận này. Nhưng cũng vào năm đó, Fourier, thư kí viện Hàn lâm qua đời. Chính vì vậy, dự định xuất bản cuốn sách bị gác lại. Sau đó viện đã giao cho Cauchy và L Legendre xem xét. Sau cuộc cách mạng tháng 7, Cauchy do không chấp nhận việc từ bỏ lòng trung thành với Louis Philippe đã buộc phải đi tị nạn. L Legendre về phần mình cũng mất tích năm 1833. Bản viết tay của cuốn tiểu luận bị lẫn trong số các tư liệu của viện Hàn lâm và năm 1839, cuốn tiểu luận đã không nằm trong số toàn bộ các công trình của Abel được công bố lần đầu tiên.

Cuối cùng, năm 1841 nó đã xuất hiện trở lại trong tạp chí “Tưởng niệm

các nhà khoa học nước ngoài” nhờ Libri, một giáo sư gốc Ý ở Paris, người đã được giao việc xuất bản các tác phẩm của Abel và sửa các lỗi trong đó. Libri đam mê Abel đến mức xuất bản cả tiểu sử của nhà toán học trẻ tuổi này vào năm 1834.

Tuy nhiên, chính Libri cũng là người chịu trách nhiệm về việc đánh mất một lần nữa bản thảo cuốn tiểu luận này. Lần này thời gian biến mất của nó còn lâu hơn cả lần trước đó. Trong khi chuẩn bị tái bản lần thứ hai với các công trình đầy đủ hơn của Abel, người ta lại không tìm thấy bản thảo của cuốn tiểu luận thần bí. Là người đọc rất nhiều sách, Libri được giao nhiệm vụ liệt kê danh sách những bản thảo hiếm lưu lạc trong các thư viện của các tỉnh, các lâu đài, các nhà thờ và các trường học. Nhưng có những tin đồn ông ta đã đánh cắp và biến thủ các bản viết tay này. Libri là nhà sưu tập lớn các bản thảo viết tay quý hiếm đồng thời cũng là “doanh nhân” mua đi bán lại nhiều tài liệu trong cả châu Âu. Ít lâu sau cuộc cách mạng tháng 2 năm 1848, nhất cử nhất động của ông ta đều bị theo dõi vì người ta nghi ngờ ông ta đã “lấy” những hồ sơ lưu trữ nằm ở viện Hàn lâm. Libri đã trốn sang Anh tị nạn và bị kết án 10 năm tù vắng mặt. Từ Anh, ông ta tiếp tục sống bằng việc bán các bản thảo trong đó có cả những bản thảo trước thế kỷ XIII. Ông trở lại Florence, thành phố quê hương của ông mang theo hơn hai tấn giấy nhưng cái chết đã không để ông kịp sắp xếp lại chúng. Bộ sưu tập của ông ta do đó bị thất tán tứ tung.

Chính vì thế mà “Cuốn tiểu luận Paris” đã lưu lạc tới thư viện Moreniana ở thành phố Florence. Nó được nhà toán học Na Uy Viggo Brun phát hiện năm 1952 nhưng đáng tiếc là bản thảo bị mất 8 trang. Năm 2001, 4 trang bị mất được công bố và việc tìm kiếm 4 trang còn lại vẫn đang tiếp tục...

Trong những năm tháng ngắn ngủi của cuộc đời mình, Abel có nhiều nghiên cứu xuất chúng về lý thuyết hàm số: hàm số elliptic, hàm số hyperelliptic, và một lớp mới bây giờ được biết đến như là hàm số abelian. Dưới sự dẫn giải của ông, những đi đầu khó hiểu trong giải thích đã sáng tỏ

dần, nhiều ngành mới được mở ra và sự nghiên cứu các hàm số ngày càng phát triển, cung cấp cho các nhà toán học nhiều công cụ để đẩy mạnh sự tiến triển của ngành. Các công trình của ông, phần lớn xuất hiện lần đầu tiên trong Tạp chí của Crelle, được Holmboe biên khảo lại và được xuất bản vào năm 1839 do nhà nước Na Uy đứng ra chịu trách nhiệm, tiếp đó là một bản hoàn hảo hơn do Ludwig Sylow và Sophus Lie biên khảo, được xuất bản năm 1881. Tính từ “abelian”, xuất phát từ tên ông, đã trở nên thông dụng trong các bài báo và sách toán đến nỗi người ta thường viết bằng chữ “a” thường (xem nhóm abelian và abelian category; xem thêm abelian variety và phép biến đổi Abel).

Để ghi nhớ công lao của Abel, ngày 5 tháng 6 năm 2002, bốn tem Na Uy được phát hành để kỷ niệm 200 năm ngày sinh của ông. Có một bức tượng của Abel ở Oslo. Hố Abel trên Mặt trăng được đặt theo tên ông. Vào năm 2002, giải Abel đã được thiết lập để vinh danh ông.

Nhà giải tích và hình học nổi tiếng thế kỷ XX

Louis Nirenberg sinh ngày 25/2/1925 tại Hamilton, tỉnh Ontario, Canada. Ông nhận bằng cử nhân của Đại học McGill tại Canada rồi tới Đại học New York của Mỹ để lấy bằng thạc sĩ năm 1947 và tiến sĩ năm 1949. Sau đó Nirenberg làm việc tại Đại học New York và là một trong những người sáng lập Viện Toán học Courant. Sau khi dành toàn bộ sự nghiệp nghiên cứu toán học tại viện nghiên cứu Courant, ông nghỉ hưu năm 1999 song vẫn giữ chức giáo sư danh dự của viện.

Giới toán học quốc tế coi Nirenberg là một trong những nhà giải tích và hình học nổi bật nhất trong thế kỷ XX. Những công trình của ông có ảnh hưởng lớn tới sự phát triển của nhiều lĩnh vực trong toán học và các ứng dụng của chúng.

Ông từng đoạt nhiều giải thưởng cao quý, như giải thưởng Bôcher của Hiệp hội Toán học Mỹ (1959), giải Jeffrey-Williams của Hiệp hội Toán học Canada (1987), giải thành tựu trọn đời của Hiệp hội Toán học Mỹ (1994). Năm 1982 ông là người đầu tiên nhận giải thưởng Crafoord của Viện Khoa học hoàng gia Thụy Điển. Năm 1995 Nirenberg nhận huy chương Khoa học quốc gia - giải thưởng cao quý nhất tại Mỹ dành cho những cá nhân có đóng góp to lớn cho khoa học.

Ngoài những công trình nghiên cứu để đời, Nirenberg còn nổi tiếng với những bài giảng hay và phong cách viết dễ hiểu. Dự án Bảng phả hệ các nhà toán học (Mathematics Genealogy Project) cho biết, ông đã công bố hơn 185 nghiên cứu và hướng dẫn 245 nghiên cứu sinh tiến sĩ. Theo MathSciNet, trong suốt 10 năm qua, cứ mỗi năm Nirenberg có ít nhất hai công trình khoa học trong số 15 công trình quan trọng nhất thế giới.

Huy chương Chern là giải thưởng mới nhất của Hiệp hội Toán học Quốc tế và chỉ dành cho một nhà toán học có những cống hiến to lớn trong suốt cuộc đời. Nó được lập ra để tưởng nhớ nhà toán học lừng danh Shiing-Shen Chern (Trần Tinh Thân, sinh năm 1911 - mất năm 2004), một công dân Trung Quốc.

Huy chương Chern được trao kèm với số tiền thưởng 500.000 USD. Theo Liên đoàn toán học quốc tế (IMU), đây sẽ là phần thưởng cao quý nhất trong lĩnh vực toán học. IMU đưa ra một quy định bắt buộc là một nửa số tiền thưởng sẽ được quyên góp cho một số tổ chức để hỗ trợ hoạt động nghiên cứu, giảng dạy và những hoạt động khác nhằm quảng bá toán học. Những tổ chức được nhận tiền sẽ do người nhận huy chương lựa chọn. Ủy ban giải thưởng của IMU và Quỹ Huy chương Chern sẽ chọn lựa người đoạt giải.

Louis Nirenberg, giáo sư danh dự của Viện Toán học Courant thuộc Đại học New York, Mỹ là người đầu tiên được nhận huy chương Chern, của Hiệp hội Toán học Quốc tế và Quỹ Huy chương Chern. Ông được nhận giải này khi đã 85 tuổi vì những đóng góp căn bản đối với các phương trình vi phân, đặc biệt là phần phi tuyến tính áp dụng trong hình học cũng như giải tích phức.

Nhà toán học tài ba thời trung cổ

Leonardo Fibonacci chào đời khoảng năm 1170. Ông còn được biết đến với tên Leonardo Pisano, Leonardo Bonacci, Leonardo Fibonacci, hay, phổ biến nhất là Fibonacci.

Leonardo sinh ra ở Pisa. Mẹ của Leonardo, Alessandra, mất khi ông được chín tuổi. Cha ông, Guglielmo, có biệt danh Bonaccio (“hiền hậu” hoặc “đơn giản”) làm giám đốc một cơ sở thương mại (theo một số người ông làm cố vấn cho Pisa) ở Bugia, một hải cảng ở phía đông Algiers thuộc vương quốc Hồi giáo Almohad ở Bắc Phi (giờ là Bejaia, Algeria). Khi còn là một cậu bé, Leonardo đã đi đến đó để giúp cha mình. Đây là nơi ông đã học hệ ký số Hindu-Ả Rập.

Công việc của cha ông đã tạo sự thích thú cho ông về môn số học và nhờ những chuyến đi dài ngày sang Ai Cập, Sicily, Hy Lạp và Siri đã giúp cho ông có cơ hội tiếp xúc với toán học Ai Cập và toán học Phương Đông. Ông bị thu hút bởi tính thực tiễn cao của nền toán học Ấn Độ - Ả Rập. Năm 1202, Fibonacci đã công bố công trình nổi tiếng của mình là “Liber abaci.”

“Liber abaci” viết về số học và đại số sơ cấp. Cuốn sách minh họa rất nhiều và bên vực mạnh mẽ các ký hiệu của Ấn Độ - Ả Rập. Nhận thấy số học với chữ số Hindu đơn giản hơn và hiệu quả hơn chữ số La Mã, Fibonacci đã đi du lịch khắp thế giới Địa Trung Hải để học theo những nhà toán học hàng đầu Ả Rập vào thời đó. Leonardo trở về sau chuyến du lịch vào khoảng năm 1200. Vào năm 1202, khi ở tuổi 32, ông đã phát hành những gì ông học trong Liber Abaci (Sách tính), và từ đó đã giới thiệu chữ số Hindu - Ả Rập cho châu Âu.

Trong 15 chương của công trình này, ông đã giải thích cách đọc và cách

viết các chữ số mới, các phương pháp tính toán căn bậc hai và bậc ba, việc giải các phương trình bậc nhất, bậc hai bằng đại số. Tuy nhiên, các nghiệm âm và ảo chưa được biết tới đâu ông đưa ra những ứng dụng trong việc trao đổi, góp vốn, giải các bài toán hợp thành và hình học đo lường.

Công trình của ông gồm cả một sưu tập lớn các bài toán xem như kho tàng cho các tác giả về sau trong nhiều thế kỷ. Một bài toán đưa đến dãy Fibonacci nổi tiếng: 1, 1, 2, 3, 5,..., x , y , $x+y$,... Vào năm 1225, Fibonacci đã viết “Liber quadratorum”, một công trình xuất sắc và độc đáo về tính bất định khiến ông trở thành nhà toán học nổi tiếng trong lĩnh vực này cùng với Diofantos và Fermat.

Tài năng của Fibonacci được Hoàng đế Frederick II chú ý và ông đã được triệu về để dự một cuộc tranh tài về toán học. Ba bài toán được John ở Palermo đặt ra. Bài toán đầu tiên là tìm một số hữu tỉ x sao cho x^2+5 và x^2-5 đều là những số bình phương của các số hữu tỉ. Fibonacci đã giải và đưa ra đáp số đúng là $41/12$.

Có thể nói, ông là nhà toán học người Ý, được đánh giá là “nhà toán học tài ba nhất thời Trung cổ”. Fibonacci nổi tiếng nhất trong thế giới hiện đại vì có công lan truyền hệ ký số Hindu - Ả Rập ở châu Âu, chủ yếu thông qua việc xuất bản đầu thế kỷ XIII trong cuốn sách tính toán của ông. Dãy số hiện đại mang tên ông, số Fibobacci, tuy ông không phải là người khám phá nhưng đã dùng nó làm ví dụ trong cuốn Liber Abaci. Các tác phẩm chính của ông là:

- Liber Abaci (1202), một cuốn sách về tính toán.
- Practica Geometriae (1220), một bản trích yếu về hình học và lượng giác.
- Flos (1225), các phép giải bài toán do Johannes của Palermo đưa ra.
- Liber quadratorum, (“Sách Hình vuông”) về phương trình Diophantine, dành tặng cho Hoàng đế Frederick II.
- Di minor guisa (về số học thương mại; thất truyền).
- Bình luận về cuốn X của Các nguyên tố Euclid (thất truyền).

Để ghi nhớ công ơn ông, tượng Fibonacci đã được dựng lên ở Pisa vào thế kỷ XIX, nay là hành lang của nghĩa trang lịch sử Camposanto ở Piazza dei Miracoli.

Ông tổ của hình học xạ ảnh

irard Desargues sinh ngày 21/2/1591 tại Lyon (Pháp) trong một gia đình giàu có, có những người làm luật sư, thẩm phán ở pháp viện tối cao Paris cũng như Lyon - thành phố trọng yếu thứ hai của Pháp.

Desargues đã vài lần đến Paris trong nhiều ngày khi đi kiện để đòi lại một khoản nợ khổng lồ. Tuy nhiên, ngay cả khi không đòi được, gia đình ông vẫn sở hữu mấy căn nhà lớn ở Lyon, một trang viên gần thị trấn ở Vourles, một lâu đài nhỏ với những vườn nho tốt nhất bao quanh.

Desargues thật sự có nhiều thuận lợi trong việc học tập. Ông có thể mua bất kỳ cuốn sách nào ông muốn, và có thời gian, đi đâu kiện để theo đuổi những gì ông thích, kể cả thiết kế cầu thang xoắn ốc một cách tỉ mỉ, khéo léo hay chế ra một dạng máy bơm mới...

Với Desargues, niềm đam mê lớn nhất của ông là hình học. Ông là người đặt nền móng cho một môn hình học mới mà nay gọi là “Hình học xạ ảnh” hay “Hình học hiện đại”.

Ông thực sự là một nhà toán học tài ba. Tuy nhiên, lối toán học của ông không hề dễ hiểu.

Thời gian ở Paris, Desargues tham gia nhóm toán học của Marin Mersenne. Nhóm này có cả Rene Descartes, Etienne Pascal và Blaise Pascal - con trai Etienne. Họ là những người ủng hộ cho công việc nghiên cứu của Desargues. Một số công trình nghiên cứu của Desargues về sau được Abraham Bosse phát triển theo nhiều dạng. Tương truyền, Abraham là một người thợ chạm, nhưng cũng có thể là một giáo viên dạy vẽ phối cảnh.

Desargues viết dựa trên các vấn đề thực tế như nghệ thuật vẽ phối cảnh, chạm đá phục vụ cho xây nhà và đồng hồ mặt trời. Tuy nhiên, bản viết của ông có nội dung dày đặc và mang tính lý thuyết đối với việc giải quyết

những vấn đề có liên quan. Ông không dùng quá nhiều lời và không giải thích về cơ bản từng bước trong đề tài chủ yếu viết cho các thợ thủ công.

Tác phẩm quan trọng nhất của Desargues là sáng tạo dạng hình học mới có tựa đề “Bản thảo sơ lược cho một tiểu luận gồm những kết quả về các mặt phẳng tiết diện của hình nón”. Rất ít bản được in ở Paris năm 1639. Cho đến nay mới chỉ tìm lại được một bản vào năm 1951. Công việc của Desargues chỉ được biết thông qua bản thảo của Philippe de la Hire.

Đây là cuốn sách ngắn nhưng đầy chữ. Nó bắt đầu bằng những đường thẳng và những điểm thẳng hàng, xem xét mối quan hệ giữa 6 điểm, nghiên cứu một cách chặt chẽ các trường hợp có liên quan đến khoảng cách vô hạn, và sau đó chuyển về các đường conic, chỉ ra rằng chúng có thể nghiên cứu trên những gì bất biến qua phép chiếu và một lý thuyết hợp nhất về các đường conic.

Mặc dù không trực tiếp tham khảo các định lý hay thuật ngữ của những nhà toán học Hy Lạp cổ đại, Desargues cũng nhận ra các vấn đề được đề cập trong công trình của các nhà hình học cổ (Apollonius, Pappus). Cách Desargues giải thích có khác, có thể do cách ông nhận ra vấn đề chịu ảnh hưởng sâu sắc của thực tế, đặc biệt là nghiên cứu về nghệ thuật vẽ phối cảnh (một dạng của phép chiếu hình nón). Dường như từ nghiên cứu về nghệ thuật vẽ phối cảnh và các vấn đề có liên quan, ý tưởng mới của Desargues mới nảy sinh. Về sau, từ hình học họa pháp, một kỹ thuật có nhiều điểm giống với vẽ phối cảnh, hình học xạ ảnh được xây dựng hoàn chỉnh bởi những học trò của Gaspard Monge.

Nói về Desargues, không thể không nhắc đến định lý nổi tiếng của ông là nhà toán học Pháp, kỹ sư quân giới - ông đã đặt nền cơ sở cho môn hình họa. Hai bài toán nói về trường hợp riêng của định lý Desargues, là một trong những định lý cơ bản của hình học xạ ảnh. Định lý Desargues như sau: “Nếu trong 2 tam giác giao điểm của những cặp cạnh tương ứng thẳng hàng thì các đường thẳng nối các điểm tương ứng đồng quy”.

Tư tưởng Desargues sau này được phát triển vào đầu thế kỷ XIX trong

các công trình của nhà toán học Pháp Mongia và Ponxen, nhà toán học Đức Steiner...

Người xây dựng lý thuyết nhóm

Evariste Galois sinh ngày 25 tháng 10 năm 1811 tại Bourg la Reine, trong một gia đình lễ giáo. Cha ông - Nicholas Gabriel Galois, là hiệu trưởng trường trung học và từng là thị trưởng của Paris. Mẹ ông, Adélaïde Marie Demante, là người đã dạy dỗ Galois khi ông còn bé cho đến lúc 12 tuổi.

Năm 1823, Galois đến học nội trú tại trường Collège royal (sau này là trường Louis-le-Grand). Ông bị lưu ban trong năm học 1826 - 1827 vì học yếu về môn hùng biện. Xung quanh chuyện học hành của Galois có rất nhiều giai thoại. Có chuyện kể, năm 12 tuổi, Galois được mẹ đưa vào học trường Louis de Grand, một trường học nổi tiếng nhất nước Pháp thời bấy giờ, nhưng chỉ một thời gian ngắn sau đó ông đã bị đuổi khỏi trường do không chịu... hát thánh ca. Năm 15 tuổi ông say sưa với toán học, đọc sách toán đến đâu ông hiểu đến đó. Tuy thông minh như vậy nhưng Galois luôn bị chê là không nghiêm túc và tự phụ...

Tháng 2 năm 1827, ông được vào học lớp toán với M. Vernier và từ đó toán học trở thành môn học thực sự hấp dẫn Galois. Ông đã tìm hiểu nhiều tác phẩm về bộ môn này như là “Hình học sơ cấp” của Adrien-Marie Legendre “Luận về giải các phương trình” của Joseph Louis Lagrange và các tác phẩm khác của những nhà toán học lừng danh như là Leonhard Euler, Carl Friedrich Gauss và Charles Gustave Jacob Jacobi.

Năm 1828, Galois thi rớt trường Bách khoa, một trường kỹ thuật nổi tiếng nhất ở Paris. Trở về, ông ghi tên học lớp chuyên toán trường Louis le Grand do Louis Richard giảng dạy.

Giữa năm 1828, ông trình bày một số tiểu luận về phương pháp giải phương trình đại số trước viện Hàn lâm khoa học Pháp. Tháng 7 năm 1828,

một biến cố đã ảnh hưởng nghiêm trọng đến cuộc đời hoạt động về sau của Galois, đó là cha ông, Nicholas Gabriel Galois, đã tự sát vì một lá thư nặc danh của một cha cố thuộc dòng tên. Từ đó, Galois trở thành người có tâm lý cực đoan và nỗ lực tham gia các hoạt động chính trị theo nhóm Cộng hòa (cấp tiến).

