

ĐỀ THI THỬ

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm các giá trị của m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho trung điểm của AB nằm trên trục hoành.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn: $(z-i)(1-2i)-1-3i=0$. Tính môđun của số phức $w = z^2 - \bar{z}$.

b) Giải phương trình: $2^{4x-2} \cdot 4^{-x+2} = 3 + 2^x$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\cos 2x + 2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 12 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox , đi qua A và tiếp xúc với (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2}{(\sin \alpha - \cos \beta)^2 + (\cos \alpha + \sin \beta)^2}$.

b) Trong giải bóng đá của trường THPT X có 16 đội tham gia, trong đó có một đội của lớp Y và một đội của lớp Z. Ban tổ chức giải tiến hành bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng A và B, mỗi bảng 8 đội. Tính xác suất để hai đội Y và Z ở cùng một bảng.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi I là trung điểm AB . Các mặt phẳng (SBD) và (SIC) cùng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và IC .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A có D là điểm đối xứng của A qua BC . Đường thẳng đi qua A vuông góc với CD có phương trình $4x - 3y + 20 = 0$. Biết rằng phương trình đường thẳng $AD: x - 2y + 10 = 0$, điểm B nằm trên đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các điểm B, C .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình trên tập số thực:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x^2-y} + 2\sqrt{\frac{1}{x^2-y}} = \frac{5}{2} \\ 4x\sqrt{y} - \sqrt{x(y+9)} = 4y - x - 2 \end{cases}$$

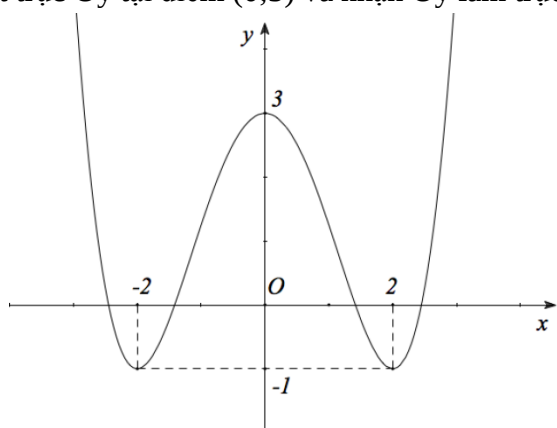
Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = (a+1)(b+1)(c+1) + \frac{4}{\sqrt[3]{a^3+b^3+c^3+5}}$.

Hết

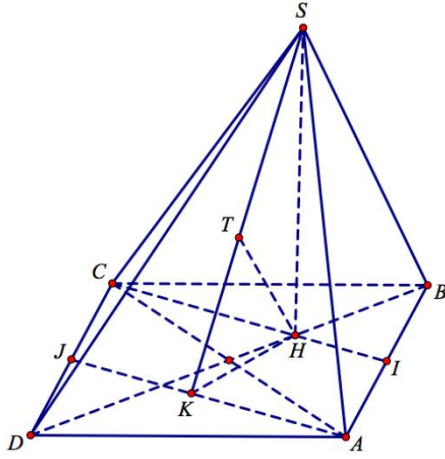
ĐỀ THI THỬ

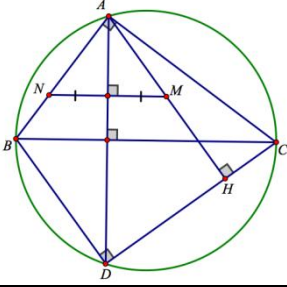
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Môn thi: TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm																	
1 (1 điểm)	(1 điểm)																		
	- TXĐ: $D = \mathbb{R}$	0.25																	
	- Sự biến thiên: $y' = x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$	0.25																	
	- Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right) = +\infty.$																		
	- Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-1</td><td>3</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$	-1	3	-1	$+\infty$
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$														
y'	-	0	+	0	-														
y	$+\infty$	-1	3	-1	$+\infty$														
	- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$ - Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ - Hàm số đạt CĐ tại $(0; 3)$ và đạt CT tại $(-2; -1); (2; -1)$																		
	- Vẽ đồ thị: Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; 3)$ và nhận Oy làm trục đối xứng 	0.25																	
2 (1 điểm)	(1 điểm)																		
	*Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1-2x}{x+1} = x+m \Leftrightarrow x^2 + (m+3)x + m-1 = 0$ (1). (vì $x = -1$ không là nghiệm).	0.25																	
	*Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2. \Leftrightarrow \Delta = (m+3)^2 - 4(m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 13 > 0, \forall m.$	0.25																	
	*Khi đó $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ và trung điểm I của AB là $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2m}{2}\right).$	0.25																	

