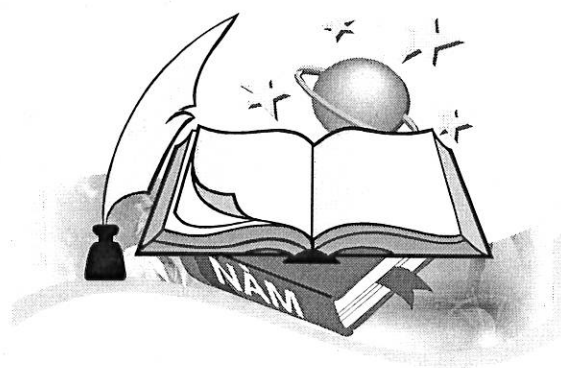


SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT NGUYỄN THỊ MINH KHAI



ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HÈ **TOÁN 10**

Hà Nội - 2014

PHẦN 1: ĐẠI SỐ

Chuyên đề 1: Phương trình

(6 tiết)

1. Phương trình bậc nhất và phương trình bậc hai.
2. Phương trình bậc cao.
3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu.
4. Phương trình chứa ẩn dưới dấu căn.
5. Phương trình chứa dấu GTTĐ.

(2 tiết)

(1 tiết)

(1 tiết)

(1 tiết)

(1 tiết)

Chuyên đề 2: Hệ phương trình

(3 tiết)

1. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ quy về nó.
2. Một số hệ phương trình khác.

(2 tiết)

(1 tiết)

Chuyên đề 3: Bất đẳng thức và giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

(3 tiết)

1. Bất đẳng thức.
2. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

(2 tiết)

(1 tiết)

Chuyên đề 4: Hàm số

(4 tiết)

1. Hàm số bậc nhất.
2. Hàm số bậc hai.
3. Hàm số chứa dấu GTTĐ.

(1 tiết)

(2 tiết)

(1 tiết)

PHẦN 2: HÌNH HỌC

Chuyên đề 1: Hệ thức lượng trong tam giác vuông.

(3 tiết)

Chuyên đề 2: Vectơ - các phép toán về vectơ.

(5 tiết)

1. Định nghĩa vectơ.
2. Phép cộng và phép trừ vectơ.
3. Phép nhân vectơ với số thực.

(1 tiết)

(2 tiết)

(2 tiết)

Chuyên đề 1: Phương trình

Tiết 1, 2: Phương trình bậc nhất và phương trình bậc hai.

Nội dung: +) Phương pháp giải.

+) Số lượng nghiệm và tính chất các nghiệm của PT.

Bài tập

Bài 1. Cho phương trình $m(x - m + 3) = m(x - 2) + 6$

1. Tìm m để phương trình có nghiệm $x = 3$.
2. Tìm m để phương trình vô nghiệm.
3. Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất.
4. Tìm m để phương trình có nghiệm nguyên.

Bài 2. Cho phương trình $x^2 + 2x + m = 0$

1. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện $3x_1 + 2x_2 = 1$.
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện $x_1^2 - x_2^2 = 12$.

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m - 1 = 0$. (m là tham số)

1. Tìm m để phương trình có nghiệm $x = 1$. Tìm nghiệm còn lại.
2. Tìm m để phương trình vô nghiệm.
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 5$.
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
6. Tìm m để phương trình có hai nghiệm âm.

Bài 4. Cho phương trình $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ (m là tham số)

1. Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + 6 = 0.$$

Bài 5.

1. Chứng minh rằng nếu a, b, c là ba cạnh của một tam giác thì phương trình sau vô nghiệm $a^2x^2 + (a^2 + b^2 - c^2)x + b^2 = 0$.
2. Chứng minh rằng nếu $ac \neq 0$ thì các nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ và các nghiệm của phương trình $cx^2 + bx + a = 0$ là nghịch đảo của nhau.
3. Chứng minh rằng nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq c$) có nghiệm này gấp k lần nghiệm kia thì $kb^2 = (k + 1)^2 ac$.