Một thời gian sau, Galois lại thi trượt vào trường Bách khoa lần thứ hai, trước sự ngạc nhiên của vị giáo sư dạy ông. Người ta truyền tụng rằng, lý do Galois bị đánh rớt là vì ông đã ném miếng giẻ vào đầu một vị giám khảo khi vị giám khảo này đã hỏi một câu mà ông cho là ngớ ngẩn và ngu xuẩn về lượng giác.

Ngày 1 tháng 4 năm 1829, những công trình đầu tiên của Galois viết về đề tài liên phân số được đăng trên Niên giám toán học. Sau đó, Galois bỏ dở nhiều môn học để tập trung nghiên cứu các tác phẩm về hình học của Legendre và nhiều tiểu luận của Lagrange.

Tuy Galois là một thiên tài toán học nhưng các đánh giá về ông rất không chính xác. Khi theo học tại trường Sư phạm, thầy dạy toán của Galois đã đánh giá ông như sau: “Người học trò này đôi khi diễn tả ý tưởng không sáng sủa, nhưng thông minh và tỏ ra một trí óc tổng hợp lỗi lạc”. Còn thầy giáo vật lý Péclet thì đánh giá Galois một cách mỉa mai: “Anh ta tuyệt đối không biết gì hết. Tôi nghe nói anh ta có khả năng toán học; tôi hoàn toàn ngạc nhiên về điểm này. Khi chấm bài thi của anh ta, tôi thấy dường như anh ta chẳng có lấy một tí hơi hướng thông minh nào hết hay là trí khôn của anh ta đã được giấu quá kỹ đến nỗi tôi không có cách gì tìm ra nó!”.

Có thể nói, cuộc đời của Galois thực sự thiếu may mắn, chẳng những nhiều công trình của ông bị bỏ xó mà có trường hợp, chúng hoàn toàn bị cất không đúng chỗ. Khi Galois giao cho Augustin Louis Cauchy tài liệu chứa đựng những kết quả tối quan trọng (mà Galois không lưu lại bản sao), thì Cauchy lại đánh mất nó. Một bản luận văn khác của ông được đệ trình cho giải thưởng lớn về toán học của viện Hàn lâm, chính Joseph Fourier tự

tay lấy bản văn đó về nhà nhưng lại qua đời một thời gian ngắn sau đó tài liệu này cũng bị thất lạc.

Theo ý kiến của Galois, sự mất mát này không thể là tình cờ, ông cho rằng có thể Fourier đã hoặc không hiểu nổi nội dung văn bản hay đã cố tình đánh mất nó. Ngoài Fourier ra, những người có trách nhiệm đọc văn bản này trong hội đồng giám khảo giải thưởng gồm Sylvestre François Lacroix, Siméon-Denis Poisson, Louis Poinson và L Legendre. Chưa hết, Poisson sau này đã nhận được một bản luận văn mới (bản thứ 3 của Galois) nhưng Galois đã bị từ chối với lý do nộp quá muộn so với thời hạn. Tuy nhiên, bản chất của sự việc này do các hành vi chính trị của Galois. Cuối cùng, Poisson cũng phải nhận xét bản luận văn này nhưng với thái độ bảo thủ:

“Những lý luận của anh ta chẳng những không đủ rõ mà còn không được phát triển để cho chúng ta đánh giá sự chính xác của chúng... Có lẽ tốt hơn là đợi cho tác giả công bố toàn bộ công trình này trước khi đưa ra một ý kiến quyết định.”

Năm 1830 Louis Phillipe lên ngôi vua, Galois và các sinh viên đã tiếp xúc với những người thuộc nhóm Cộng hòa đều bị đuổi ra khỏi trường Ecole Préparatoire. Năm 1831, trong một bữa tiệc, do sơ ý, Galois cầm bánh và một con dao đưa cho Louis Phillipe, ông đã bị bỏ tù vì tội được cho là có ý gây nguy hại khi cầm bánh và dao đem đến cho vua. Galois được tha sau đó ba tháng vì còn quá nhỏ tuổi. Tháng sau, Galois lại bị bắt tù gần một năm vì sử dụng đồng phục của đội Pháo Vệ binh quốc gia vốn đã bị giải tán vì lý do đó là mối đe dọa cho ngai vàng. Thời gian ở trong tù, Galois đã tranh thủ viết về tích phân đại số và thuyết đa trị mà cho đến nay không còn tìm được tài liệu này.

Năm 1832, vì bị mắc bệnh tả, ông được chuyển đến dưỡng đường Sieur Faultrier, ở đây, ông gặp và yêu Stephanie-Félicie Poterin du Motel. Cô gái này được coi là nguyên nhân gây ra cái chết của ông. Đêm cuối trước khi chết (29 tháng 5 năm 1832), Galois đã để lại lá thư tuyệt mệnh cho Auguste Chevalier, trong đó ông đã nêu lên phát hiện về sự liên hệ giữa lý thuyết

nhóm và lời giải của các đa thức bằng căn thức.

Không ai biết chắc những gì đã xảy ra lúc ông bị bắn gục nhưng có nhiều giả thuyết cho rằng ông vì người yêu nên đã thách đấu với một quân nhân hoàng gia, một người bất đồng chính kiến với ông hoặc giả có thể ông bị giết vì một nhân viên an ninh của cảnh sát.

Đi đâu không may nữa của ông là những đóng góp toán học của ông không được người đương thời hiểu và tôn trọng. Mãi đến năm 1843, khi Joseph Liouville xem bản thảo của ông mới tuyên bố là Galois đã giải được bài toán do Niels Henrik Abel đưa ra lần đầu tiên.

Bản thảo của ông cuối cùng được công bố toàn bộ trong Tạp chí toán lý thuyết và ứng dụng năm 1846. Tuy nhiên, mãi đến 1866 mới có người hiểu được những gì Galois viết. Những lời bình và giải thích cặn kẽ đầu tiên xuất hiện trong “Giáo trình Đại số cao cấp” của Serret và thực sự đầy đủ trong “Nghiên cứu các phép thế” của Jordan. Sự sáng tạo của Galois dựa trên các ý tưởng của Lagrange. Ông quan tâm đến những phép thế trên các nghiệm của một phương trình và đưa ra định nghĩa tích của 2 phép thế.

Thời gian đó chưa có ai đưa ra khái niệm về nhóm, vành, trường nên Galois phải sử dụng cách diễn đạt riêng, vì vậy không ai hiểu được quan niệm của ông. Galois thiết lập mối quan hệ giữa các nghiệm của một phương trình đại số với số nguyên và lặp lại quá trình đó trên “trường gãy”, ông còn là người đã chứng minh được điều kiện cần và đủ để một phương trình đại số giải được bằng căn thức. Để đi đến kết luận này, Galois đã đưa ra khái niệm Nhóm con phân biệt, Phép đẳng cấu nhóm, nhóm thương. Galois ước đoán một nhóm đơn nhỏ nhất mà bậc không phải số nguyên tố có đến 60 phần tử.

Có thể nói, Galois là một nhà toán học thiên tài, nhưng chỉ được công nhận là thiên tài khi đã chết! Giá Galois không chết trẻ, chắc ông sẽ có nhiều sáng tạo tuyệt vời và hiếm thấy nữa cho nền toán học thế giới.

Những lời mà Galois uỷ thác cho bạn sau khi viết những trang giấy trước lúc đấu kiếm đã nói lên tính cách của ông: “Hãy nhớ Jacobi và Gauss

cho ý kiến công khai về kết quả nghiên cứu của mình, nhưng không phải là xem xét xem nó đúng hay sai mà là phát biểu xem những định lý của mình quan trọng đến mức nào! Mình hy vọng sẽ có nhiều người hiểu được và tận dụng tốt những tờ giấy lộn xộn này”.

Galois là một thiên tài toán học nhưng đoản mệnh, các công trình toán học ông để lại là một đề tài rất quan trọng cho việc tìm nghiệm của các phương trình đa thức bậc cao hơn 4 thông qua việc xây dựng lý thuyết nhóm trường tượng mà ngày nay được gọi là lý thuyết nhóm Galois, một nhánh quan trọng của đại số trường tượng. Galois là người đầu tiên dùng từ *groupe* (nhóm) như là một thuật ngữ toán học để biểu thị cho nhóm hoán vị.

Nhà toán học mù xuất sắc

Thuở nhỏ Pontryagin rất say mê toán học nhưng năm 14 tuổi, ông gặp tai nạn và bị mù vĩnh viễn. Biết rõ tình trạng của mình, Pontryagin vô cùng thất vọng, đau khổ nhưng r ồi với một nghị lực và ý chí phi thường, Pontryagin tiếp tục đến lớp nghe giảng, về nhà tự học với sự giúp đỡ của mẹ.

Năm 1925, sau bốn năm bị mù, Pontryagin vẫn thi vào được khoa toán trường Đại học Lômônôxốp, một trường đại học nổi tiếng ở Nga. Thời kỳ sinh viên, Pontryagin đã tỏ ra xuất sắc. Pontryagin có thể nhớ được những bài giảng, những công thức phức tạp nhất. Ông thường tập trung tư tưởng nghe ở lớp, ghi nhớ và h ồi tưởng lại một lần nữa vào buổi tối. Nhờ cách học này, Pontryagin có thể theo dõi các bài giảng của thầy trên lớp. Thời gian này, bà mẹ của Pontryagin đã hoàn toàn thay thế cho đôi mắt của con, đóng vai trò thư kí cho con. Với một giọng êm nhẹ, bà đọc các tài liệu, các tạp chí chuyên môn cho con nghe, viết hộ con, và chính bà, một người thợ may bình thường, đã làm được công việc này trong nhiều năm, học nhiều tiếng nước ngoài để phục vụ con.

Năm 1927, mới 19 tuổi, Pontryagin đã có hai công trình nghiên cứu. Sau khi tốt nghiệp đại học, Pontryagin về công tác tại viện toán Steklốp, đồng thời giảng dạy tại trường Lômônôxốp. Sau đó, ông đã bảo vệ luận án tiến sĩ toán lí một cách xuất sắc.

Năm 30 tuổi, Pontryagin được bầu làm viện sĩ thông tấn của viện Hàn lâm khoa học Liên Xô và 20 năm sau ông trở thành viện sĩ chính thức. Pontryagin đã nghiên cứu rất nhiều lĩnh vực khác nhau của toán học, đặt nền móng cho nhiều phương hướng mới của toán học.

Đặc điểm nổi bật của ông là không bó hẹp hoạt động của mình trong các

vấn đề lý thuyết. Tất cả các công trình nghiên cứu của ông đều có liên quan chặt chẽ với sản xuất và những vấn đề do sản xuất đặt ra. Vì thế, các công trình của ông trong lĩnh vực điều khiển tự động được sử dụng trong nhiều ngành kỹ thuật, trong việc điều khiển tên lửa.

Năm 1962, do những thành tựu xuất sắc trong lĩnh vực điều khiển tự động, Pontryagin đã được trao tặng giải thưởng Lenin, giải thưởng khoa học cao nhất hàng năm của Liên Xô (cũ).

Trong 40 năm liên giảng dạy tại trường đại học Môcôvơ, ông đã đào tạo một số lớn nhà toán học trẻ tuổi, nhiều khả năng. Để làm công tác nghiên cứu và giảng dạy, thầy Pontryagin thường ngồi suy nghĩ hàng buổi, bên cạnh máy đánh chữ nổi và máy ghi âm. Trong khi lên lớp, với một khả năng kì diệu, Pontryagin đã giảng bài, nhấn mạnh các chỗ cần nhấn mạnh, đưa ra các lập luận táo bạo và một cộng tác viên của ông giúp ông viết những điều cần viết lên bảng.

Pontryagin là một trong những nhà toán học xuất sắc nhất của Liên Xô. Cuộc đời ông là một tấm gương sáng về ý chí, nghị lực vượt qua mọi khó khăn, không lùi hàng trước mọi gian nan để sống cao đẹp, có ích cho gia đình và xã hội.

Có niềm tin sẽ chiến thắng

Dominique Arago sinh năm 1786, là nhà toán học, nhà vật lý, nhà thiên văn học nổi tiếng người Pháp. Thuở bé Arago rất ham thích học văn học, say sưa đọc sách văn học. Nhưng một sự việc bất ngờ đã làm đảo lộn sở thích của cậu. Một hôm, dạo chơi ở ngoại ô thành phố cậu gặp một viên sĩ quan đang chỉ huy một đội công binh sửa chữa pháo đài. Arago dừng chân đứng xem đội công binh làm việc hết sức tập nập dưới sự chỉ huy của viên sĩ quan trẻ tuổi này.

Arago bước lại gần viên sĩ quan và hỏi:

- Thưa ông, làm sao ông có thể trở thành sĩ quan sớm như vậy?

Viên sĩ quan vui vẻ trả lời:

- Tôi tốt nghiệp trường Bách khoa.

Arago hỏi viên sĩ quan về trường Bách khoa, về điều kiện vào trường này. Sau khi biết trong thư viện của trường mình có bản quy chế tuyển sinh của trường Bách khoa, Arago cảm ơn viên sĩ quan, rồi chạy thẳng một mạch đến thư viện trường. Ở đây cậu đã đọc ngẫu nhiên bản quy chế ấy. Trong phần đầu của bản quy chế nói rằng, trường Bách khoa do nhà bác học vĩ đại Pháp Mônggiơ tổ chức ra, và những giáo sư ưu tú nhất đang giảng dạy ở đây.

Từ đó Arago mất ăn, mất ngủ. Cậu đặt quyết tâm vào học ở trường Bách khoa hứng thú say mê văn học không còn để lại một dấu vết gì nữa. Ở trường Arago chăm chú lắng nghe những giờ toán học. Song Arago nhận thấy những bài này hình như chưa được đầy đủ. Khối lượng kiến thức mà trường Bách khoa yêu cầu còn rộng lớn hơn nhiều. Arago quyết định tự học. Cậu tìm đọc những cuốn sách trong chương trình có nói tới và tự mình nghiên cứu những sách đó.

Khi đọc những tác phẩm của Lơgiangđơ, của Lacòroa và những tác phẩm khác, Arago có lúc gặp nhiều khó khăn. Những lúc đó cậu chạy đến gặp Râynai- một người rất yêu thích toán học nhờ giúp đỡ. Cậu nhờ Râynai giải đáp cho những thắc mắc những chỗ khó hiểu. “Con người tuyệt vời này bao giờ cũng giúp tôi bằng những lời chỉ bảo rất quý báu” - sau này Arago viết - “nhưng thật ra người thầy thực sự của tôi là tờ bìa cuốn “Đại số” của Garne. Đó là một tờ bìa màu xanh da trời, phía sau tờ bìa đó tôi tìm thấy lời khuyên của Đalămbe, dành cho các bạn trẻ gặp khó khăn trong khi học toán: “Bạn hãy tiến bước, hãy tiếp tục đi lên, rồi bạn sẽ có được niềm tin”.

Những câu chữ này làm tôi nảy ra ý nghĩ: Không bao giờ được chùn bước trước những khó khăn và tôi áp dụng nó như một chân lý bất di bất dịch, tôi tiếp tục tiến bước và kì lạ thay, ngày hôm sau tôi hoàn toàn hiểu được tất cả những gì mà ngày hôm trước đối với tôi còn mù tịt.

Một năm rưỡi sau, Arago đã nắm vững tất cả các môn mà đi đầu kiện trường Bách khoa yêu cầu. Cuối cùng, ngày thi đã đến. Arago cùng đi thi với một người bạn, người này cũng rất ao ước được vào học trường Bách khoa như Arago. Bạn của Arago được vào thi trước, song vì nhút nhát anh đâm ra ấp úng, nhầm lẫn, phát biểu sai và thế là bị hỏng. Ngay sau đó Arago được gọi lên bảng. Arago bình tĩnh trả lời những câu hỏi của giám khảo. Một vị giám khảo nhìn Arago và nói:

- Nếu anh sẽ trả lời như bạn của anh, thì tôi có hỏi anh cũng chỉ phí sức thôi.

Arago trả lời:

- Bạn tôi biết nhiều hơn những gì anh ta đã trả lời. Tôi hi vọng sẽ gặp may hơn và tôi sẽ trả lời được những câu hỏi của ông, nếu như tôi không bị mất tinh thần vì những câu hỏi đó.

Giám khảo chau mày, lắc đầu:

- Kể dốt nát bao giờ cũng vịn cớ bị mất tinh thần. Để khỏi làm anh xấu hổ, tôi đề nghị anh sẽ không thi nữa.

Arago bực dọc đáp:

- Tôi lấy làm xấu hổ về ý kiến của ông về tôi. Ông cứ hỏi tôi. Đó là nghĩa vụ của ông.

Giám khảo nghiêm nghị nói:

- Anh tự cao quá đấy! Được bây giờ chúng ta sẽ xem anh có quyền đó không?

Arago bình tĩnh đáp:

- Tôi sẵn sàng chờ đợi những câu hỏi của ông.

Giám khảo đưa ra một câu hỏi hình học, Arago trả lời rất tốt và đã làm thay đổi định kiến của giám khảo. Câu hỏi sau về đại số: giải một phương trình bậc số. Arago đã đọc tác phẩm của Lagrăng và nắm rất chắc. Anh phân tích tất cả những phương pháp đã biết, giải thích ưu điểm và nhược điểm của các phương pháp đó: phương pháp Niuton, phương pháp giải số tăng, phương pháp liên phân số. Anh trả lời suốt một giờ.

Thấy rõ sự chuẩn bị kỹ càng của Arago, vị giám khảo từ chỗ nghi ngờ chuyển sang có thiện cảm với Arago. Ông nói:

- Bây giờ có thể xem như việc hỏi thi đã xong, nhưng tôi muốn nghe anh trả lời câu hỏi nữa. Một câu lấy ở cuốn “Lý thuyết giải tích hàm số” của Lagrăng, còn câu kia lấy ở cuốn “Cơ khí giải tích” của cùng tác giả. Arago đã trả lời hai câu hỏi rất xuất sắc.

Arago đứng trên bảng suốt hai giờ mười lăm phút. Giám khảo bước đến ôm chặt anh và trịnh trọng tuyên bố:

- Tên anh sẽ được xếp hàng đầu trong danh sách trúng tuyển!

Arago học tập ở trường Bách khoa có kết quả học tập rất tốt. Đặc biệt những kiến thức toán học của anh rất sâu rộng. Điều này có thể thấy rõ qua một kì thi cuối học kì. Lúc này giám khảo là nhà hình học nổi tiếng Lơgrăngđơ, những bài giảng hình học của Lơgrăngđơ được phổ biến rộng rãi không những ở nước Pháp mà còn nhiều nước khác, riêng ở Nga cho đến tận đầu nửa thế kỷ XIX vẫn được dùng làm sách giáo khoa.

Arago vào phòng thi đúng lúc người ta khiêng từ đó ra một sinh viên

vừa bị ngắt. Arago đoán rằng tình hình này có lẽ phần nào sẽ làm giảm bớt nhiệt tình hỏi thi của ông Lơgrăngđơ, song sự việc lại xảy ra ngược lại.

Cuộc thi bắt đầu. Lơgrăngđơ đưa ra một câu đòi hỏi kiến thức về tích phân bội. Khi Arago bắt đầu trả lời câu hỏi này thì Lơgrăngđơ liền ngắt lời anh và nói:

- Anh dùng một phương pháp mà giáo sư của anh không nói tới. Vậy anh đã đọc phương pháp đó ở đâu?

- Ở một trong các cuốn sách của ông. Arago bình tĩnh trả lời.

- Vậy hãy nói rõ tại sao anh chọn phương pháp đó? Chắc không phải để làm vui lòng tôi và đem lại lợi ích cho anh chứ?

- Không tôi hoàn toàn không nghĩ như vậy. Tôi sử dụng phương pháp này, vì tôi nghĩ đó là phương pháp tốt nhất.

- Nếu anh không giải thích rõ phương pháp đó tốt ở chỗ nào, thì tôi sẽ cho anh điểm xấu, ít nhất vì tính cách của anh.

Arago đi vào chi tiết và chứng minh rằng phương pháp của Lơgrăngđơ về mọi mặt rõ ràng hơn và hợp lý hơn phương pháp của Lacòroa trong bài giảng trên lớp. Lơgrăngđơ rất hài lòng về câu trả lời của Arago và cuối cùng Lơgrăngđơ đặt một câu hỏi về cơ khí.

- Câu hỏi này tôi cho là dễ - Arago tuyên bố.

- Được tôi sẽ làm nó trở nên khó hơn, anh hãy giải bài toán với những điều kiện bổ sung sau đây.