	*Vì I thuộc Ox nên $x_1 + x_2 + 2m = 0$; theo vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = -m - 3$. Vậy ta có phương trình: $-m - 3 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = 3$.	0.25
3 (1 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	* Ta có: $z - i = \frac{1+3i}{1-2i} = \frac{(1+3i)(1+2i)}{5} = -1+i \Rightarrow z = -1+2i$.	0.25
	*Vì vậy $w = (-1+2i)^2 - (-1-2i) = -2-2i \Rightarrow w = 2\sqrt{2}$.	0.25
	b) (0.5 điểm)	
	Phương trình tương đương với: $4.2^{2x} = 3 + 2^x$	0.25
	$\Leftrightarrow (2^x - 1)(4.2^x + 3) = 0 \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.	0.25
4 (1 điểm)	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\cos 2x + 2} dx$. (1 điểm)	
	*Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin 2x \cdot \cos 2x}{\cos 2x + 2} dx$.	0.25
	*Đặt $t = \cos 2x + 2 \Rightarrow \cos 2x = t - 2 \Rightarrow -2 \sin 2x dx = dt$.	0.25
	*Với $x = 0 \Rightarrow t = 3$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 2$.	0.25
	*Vì vậy $I = \int_3^2 \frac{-(t-2)dt}{t} = \int_2^3 \left(1 - \frac{2}{t}\right) dt = \left(t - 2 \ln t \right) \Big _2^3 = 1 - 2 \ln \frac{3}{2}$.	0.25
5 (1 điểm)	Viết phương trình mặt cầu (1 điểm)	
	*Gọi tâm của (S) là I, vì I thuộc Ox nên	
	$I(t; 0; 0) \Rightarrow IA = \sqrt{(t-1)^2 + 9}; d(I; (P)) = \frac{ t-12 }{3}$.	0.25
	*Vì (S) đi qua A và (P) tiếp xúc (S) nên: $IA = d(I; (P)) = R$.	
	*Ta có phương trình:	
	$\sqrt{(t-1)^2 + 9} = \frac{ t-12 }{3} \Leftrightarrow 9(t^2 - 2t + 10) = (t-12)^2 \Leftrightarrow 8t^2 + 6t - 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = \frac{9}{4} \end{cases}$	0.25
	+) Với $t = -3 \Rightarrow I(-3; 0; 0), R = 5 \Rightarrow (S): (x+3)^2 + y^2 + z^2 = 25$.	
	+) Với $t = \frac{9}{4} \Rightarrow I\left(\frac{9}{4}; 0; 0\right), R = \frac{13}{4} \Rightarrow (S): \left(x - \frac{9}{4}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{169}{16}$.	0.25
	*Vậy có hai mặt cầu thỏa mãn là $(x+3)^2 + y^2 + z^2 = 25; \left(x - \frac{9}{4}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{169}{16}$.	0.25
6	a) Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$. Tính giá trị biểu thức P (0.5 điểm)	

(1 điểm)	$P = \frac{2 + 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{2 + 2(\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta)} = \frac{1 + \cos(\beta - \alpha)}{1 + \sin(\beta - \alpha)}.$	0.25
	$= \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = 3 + 2\sqrt{2}.$	0.25
	b) Tính xác suất (0.5 điểm)	
	Số phần tử của không gian mẫu là số cách chia 16 đội thành 2 bảng đấu mỗi bảng gồm 8 đội có $n(\Omega) = C_{16}^8 \cdot C_8^8$.	0.25
	*Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Có các khả năng xảy ra biến cố A như sau: +) Hai đội Y và Z thuộc cùng bảng A; có $1 \cdot C_{14}^6 \cdot C_8^8$ cách. +) Hai đội Y và Z thuộc cùng bảng B có $1 \cdot C_{14}^6 \cdot C_8^8$ cách. *Vậy $n(A) = 2C_{14}^6 \cdot C_8^8$ và $P(A) = \frac{2C_{14}^6 \cdot C_8^8}{C_{16}^8 \cdot C_8^8} = \frac{7}{15}.$	0.25
7 (1 điểm)	a) Tính thể tích (0.5 điểm)	
	 * $S_{ABCD} = a^2.$ *Gọi $H = IC \cap BD$, ta có: $\begin{cases} (SIC) \cap (SBD) = SH \\ (SIC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SBH = 60^\circ.$	0.25
	*Theo Talets ta có: $\frac{HB}{HD} = \frac{IB}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow HB = \frac{BD}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$ *Suy ra: $SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$ *Vì vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}.$	0.25
	b) Tính khoảng cách (0.5 điểm)	
	*Gọi J là trung điểm CD; ta có $AI = CJ, AI \parallel CJ \Rightarrow CIAJ$ là hình bình hành, do đó $CI \parallel AJ.$ *Suy ra $IC \parallel (SAJ) \Rightarrow d(SA; IC) = d(IC; (SAJ)) = d(H; (SAJ))$ (1). *Kẻ $HK \perp AJ (K \in AJ), HT \perp SK (T \in SK) \Rightarrow HT \perp (SAJ) \Rightarrow HT = d(H; (SAJ))$ (2).	0,25
	*Ta có $CI = \sqrt{CB^2 + BI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow HK = d(A; CI) = \frac{2S_{ACI}}{CI} = \frac{S_{ABCD}}{2CI} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$ * Tam giác vuông SHK có $\frac{1}{HT^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{a^2} + \frac{3}{2a^2} = \frac{13}{2a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{26}}{13}$ (3).	0.25

	*Từ (1), (2), (3) suy ra: $d(SA; IC)) = \frac{a\sqrt{26}}{13}$.	
8 (1 điểm)	 *Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x - 3y + 20 = 0 \\ x - 2y + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 4).$	0.25
	*Gọi H là giao điểm của CD và đường thẳng đi qua A vuông góc CD. *Vì D là điểm đối xứng của A qua BC nên $BDC = BAC = 90^\circ$, do đó ABDC là tứ giác nội tiếp. *Ta có: $DAH = 90^\circ - ADC$ * $ADC = ABC$ (cùng chắn cung AC). * $ABC = 90^\circ - DAB$ *Từ đó suy ra: $DAH = DAB \Rightarrow AD$ là tia phân giác góc BAH	0.25
	*Lấy điểm $M(-5;0)$ là điểm thuộc AH; gọi N là điểm đối xứng của M qua AD, ta có N thuộc AB và toạ độ điểm N là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \frac{x-5}{2} - 2 \cdot \frac{y+0}{2} + 10 = 0 \\ 2(x+5) + 1(y-0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow N(-7; 4).$ *Đường thẳng AB đi qua A, N có PT: $y - 4 = 0$. *Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(1; 4).$	0.25
	*Đường thẳng AC đi qua A, vuông góc AB có PT: $x + 2 = 0$. *Đường thẳng BC đi qua B, vuông góc AD có PT: $2x + y - 6 = 0$. *Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ 2x + y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-2; 10).$ *Vậy $B(1; 4), C(-2; 10)$.	0.25
	Giải hệ (1 điểm)	
9 (1 điểm)	*Điều kiện: $x \geq 0, y \geq 0, x^2 - y > 0$. *Đặt $t = \sqrt{x^2 - y} (t > 0)$, phương trình thứ nhất của hệ trở thành: $2^t + 2^{\frac{1}{t}} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2^t + 2^{\frac{1}{t}} - \frac{5}{2} = 0 (*)$. *Xét hàm số $f(t) = 2^t + 2^{\frac{1}{t}} - \frac{5}{2}$ trên $(0; +\infty)$, ta có: $f'(t) = 2^t \ln 2 + \frac{1}{t^2} 2^{\frac{1}{t}} \ln 2 > 0, \forall t > 0$.	0.25
	Do đó $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $f(1) = 0$ vì vậy () có nghiệm duy nhất $t = 1$ trên $(0; +\infty)$. *Vậy $\sqrt{x^2 - y} = 1 \Leftrightarrow y = x^2 - 1$. *Thay vào phương trình thứ hai của hệ ta được: $4x\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 8x} = 4(x^2 - 1) - x - 2$.	0.25