Nhưng ngay cả những điều kiện bổ sung, bài toán vẫn giải được tốt. Rốt cuộc Arago đã dành được thiện cảm của vị giám khảo khó tính. Từ đó, Lơgrăngđơ rất yêu mến cậu học sinh dũng cảm và coi Arago như một người bạn trong nghiên cứu khoa học.

Ông hoàng toán học

Carl Friedrich Gauss (được biết rộng rãi hơn với tên Carl Friedrich Gauss, sinh ngày 30 tháng 4, ở Braunschweig, thuộc Brunswick-Lüneburg (nay là Hạ Saxony, Đức), con trai duy nhất của một cặp vợ chồng thuộc tầng lớp thấp trong xã hội. Từ khi còn nhỏ, Gauss đã thể hiện là một thần đồng. Có giai thoại kể, Gauss đã học tính trước khi học nói. Hễ nhỏ Gauss đã biểu hiện một khả năng kì lạ về tính nhẩm. Khi vừa biết nói ông đã “làm phiên” những người xung quanh bằng những câu hỏi: Cái gì đây? Thế còn cái này là cái gì?...

Cha Gauss nhận thầu khoán công việc. Ông thường thanh toán tiền công vào chiều thứ bảy. Lần ấy khi vừa đọc xong bản thanh toán thì từ phía giường trẻ có tiếng Gauss:

- Cha ạ! Cha tính sai rồi, phải thế này mới đúng.

Mọi người không tin nhưng kiểm tra lại thì quả là người cha đã tính sai còn Gauss đã tính đúng. Bảy tuổi Gauss được đến trường học. Thầy giáo Biutnhe luôn cầm trong tay một chiếc roi ngựa và chiếc roi sẽ được quất xuống trên lưng những học sinh biếng nhác, đôi khi nó cũng được tặng cho Gauss vì lúc đầu cậu không có gì khác biệt so với các trò khác. Nhưng tình hình bắt đầu khác hẳn khi trong trường dạy môn số học. Ngay từ giờ đầu tiên Gauss đã vượt hẳn lên trước con mắt của người thầy nghiêm khắc. Một lần thầy giáo cho tìm tổng tất cả các số nguyên từ 1 đến 100. Khi thầy giáo vừa đọc xong đầu bài thì đã nghe giọng Gauss.

- Thưa thầy, em giải xong rồi.

Thầy giáo dạo quanh các bàn và không hề để ý đến Gauss, nói một cách chế nhạo:

- Kaclo, chắc em sai rồi đấy. Không thể giải quá nhanh bài toán khó như

vậy được đâu.

- Thầy tha lỗi cho em, em giải rất đúng.

- Nào chúng ta thử xem nó đúng đến mức nào. Nhưng nếu nó sai? -
Thầy giáo đập đập chiếc roi một cách đe dọa.

Nhưng thầy giáo đã hết sức ngạc nhiên khi kiểm tra thấy Gauss giải bài toán một cách hoàn toàn đúng và cách giải lại hết sức độc đáo.

- Kaclo! Hãy nói cho cả lớp nghe về cách giải của em đi! - Thầy giáo ân cần nói.

- Nếu chú ý một chút thì bài toán rất đơn giản. Em nhận thấy ở dãy số này các tổng hai số của từng cặp số đứng cách đều phía đầu và phía cuối đều bằng nhau. Sử dụng tính chất đó, em cộng từng cặp:

$100 + 1,99 + 2,98 + 3, \dots$ Mỗi tổng đều là 101, có 50 tổng như vậy nên kết quả sẽ là: $101 \times 50 = 5050$

Còn có nhiều chuyện kể Gauss đã làm cha mẹ và thầy giáo kinh ngạc về khả năng tính toán. Theo lời Gauss kể lại mẹ ông không nhớ rõ ngày sinh của con mà chỉ biết là Gauss sinh ngày thứ tư, tám ngày trước lễ Thăng Thiên. Gauss nhân dịp này đã tìm ra công thức xác định ngày lễ Phục sinh cho bất cứ một năm nào đó mà đến nay vẫn còn sử dụng (tuy vậy do sai lệch của Nguyệt lịch - không phải Âm lịch - mà công thức của Gauss chỉ đúng đến năm 4200).

Năm 11 tuổi, vì hoàn cảnh gia đình rất khó khăn nên cha Gauss chỉ cố gắng cho cậu học tiếp ở Trung học Catharineum ở Braunschweig. May mắn là từ 1792 trở đi, công tước Karl Wilhelm von Braunschweig khi biết đến tài năng của Gauss đã trợ cấp cho cậu theo học Collegium Carolinum (nay là Đại học Kỹ Thuật Braunschweig). Trong ba năm học tại đây, Gauss vẫn đam mê số học, ngoài ra ông cũng rất giỏi về cổ ngữ và sinh ngữ. Thời gian này Gauss còn khám phá ra quy luật Bode (tỷ lệ gần đúng khoảng cách đến mặt trời của các hành tinh trong Thái dương hệ) một cách độc lập và mở rộng định lý nhị thức cho các số mũ hữu tỉ.

Từ năm 1792 đến 1795, Gauss được nhận học bổng của Karl Wilhelm

Ferdinand (công tước trong vùng) để vào trường trung học Collegium Carolinum. Từ năm 1795 đến 1798, ông học Đại học Göttingen, tuy vẫn chưa dứt khoát sẽ học chuyên ngành toán học hay ngữ văn. Năm sau, chưa đầy 19 tuổi, Gauss đã khám phá ra cách dựng đa giác đều 17 cạnh bằng thước kẻ và com-pa và từ đó quyết tâm theo đuổi toán học. Trước đó, các nhà toán học từ thời Euclid đã bỏ ra nhiều công sức nghiên cứu cách dựng các đa giác đều chỉ bằng thước kẻ và compa. Họ tìm ra rất sớm cách dựng hình vuông, tam giác đều và ngũ giác đều, thêm vào đó là các đa giác đều có số cạnh gấp đôi các hình này, cũng như đa giác đều 15 cạnh (kết hợp ngũ giác đều và tam giác). Cả hơn 2000 năm sau mới có Gauss khám phá ra cách dựng một đa giác đều khác là hình 17 cạnh (sau này trong *Disquisitiones Arithmeticae*, 1801, Gauss chứng minh là có thể dựng được các đa giác đều có số cạnh là số nguyên tố Fermat mà 17 là một). Cũng năm này, Gauss còn tìm ra luật nghịch đảo bình phương, một kết quả cơ bản của lý thuyết số (đại số modula) và định lý phân bố các số nguyên tố.

Bước đột phá toán học đầu tiên khi Gauss chứng minh mọi đa giác đều với số cạnh bằng số nguyên tố Fermat (và, do đó, mọi đa giác đều với số cạnh bằng tích của các số nguyên tố Fermat khác nhau và lũy thừa của 2) đều có thể dựng được bằng compa và thước kẻ là một khám phá quan trọng trong ngành dựng hình, một bài toán đã làm đau đầu nhiều nhà toán học từ thời Hy Lạp cổ đại. Gauss đã thích thú với kết quả này đến nỗi ông đã yêu cầu khắc lên mộ mình sau này một hình đa giác đều 17 cạnh. Tuy nhiên người xây mộ đã từ chối, nói rằng khó khăn kỹ thuật sẽ làm cho hình với số cạnh nhiều như vậy trông giống một hình tròn.

Có thể nói, năm 1796 là năm chứng kiến nhiều phát kiến của Gauss nhất, chủ yếu cho ngành lý thuyết số. Ngày 30 tháng 3 năm đó, ông tìm thấy cách dựng hình thất thập giác. Ông đã tìm ra số học modula, một khám phá giúp cho việc giải toán trong lý thuyết số được đơn giản hóa đi nhiều. Công thức nghịch đảo toàn phương của ông được tìm thấy ngày 8 tháng 4. Định luật khá tổng quát này cho phép các nhà toán học xác định

khả năng giải được các phương trình bậc hai trong số học modula. Định lý số nguyên tố được Gauss phát biểu ngày 31 tháng 5, giúp một cách hiểu thấu đáo về các số nguyên tố được phân bố trong dãy số nguyên. Ngày 10 tháng 7, Gauss đã chứng minh được bất cứ số nguyên nào cũng có thể được biểu diễn bằng tổng của tối đa là ba số tam giác. Phát hiện này khiến ông sung sướng viết trong sổ tay của mình “Heureka! num = $\Delta + \Delta + \Delta$.”. Ngày 1 tháng 10, ông công bố kết quả về các nghiệm của các đa thức với hệ số trong trường vô hạn, một kết quả đã dẫn đến phát biểu của Weil 150 năm sau.

Một năm sau khi trở về Braunschweig, 1799, Gauss trình luận án tiến sĩ tại đại học Helmstedt (thuộc Braunschweig), trong đó ông đưa ra chứng minh đầu tiên cho Định lý cơ bản của đại số học. Định lý này nói rằng bất cứ một đa thức trên trường số phức nào cũng đều có ít nhất một nghiệm. Các nhà toán học trước Gauss mới chỉ giả thiết rằng định lý đó là đúng. Gauss đã chứng minh sự đúng đắn của định lý này một cách chặt chẽ. Trong cuộc đời của mình, ông đã viết ra tới bốn cách chứng minh hoàn toàn khác nhau cho định lý trên, làm sáng tỏ ý nghĩa của số phức. Cũng nên nói thêm rằng chính công trình này của Gauss từ đó đã đưa các số phức và cách biểu diễn số phức (mặt phẳng Gauss) vào ứng dụng rộng rãi trong khoa học kỹ thuật.

Được công tước Karl Wilhelm tiếp tục giúp đỡ tài chính, Gauss nghiên cứu toán học ở Braunschweig một cách độc lập. Thời gian này Gauss hoàn thành bộ “Disquisitiones arithmeticae”, một công trình toán học sâu rộng nhất của thời bấy giờ trong đó ông trình bày tất cả các kết quả tìm được một cách có hệ thống và cô đọng, chứng minh và giải đáp các vấn đề then chốt, cùng lúc lại phác họa nhiều chiều hướng nghiên cứu mà đôi khi đến tận ngày nay vẫn còn là thử thách. Nhiều tên tuổi toán học như Jacobi và Abel chẳng hạn, thừa nhận đã phát triển lý thuyết hàm số elliptic của họ chỉ nhờ một lời gợi ý nhỏ trong Disquisitiones.

Năm 1801, Gauss tiếp tục có nhiều cống hiến trong lý thuyết số, tổng

kết lại trong quyển “Disquisitiones Arithmeticae”, một công trình chứa đựng miêu tả gọn gàng về số học modula và cách chứng minh thứ nhất của công thức nghịch đảo toàn phương. Cùng năm này, nhà thiên văn Ý Giuseppe Piazzi tìm thấy thiên thể Ceres, nhưng chỉ kịp thấy nó trong vài tháng. Gauss đã tiên đoán chính xác vị trí mà thiên thể này sẽ được tìm lại, và tiên đoán này được khẳng định bởi quan sát của Franz Xaver von Zach ở thị trấn Gotha vào ngày 31 tháng 12 năm 1801, và bởi Heinrich Wilhelm Matthäus Olbers ở Bremen một ngày sau đó. Zach đã ghi lại “nếu không có công trình trí tuệ và tính toán của tiến sĩ Gauss chúng ta đã có thể không tìm lại Ceres được nữa.”

Thời gian này Gauss bắt đầu tìm việc trong ngành thiên văn học, và vào năm 1807, ông giữ cương vị giáo sư thiên văn và giám đốc đài Thiên văn ở đại học Göttingen. Ông đã đảm nhiệm cương vị này suốt phần còn lại của cuộc đời.

Sự khám phá ra Ceres của Giuseppe Piazzi ngày 1 tháng 1 năm 1801 đã giúp Gauss chuyển hướng nghiên cứu sang lý thuyết về chuyển động của các tiểu hành tinh, bị nhiễu loạn bởi các hành tinh lớn hơn. Các công trình của ông trong lĩnh vực này đã được xuất bản năm 1809 dưới tên “Lý thuyết về chuyển động của các thiên thể trong quỹ đạo mặt cắt hình nón quanh mặt trời”. Piazzi chỉ quan sát được Ceres trong vài tháng, khi thiên thể này di chuyển khoảng vài độ trên bầu trời. Sau đó thiên thể này chói lòa bởi ánh sáng mặt trời. Vài tháng sau, khi Ceres đã ló ra khỏi vùng ảnh hưởng của ánh sáng mặt trời, Piazzi đã không tìm thấy nó: các công cụ toán học thời đó không đủ chính xác để giúp ông tiên đoán trước vị trí thiên thể này từ các dữ liệu ít ỏi đã quan sát được - 1% của toàn bộ quỹ đạo.

Gauss, lúc đó ở tuổi 23, đã được nghe về bài toán này và lập tức giải quyết nó. Sau ba tháng làm việc miệt mài, ông đã tiên đoán vị trí của Ceres vào tháng 12 năm 1801 - khoảng 1 năm sau khi thiên thể này được nhìn thấy lần đầu - tính toán này đã được kiểm chứng lại cho thấy sai số nhỏ hơn nửa độ. Các công trình của ông đã trở thành công cụ tính toán quan

trọng cho thiên văn học thời này. Ông đã giới thiệu hằng số hấp dẫn Gauss và hoàn chỉnh phương pháp bình phương tối thiểu, một phương pháp dùng cho hầu như mọi ngành khoa học ngày nay khi giảm thiểu sai số đo. Gauss đã chứng minh chặt chẽ giả định về sai số theo phân bố Gauss. Phương pháp này đã được Adrien-Marie Legendre dùng vào năm 1805, nhưng Gauss nói ông đã dùng nó từ năm 1795.

Cuối thập niên 1810, Gauss được mời thực hiện các nghiên cứu trắc địa cho bang Hannover để liên kết với mạng lưới Đan Mạch. Gauss vui lòng chấp nhận và tham gia, đo đạc vào ban ngày và xử lý kết quả vào ban đêm, sử dụng khả năng tính toán phi thường của ông. Ông thường viết cho Heinrich Christian Schumacher, Heinrich Wilhelm Matthäus Olbers và Friedrich Bessel, nói về tiến trình đo đạc và các vấn đề. Trong cuộc đi điều tra trắc địa này, Gauss đã phát minh máy heliotrope (?) sử dụng hệ thống gương để phản chiếu ánh sáng mặt trời vào kính viễn vọng phục vụ đo đạc chính xác.

Gauss cũng đã tuyên bố khám phá ra hình học phi Euclide nhưng ông chưa bao giờ xuất bản các công trình về vấn đề này. Khám phá này đã là một cuộc cách mạng trong tư duy toán học đương thời, giải phóng các nhà toán học khỏi giả thuyết rằng các tiên đề Euclide là cách duy nhất để xây dựng hình học không tự mâu thuẫn. Các nghiên cứu về hình học này, cùng với các ý tưởng khác, đã dẫn đến lý thuyết tương đối rộng của Albert Einstein, miêu tả vũ trụ trong hình học phi Euclide. Farkas Bolyai, một bạn của Gauss, người mà Gauss đã thề làm “anh em kết nghĩa” khi còn là sinh viên, đã thử chứng minh định đề song song từ các tiên đề Euclide mà không thành công. Con trai của Bolyai, Janos Bolyai, khám phá ra hình học phi Euclide năm 1829 và xuất bản công trình này năm 1832. Sau khi nhìn thấy công trình của Janos Bolyai được xuất bản, Gauss đã viết cho Farkas Bolyai: “Nếu khen công trình này thì tức là tự khen tôi. Toàn bộ nó... trùng hoàn toàn với những gì tôi nghĩ trong suốt ba mươi đến ba mươi lăm năm qua.” Câu nói khó kiểm chứng này đã gây căng thẳng trong quan hệ với

Janos Bolyai (người đã nghĩ rằng Gauss đã “ăn cắp” ý tưởng của ông).

Cuộc thăm dò địa trắc ở Hannover đã dẫn Gauss đến khám phá ra phân bố Gaussian dùng trong miêu tả sai số phép đo. Nó cũng dẫn ông đến một lĩnh vực mới là hình học vi phân, một phân ngành toán học làm việc với các đường cong và bề mặt. Ông đã tìm thấy một định lý quan trọng cho ngành này, Theorema egregium xây dựng một tính chất quan trọng cho khái niệm về độ cong. Theo ông, độ cong của một bề mặt có thể được đo hoàn toàn bởi góc và khoảng cách trên bề mặt đó; nghĩa là, độ cong hoàn toàn không phụ thuộc vào việc bề mặt trông như thế nào trong không gian (ba chiều) bao quanh.

Năm 1831 Gauss đã hợp tác hiệu quả với nhà vật lý học Wilhelm Weber; hai ông đã cho ra nhiều kết quả mới trong lĩnh vực từ học (trong đó có việc biểu diễn đơn vị từ học theo khối lượng, độ dài và thời gian) và sự khám phá ra định luật “Kirchhoff trong điện học”. Gauss và Weber đã lắp đặt được máy điện toán điện từ đầu tiên vào năm 1833, liên lạc thông tin từ đài thiên văn về viện vật lý ở Göttingen. Gauss đã cho xây một trạm quan sát từ học trong khu vườn của đài thiên văn và cùng Weber thành lập “câu lạc bộ từ học”, phục vụ việc đo đạc từ trường trái đất tại nhiều nơi trên thế giới. Ông đã sáng chế ra một phương pháp đo thành phần nằm ngang của từ trường, một phương pháp được tiếp tục ứng dụng sau đó cho đến tận nửa đầu thế kỷ XX, và tìm ra một lý thuyết toán học cho việc định vị các nguồn từ trường trong lòng trái đất (tách biệt nguồn do lõi và vỏ Trái đất với nguồn do từ quyển hành tinh này).

Trong cuộc đời, Gauss đã bị ảnh hưởng tâm lý bởi cái chết của người vợ của ông, Johanna Osthoff mất năm 1809 và một thời gian sau đó là cái chết của Louis, con trai ông. Ít lâu sau, ông tái hôn với Friederica Wilhelmine Waldeck (thường gọi là Minna), một người bạn gái của vợ cũ, nhưng Minna lại mất vào năm 1831 sau một thời gian dài đau ốm. Từ đó người con gái Therese của ông phải chăm lo cho gia đình cho đến khi Gauss mất. Mẹ của Gauss cũng sống cùng ông từ năm 1812 cho đến khi bà

mất vào năm 1839.

Gauss là người cuồng nhiệt theo chủ nghĩa hoàn hảo và một người lao động cần cù. Có chuyện kể rằng một lần, lúc Gauss đang giải một bài toán, có người đến báo với ông rằng vợ ông sắp mất. Ông nói “Bảo cô ấy đợi chút cho đến lúc tôi xong việc”. Ông không phải là người xuất bản nhiều tác phẩm khoa học, từ chối việc đăng các công trình của ông khi chúng chưa được ông cho là hoàn hảo hay còn nằm trong tranh luận. Khẩu hiệu của ông là (ít, nhưng chín chắn). Một nghiên cứu nhật ký của ông cho thấy ông đã khám phá ra nhiều khái niệm toán học quan trọng nhiều năm hoặc nhiều thập kỷ trước khi chúng được xuất bản bởi các đồng nghiệp đương thời. Một nhà viết lịch sử toán học, Eric Temple Bell, ước đoán rằng nếu Gauss xuất bản hết mọi công trình của ông, toán học đã có thể tiến nhanh hơn 50 năm.

Gauss không chỉ xứng đáng là ông hoàng của toán học như các nhà toán học đương thời và đời sau xưng tụng mà còn uyên bác và có những phát hiện đột phá trong nhiều ngành khoa học khác nữa - như Archimedes, Galilei và Newton trước ông. Ngoài toán học Gauss còn nghiên cứu về trắc địa, vật lý (điện từ, từ trường, địa từ), thiên văn và quang học. Hệ thống quang học mà Gauss áp dụng trong các kính viễn vọng thiên văn hay trắc địa chính là nguyên tắc của ống kính máy ảnh chúng ta vẫn dùng. Ông mở đường cho khoa trắc địa với nhiều đóng góp quan trọng và đã tự thực hiện công cuộc đo đạc vương quốc Hannover. Trong dịp này ông phát minh thiết bị heliotrope cho phép đo chính xác góc và một điểm ở xa, và đưa ra cách dùng tọa độ cong. Cùng với Wilhelm Weber, một nhà vật lý và là bạn đồng hành nghiên cứu về điện từ và từ trường trái đất trong nhiều năm, ông đã phát minh và thực hiện hệ thống điện tín đầu tiên trên thế giới. Hai người còn khám phá ra định luật Kirchhoff trong vật lý. Ngoài ra Gauss còn phát triển hệ thống đơn vị từ trường, mở rộng định luật hấp dẫn Newton cho các lực điện từ và đặt nền móng cho lý thuyết thế vị, mở đầu cho ngành vật lý toán.