	*Kết hợp với điều kiện $x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$. *Phương trình tương đương với: $4\sqrt{x^2-1}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)+\left(x+2-\sqrt{x^2+8x}\right)=0 \Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}}-\frac{4(x-1)}{x+2+\sqrt{x^2+8x}}=0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-1}\left[\frac{\sqrt{x+1}}{x+\sqrt{x^2-1}}-\frac{\sqrt{x-1}}{x+2+\sqrt{x^2+8x}}\right]=0 (**).$	0.25
	*Vì $x+2+\sqrt{x^2+8x} > x+\sqrt{x^2-1}; \sqrt{x-1} < \sqrt{x+1}, \forall x \geq 1$. *Suy ra: $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+\sqrt{x^2-1}} - \frac{\sqrt{x-1}}{x+2+\sqrt{x^2+8x}} > 0, \forall x \geq 1$. *Vì vậy $(**) \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$. *Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 0)$.	0.25
10 (1 điểm)	Tìm GTNN (1 điểm) *Theo giả thiết và bất đẳng thức AM – GM ta có: $3 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} \Rightarrow a+b+c \geq 3.$ *Và $(ab+bc+ca)^2 \geq 3abc(a+b+c) \Rightarrow ab+bc+ca \geq a+b+c$. *Suy ra: $(a+1)(b+1)(c+1) = \frac{4}{3}(ab+bc+ca) + a+b+c+1 \geq \frac{7}{3}(a+b+c)+1$ (1). $a^3+b^3+c^3 = (a+b+c)^3 - 3(a+b+c)(ab+bc+ca) + 3abc$ $= (a+b+c)^3 + (ab+bc+ca)(1-3(a+b+c))$ $\leq (a+b+c)^3 + (a+b+c)(1-3(a+b+c))$ (2).	0.25
	*Đặt $t = a+b+c$ ($t \geq 3$), từ (1), (2) ta có: $P \geq \frac{7}{3}t+1+\frac{4}{\sqrt[3]{t^3-3t^2+t+5}}$. *Xét hàm số $f(t) = \frac{7}{3}t+1+\frac{4}{\sqrt[3]{t^3-3t^2+t+5}}$ trên $[3; +\infty)$, ta có:	0.25
	$f'(t) = \frac{7}{3} - \frac{4(3t^2-6t+1)}{3\sqrt[3]{(t^3-3t^2+t+5)^4}} = \frac{7\sqrt[3]{(t^3-3t^2+t+5)^4} - 4(3t^2-6t+1)}{3\sqrt[3]{(t^3-3t^2+t+5)^4}}$ $\geq \frac{14(t^3-3t^2+t+5) - 4(3t^2-6t+1)}{3\sqrt[3]{(t^3-3t^2+t+5)^4}} = \frac{14t^3-54t^2+38t+66}{3\sqrt[3]{(t^3-3t^2+t+5)^4}} > 0, \forall t \geq 3.$	0.25
	*Do đó $f(t)$ đồng biến trên $[3; +\infty)$ và $P \geq f(t) \geq f(3) = 10$. *Với $a = b = c = 1$ thì $P = 10$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 10.	0.25

-----Hết-----