Chính công cuộc trắc địa cho vương quốc Hannover đã dẫn dắt Gauss phát triển thêm phân bố Gauss và nhất là nghiên cứu về hình học vi phân trong toán học. Ông nghiên cứu các đường geodesics (đường ngắn nhất trên các bề mặt cong), đưa ra khái niệm độ cong của một bề mặt (độ cong Gauss) và chứng minh là độ cong này là một tính chất nội thể của bề mặt, không phụ thuộc vào cách lờng bề mặt ấy vào một không gian nào đó. Những năm cuối đời Gauss còn đặt nền móng cho ngành toán bảo hiểm mà lúc ấy còn phôi thai. Ông cũng theo dõi và nghiên cứu về tài chính, và khác với hầu hết các nhà khoa học đương thời, biết đầu tư rất khéo léo vào các dự án kinh tế thời bấy giờ.

Gauss có khả năng làm việc có một không hai. Ngay cả trong những lúc khó khăn nhất như khi bà vợ đầu của ông (và đứa con thứ ba) mất năm 1809 hay những năm tháng đi đo đạc lãnh thổ Hannover, ông vẫn nghiên cứu và đăng tải hàng chục bài nghiên cứu và trao đổi với các khoa học gia khác. Tuy vậy ông rất thận trọng, chỉ công bố kết quả nghiên cứu khi đã thật sự chắc chắn, có khi cả chục năm sau khi bắt đầu tìm ra lời giải. Do đó, mà các nhà toán học đương thời đôi khi cảm thấy ông có vẻ không hợp tác tích cực. Nhật ký và bản thảo làm việc của ông còn ghi lại vô số kết quả chưa ai biết đến. Tuy vậy, Gauss vẫn có ảnh hưởng rất lớn đến khắp các nhà toán học thời bấy giờ. Nhà toán học trẻ tuổi Galois, trước buổi đo kiểm quyết định cuộc đời, đã khẩn khoản yêu cầu chuyển bản thảo công trình của mình cho Gauss.

Gauss thích cuộc sống trầm lặng, bình thường, không thích tham gia hội hè đình đám nhiều ở Göttingen, mà chỉ thích đi dạo và vào thư viện trường đọc sách. Thời bấy giờ tình hình chính trị khá bất ổn và kinh tế suy sụp nhưng ngược lại, khoa học lúc đó phát triển khá mạnh. Người ta mở rộng các trường đại học, việc trao đổi thảo luận với các nhà khoa học trong ngoài nước trở nên phổ biến, ngay cả ngành thiên văn cũng được dư luận chú ý tới. Gauss chăm sóc việc xây đài thiên văn mới ở ngoại thành Göttingen và từ năm 1816 trở đi ông sống và làm việc luôn ở đó (chuyện

này cũng có lợi về vệ sinh, vì khi bùng nổ bệnh dịch tả, ông bảo là “đài thiên văn của tôi là nơi bảo đảm sức khỏe nhất ở Göttingen!”). Tuy suốt đời làm việc với khoa học, nhưng Gauss cũng thích văn chương, nhất là đọc các tác phẩm của Jean Paul, một nhà văn nổi tiếng đương thời mà ông rất hâm mộ. Gauss đọc nhiều và học nhiều, những năm cuối cuộc đời ông còn học thêm thành thạo tiếng Nga.

Tuy nhiên cũng có ý kiến cho rằng Gauss không hỗ trợ các nhà toán học trẻ tiếp bước ông. Ông rất hiếm khi hợp tác với các nhà toán học khác và bị nhiều người cảm thấy ông có sự tách biệt và khắt khe. Mặc dù ông có một số học trò, Gauss có vẻ không thích dạy học (có người nói ông chỉ dự duy nhất một hội thảo khoa học, ở Berlin năm 1828). Tuy nhiên, một số học trò của ông sau này cũng trở thành các nhà toán học.

Gauss mất ở Göttingen, Hannover (nay thuộc Hạ Saxony của Đức) năm 1855. Ông được chôn tại nghĩa trang Albanifriedhof.

Do công lao của Gauss đối với toán học, từ 1989 đến 2001, hình của ông cùng với biểu đồ phân bố Gauss được in trên tờ tiền giấy 10 mark Đức. Đức cũng đã in 3 con tem kỷ niệm về Gauss. Con tem số 725, phát hành năm 1955 nhân kỷ niệm 100 năm ngày mất của Gauss; hai tem khác, số 1246 và 1811, được phát hành năm 1977, nhân kỷ niệm 200 năm ngày sinh của ông. Hố Gauss trên bề mặt mặt trăng và tiểu hành tinh 1001 Gaussia đều được đặt tên để ghi công ông. Thậm chí, cuộc thi toán hằng năm do Đại học Waterloo tổ chức cho các học sinh trung học tại Canada cũng được đặt tên theo Gauss. Ông là nhà toán học và nhà khoa học người Đức có nhiều đóng góp lớn cho các lĩnh vực khoa học, như lý thuyết số, giải tích, hình học vi phân, khoa trắc địa, từ học, thiên văn học và quang học. Ông có ảnh hưởng sâu sắc đối với sự phát triển của toán học và khoa học. Gauss được xếp ngang hàng cùng Leonhard Euler, Isaac Newton và Archimedes, những nhà khoa học vĩ đại nhất của lịch sử.

Ông tổ của đại số

Francois Viète sinh ra ở Fontenay Le Comte, Poitou, nay là Vendée, năm 1540, trong một gia đình khá giả. Cha mẹ Viète có nhiều mối quan hệ với chính phủ, đi đầu này đã dẫn dắt chàng thanh niên trẻ đến với chính trị: Viète học luật và được sự dìu dắt, giúp đỡ của rất nhiều nhân vật quan trọng trong ngành. Tuy nhiên, Viète bắt đầu có hứng thú với môn toán mà trước đây ông chỉ xem như một công việc giết thời gian và bắt đầu viết sách về toán.

Năm 1573, vua Charles IX phong cho Viète làm công sai của nghị viện ở Anh. Tuy nhiên ông lưu lại ở Anh không lâu bởi phần lớn quỹ thời gian của ông đã dành cho toán học và những nhiệm vụ cơ mật mà vua đã uỷ thác cho ông.

Năm 1585, ông bị cách chức vì những xung đột giữa ông và gia đình về việc ông dính líu vào mối quan hệ với một cô gái trong dòng họ.

Năm 1589, ông lại được phong là công sai của vua Henri III. Sau khi nhà vua qua đời, ông tiếp tục làm công sai của vua Henri IV, là thành viên nội các hoàng gia và Nghị viện Paris. Trong cuộc chiến với Tây Ban Nha, tài năng toán học của ông được trọng dụng, ông đã giải mã thành công những bức thư của kẻ thù về kế hoạch tác chiến.

Ông mất ở Pháp, ngày 23 tháng 2 năm 1603.

Viète đã có đóng góp lớn cho sự phát triển của toán học. Thời Trung cổ, người ta đã biết đến việc sử dụng một hệ thống ký tự trong hình học để chỉ những đại lượng không xác định như điểm hay đường thẳng. Tuy nhiên người ta dùng những chữ cái cũng như tên riêng mà không ứng dụng được gì hơn với những ký hiệu này. Ở khía cạnh số học, những ký hiệu này rất cổ xưa, chẳng hạn như dấu cộng, dấu trừ của người Hy Lạp cổ. Trong đại

số, việc sử dụng những chữ cái đã xuất hiện từ đầu thế kỷ XVI. Những chữ cái a,b,c... được xem như một sự đổi mới làm nền tảng trong lịch sử toán học.

Đóng góp to lớn của Viète là đã thống nhất phương pháp truyền thống trong hình học với phương pháp mới của đại số: ông sử dụng những chữ cái để thay thế cho các ẩn và các hệ số không xác định. Những đại lượng đã biết nhưng không xác định được biểu diễn bằng các phụ âm, các ẩn thì được biểu diễn bằng các nguyên âm. Vấn đề của căn bậc hai và bậc ba cũng được giải quyết.

Viète còn đưa ra mối quan hệ giữa các hệ số và khai căn. Ông đã dựa vào đó để đưa ra định nghĩa căn bậc hai. Mặt khác ông còn chứng minh là tích của hai số âm là một số dương. Viète còn nghiên cứu về hình học, về phép chia ba góc và tính toán chính xác đến 9 chữ số thập phân của số Pi.

Những thành tựu toán học của Viète đã kéo theo sự tiếp nối những nhà toán học đương đại. Chẳng hạn René Descartes đã quyết định dùng các chữ cái cuối bảng mẫu tự như x, y, z... để chỉ các ẩn số. Vấn đề chia một góc thành ba phần đã được đặt ra từ lâu, khi người ta muốn chia một góc của tam giác làm ba góc bằng nhau mà chỉ được phép dùng compa và thước thẳng. Chưa ai trước Viète thành công.

Viète đã đưa ra cách giải: Cho AOB là một góc bất kỳ. Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA và kẻ đường thẳng OA. Trên đường thẳng này lấy điểm C bất kỳ. Vẽ đường tròn tâm C bán kính OA và kẻ đường thẳng BC. Góc FCE sẽ bằng một phần ba góc AOB, khi đó giao điểm của hai đường tròn sẽ trùng với giao điểm của đường thẳng BC. Viète đã thành công trong cách giải này.

François Viète sau được tôn vinh là ông tổ của đại số do đề ra cách giải thống nhất các phương trình bậc 2, 3 và 4, khám phá ra mối quan hệ giữa các nghiệm của một đa thức với các hệ số của đa thức đó. Ngày nay nó được gọi là định lý Viète.

Cha đẻ môn toán tài chính

Cha mẹ của Louis Bachelier sinh ngày 11 tháng 3 năm 1870. Do cha mẹ qua đời sớm, ông phải đi làm để kiếm tiền đi học. Thời gian này ông làm quen với tài chính. Năm 22 tuổi ông đến Sorbonne học Appell, Boussinesq và Poincaré.

Năm 1900 Bachelier bảo vệ *Théorie de la Spéculation*, được Henri Poincaré đánh giá rất cao. Ông nhận được học bổng nghiên cứu qua Emile Borel và tham gia giảng ở Sorbonne. Đề tài nghiên cứu của ông là tính toán xác suất và ứng dụng trong tài chính trên các nguyên lý vật lý.

Năm 1912 ông viết cuốn “*Calcul des Probabilités*”; năm 1914 là cuốn “*Le Jeu, la Chance et le Hazard*”. Cuối thời gian chiến tranh, ông là giáo sư ở Besançon rồi Rennes (1925).

Levy không biết rõ về Bachelier dù thời gian này, Bachelier đã công bố 3 cuốn sách và 13 công trình. Levy đã nói với Doob, đọc toán của các tác giả khác khiến ông mệt mỏi. Có lẽ bởi vì ông chưa bao giờ đọc Bachelier trong khi Poincaré biết rõ giá trị Bachelier thì đã qua đời 14 năm trước.

Tuy nhiên, chỉ vài năm sau Levy bỗng nhận ra Kolmogorov đã dẫn chiếu công trình Bachelier. 1931 Levy viết thư xin lỗi Bachelier và làm lành. Bachelier về Besançon 1927 và nghỉ hưu 1937.

Công trình cuối cùng của Bachelier được công bố năm 1941. Ông là người tiên phong về chuyển động Brown, một trong các phát hiện quan trọng nhất thế kỷ XX về hiện tượng khuếch tán, phân phối Wiener, hội tụ biến ngẫu nhiên, martingale và giải tích Itô.

Ngày nay ông được công nhận là cha đẻ toán tài chính. Bachelier Society, Hiệp hội toán tài chính toàn cầu, tổ chức Đại hội thế giới 2000 ở Paris kỷ niệm 100 năm luận văn tiến sĩ nổi tiếng của Bachelier “*Théorie de*

la Spéculation”. 5 năm trước Einstein, Bachelier đã viết trong luận văn về phân phối ngày nay được biết đến như quá trình bất định Wiener, thiết lập phương trình khuếch tán, William Feller gọi là quá trình Bachelier-Wiener.

Người sáng lập nhóm Bourbaki

Henri Paul Cartan sinh ngày 8 tháng 7 năm 1904 tại thành phố Nancy nước Pháp. Ông được bổ nhiệm làm phó giáo sư tại Đại học Lille năm 1929 và hai năm sau trở thành giáo sư toán tại Đại học Strasbourg. Năm 1940 ông tham gia giảng viên của Đại học Paris, nơi ông ở cho đến năm 1965; 1970 đến năm 1975, ông dạy ở Orsay. Ông là người sáng lập nhóm Bourbaki, nhà cách tân say sưa với việc giảng dạy toán ở Pháp, nhà khoa học dẫn thân bảo vệ nhân quyền...

H. Cartan là một con người có niềm tin và lòng dũng cảm. Năm 1935, Cartan cùng với André Weil, quyết định xây dựng lại cơ sở của toán học, bắt đầu từ giải tích. Nhóm huyền thoại Bourbaki ra đời.

Năm 1946, ngay sau chiến tranh, Cartan đến nước Đức gặp các bạn đồng nghiệp nhằm phục hồi Trường toán quốc gia của họ. Trước đó ít lâu Cartan đã biết anh mình bị hành quyết vì có hoạt động kháng chiến. Năm 1973, Cartan cùng với Laurent Schwartz và Michel Broué yêu cầu thả nhà toán học Nga Leonid Pliouchitch bị giam giữ và đã thành công! H. Cartan cũng là sáng lập viên của Hội đồng các nhà toán học. Hội đồng này sau đó đã quan tâm đến những bạn đồng nghiệp khác bị bạc đãi, nhất là ở Nam Phi.

Nhưng Henri Cartan nổi tiếng nhất là ở lĩnh vực toán học. Giống như cha ông - Elie Joseph Cartan, một nhà toán học nổi tiếng. Henri Cartan quan tâm tới những hàm nhiều biến phức và đặt nền móng cho lý thuyết các bó, những công cụ mạnh rất thông dụng, nhất là ở giải tích. Ông là nhà toán học đi đầu sáng tạo ra một lĩnh vực mới là “Đại số đồng điều”. Năm 1956, cùng với Samuel Eilenberg, H. Cartan đã xuất bản một tác phẩm về đề tài đó và tái bản nhiều lần. Một số người đặt biệt danh cho cuốn sách đó

là “Con khủng long” để nhấn mạnh sự trường tồn của nó. Những kỹ thuật này dùng để giải những bài toán cả về hình học và về topo học hoặc về giải tích.

Ngoài những công trình trên, ông còn chủ trì 20 cuộc hội thảo tổ chức giữa những năm 1948 và 1963 ở ENS. Đây là nơi làm việc nhiều năm của các giáo sư và sinh viên muốn tiếp cận với những bài toán hiện đại. “Mọi cái phải được chứng minh. Đôi khi lâu, nhưng không vô vọng”, Jean Pierre Serre giải thưởng Fields năm 1954, giải thưởng Wolf năm 2000 và giải thưởng Abel năm 2003, nhớ lại khi Cartan đưa giễu một “lỗ hổng” nhỏ trong cuộc hội thảo lần thứ ba. Người ta đặt biệt danh cho H. Cartan là “con muỗi” vì ông thích “cù những người khác khi tranh luận”, như lời của Pierre Cartier, Giám đốc CNRS (Trung tâm Quốc gia nghiên cứu Khoa học Pháp).

Henri Cartan là tác giả của sự thay đổi: ông được đào tạo theo cách cũ nhưng đã từ bỏ kiểu cũ đó để cách tân toán học, thể hiện qua việc xây dựng cơ sở toán học của nhóm Bourbaki hoặc những bài giảng của ông ở ENS.

Chính Henri Cartan và Laurent Schwartz đã đổi mới các chương trình toán học. Trong những năm sau chiến tranh, mọi cái phải gây dựng lại. Lúc đầu, Cartan soạn thảo những giáo trình cho những năm đầu, những giáo trình thạc sĩ, các kỳ thi nhập học. Ông cùng với Schwartz quyết định tất cả. Họ nắm số phận của tất cả các thanh niên Pháp say sưa với toán học thời đó, nhưng không bao giờ lạm dụng quyền hành.

Cartan có nhiều đóng góp cho toán học. Nhiều nhà toán học nổi tiếng như Jean Pierre Serre, René Thom, Roger Godement hoặc Alexander Grothendieck đã tự nhận mình là học trò của ông.

Người sáng tạo phép tính Vi tích phân

ottfried Leibniz là con trai của một giáo sư triết học trường Đại học Leipzig. Năm lên 6 tuổi ông đã say mê sách vở, suốt ngày không rời thư viện gia đình, 15 tuổi ông đã là sinh viên trường Đại học Leipzig, theo học triết học, luật học và thần học. Cho đến lúc ấy ông chưa hề có khái niệm gì về toán học.

Một hôm, nhân đi thăm trường Đại học Iéna, Leibniz phát hiện cuốn sách Element của Euclid. Ông đem về đọc say sưa và bắt đầu thích tìm hiểu về toán học.

Năm 20 tuổi, ông nhận bằng tiến sĩ luật và trở thành người phụ tá cho các bậc danh gia quý tộc như hoàng tử xứ Hanovre. Ông nhanh chóng trở thành quan chức ngoại giao và được giao nhiệm vụ qua Pháp với sứ mệnh tìm cách cản trở việc tiếp kiến giữa các hoàng tử nước Đức với vua Louis XIV của nước Pháp. Nhưng chính trong những ngày làm ngoại giao trên đất Pháp, ông đã quen được Huyghens. Nhà vật lý người Hà Lan nổi tiếng này được Louis XIV mời sang Pháp làm cộng tác viên khoa học và về sau là một trong những sáng lập viên của viện Hàn lâm Khoa học Pháp.

Qua những lần tiếp xúc, Huyghens nhanh chóng phát hiện ra năng khiếu toán học ở chàng thanh niên Đức nhỏ hơn mình 17 tuổi này. Huyghens khuyến khích Leibniz theo học toán, đây chính là bước ngoặt quan trọng trong cuộc đời ông.

Năm 1693 Leibniz sang thăm nước Anh, tiếp xúc với các nhà toán học ở xứ sở sương mù và được mời làm thành viên của Royal Society (viện Hàn lâm Khoa học). Một lần khi Newton đọc bản thảo về sự phát minh ra phép tính vi phân của Leibniz, Newton đã nghi ngờ Leibniz lấy ý tưởng của mình để sáng tạo và từ đó nảy ra cuộc tranh cãi ai là người sáng tạo ra

phép tính vi phân trước: Newton hay Leibniz.

Năm 1676 Leibniz phải quay về Đức để tham gia viết gia phả cho gia đình Brunswick, việc này chiếm khá nhiều thời gian của ông. Năm 1682, Leibniz sáng lập tạp chí Acta Eruditorum để đăng những công trình nghiên cứu của các nhà khoa học Đức và quốc tế. Qua đó, Leibniz giữ được liên lạc với anh em dòng họ Bernoulli. Năm 1700, ông sáng lập viện Hàn lâm Khoa học Berlin. Cuối đời, ông buồn vì những cuộc tranh cãi giữa ông và Newton, vì các hoàng tử xứ Hanovre không còn ưu ái ông nữa. Ông qua đời trong cô đơn, chỉ còn người thư ký là trung thành với ông cho đến khi trút hơi thở cuối cùng.

*

Một hôm Huyghens hỏi, làm thế nào tìm tổng các nghịch đảo của số tam giác.

Dù không học toán có hệ thống, nhưng với sự nhạy cảm đặc biệt thiên phú, Leibniz nhận xét số nghịch đảo của số tam giác có dạng:

$$2/n(n+1) \text{ và } 2/n(n+1) = 2/n - 2/(n+1).$$

Do đó Leibniz trả lời ngay, đáp số là 2

Sau đó, ông say sưa nghiên cứu tổng của các dãy số:

$$1/1 \ 1/2 \ 1/3 \ 1/4 \dots 1/n \ 1/(n+1) \dots$$

$$1/2 \ 1/6 \ 1/12 \ 1/20 \dots 1/n(n+1) \ 1/(n+1)(n+2) \dots$$

$$2/6 \ 2/24 \ 2/60 \dots 2/n(n+1)(n+2) \ 2/(n+1)(n+2)(n+3) \dots$$

Leibniz đưa ra nhận xét: Một số hạng bằng hiệu của số hạng tương ứng đứng ở hàng trên nó trừ đi số hạng đứng bên phải. Ví dụ số hạng $1/6$, số hạng tương ứng đứng ở trên nó là $1/2$ và số hạng bên phải nó là $1/3$ vì $1/6 = 1/2 - 1/3$

Từ tổng các dãy số ông đi dần đến tìm cách cầu phương các đường cong và tìm ra cách tính diện tích. Vì công trình này, Leibniz được xem là người sáng tạo phép tính vi tích phân, nhưng sinh thời ông làm chưa thật chặt chẽ, Bernoulli đã tiếp sức ông nhưng phải đợi đến năm 1961, Robinson trong khuôn khổ của giải tích không chuẩn mới đưa ra được một

định nghĩa thỏa đáng về các vô cùng bé.

Với suy nghĩ rất thiết thực, ông luôn tìm cách đưa ra ký hiệu để thay cho các lời nói dông dài rồi rắc rối khó hiểu. Nhờ thế mà đời sau thừa hưởng được các ký hiệu như dy/dx , ký hiệu $\int$. Chính Leibniz là người đầu tiên đưa ra ký hiệu “.” để chỉ phép nhân, ký hiệu “:” để chỉ phép chia, và cũng chính nhờ Leibniz và Newton mà ngày nay ta có dấu “=”.

Leibniz còn là người đầu tiên dùng từ hàm số. Ngoài ra ông còn là tác giả của nhiều công trình nghiên cứu quan trọng khác như “Phương trình vi phân tuyến tính” mà chính ông là người đầu tiên sử dụng định thức trong lĩnh vực này. Trong cuốn “De arte combinatoria”, Leibniz tìm cách tạo ra một hệ thống lý luận chung, phổ biến. Ông kết hợp với mỗi quan niệm nguyên thủy một số nguyên tố, với mỗi quan niệm kép là tích các số do quan niệm nguyên thủy tạo thành quan niệm kép ấy, nhưng lập luận của ông không đi đến đâu. Ông đưa ra một lý thuyết đại số cho Logique, trong đó có phép cộng, phép nhân, phép phủ định và lớp không. Ngoài ra ông còn lập các quan hệ trừu tượng, có phép đối xứng, phép bắc cầu.

Ông cũng nghĩ ra một quan hệ như kiểu song ánh nhưng Leibniz không đủ sức đi xa hơn, phải đợi đến thế kỷ XIX các nhà toán học Boole và De Morgan mới góp phần hoàn thiện thêm. Ở thời đại Leibniz, người ta biết tên tuổi ông chính là qua những phát biểu triết lý của ông. Nhưng những nhà toán học đồng thời với ông và lớp hậu thế của ông đã thấy rất rõ trong Leibniz quan điểm triết học và tư duy toán học quyện vào nhau thành một thực thể. Khi đọc quan niệm về vô cùng bé trong Phép tính vi phân của Leibniz, ông khi ông viết về triết học (monade là một từ triết học có nghĩa là đơn nguyên - một phần tử nhỏ nhất). Khi Leibniz nghiên cứu về số phức thì ông xem số phức như một loài lưỡng thể - ở giữa sự tồn tại và sự không tồn tại, tương tự như Esprit saint (giáo sư Đào Duy Anh dịch là Thánh linh) của thần học Cơ đốc giáo.

Người đặt nền tảng cho Hyperbolic phi tuyến

Peter David Lax sinh năm 1926 tại Budapest. Ông là nhà toán học Mỹ gốc Hungary. Nghiên cứu của ông không những có giá trị trong phân ngành toán thuần túy mà còn được ứng dụng rộng rãi trong thủy khí động lực.

Năm 1941, Lax theo gia đình di cư sang Mỹ. Năm 1949, ông bảo vệ luận án tiến sĩ dưới sự hướng dẫn của Kurt Friedrichs.

Năm 1950, Lax đến Los Alamos, New Mexico. Mặc dù thời gian ở lại đây không lâu nhưng đã giúp Lax hình thành quan điểm nghiên cứu: làm việc theo nhóm, không chỉ những nhà toán học với nhau mà còn với những chuyên gia ngành khác; và tạo ra sản phẩm cụ thể chứ không chỉ là các định lý.

Phần lớn sự nghiệp nghiên cứu của ông là ở Viện Courant, nơi ông giữ vai trò giám đốc (từ 1972 đến năm 1980). Các đóng góp của Lax về soliton, entropy và sóng sốc đều được coi là điển hình. Ngoài ra, tên ông còn xuất hiện trong nhiều phương pháp số, như lược đồ Lax-Wendroff, lược đồ Lax-Friedrich, định lý Lax-Milgram, định lý tương đương Lax, và định lý Lax-Livermore.

Lax giữ cương vị chủ tịch Hội toán học Mỹ (AMS) từ năm 1977 đến 1980. Ông còn là tác giả của nhiều cuốn sách về không gian hàm, đại số tuyến tính, giải tích, và phương trình vi phân riêng.

Do cống hiến của ông đối với toán học, ông nhận được nhiều giải thưởng bao gồm giải Chauvenet vào năm 1974, giải Norbert Wiener của Hội toán Hoa Kỳ và Hội toán học công nghiệp và ứng dụng năm 1975, Huy chương Khoa học quốc gia năm 1986, giải Wolf vào năm 1987, và đồng

nhận giải Steele của Hội toán Hoa Kỳ vào năm 1992. Lax cũng là tác giả của các sách học về giải tích hàm, đại số tuyến tính, toán giải tích, và phương trình vi phân đạo hàm riêng.

Lax được nhận giải Abel “vì những cống hiến có tính khai phá vào lý thuyết và ứng dụng của các phương trình vi phân đạo hàm riêng và vào việc tính toán các lời giải của chúng.” Đặc biệt, Lax đã đặt nền tảng cho lý thuyết hiện đại về các hệ thống hyperbolic phi tuyến vào những thập niên 1950 và 1960. Ông đã xây dựng các lời giải tường minh, nhận dạng các lớp hệ thống đặc biệt chuẩn mực, và nghiên cứu cách thức các lời giải ứng xử trong khoảng thời gian dài.

Các cống hiến của Lax vào các lĩnh vực solitons, entropy, và sóng va được xem là có tính khai phá. Một trong nhiều phương pháp được mang tên ông là các cặp Lax (Lax pairs), từ các nghiên cứu của ông về động lực học lưu chất. Tên ông được gắn liền với nhiều kết quả toán học và phương pháp số quan trọng, bao gồm định lý Lax-Milgram, Định lý tương đương Lax, lược đồ Lax-Friedrichs, lược đồ Lax-Wendroff, điều kiện entropy Lax và lý thuyết Lax-Levermore.

Người sáng lập môn hình học họa hình

aspard Monge sinh ngày 10 tháng 5 năm 1746 tại Paris, Pháp trong một gia đình trung lưu. Ông học trung học ở quê nhà, sau theo học ở thành phố Lyon, một thành phố đứng hàng thứ ba ở Pháp về kinh tế - thương mại - văn hóa.

Năm 16 tuổi, ông đã trở thành giáo viên vật lý. Giỏi toán học, ông còn có tài hội họa, ông mơ ước có ngày dựng thành công bức tranh quê hương. Một đi đâu may mắn đã đến, ông được mời làm họa viên cho trường quân sự Mézières. Đó là đất dụng võ của ông: chính từ nơi đây hình thành môn Hình học họa hình mà ông là người sáng lập.

Từ năm 1768, Monge được bổ nhiệm chính thức là giáo sư toán và năm 1771 là giáo sư vật lý. Năm 1780, ông từ giã Mézières về Paris đảm nhận cương vị chủ nhiệm bộ môn Thủy lực. Cách mạng Pháp 1789 bùng nổ, Monge được cử tham gia cải cách đo lường. Ông rời Paris hai năm để đảm nhận chức thanh tra hải quân Pháp và từ năm 1792, ông được cử làm Bộ trưởng bộ Hàng hải.

Chính ông là người thay mặt Nhà nước Cách mạng Pháp tuyên án tử hình vua Louis XVI. Theo yêu cầu của Nhà nước, ông bắt đầu nghiên cứu cách chế tạo súng đại bác và đã viết sách về vấn đề này. Nhưng đứng trước nhu cầu đào tạo nhân tài cho đất nước, Gaspard Monge đã đề xuất việc mở hai trường đại học mới, sau hai trường này trở thành hai trường đại học nổi tiếng nhất nước Pháp, đó là trường Cao học sư phạm và Đại học bách khoa. Monge đã thể hiện khả năng trong công tác lãnh đạo và quản lý về khoa học và giáo dục. Ông có quan hệ thân thiết với Napoleon vì thế từ năm 1798 đến năm 1801 Napoleon đã đưa ông theo chiến dịch Ai Cập.

Trở về Pháp, ông không làm công tác quản lý nữa mà được mời dạy ở đại học bách khoa. Ông viết không nhiều, nhưng đã có công truyền bá sự ham thích môn hình học vào cả một thế hệ các nhà toán học Pháp rất nổi tiếng sau này như Poncele, Meusnier, và Rodrigues. Ngành hình học của Pháp bị bỏ quên từ thế kỷ XVIII đã bắt đầu lấy lại phong độ và phát triển, đó là nhờ công lao của ông.

Trong nghiên cứu toán học, tác phẩm Hình học họa hình của ông vừa đa dạng vừa có chiều sâu. Ngoài công lao sáng tạo môn hình học họa hình rất cần cho ngành xây dựng, ông còn được xem như người đặt nền móng cho môn hình học vi phân. Ông nghiên cứu cách áp dụng giải tích vào hình học, đưa ra khái niệm đường biểu diễn độ cong, các từ như ellipsoide, hyperboloide, paraboloid cũng đều do ông đưa ra đầu tiên.

Từ năm 1801, ông là người đầu tiên dùng phương trình đạo hàm riêng để nghiên cứu các mặt. Trong lĩnh vực mà ông quen gọi là hình học tổng hợp ông đã đạt nhiều kết quả về các quadriques (mặt bậc hai) và hình tứ diện. Ông viết phương trình của đường thẳng xem như giao của hai mặt phẳng. Ông để lại cho đời sau nhiều định lý nhưng trong đó có hai định lý mang tên ông. Có thể nói ông là một nhà sư phạm giỏi, nhưng góp nhiều công sức làm cho ngành hình học họa hình tiến những bước dài ở thế kỷ XIX. Vì những cống hiến của ông cho toán học, nhân kỷ niệm 200 năm Cách mạng Pháp, tro cốt của ông được chuyển về Điện Panthéon là nơi nhân dân Pháp tôn vinh đời đời những người con có công lao với đất nước.

Người khai sáng môn hình học Riemannian

M

ikhail Gromov sinh năm 1943 tại một chiến tuyến ở Boksitogorsk, khu vực phụ cận của Leningrad (hiện giờ là Saint-Petersburg).

Cha ông là một nhà sinh học sau là bác sĩ quân y khi gia nhập Hồng quân. Gromov đã sống một năm tại Tachkent, Ouzbekistan. Thời gian này, ông cực kỳ ghét tới trường nhưng chính người mẹ đã đánh thức tài năng toán học của ông. Khi ông 9 tuổi, mẹ đã tặng ông cuốn sách toán học đầu tiên: “Con số và hình ảnh” của Rademacher và Teplitz. Tuy nhiên, lúc đó chính môn hóa học mới là môn cuốn hút ông nhất. “Môn hóa làm tôi thích thú vì tôi có thể làm các thực nghiệm ở nhà”, ông nhớ lại. Nhưng những buổi học ngoại khóa đặc biệt mà ông theo học vào năm cuối của trung học khiến ông thay đổi ý định. Ông chuyển sang học toán nhiều hơn vì chỉ có môn học “nhẹ nhàng” này người ta có thể sử dụng bằng chính cái đầu của mình”.

Sau khi tốt nghiệp, ông trở thành trợ giảng ở trường đại học vào năm 1967. Tới năm 1970, ông được mời đi dự một hội nghị toán học quốc tế tổ chức tại Nice (Pháp). Dù không thể đi ông vẫn gửi bài phát biểu của mình tới hội nghị, thông qua một đồng nghiệp người Anh. Năm 28 tuổi, ông được nhận giải thưởng của Hội toán học Matxcơva. Ông bắt đầu nổi tiếng với cương vị trợ giảng ở đại học và đi đầu này giúp ông có thể đi ra nước ngoài. Đây là vị trí dành cho những người mong muốn đi giảng dạy toán học ở những nước đang phát triển, bạn của Liên Xô. Ông đã chọn Sudan: nhờ vậy ông được học các khóa tiếng Anh tuyệt vời do trường đại học đài thọ chi phí. Nhưng không may, Liên Xô cắt đứt quan hệ ngoại giao với Sudan. Thế là một lần nữa ông không thể đi ra nước ngoài. Năm 1972, ông

đột ngột nghỉ việc ở trường đại học. Đầu tiên, ông tìm đến làm việc tại một viện nghiên cứu khí tượng trong vòng một năm. Tiếp đến, ông làm việc trong một cơ sở nghiên cứu chuyên về sản xuất bột giấy. Rồi ông sang Mỹ khi có một lời mời làm giáo sư đại học New York.

Cách làm việc của ông là ông không dùng sổ ghi chép mà sử dụng một chiếc máy tính nhỏ. Cũng có lúc trong đầu hiện lên những kết luận mà ông cho rằng hợp lý thì cách duy nhất ông nghĩ tới là cô thư ký Helga Dermois. Cô này nhận xét: ông là người suy nghĩ rất nhanh, rất nhiều và luôn có các ý tưởng không ngừng. Các bài báo ông nghĩ ra rất dài và chứa đầy các ví dụ cụ thể. Ngay khi đọc cho chúng tôi 1 văn bản nào đó, ông không mất quá nhiều thời gian để đọc lại mà thường quay sang một vấn đề khác. Ở tuổi 59, không hiểu tại sao mà ông lại luôn có những ý nghĩ sáng tạo như vậy? “Đối với người khác thì có thể vậy nhưng Gromov thì không. Ông vẫn tiếp tục làm một cách say mê. Ông là một người cực kỳ đòi hỏi. Tôi đã cùng ông soạn những bài viết và đó là một công việc nặng nhọc nhưng rất hấp dẫn”.

Năm 2009, ông được nhận giải thưởng Abel vì những cống hiến của ông trong lĩnh vực hình học Riemannian toàn cầu hiện đại - công trình này nằm ngoài phạm vi toán học, và liên thông với nhiều ngành khác như vật lý và sinh học.

Hình học là một trong những lĩnh vực lâu đời nhất của toán học. Nó xuất hiện từ hàng nghìn năm trước khi kiến thức được hình thành dựa trên việc trả lời các câu hỏi mang tính thực tiễn, ví dụ như làm sao để ước lượng kích thước của một mảnh đất. Hình học vẫn luôn được gắn liền với các khái niệm như hình khối, khoảng cách, kích thước và vị trí của vật cũng như các tính chất của bề mặt và không gian. Trải qua hàng nghìn năm, hình học vẫn giữ nguyên mối liên hệ mật thiết và gần gũi với thế giới thực mà chúng ta đang sống, tuy nhiên, nó cũng được phát triển, mở rộng, và có tầm ảnh hưởng mang tính chất vũ trụ, toàn cầu.

Hình học đã có một cuộc cách mạng lớn trong khoảng 50 năm trở lại

đây. Mikhail Gromov là một trong những người đi tiên phong trong cuộc cách mạng này, bằng cách khai sáng hình học Riemannian. Hình học Riemannian ban đầu phát triển dựa trên các nghiên cứu về bề mặt cong và các không gian nhiều chiều; sau đó được dùng để làm nền tảng chính nghiên cứu lý thuyết tương đối tổng quát của Einstein. Gromov đã đóng một vai trò quan trọng trong việc sáng tạo ra hình học Riemannian toàn cầu hiện đại, bao quát và tổng quát hóa hình học Riemannian cổ điển.

Gromov là một trong những người đặt nền móng cho lĩnh vực hình học symplectic toàn cầu. Công trình nổi tiếng của ông phải kể đến đó là lý thuyết bất biến Gromov - Wittens, là xương sống của một trong những lĩnh vực nghiên cứu sôi nổi và hấp dẫn thuộc phạm trù của vật lý lý thuyết mang tên lý thuyết trường lượng tử. Công trình này đồng thời cũng khai sinh ra topo symplectic, đồng thời liên thông và ảnh hưởng sâu sắc tới nhiều ngành toán học khác.

Công trình của Gromov trong các nhóm đa diện tăng trưởng dẫn đến các khái niệm làm thay đổi hoàn toàn nhận thức về các nhóm rời rạc vô hạn. Ông đã khám phá ra hình học của các nhóm rời rạc và giải quyết nhiều bài toán cơ sở trong lĩnh vực này. Hướng tiếp cận hình học của ông đã làm cho các mệnh đề tổ hợp phức tạp trở nên tự nhiên và mạnh mẽ hơn rất nhiều.

Toán học ngày nay đã phát triển vượt bậc cả về chiều sâu lẫn chiều rộng, đến nỗi khó có một ai có khả năng để hiểu một cách cụ thể và trọn vẹn một phần của nó. Đa số các nhà toán học đi vào các lĩnh vực hẹp và nhỏ và giải quyết các vấn đề thuộc phạm vi của mình. Phải ưu tú lắm khi công trình nghiên cứu của mình không chỉ có tầm ảnh hưởng trong lĩnh vực hẹp đó, mà còn có mối liên hệ với các mảng toán học khác, là mối liên thông giữa toán học và các ngành khoa học, như vật lý, sinh học. Công trình nghiên cứu của Mikhail xứng đáng với danh hiệu công trình ưu tú này.

Mikhail Gromov là một nhà toán học sáng tạo, kiệt xuất. Ông luôn luôn đưa ra các câu hỏi mới và các hướng tiếp cận mới để giải quyết các bài toán đã tồn tại lâu dài. Công trình và sự nghiệp của Gromov sẽ tiếp tục

truyền nguồn cảm hứng cho nhiều khám phá toán học quan trọng trong tương lai.

Một nhà toán học trẻ làm việc bên cạnh Mikhael Gromov đã viết về ông như sau: “Thiên tài, một từ mà Mikhael Gromov rất ghét bởi ông chẳng thích thú gì khi người ta nói về mình. Tuy vậy sẽ chẳng có từ nào xứng đáng hơn với người đàn ông nhã nhặn và kín đáo này”. Người mà Marcel Berger, nguyên giám đốc IHES đã nhìn nhận là “có một tầm nhìn và một trực giác hình học cực kỳ sắc bén”. Có lẽ có một từ khác cũng hợp với ông: tiên tri. Bởi chỉ riêng các công trình có tính chất dự báo của ông đã xứng với hàng loạt giải thưởng lớn. Nói một cách đơn giản, Mikhael Gromov trước hết là một nhà hình học được trao cho thiên chức tư duy lại, theo phương pháp hình học và tổng quát một loạt vấn đề trong các lĩnh vực khá đa dạng khác nhau: đại số, xác suất, vật lý lý thuyết... chính ông đã chứng tỏ bằng việc sử dụng các cấu trúc mới rằng sự đóng góp của các không gian bất định vào các vấn đề truyền thống là nhiều như thế nào.

Người khai sáng lý thuyết tập hợp

Georg Waldemar Cantor sinh ra tại Đan Mạch, là một người yêu thích văn hóa nghệ thuật. Mẹ của Georg, bà Maria Anna Böhm sinh ra ở Nga, rất có năng khiếu về âm nhạc. Dĩ nhiên, Georg có được gen năng khiếu âm nhạc và hội họa từ người mẹ mình, nổi bật là một người chơi dương cầm điêu luyện. Cha của Georg Cantor, ông Georg Waldemar Cantor, một nhà buôn thành đạt làm việc tại một đại lý lớn tại St Petersburg, sau đó làm người môi giới ở chợ chứng khoán St Petersburg. Lớn lên, Georg trở thành một người theo đạo Tin Lành, đó là tôn giáo của cha ông, trong khi mẹ của ông lại là một người theo đạo Kito hữu.

Sau khi được gia sư dạy dỗ ở nhà, Cantor theo học tiểu học ở thành phố St Petersburg và năm 1856, khi ông lên 11 tuổi, gia đình ông chuyển sang Đức. Cantor:

“... nghĩ lại lúc còn học ở Nga, với nỗi nhớ da diết và không hề vơi đi khi ông sống ở Đức, mặc dù ông đã sống ở đây đến hết cuộc đời của mình, song dường như ông chưa bao giờ viết tiếng Nga, ngôn ngữ mà ông nên biết”.

Cha của Cantor sức khỏe không tốt, nên đã chuyển tới sống ở Đức, để tìm một vùng khí hậu ấm áp, thay thế cho cái lạnh giá của thành phố St Petersburg. Ban đầu, họ sống ở Wiesbaden, sau đó chuyển đến Frankfurt. Cantor học tại Realschule ở Darmstadt. Ông tốt nghiệp năm 1860 với một kết quả xuất sắc. Sau đó, ông theo học tại Höhere Gewerbeschule ở Darmstadt, vào trường Polytechnic của Zurich năm 1862. Lý do mà cha của Cantor muốn gửi ông đến học ở Höheren Gewerbeschule là vì muốn Cantor trở thành một ngôi sao sáng trên bầu trời khoa học kỹ thuật.

Tuy nhiên, năm 1862 Cantor đã xin phép cha cho để theo học ngành toán

tại Đại học. Quá trình học tập của ông tại Zurich bị gián đoạn do cha ông qua đời, tháng 6 năm 1863. Cantor chuyển đến trường đại học Berlin, nơi ông trở thành bạn của Herman Schwarz, một người học sau ông một khóa. Cantor nghe các bài giảng của Weierstrass, Kummer và Kronecker. Ông theo khóa học mùa hè của năm 1866 tại trường đại học Göttingen, và trở lại Berlin để hoàn thành luận án tốt nghiệp về lý thuyết số năm 1867.

Trong thời gian ở Berlin, Cantor có mối liên hệ với viện Toán, và trở thành người đứng đầu của viện này những năm 1864 - 1865. Ông cũng là một thành viên của nhóm các nhà toán học trẻ, họ có các cuộc bàn luận định kỳ hàng tuần tại nhà. Sau khi nhận bằng tiến sĩ năm 1867, Cantor dạy học tại một trường nữ sinh ở Berlin. Sau đó, năm 1868, ông tham gia hội thảo Schellbach Seminar dành cho giáo viên dạy toán. Suốt thời gian này, ông làm việc bảo vệ luận án habilitation của ông.

Tại Halle, hướng nghiên cứu của Cantor chuyển từ lý thuyết số sang tích phân. Đó là một vấn đề khó đã từng được nhiều nhà toán học quan tâm, nhưng chưa có lời giải thành công, bao gồm cả Heine, hay Dirichlet, Lipschitz và Riemann. Cantor đã tìm ra đáp án cho vấn đề hoc búa trên vào tháng 4 năm 1870. Ông công bố bài báo trong những năm 1870 và 1872, với nội dung chính là chuỗi lượng giác và chúng được chỉ ra một cách nhuần nhuyễn trong quá trình giảng dạy của Weierstrass.

Cantor trở thành giáo sư đặc biệt của Halle năm 1872, và trong năm này, ông bắt đầu có mối quan hệ với Dedekind, người ông đã từng gặp trong kì nghỉ ở Thụy Sĩ. Cantor công bố một bài báo về chuỗi lượng giác năm 1872, trong đó ông định nghĩa số vô tỉ trong giới hạn của những hàm số hội tụ của số hữu tỉ. Năm 1873 Cantor chứng minh rằng số hữu tỉ có thể đếm được, ví dụ như chúng có thể được đặt dưới dạng $1-1$ tương ứng với những số tự nhiên. Ông cũng chỉ ra rằng các số đại số, ví dụ như số nghiệm của các phương trình bậc cao với hệ số nguyên, là đếm được. Tháng 12 năm 1873, ông chứng minh được rằng các số thực là không đếm được, ông đã công bố kết quả này vào năm 1874.

Một số siêu việt là một số vô tỉ cái không là một nghiệm của bất kỳ phương trình bậc cao với hệ số nguyên nào. Năm 1851, Liouville đã chứng minh sự tồn tại của số siêu việt, 20 năm sau, năm 1874, Cantor chỉ ra một điều chắc chắn rằng “gần như tất cả” các số là số siêu việt bằng cách chứng minh rằng số thực là không đếm được trong khi ông đã chứng minh được rằng các số đại số là đếm được.

Cantor vội viết thư trao đổi với Dedekind. Câu hỏi tiếp theo ông tự hỏi chính mình, tháng 1 năm 1874, phải chăng bình phương đơn vị có thể phác họa trên một đường của chiều dài đơn vị với sự tương xứng 1-1 của các điểm lẫn nhau. Trong một lá thư gửi cho Dedekind ngày mùng 5 tháng 1 năm 1874, ông đã viết: “Phải chăng một bề mặt (như một mặt vuông bao gồm cả biên) là duy nhất chuyển thành một đường (như một đoạn thẳng bao gồm các điểm mút) ở đó với mỗi điểm trên mặt đều tương ứng với một điểm trên đường thẳng, và ngược lại, với mỗi điểm thuộc đường thẳng, sẽ có một điểm tương ứng trên bề mặt? Tôi nghĩ rằng việc trả lời cho câu hỏi này là một việc không đơn giản, mặc dù thực tế câu trả lời dường như rất rõ ràng là “không” và việc chứng minh là không cần thiết.”

Năm 1874 là một năm rất quan trọng trong cuộc đời của Cantor. Ông hứa hôn với Vally Guttmann, một người bạn của chị gái ông, vào mùa xuân năm đó. Họ lấy nhau vào ngày mùng 9 tháng 8 năm 1874, cùng đi hưởng tuần trăng mật ở Interlaken, Thụy Sĩ, nơi Cantor đã dùng phần lớn thời gian để trao đổi về toán học với Dedekind.

Cantor tiếp tục trả lời Dedekind, trao đổi ý tưởng cũng như xem xét các ý kiến của Dedekind, ông đã viết cho Dedekind trong năm 1877, bước chứng minh rằng có một sự tương ứng 1-1 của các điểm trong khoảng $[0,1]$ và các điểm trong không gian p - chiều. Cantor đã rất ngạc nhiên về khám phá của ông, và viết: “Tôi thấy điều đó, nhưng tôi không tin được nó.”

Giữa những năm 1879 và 1884, Cantor công bố một tập hợp gồm 6 bài luận trong *Mathematische Annalen* để đưa ra một hướng dẫn cơ bản về lý thuyết tập hợp. Hơn nữa, có một số vấn đề ông cho là khó. Mặc dù ông đã

được cử giữ chức giáo sư chính thức năm 1879, Cantor đã từng hy vọng được dạy tại một trường đại học có uy tín hơn. Sự đối lập lâu dài giữa Cantor và Schwarz chấm dứt năm 1880, khi ý tưởng của Cantor ngày càng phát triển trong khi Schwarz không còn theo kịp hướng đi của ông. Quan hệ thư từ lâu dài giữa Cantor và Dedekind cũng chấm dứt vào năm 1882.

Vào thời gian đó, Cantor bắt đầu có một mối quan hệ khác khá quan trọng với Mittag-Leffler. Cantor công bố trên tạp chí của Mittag-Leffler *Acta Mathematica*, tất nhiên chuỗi 6 bài luận của ông ở vẫn tiếp tục xuất hiện trên tạp chí *Mathematische Annalen*. Trong bài luận thứ 5, được công bố dưới dạng một chuyên khảo riêng và đặc biệt quan trọng bởi một vài lý do. Trước hết Cantor nhận ra rằng lý thuyết tập hợp của ông không được như ông đã mong đợi và *Grundlagen* nhận được một số những lời bình. Thứ hai: bước thành công chính của *Grundlagen* là sự giới thiệu về số transfinite, như sự độc lập và là hệ thống nối tiếp của số tự nhiên.

Cantor kết luận một cách rõ ràng trong bài luận rằng ông hiểu sức mạnh của sự đối lập với ý tưởng của ông. “...

Tôi hiểu rằng trong công việc này, tôi đặt bản thân mình ở trong một phía đối lập hoàn toàn với quan điểm rộng rãi về toán vô hạn của nhiều người và đưa ra chính kiến thường xuyên để bảo vệ trên vấn đề số tự nhiên”.

Cuối tháng 5 năm 1884 Cantor đã tỏ dấu hiệu chán nản đầu tiên. Ông viết cho Mittag-Leffler cuối tháng sáu rằng: “Tôi không biết khi nào tôi sẽ quay lại công việc nghiên cứu. Trong thời điểm này tôi chẳng làm được gì với nó, và giới hạn mình bằng các bài giảng là cần thiết nhất: niềm vui tôi sẽ có là động lực để tôi tiếp tục nghiên cứu, và chỉ khi tôi có một tinh thần thoải mái hơn.”

Sự chán nản của ông là do ông lo lắng về mặt toán học, và cụ thể là kết quả khó khăn trong mối quan hệ của ông với Kronecker.

Nó cũng là lý do ảnh hưởng đến vấn đề thần kinh của ông không được tốt những năm 1884. Và Cantor cảm thấy lo rằng ông có thể không chứng

minh được giả thuyết continuum, tên gọi theo thứ tự của vô hạn của số thực, cái tiếp theo số tự nhiên. Trong thực tế, ông nghĩ rằng chứng minh của mình là sai, ngay sau đó ông tìm ra lỗi sai của mình.

Năm 1885 Mittag-Leffler thuyết phục Cantor hủy bỏ một trong những bài báo từ Acta Mathematica khi nó đã đạt đến được kết quả chứng minh bởi nó “sớm hơn 100 năm”. Cantor nói đùa về đi đầu đó, nhưng cũng cảm thấy đau trong lòng:

“Có phải Mittag-Leffler đã có ý của ông ấy, tôi sẽ phải đợi, đi đầu này đối với tôi dường như là một đòi hỏi quá lớn... nhưng tất nhiên tôi chưa bao giờ muốn biết mọi thứ về Acta Mathematica.”

Mittag-Leffler có ý định tốt nhưng nó chỉ ra sự thiếu tôn trọng đối với công việc quan trọng của Cantor. Quá trình trao đổi thư từ giữa Mittag-Leffler và Cantor dừng trong một thời gian ngắn sau sự kiện này và làm xóa đi những ý tưởng mới, cái dẫn đến việc Cantor mở rộng lý thuyết tập hợp trên 12 năm dường như gần chấm dứt.

Năm 1886, Cantor mua một căn nhà đẹp ở Händelstrasse, một con đường mang tên nhà soạn nhạc người Đức, Handel.

Năm 1884, Cantor công bố bài báo liệt kê tất cả các số chẵn tới 1000 có thể viết thành tổng của hai số nguyên tố. Những bài viết về lý thuyết tập hợp được đưa ra vào năm 1895 và 1896. Năm 1897, Cantor tham dự Hội nghị toán học quốc tế đầu tiên tại Zurich. Trong bài luận tại hội nghị: Hurwitz biểu lộ sự cảm phục lớn đối với Cantor và tuyên bố ông là người đã làm phong phú thêm lý thuyết hàm. Jacques Hadamard cũng bày tỏ quan điểm của mình rằng nhờ có Cantor mà những khái niệm về lý thuyết tập hợp được xây dựng và là công cụ tối cần thiết.

Thời gian này, Cantor lâm vào khủng hoảng sau cái chết của mẹ và em trai út của ông. Cho tới cuối đời của ông, ông phải đấu tranh với căn bệnh suy nhược thần kinh. Ông vẫn tiếp tục giảng dạy, nhưng cũng dành thời gian cho việc chữa bệnh.

Tháng 6 năm 1917, ông phải nhập viện để chữa trị căn bệnh của mình

ông qua đời vì một cơn đau tim.

Có thể nói, George Cantor là một nhà toán học không được công nhận lúc đương thời. Mặc dù đầy bi kịch cá nhân trong cuộc sống, theo đuổi nghề nghiệp rất khó khăn nhưng Cantor đóng góp rất nhiều cho lĩnh vực toán học. Sáng tạo của ông về lý thuyết tập khiến ông trở thành một trong những nhà toán học có ảnh hưởng nhất của thế kỷ XIX. Trong khi bệnh trầm cảm gây ảnh hưởng bất lợi cho ông trong cuộc sống, ông vẫn tiếp tục nghiên cứu toán học. Ông đã sử dụng trí tuệ tuyệt vời của mình đóng góp nhiều cho lĩnh vực toán học. Quan điểm của ông về vô cực và lý thuyết tập hợp của ông có ảnh hưởng thực sự tới toán học hiện đại.

Cha đẻ của máy tính

eigei Alexeievitch Lebedev sinh ngày 2 tháng 10 năm 1902 trong một gia đình nhà giáo tại thành phố Nijni-Novgorod, cách 400 cây số về phía đông Moskva, hiện là thành phố lớn thứ ba của nước Nga với gần hai triệu dân. Người ta biết rất ít về thời thơ ấu của ông.

Lebedev đã theo học tại trường Đại học kỹ thuật Moskva và tốt nghiệp năm 1928 với chuyên môn được đào tạo là điện cao thế. Đây là một ngành hấp dẫn vì lúc đó Liên bang Xô Viết đang ưu tiên phát triển về điện. Công việc của các kỹ sư điện là đem ánh sáng tới cho mọi người dân để thúc đẩy sự nghiệp hiện đại hóa đất nước. Luận văn tốt nghiệp của Lebedev do giáo sư K.A.Krug hướng dẫn đề cập tới việc ổn định các lưới điện kết nối giữa các trung tâm điện với nhau.

Thời kỳ đầu mới ra trường, Lebedev giảng dạy trong một ngôi trường mới thành lập và bắt đầu các nghiên cứu tại Viện công trình điện mà người đứng đầu là giáo sư Krug. Công việc của ông liên quan tới việc thiết kế các trung tâm và mạng lưới điện. Điều này đòi hỏi phải giải quyết các bài toán phức tạp. Lebedev bắt đầu quan tâm tới các phép tính toán tự động. Lúc đầu ông bị thu hút bởi phép tính tương tự (analog). Chiếc máy phân tích khác biệt của Vannevar Bush, một chiếc máy có khả năng phân biệt các phương trình khác nhau, hoạt động từ năm 1931 tại Viện Công nghệ Massachusetts đã thức tỉnh tâm trí ông. Cùng với Lebedev, hai đồng sự khác là I.S Bruk và L.I.Gutenmakher đã cùng làm việc để chế tạo chiếc máy tính đầu tiên.

Chiến tranh ập tới khiến phòng thí nghiệm của Lebedev phải rời sâu vào một địa điểm bí mật và hoạt động hai năm liền ở Sverdlovsk, một khu vực hẻo lánh nằm cách chỗ cũ khoảng 100 cây số về phía đông. Sau thời kỳ

khó khăn này, Lebedev được bổ nhiệm làm giám đốc Viện năng lượng thuộc Viện Hàn lâm khoa học Kiev tháng 5 năm 1946. Vẫn bị các phép tính analog cuốn hút, ông và nhóm nghiên cứu mới của mình tiếp tục các công việc thiết kế một chiếc máy tính.

Ngay từ đầu năm 1947, Lebedev quay sang nghiên cứu các phép tính số và ngay lập tức bị chúng cuốn hút. Theo các nhà nghiên cứu lịch sử tin học Gregory Crowe và Seymour Gooman, một nhóm các nhà toán học, vật lý và kỹ sư đến từ khắp nơi trên nước Nga đã cùng tập hợp tại phòng thí nghiệm của Lebedev để bàn thảo, trao đổi và tìm ra cách chế tạo các máy tính. Ngày 6 tháng 11 năm 1950, tức là sau 4 năm nghiên cứu miệt mài, chiếc máy MESM (chiếc máy tính nhỏ chạy điện) ra đời.

Trong suốt thời kỳ này, Lebedev chuẩn bị các điều kiện cần thiết, thành lập các quỹ, chuẩn bị cơ sở lý thuyết và thực hành để lắp đặt chiếc máy tính đầu tiên. Các điều kiện vật chất thật khắc nghiệt: Kiev là thành phố bị tàn phá tan tành. Mọi thứ đều thiếu thốn. Lebedev đã phải cùng vợ của mình thuê một căn hộ để ở. Về mặt kỹ thuật thì ông đã phải chấp vá mọi thứ có thể, chế ra các dụng cụ và thiết bị cần thiết để lắp máy tính. Tiếp đến là việc tìm kiếm các kỹ sư điện. Những kỹ sư lành nghề không thể tìm được thời buổi sau chiến tranh. Thế là ông phải kiếm những người ham thích về các phép tính số để đào tạo.

Phải mất tới 2 năm rưỡi chuẩn bị Lebedev mới định hình được chiếc khung cho máy tính điện tử đầu tiên cũng như chế tạo được các linh kiện cần thiết. Mùa hè năm 1949 là thời điểm chiếc máy tính bắt đầu được lắp ráp. Lebedev có được một phòng làm việc mới tuy không phù hợp lắm với mục đích chế tạo chiếc máy tính nhưng bù lại cũng khá rộng. Nhóm của ông làm việc trong một phòng rộng 500 m². Căn phòng này vốn là một khu nội trú của tu viện cổ Feofania nằm cách Kiev 15 km. Những điều kiện làm việc ở đây cũng thật kinh khủng. Feofania dường như bị cô lập với bên ngoài. May mắn thay, nhóm làm việc có được một chiếc xe tải để chở thiết bị cũng như người từ Kiev tới. Khi trời mưa, con đường thật lầy lội và các

kỹ sư luôn phải xuống đẩy xe qua con đường mòn khốn khổ. Mặc dù những khó khăn, cực khổ, công việc vẫn tiến triển. Vào cuối năm 1949, hình dạng cuối cùng của chiếc máy cũng đã được phác thảo xong. Ấn tượng nhất vẫn là những chiếc tủ đựng linh kiện hai tầng lớn tới 50 m². Người ta bắt đầu công việc lắp ráp và nối hệ thống đường dây điện chằng chịt. Máy đã lắp xong và chạy thử. Khổ nổi, nó không hoạt động như dự tính và người ta lại tiếp tục phải thay đổi các linh kiện, nghĩ ra tất cả các phương án có thể. Cuối cùng người ta đã quyết định phải khoét một lỗ thùng ở trên trần nhà để thoát khí, tạo điều kiện “hạ nhiệt” cho chiếc máy khổng lồ này, Anne Fitzpatrick, nhà khoa học hiện đang làm việc tại phòng thí nghiệm Los Alamos kể lại. Cần nhớ là một chiếc máy này chứa tới 6.000 tấn tỏa nhiệt và tiêu thụ lượng điện tới 25 KW.

Lebedev dường như không biết nhiều về thông tin lúc đó ở Manchester. Vào ngày 21 tháng 6 năm 1948, Freddie William và các cộng sự đã rất hạnh phúc khi “Baby”, chiếc máy tính đầu tiên của họ đã bắt đầu hoạt động. Tuy nhiên, chiếc máy tính thô sơ này, được gọi là Manchester Mark 1 chỉ có thể thực hiện được 7 câu lệnh trong đó có phép tính trừ và phép phủ định nhưng không thể làm được tính cộng. William, theo yêu cầu của von Neumann cũng đã tạo ra được bộ nhớ 32 từ 32 bit. Đối với chiếc máy tính MESM, Lebedev nhắm tới đích xa hơn. Cả phép tính cộng và trừ được thực hiện nhờ các mạch “song song” trong khi chiếc máy “Baby” chỉ làm việc theo chuỗi và chạy rất chậm. Không những thế, các phép tính nhân và chia cũng được đưa vào “thực đơn” của MESM ngay từ đầu. Một bộ nhớ cho phép nhớ được 31 số 17 bit và 63 lệnh 20 bit.

Ngày 6 tháng 1 năm 1950, máy tính MESM đã chạy thử thành công chương trình đầu tiên của nó với tốc độ 50 phép tính/giây. Hai tháng sau đó, chiếc máy tính được chạy thử trước một hội đồng các nhà khoa học thuộc Viện hàn lâm khoa học Ucraina. Không kịp nghỉ ngơi vì thắng lợi này, Lebedev tiếp tục các công việc hoàn thiện chiếc máy tính và bắt đầu chế tạo BESM, nghĩa là “Máy tính điện tử tốc độ cao”. Lần này, ông được

sự hỗ trợ nhiều hơn từ Viện hàn lâm, nhất là từ chính bản thân Mikhail Alexeievitch Lavrentiev, phó chủ tịch viện Hàn lâm.

Lần này Lebedev có một đối thủ thực sự. Một nhóm nghiên cứu do Youri Bazilevskii đứng đầu bắt đầu làm việc trên một dự án máy tính có tên Stela tại Matxcova. Tuy nhiên, chiếc máy BESM của Lebedev nổi trội hơn nhiều. Bộ nhớ trung tâm rất độc đáo của máy tính chứa tới 1024 từ 39 bit và khi hoạt động tốt vào tháng 4 năm 1953, BESM có thể thực hiện được 1000 phép tính trong mỗi giây. Vào đầu năm 1955, với một bộ nhớ mới, tốc độ tính toán của máy tính đã lên tới 8000 phép tính/giây.

Cho tận tới ngày ông mất, Lebedev vẫn không ngừng sáng tạo ra những chiếc máy tính khác. Kết quả: 15 chiếc máy tính đã ra đời trong suốt cuộc đời của ông. Loại máy BESM-2 ra đời vào năm 1958 đã được sản xuất công nghiệp. Đến thế hệ máy tính BESM-4, các transistor đã biến mất. Năm 1965, thế hệ máy tính BESM-6 đã có thể thực hiện được 1 triệu phép tính/giây. 350 chiếc máy tính thế hệ này đã được sản xuất và chúng đã đóng góp rất nhiều vào công cuộc chinh phục vũ trụ của người Nga Xô viết.

Seigei Alexeievitch Lebedev là một trong những người anh hùng trong bóng tối của ngành tin học mà người ta sẽ phải ngả mũ đón chào, bên cạnh những tên tuổi lớn khác như Charles Babbage, John von Neumann Alan Turing. Vai trò tiên phong nhưng ít được biết tới của kỹ sư người Nga này giờ đã được công nhận. Ông đã làm ra được chiếc máy tính kỹ thuật số, chạy điện, được lập trình đầu tiên tại châu Âu trong điều kiện bị cô lập ở Ucraina và làm việc với những điều kiện hết sức khó khăn.

Cha đẻ của ngành điều khiển học

Norbert Wiener sinh ngày 26-11-1894 tại Columbia, Missouri, Hoa Kỳ. Ông là nhà toán học nổi tiếng trên cả phương diện toán học thuần túy và toán học ứng dụng, được coi là cha đẻ của ngành Điều khiển học, là người tiên phong nghiên cứu về quá trình ngẫu nhiên và quá trình ồn (noise).

Cha ông - Leo Wiener, một giáo sư ngôn ngữ người Nga Do Thái là người sớm nhận ra khả năng thiên bẩm của con trai và đã hướng cho Wiener theo một nền tảng tốt về giáo dục. Mẹ ông là một người Đức Do Thái, ông đã từng nói về mẹ của mình là “một người phụ nữ nhỏ bé nhưng mạnh mẽ và sôi nổi”.

Ông được cha mẹ giáo dục tại nhà cho đến năm 1903 (một phương pháp giáo dục quen thuộc của người Do Thái cho con trẻ nhằm khơi gợi phát hiện năng khiếu của chúng). Ông trở thành một thần đồng nổi tiếng chính là do sự hướng dẫn của người cha vốn là một giảng viên ngôn ngữ nhưng lại là một người học rộng và có một thư viện riêng. Leo cũng là một người có khả năng về toán học và ông truyền đạt một số kiến thức về toán cho con trai của mình ngay từ thuở ấu thơ.

Tốt nghiệp trường trung học Ayer năm 1906, lúc chỉ mới 11 tuổi, Wiener đậu vào đại học Tufts và lấy bằng cử nhân Toán khi 14 tuổi (1909), rồi tiếp tục làm nghiên cứu sinh về động vật học tại Harvard. Năm 1910 ông chuyển sang Đại học Cornell học triết học. Một năm sau ông quay lại Harvard trong khi vẫn tiếp tục học triết. Ở Harvard ông chịu ảnh hưởng nhiều từ Edward Vermilye Huntington, một người có nhiều mối quan tâm tới toán học từ các tiên đề đến những bài toán ứng dụng trong kỹ thuật. Wiener được nhận bằng tiến sĩ năm 1912 tức là khi chỉ 18 tuổi, cho luận

vấn về Logic toán dưới sự hướng dẫn của Karl Schmidt.

Năm 1914 ông sang châu Âu, và nghiên cứu dưới sự hướng dẫn của các nhà toán học danh tiếng Bertrand Russell, G. H. Hardy (Cambridge University), David Hilbert, Edmund Landau (University of Göttingen). Năm 1915 đến 1916, ông giảng dạy triết học tại Harvard, tiếp đó làm cho công ty General Electric rồi tham gia viết Encyclopedia Americana. Khi chiến tranh Thế giới thứ nhất bùng nổ, Oswald Veblen mời ông làm việc về đạn đạo học tại Aberdeen Proving Ground, Maryland. Wiener sinh hoạt và làm việc với các nhà toán học khác và chính đi đầu này đã làm cho sự quan tâm đến toán học của ông trở nên mạnh mẽ, sâu sắc hơn.

Theo Wiener thì những năm 1920 - 1925 là thời kỳ ông say sưa với toán học. Ông có khát vọng giải các vấn đề phức tạp của vật lý và kỹ thuật bằng những phương pháp toán học trừu tượng hiện đại. Ông nghiên cứu lý thuyết chuyển động Brown, thử sức mình trong lý thuyết thế, đi sâu vào giải tích đi đầu hòa tổng quát nhằm áp dụng cho lý thuyết thông tin. Kiến thức bách khoa của Wiener được tích lũy dần dần, chậm chậm nhưng chắc chắn.

Năm 1932 khi đó ông đã là giáo sư chính thức, có danh tiếng xứng đáng trong hàng ngũ các nhà bác học châu Âu và châu Mỹ. Ông hướng dẫn học trò viết luận án; xuất bản những cuốn sách giá trị về toán học như: “Giải tích đi đầu hòa tổng quát”, “Định lý Tauber”, “Tích phân Phurien và một vài ứng dụng”, cùng nghiên cứu với nhà toán học Đức E. Gopf về trạng thái cân bằng của các sao và đưa vào khoa học “Phương trình Wiener-Gopf”. Một công trình khác nữa ông viết cùng với nhà toán học Anh R. Peli “Biến đổi Phurien trong vùng ảo”. Cuốn sách này đang viết dở thì R. Peli bị chết trong một lần trượt tuyết, sau đó ông viết tiếp với nhà bác học Trung Quốc Li và V. Bus. Trong những năm 1935-1936 ông là phó chủ tịch hội toán học Mỹ.

Thời kỳ 1920 - 1930 Wiener thường sang châu Âu làm quen với nhiều nhà bác học trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Ông sống khá lâu ở Kembrid và Göttingen, tham gia vào những hội nghị toán học quốc tế, đặc biệt

quan hệ với những nhà bác học lớn đương thời như: M. Prese, I. Adammar, N. Bo, Dj. Golden, Dj. Bernal.

Năm 1935 - 1936 ông sang thăm Trung Quốc và giảng bài tại Trường Đại học Tổng hợp Bắc Kinh. Mối quan hệ của ông với các nhà bác học ngày càng được củng cố và mở rộng, đi đầu này đã gây được ảnh hưởng tốt đến sự nghiệp khoa học của ông. Thời kỳ này kiến thức của nhà bác học đang nở rộ. Ông đã hời hợt: “Những công trình của tôi bắt đầu kết quả, tôi đã kịp đăng hàng loạt những vấn đề tự nghiên cứu và đã làm xong việc chuẩn bị cho một hướng phát triển mới mà trong khoa học sẽ có chỗ cho nó”. Chính khuynh hướng này đã đưa ông đến sự hình thành khoa học về đi đầu khiên.

Trong thời gian đại chiến Thế giới lần thứ hai (1939-1945), ông nghiên cứu lý thuyết về mạng điện, kỹ thuật tính toán. Chậm hơn một chút nhưng không phụ thuộc gì vào A. N. Kolmogorop, ông đã phát biểu lý thuyết nội suy và ngoại suy của những quá trình ngẫu nhiên tĩnh. Ông đã cố gắng hướng phát triển lý thuyết “lọc”, một lý thuyết được áp dụng rộng rãi trong kỹ thuật. Trong thời gian ở Mehico ông đã nêu lên sự cần thiết phải hình thành một ngành khoa học thống nhất nhằm nghiên cứu các quá trình nhận, giữ và nhào nặn thông tin, các quá trình đi đầu khiên và kiểm tra. Ông đề nghị đặt tên cho ngành khoa học mới mẻ và đầy tương lai là xibecnêtic. Chính C. Sennon cũng có công lớn trong việc hình thành xibecnêtic, nhưng ông là người đầu tiên truyền bá ý nghĩa của đi đầu khiên học trong toàn bộ hệ thống nhận thức của con người.

Chiến tranh kết thúc, ông được William Fogg Osgood mời sang MIT như một phụ giảng về toán học. Ở đây ông quan tâm đến lý thuyết xác suất và bắt đầu nghiên cứu về chuyển động Brown. Wiener tham gia vào đại hội Toán học thế giới năm 1920 tại Strasbourg khi cùng làm việc với Fréchet. Ông cũng trở lại châu Âu thường xuyên vào những năm tiếp theo đó để thăm viếng các nhà toán học Anh, Pháp và Đức. Đặc biệt trong đó có Paul Lévy và tại Đại học Göttingen nơi ông tìm ra những liên hệ quan trọng giữa

những kết quả của ông với cơ học lượng tử. Điều này dẫn tới một sự cộng tác của ông với Max Born.

Năm 1926, Wiener lập gia đình với Margaret Engemann, rồi sang châu Âu trong chương trình học bổng Guggenheim. Ông gặp gỡ Hardy tại Đại học Cambridge rồi trở về Göttingen cũng là nơi đoàn tụ với vợ ông khi bà thôi công việc giảng dạy ngôn ngữ tại Juniata College, Pennsylvania. Vào những năm 1931 - 1932 Wiener có những tiến triển trong công việc nghiên cứu toán của mình khi ông chủ yếu ở Anh và thường xuyên gặp gỡ Hardy tại Cambridge. Ông có các khóa giảng về tích phân. Fourier và Cambridge cũng tạo điều kiện cho ông có thể gặp gỡ nhiều nhà toán học khác, trong đó có Blaschke, Menger, Frank, Hahn, Artin và Gödel. Wiener đưa ra nhiều ý tưởng quan trọng trong các công trình của mình về biến đổi Fourier, chuyển động Brown, bài toán Dirichlet và định lý Tauber, lý thuyết thế (potential theory)...

Wiener là người đã tạo nền tảng cho điều khiển học, công nghệ người máy, điều khiển máy tính và tự động hóa. Ông cũng chia sẻ các lý thuyết mà ông tìm ra với những nhà nghiên cứu khác. Wiener là một người ủng hộ mạnh mẽ ý tưởng tự động hóa để phát triển kinh tế, nâng cao mức sống tại các nước kém phát triển. Ý tưởng của ông có ảnh hưởng lớn ở Ấn Độ, nơi mà chính phủ nước này thường xuyên được ông cố vấn trong thập kỷ những năm 1950.

Sau khi chiến tranh kết thúc ông ngày càng trở nên quan tâm hơn đến những gì trước kia ông thấy như sự can thiệp của chính trị vào khoa học, sự quân sự hóa khoa học. Ông viết bài báo “Một nhà khoa học nổi loạn” trên tờ Nguyệt san Atlantic tháng 1-1947 để kêu gọi các nhà khoa học xem xét ý nghĩa đạo đức trong công việc nghiên cứu của họ. Ông đã chối từ bất kỳ nguồn tài trợ nào của chính phủ hướng các nghiên cứu của ông về các dự án quân sự. Lập trường của ông về vũ khí hạt nhân khi chiến tranh lạnh xảy ra hoàn toàn tương phản với John von Neumann. Hai ông đều là người Do Thái, đều là các thần đồng, đều cùng có ảnh hưởng lớn lao đến sự tiến

bộ của khoa học kỹ thuật trong thế kỷ XX nhưng lại hoàn toàn đối lập nhau trong lập trường về sự tham gia của khoa học vào quân sự, vũ khí hạt nhân.

Wiener đã viết hai cuốn sách về cuộc đời và sự nghiệp của mình đó là các cuốn “Thần đồng tuổi thơ”, “Tôi là nhà Toán học” trong đó chứa đựng nhiều thông tin thú vị về đời tư của ông và con đường mà ông đã trở thành một nhà khoa học lớn như thế nào. Wiener nhận giải thưởng Bôcher năm 1933 và Huân chương Quốc gia về Khoa học của Hoa Kỳ năm 1963.

Norbert Wiener từ giã cõi đời năm 1964 tại thủ đô Stockholm, Thụy Điển nhưng tên tuổi và những cống hiến của ông cho nền khoa học kỹ thuật của nhân loại của ông vẫn còn đó. Tên của ông được đặt cho một miệng núi lửa ở nửa bị che khuất với trái đất trên mặt trăng. Tại Đại học Maryland người ta thành lập trung tâm Norbert Wiener về Giải tích điểu hòa và ứng dụng. Giải thưởng Norbert Wiener cho toán ứng dụng được thiết lập bởi Hội toán học Mỹ (AMS) và Hội toán học Công nghiệp và ứng dụng (SIAM) từ năm 1967.

Emmy Noether người phụ nữ quan trọng nhất trong lịch sử toán học

Amalie Emmy Noether sinh ngày 23 tháng 3 năm 1882 ở thị xã Bavaria của Erlangen; cha của bà là nhà toán học nổi tiếng Max Noether. Emmy ban đầu định dạy tiếng Pháp và tiếng Anh sau khi thi đỗ các kỳ thi nhưng bà đã học toán học tại Đại học Erlangen nơi cha bà giảng dạy. Sau khi hoàn tất luận văn dưới sự chỉ dẫn của Paul Gordan, bà đã làm việc tại Viện toán Erlangen mà không được trả lương trong 7 năm.

Bà là nhà toán học người Đức gốc Do Thái nổi tiếng nhờ những đóng góp tạo lập nên môn đại số trừu tượng. Bà thường được mô tả là người phụ nữ quan trọng nhất trong lịch sử toán học, đã làm cuộc cách mạng về các lý thuyết vành, trường và algebras. Bà cũng nổi tiếng vì những đóng góp của mình cho vật lý học lý thuyết, đặc biệt là định lý Noether giải thích mối liên hệ giữa tính đối xứng và các định luật bảo toàn.

Diofantos xứ Alexandria

Diofantos xứ Alexandria sinh khoảng năm 200 đến 214, mất khoảng năm 284 đến 298, đôi khi được mệnh danh là “cha đẻ của ngành đại số” (một số người cho rằng danh hiệu này nên được cùng chia sẻ với Al-Khwārizmī, người sinh sau Diofantos khoảng 500 năm). Ông là nhà toán học xứ Alexandria và là tác giả của loạt sách có tên gọi Arithmetica (số học). Các quyển sách này gồm có cách giải các phương trình đại số, tuy ngày nay một số quyển đã thất lạc. Trong khi nghiên cứu cuốn Arithmetica, Pierre de Fermat đã kết luận rằng có một phương trình Diofantos cho rằng không có lời giải, và đã ghi chú tỉ mỉ rằng ông đã tìm thấy “một cách chứng minh đúng đắn tuyệt diệu cho mệnh đề này”, đến nay có tên Định lý Fermat lớn. Điều này đã dẫn đến những tiến bộ lớn về lý thuyết số, và ngành nghiên cứu phương trình Diofantos (hình học Diofantine) và phép xấp xỉ Diofantos vẫn là những ngành quan trọng của toán học nghiên cứu.

Diofantos là nhà toán học Hy Lạp đầu tiên công nhận phân số là những con số; vì vậy ông đã chấp nhận số hữu tỉ dương làm hệ số và lời giải. Ngày nay, các phương trình Diofantos thường là các phương trình đại số có hệ số nguyên, trong đó phải tìm những lời giải là số nguyên. Diofantos cũng tạo ra các tiến bộ về ký hiệu toán học.

Diofantos có đóng góp to lớn trong sự phát triển của đại số học và cũng có rất nhiều ảnh hưởng đến các lý thuyết số sau này của châu Âu. Người ta biết rất ít về ông, ngoài sự kiện là ông đã thành đạt ở Alexandria.

Diofantos viết ba công trình: “Arithmetica”, đó là công trình quan trọng nhất của ông và hiện còn giữ 6 trong 13 quyển, “Về các số đa giác” chỉ còn giữ lại được một vài đoạn, và “Porisms” đã bị thất lạc. “Arithmetica” là

một luận văn phân tích về lý thuyết đại số về số và cho thấy tác giả là một thiên tài trong lĩnh vực này.

Diofantos đã đưa ra số âm và ký hiệu chữ. Ông đã đặt ra và giải nhiều bài toán dẫn đến các phương trình xác định và bất định. Công trình của ông về lý thuyết số đã đặt cơ sở cho những nghiên cứu sau này của Fermat và Euler. Các phương trình Diofantos là các phương trình đại số với hệ số hữu tỉ, có nghiệm dưới dạng số nguyên và số hữu tỉ. Giải tích Diofantos (hay hình học Diofantos) là lĩnh vực toán học nghiên cứu phương trình Diofantos dựa trên phương pháp hình học đại số. Phép tính Diofantos là một ngành lý thuyết số trong đó nghiên cứu sự gần bằng không các giá trị hàm số từ các đối số.

Nhà toán học Heron

Heron là nhà toán học và vật lý vùng Alexandria, không biết ngày sinh và ngày mất. Các công trình của ông về các chủ đề về toán học và vật lý học rất phong phú về nội dung cũng như nhiều về số lượng tới mức mà người ta thường xem ông là một tác gia bách khoa trong lĩnh vực này. Có những lý do giả định rằng ông là một người Ai Cập được huấn luyện theo kiểu Hy Lạp. Trong mọi luận văn của ông thường nhắm đến tính hữu dụng thực tiễn hơn là tính hoàn chỉnh về lý thuyết, đi đâu đó cho thấy có sự pha trộn giữa Hy Lạp và phương Đông. Ông quan tâm đến việc xây dựng một nền móng khoa học cho kỹ thuật và cho trắc địa.

Các công trình của Héron có thể chia thành hai lớp: hình học (công trình *Metrica*) và cơ học. Các công trình về hình học nói đến các vấn đề đo lường còn các công trình về cơ học thì mô tả các thiết bị cơ học rất khéo léo (công trình *Pneumatica*, *Dioptra* và *Catoptrica*). Công trình quan trọng nhất của Heron là “*Metrica*” về hình học gồm ba quyển, được tìm thấy ở Constantinople bởi R. Schone vào năm 1896.

Quyển I nói về việc đo diện tích của hình vuông, hình chữ nhật, hình tam giác, hình thang, các tứ giác đặc biệt khác nhau, các đa giác đều, vòng tròn và các cung tròn, ellip, diện tích các hình trụ, hình nón, hình cầu và đối cầu. Trong tác phẩm này, Heron đã rút ra được một công thức nổi tiếng để tính diện tích một tam giác theo ba cạnh $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ trong đó $p = (a+b+c)/2$. Heron còn đưa ra cách tính xấp xỉ về căn bậc hai của một số nguyên không chính phương.

Quyển II của *Metrica* nói về cách tính thể tích các hình nón, trụ, hình hộp, hình lăng trụ, hình chóp, hình nón cụt, hình cầu, các đối cầu...

Quyển III nói về cách chia một số diện tích và thể tích các thành phần

theo các tỉ số cho trước. Heron đã đưa ra một công thức sau này mang tên ông.

Công thức này và cách chứng minh có thể tìm thấy trong cuốn sách của ông, *Metrica*, được viết vào khoảng năm 60 sau Công nguyên. Có lẽ Archimedes đã biết công thức này, bởi vì *Metrica* là tuyển tập các kiến thức toán học có sẵn ở thế giới cổ đại. Vì thế, cuốn sách này có lẽ là nguồn tham khảo của thời kỳ trước.

Một công thức tương đương với Heron có nội dung được phát hiện bởi người Trung Quốc độc lập với người Hy Lạp. Nó được xuất bản trong cuốn sách “*Sổ thư cửu chương*”, được viết bởi Tầٰn Cửu Thi ầu và xuất bản vào năm 1247 sau Công nguyên.

Cha đẻ lý thuyết điện toán trong hóa học lượng tử

John Pople sinh năm 1925 tại Burnham on Sea, Somerset (Anh). Pople nhận bằng tiến sĩ toán học năm 1951 tại Đại học Cambridge. Một năm sau đó, ông lập ra công thức cho một sơ đồ cơ bản để phát triển những mô hình toán học phục vụ nghiên cứu phân tử mà không cần tiến hành thí nghiệm.

Sau một thời gian lãnh đạo Trung tâm nghiên cứu vật lý cơ bản thuộc Phòng thí nghiệm vật lý quốc gia Anh gần London, ông nhanh chóng cảm thấy không thích hợp với việc phải dành quá nhiều thời gian cho công tác quản lý nên đã di cư sang Mỹ năm 1958.

Năm 1964, Pople trở thành giáo sư vật lý hóa học tại trường Carnegie Tech, sau này trở thành đại học Carnegie- Mellon, Pittsburgh (Mỹ). Ông được Nữ hoàng Anh Elizabeth II phong tước Hiệp sĩ năm 2002 vì những đóng góp trong nghiên cứu hóa học. Năm 1986, ông chuyển sang làm việc tại khoa hóa của Đại học Northwestern (Mỹ).

John Pople, đã được nhận giải Nobel năm 1998 vì đóng góp to lớn trong quá trình phát triển các phương pháp điện toán cho ngành hóa học. Pople là người đã phát triển các kỹ thuật máy tính phục vụ cho việc kiểm tra và xác định cấu trúc hóa học và những chi tiết của vật chất. Chương trình máy tính do ông xây dựng đã được hàng nghìn trường đại học và doanh nghiệp trên thế giới sử dụng. Đến những năm 90 của thế kỷ trước, ông biên tập lại chương trình này, kết hợp thêm với lý thuyết về mật độ của Walter Kohn, người đồng nhận giải Nobel hóa học với ông. Kohn là nhà khoa học người Áo, làm việc tại Đại học Santa Barbara (Mỹ). Nghiên cứu của ông này, bắt đầu từ những năm 60, làm đơn giản hóa mô tả toán học về sự liên kết giữa

các nguyên tử tạo nên phân tử.

Cách tiếp cận bằng điện toán của Pople trong lĩnh vực hóa học đã cho phép các nhà khoa học tạo ra những mô hình trên máy tính của nhiều phản ứng hóa học, vốn là điều không thể hoặc rất khó tái tạo trong phòng thí nghiệm.

Công trình của ông có tầm ứng dụng rất rộng, từ phục vụ nghiên cứu các vì sao dựa trên những dấu hiệu hóa học đo qua kính viễn vọng, cho đến tìm hiểu phương thức mà những chất gây ô nhiễm như freon phản ứng với tầng ozone. Trong lĩnh vực y học, các nhà nghiên cứu cũng sử dụng phương pháp hóa học lượng tử được vì tính hóa của Pople để tái tạo tác dụng của một số loại thuốc chống lây nhiễm căn bệnh HIV.

Pople qua đời ngày 15 tháng 3 năm 2004 tại nhà riêng ở tuổi 78 vì căn bệnh ung thư gan.

Người viết công trình về lý thuyết số

Nhà toán học Nga Victor Yakovlevich Bunyakovsky sinh ngày 16 tháng 12 năm 1804. Ông là viện sĩ viện Hàn lâm Peterburg từ khi mới 24 tuổi và sau này trở thành phó chủ tịch của viện từ năm 1864 cho tới năm 1889, năm ông mất.

Từ 16 tuổi đến 21 tuổi ông theo học ở Paris, lúc đó có nhiều giáo sư nổi tiếng dạy như Laplace, Fourier, Cauchy, Legendre. Ông bảo vệ luận án tiến sĩ toán tại Paris năm 1825 lúc 21 tuổi.

Trở về nước, ở Peterburg ông đã hoạt động tích cực trong lĩnh vực giáo dục, giảng dạy toán cho đến năm 1846. Trong 15 năm sau, từ năm 1846 đến năm 1859 ông dạy tại trường Đại học Peterburg, phụ trách các môn cơ học giải tích, lý thuyết xác suất và giải tích toán học. Bắt đầu từ năm 1858, ông trở thành chuyên gia quan trọng của chính phủ về các vấn đề thống kê và bảo hiểm.

Có thể nói, lĩnh vực hoạt động của ông rất rộng lớn và thu được nhiều kết quả tốt đẹp. Ông đã có đến 168 công trình nghiên cứu. Công trình ưu việt của Bunyakovsky là lý thuyết số, lý thuyết xác suất và ứng dụng. Ông còn nghiên cứu nhiều về giải tích, hình học và đại số, quan tâm đến cả tính toán trong thực tiễn; góp phần vào việc cải tiến các tính toán của nước Nga.

Tác phẩm lớn nhất của ông là “Cơ sở của lý thuyết xác suất” (năm 1846) trong đó có nhiều phần độc đáo, nhất là phần lịch sử phát sinh và phát triển môn xác suất, phần ứng dụng quan trọng của xác suất trong vấn đề bảo hiểm và dân số...

Một loạt công trình của ông về thống kê, xác suất đã góp phần đáng kể vào sự phát triển của lý thuyết thống kê ở nước Nga.

Các công trình về lý thuyết số với một số khái niệm mới đã mang lại sự

hấp dẫn đối với môn này vào thế kỷ thứ XIX. Trong hình học ông cũng đã nghiên cứu về lý thuyết các đường song song.

Cùng với Ostrograski và Chebyshev, ông đã có vai trò lớn trong việc nâng cao trình độ khoa học của việc giảng dạy toán ở đại học và mở rộng phạm vi chương trình toán ở đại học. Ông đã viết tập “Những bài giảng về toán lý thuyết và toán ứng dụng” có giá trị lớn đối với việc giảng dạy toán cũng như đối với từ vựng khoa học. Ngoài ra đối với nhà trường phổ thông Bunhiacôpxki đã viết cuốn sách giáo khoa “Số học” (1844) và cuốn “Chương trình và tóm tắt môn số học”.

Ông là hội viên danh dự của tất cả các trường Đại học Nga, của nhiều hội khoa học, đồng thời là phó chủ tịch viện Hàn lâm Khoa học và viện đã đặt ra giải thưởng mang tên ông cho những tác phẩm toán học có giá trị lớn.

Nhà hình học nổi tiếng thời cổ

Apollonius sinh năm 262 tại Perga, miền nam Tiểu Á. Thuở nhỏ ông sang Alexandria và học toán với các học trò của Euclid.

Apollonius là một nhà thiên văn nổi tiếng, ông lập nên lý thuyết về chuyển động của mặt trăng và để lại những bảng tính toán giúp tính vị trí của mặt trời và mặt trăng trong thời gian nhật thực và nguyệt thực.

Apollonius là một nhà hình học nổi tiếng với tác phẩm “Các thiết diện conic”. Khác với các nhà toán học trước đó coi parabol và elip như thiết diện của conic tròn xoay, Apollonius đã biểu diễn chúng như những thiết diện phẳng tùy ý của một đường bậc hai bất kỳ.

Ông đã tìm ra phương trình $y^2 = px$ đối với parabol, ngày nay ta gọi là phương trình chính tắc của parabol trong đó p là tham số tiêu. Trong công trình Các thiết diện conic ông đã sử dụng đại số hình học khi nghiên cứu các tính chất của thiết diện conic, đường kính, tiêu cự, pháp tuyến và tiếp tuyến của chúng.

Ông cũng đã sử dụng các phương pháp hình học xạ ảnh (chiếu). Ông đã có ảnh hưởng rất lớn đến sự phát triển hình học, thiên văn học và cơ học.

Người có nhiều cống hiến cho lý thuyết xấp xỉ

Lipót Fejér vốn tên là Leopold Weiss nhưng đã đổi tên cho có vẻ Hungary vào khoảng thời gian năm 1900, một đi ầu khá phổ biến vào thời đó.

Năm 1897 Fejér giành được giải tại một trong những cuộc thi toán đầu tiên tổ chức ở Hungary. Từ đó đến 1902 Fejér đã học toán và vật lý tại Đại học Budapest và Berlin, nơi ông theo học Schwarz.

Năm 1900 Fejér công bố một định lý tổng căn bản của chuỗi Fourier, đây là cơ sở của luận văn tiến sĩ ông đã trình trước đại học Budapest năm 1902.

Từ 1902 đến 1905 Fejér dạy tại Đại học Budapest và từ 1905 đến 1911 ông dạy tại Kolozsvár ở Hungary (giờ là Cluj của Romania). Năm 1911 Fejér được bổ nhiệm giảng dạy toán ở Đại học Budapest và đã giữ vị trí đó đến lúc qua đời nhưng xung quanh chuyện ông được bổ nhiệm đó cũng có nhiều vấn đề mặc dù ông đã được sự ghi nhận nồng nhiệt của Poincaré khi nhận giải thưởng Bolyai nhưng việc bổ nhiệm ông đã bị nhiều người bài Do thái ở khoa phản đối. Một trong số họ, biết rõ rằng tên ông vốn là Weiss đã hỏi xem ông có liên quan gì đến một đồng nghiệp ở khoa thần học, Cha Ignatius, không. Loránd Eotvos, giáo sư vật lý đã không ngần ngại trả lời: “Con ngoài giá thú”. Tuy nhiên, sau đó mọi chuyện diễn ra suôn sẻ.

Trong thời gian ở Budapest, Fejér đã lãnh đạo một trường phái giải tích rất thành công của Hungary. Fejér chủ yếu nghiên cứu về giải tích đi ầu hòa. Ông nghiên cứu về các dãy lũy thừa và lý thuyết thế vị. Đa phần các công trình của ông liên quan đến chuỗi Fourier và các điểm kì dị của chúng.

Ông có nhiều cống hiến cho “Lý thuyết xấp xỉ”. Fejér cũng từng viết

chung với Carathéodory một bài báo về hàm nguyên (1907) và một công trình khác với Riesz về ánh xạ bảo giác (1922).

Ngoài việc nghiên cứu khoa học, Fejér còn là một giảng viên rất tuyệt vời như một học trò của ông đã nhớ lại: “Fejér giảng những bài giảng rất ngắn gọn mà vô cùng đẹp đẽ. Những bài giảng thường được suy nghĩ kỹ đến từng chi tiết và có một kết thúc đầy kịch tính. Ông dường như đã làm sống lại sự ra đời của từng định lý, chúng tôi được đưa đến thời điểm chúng được tạo thành. Ông cũng làm cho những người nổi tiếng đương thời trở nên đầy sống động; họ sống dậy từ từng trang sách. Điều đó làm cho toán học hiện ra vừa như một hoạt động trí óc lại vừa như một hoạt động xã hội.”

Nhà toán học say mê hình học

iovanni Ceva sinh ngày 7 tháng 12 năm 1647 tại Milan, mất ngày 15 tháng 6 năm 1734 tại Mantua, nước Ý.

Thuở nhỏ, ông theo học tại trường dòng Thiên chúa giáo ở Milan. Lớn lên ông học ở Đại học Pisa, sau đó, năm 1686 được bổ nhiệm làm giáo sư toán tại trường đại học Mantua, nơi ông gắn bó suốt đời.

Năm 1686, khi mới được bổ nhiệm, Giovanni Ceva làm việc dưới quyền cai trị của vua Gonzagas. Tuy nhiên, năm 1708 nước Áo đem quân chiếm đóng và bắt đầu xây dựng công sự. Giovanni Ceva nhanh chóng chuyển sang làm việc dưới chế độ thống trị của người Áo.

Phần lớn cuộc đời, Giovanni Ceva giành cho việc nghiên cứu hình học. Ông đã khám phá ra một trong những kết quả quan trọng về tam giác bằng phương pháp hình học tổng hợp. Định lý phát biểu rằng các đường thẳng qua đỉnh của tam giác và cắt cạnh đối diện rõ ràng là đồng quy khi tích tỷ số các đoạn thẳng chia cạnh tam giác bằng 1. Định lý Ceva này được in trong cuốn “De lineis rectis” (1678).

Ceva cũng phát hiện lại và xuất bản định lý Menelaus. Ông còn nghiên cứu ứng dụng của hình học vào cơ học và tĩnh học. Ông đã có một kết luận sai rằng chu kỳ dao động của hai con lắc tỷ lệ với chiều dài của chúng, tuy nhiên, sau đó ông đã sửa chữa sai lầm này.

Ceva cho xuất bản “Opuscula mathematica” năm 1682. Trong “Geometria Motus” (1692), trong một chương mục nào đó, ông đã có đề cập đến phép tính vi phân. Năm 1711, ông cho ra đời cuốn “De Re Nummerica”, một trong những công trình đầu tiên về toán kinh tế, nhằm tìm ra điều kiện cân bằng cho hệ thống tiền tệ của bang Mantua.

Ceva cũng có những công trình quan trọng về thủy lực học, tiêu biểu là

cuốn “Opus hydrostaticum” (1728). Ông là một viên chức ở Mantua, và đã dùng kiến thức của mình về thủy lực học để bác bỏ thành công dự án ngăn dòng chảy của sông Reno đổ vào sông Po.

Cha đẻ của lý thuyết số hiện đại

Pierre de Fermat sinh ngày 20 tháng 8 năm 1601 tại Pháp. Ông là một học giả nghiệp dư vĩ đại, một nhà toán học nổi tiếng và cha đẻ của lý thuyết số hiện đại. Xuất thân từ một gia đình khá giả, ông học ở Toulouse và lấy bằng cử nhân luật dân sự rồi làm chánh án. Ông vô cùng say mê môn toán. Mãi sau khi Pierre de Fermat mất, người con trai mới in dần các công trình của cha kể từ năm 1670. Năm 1896, hầu hết các tác phẩm của Fermat được ấn hành thành 4 tập sách dày. Qua đó, người đời vô cùng ngạc nhiên và khâm phục trước sức đóng góp dồi dào của ông. Chính ông là người sáng lập lý thuyết số hiện đại, trong đó có 2 định lý nổi bật: định lý nhỏ Fermat và định lý lớn Fermat (định lý cuối cùng của Fermat).

Trong hình học, ông phát triển phương pháp tọa độ, lập phương trình đường thẳng và các đường cong bậc hai rồi chứng minh rằng các đường cong nọ chính là các thiết diện côníc. Trong giải tích, ông nêu các quy tắc lấy đạo hàm của hàm mũ với số mũ tỷ bất kỳ, tìm cực trị, tính tích phân những hàm mũ với số mũ phân số và số mũ âm. Nguyên lý Fermat về truyền sáng lại là một định luật quan trọng của quang học.

Dù hoạt động khoa học kiên trì và giàu nhiệt huyết, đem lại nhiều thành quả to lớn như vậy, nhưng éo le thay, Pierre de Fermat lúc sống không thể lấy việc nghiên cứu toán làm nghề chính thức.

Câu chuyện về định lý cuối cùng của Fermat là câu chuyện “độc nhất vô nhị” trong lịch sử toán học thế giới, khởi nguồn từ cổ đại với nhà toán học Pythagore. Bài toán cuối cùng (sau này giới toán học gọi là Định lý cuối cùng của Fermat, hay Định lý lớn Fermat) có gốc từ định lý Pythagore: “Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông”. Fermat thay đổi phương trình Pythagore và

tạo ra một bài toán khó bất hủ.

Xét phương trình Pythagore:

$$x^2+y^2=z^2$$

Người ta có thể hỏi những nghiệm số nguyên của phương trình này là gì, và có thể thấy rằng:

$$3^2+4^2=5^2$$

và:

$$5^2+12^2=13^2$$

Nếu tiếp tục tìm kiếm thì sẽ tìm thấy rất nhiều nghiệm như vậy. Fermat khi đó xét dạng bậc ba của phương trình này:

$$x^3+y^3=z^3$$

Ông đặt câu hỏi: có thể tìm được nghiệm (nguyên) cho phương trình bậc ba này hay không? Ông khẳng định là không. Thực ra, ông khẳng định đi đầu đó cho phương trình tổng quát:

$$x^n+y^n=z^n$$

trong đó n lớn hơn 2 không thể tìm được nghiệm (nguyên) nào. Đó là Định lý Fermat cuối cùng.

Điều lý thú ở đây là phỏng đoán này được Fermat ghi bên lề một cuốn sách mà không chứng minh, nhưng có kèm theo dòng chữ: “Tôi có một phương pháp rất hay để chứng minh cho trường hợp tổng quát, nhưng không thể viết ra đây vì lề sách quá hẹp”.

Các nhà toán học đã cố gắng giải bài toán này trong suốt 300 năm. Trong lịch sử đi tìm lời giải cho định lý cuối cùng của Fermat có người đã tự tử vì bài toán ấy... Và cuối cùng nhà toán học Andrew Wiles (một người Anh, định cư ở Mỹ, sinh năm 1953) sau 7 năm làm việc trong cô độc và một năm giầy vò trong cô đơn đã công bố lời giải độc nhất vô nhị vào mùa hè năm 1993 và sửa lại năm 1995, với lời giải dài 200 trang.

Có thể nói, người ta biết nhiều đến Fermat qua việc làm cùng các công trình nghiên cứu của ông và sự giao dịch giữa ông với những nhà trí thức đương thời với ông. Vào thế kỷ XVII, đã có một sự phát triển nhanh chóng

về khoa học và văn hóa, đưa đến nhiều phát minh trong đó có những khám phá của Fermat. Tuy nhiên thế giới khoa học lúc đó chưa được tổ chức, chưa có nghề chuyên về toán học. Fermat cũng như những nhà thông thái đồng thời với ông khi đó, không phải là một nhà toán học chuyên nghiệp. Phần lớn những người say mê toán học là những người ở trong ngành luật:

Viete là một luật sư, Despagne là nghị viên trong Nghị viện thành phố Bordeaux. Còn Carcavi, con một chủ ngân hàng, đang mới vào làm nghị viên trong Nghị viện thành phố Toulouse. Tại đây, Carvani đã làm quen với Fermat, và hai người đã trở thành bạn tâm giao suốt cuộc đời của họ.

Năm 1632, lần đầu tiên Fermat gặp Pierre de Carcavi, một cố vấn khác của Pháp viện Toulouse mà ông đã chia sẻ niềm say mê toán học. Fermat đã cùng với Carvani và Mersenne giải những bài toán về sự rơi các vật mà Galilée đã đưa ra. Không phải lúc nào Fermat cũng luôn luôn đồng ý với René Descartes: Descartes giải bằng hình học còn Fermat đi trực tiếp bằng phương trình đại số để vẽ đường cong.

Fermat đã có những công trình về toán giải tích dựa trên căn bản toán vi phân mà Isaac Newton (1643 - 1727) và Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 - 1716) đã tiếp nối sau đó. Fermat đi sát tới khái niệm về đạo hàm để tìm điểm cực tiểu và cực đại cho những hàm số đa thức và phát triển phương pháp tích phân gần giống như cái mà chúng ta đang dùng hiện tại.

Những hoạt động khoa học không chuyên nghiệp của ông làm ông được xem như một thiên tài lúc bấy giờ. Ông yêu toán, thích chứng minh và đề nghị nhiều phương pháp mới mẻ. Tuy nhiên ông chỉ trao đổi thư từ với các nhà khoa học khác như Galilée, René Descartes, Blaise Pascal, Marin Mersenne.

Fermat rất say mê các bài toán thời cổ đại. Ông để lại nhiều đề toán chưa chứng minh mà nhà toán học Leonhard Euler (1707 - 1783) sẽ giải sau này. Đặc biệt là giả định Fermat: Phương trình $x^n + y^n = z^n$ không có nghiệm số với $x, y, z > 0$ và $n > 2$. Tác phẩm này Fermat viết và con trai ông đã in ra ngay sau khi ông mất.

Chúng ta chỉ biết về các công trình và những ý tưởng của ông nhờ những lời dẫn giải trong các tác phẩm của ông và rất nhiều thư từ ông đã viết cho các nhà bác học đồng thời với ông. May thay, Samuel-Clément Fermat đã tìm giữ lại được những tài liệu đó. Nên một phần tác phẩm của Fermat đã được in ra vào cuối thế kỷ thứ XVII, rồi tái bản vào thế kỷ thứ XIX và đang dần dần tái bản trở lại. Không có tác phẩm nào được in ra trong lúc Fermat còn sống. Người ta tìm lại được bài viết về hình học và ra mắt năm 1660, phụ bản của quyển viết về cycloïde và ký những chữ cái đứng đầu của tên ông, do cha đạo Antoine de Laloubère in tại Toulouse.

Fermat có sự đóng góp thiết yếu cho Lý thuyết số, ông để lại nhiều định lý không chứng minh; Euler đã chứng minh một số lớn những vấn đề Fermat đưa ra. Ông là người tiên phong, trao đổi qua thư từ với Blaise Pascal về phép tính xác suất. Ông xây dựng cùng lúc với Descartes ngành hình học giải tích, sáng chế phương pháp tọa độ để định vị trí một điểm trong một mặt phẳng, quan niệm các đường cong như những quỹ tích các điểm, nghĩa là tổng hợp các điểm để xác định một dạng thức.

Ông là người đầu tiên khởi xướng phương pháp tổng quát để xác định các tiếp tuyến tới một đường cong phẳng và hợp nhất hai lĩnh vực đại số và hình học.