Bài 6. Tìm m để phương trình : $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 2m + 5 = 0$ có hai nghiệm thỏa

mẫu $x_1 = 9x_2$.

Bài 7. Gọi x_1 và x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + 3x - 2 = 0$. Tính các giá trị biểu thức sau :

a. $A = x_1^2 + x_2^2$ b. $B = x_1^3 + x_2^3$ c. $C = x_1^4 + x_2^4$ d. $C = x_1^5 + x_2^5$
e. $E = x_1x_2^4 + x_1^4x_2$ f. $F = |x_1 - x_2|$ g. $G = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$

Tiết 3: Phương trình bậc ba, bậc bốn

Nội dung: Giới thiệu một số phương pháp nhằm đưa phương trình bậc cao về phương trình bậc hai và một số dạng phương trình bậc bốn quy về bậc hai.

Ví dụ: Phương pháp nhằm nghiệm đưa phương trình về dạng tích; phương pháp đặt ẩn phụ.

Bài tập. Giải các phương trình sau:

1. $x^3 - 6x^2 + 10x - 4 = 0$.
2. $x^3 - 3x^2 + x + 2 = 0$.
3. $2x^4 - x^2 - 3 = 0$.
4. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 24$.
5. $(x-6)^4 + (x-8)^4 = 16$
6. $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0$.
7. $x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$.
8. $(x^2 - 6x)^2 - 2(x-3)^2 = 81$.
9. $(2x^2 + 3x - 1)(2x^2 + 3x - 6) + 4 = 0$.
10. $(2x^2 - 3x + 1)(2x^2 + 5x + 1) = 9x^2$.
11. $(2x-1)(2x+3)(x+2)(x+4) + 9 = 0$
12. $(x^2 - 2x)^2 - 2(x-1)^2 + 2 = 0$
13. $(x+3)^4 - (x^2 + x - 6)^2 = 2(x-2)^4$
14. $2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x-1)^2 = 13(x^3 - 1)$

Tiết 4: Phương trình chứa ẩn dưới mẫu.

Giải các phương trình sau:

1. $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{8}{3}$.
2. $\frac{4x}{x^2+x+3} + \frac{5x}{x^2-5x+3} = -\frac{3}{2}$.
2. 3.
3. $\frac{5x-6}{25x^2-4} + \frac{5x-18}{12x-30x^2} + \frac{1}{6x} = \frac{4x-5}{20x^2+8x}$.
4. $x^2 + \frac{81x^2}{(x+9)^2} = 40$.
5. $\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 90$.
6. $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x+1}\right)^2 = 3$.
7. $\frac{x}{x^2-3x+1} - \frac{2x}{x^2+1} = -2$
8. $10\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 - 11\left(\frac{x^2-4}{x^2-1}\right) = 0$

Tiết 5, 6: Phương trình chứa căn và GTTĐ.

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1. $x + 3\sqrt{x-18} = 0$.
2. $\sqrt{3x^2-9x+1} = x-2$.
3. $\sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{2-x}$.
4. $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x-1} = 2$.

$$\begin{aligned} 5. \sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} &= \sqrt{1-2x}. & 6. \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(3+x)(6-x)} &= 3. \\ 7. x^2 - 2x - 7 + 3\sqrt{(x+1)(x-3)} &= 0. & 8. \sqrt{3x^2 - 9x + 1} &= |x-2|. \\ 9. |3-2x| &= x+1. & 10. |x-5| - |x| &= 1. \end{aligned}$$

Bài 2. Tìm m để phương trình sau vô nghiệm $\sqrt{x^2-1} - x = m$.

Chuyên đề 2: Hệ phương trình

Tiết 1, 2: Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ quy về nó

Nội dung: +) Giải hệ bậc nhất hai ẩn theo phương pháp cộng và phương pháp thế. (Có thể giới thiệu phương pháp giải hệ bằng định thức).

+) Hệ phương trình quy về hệ bậc nhất hai ẩn bằng phép đặt ẩn phụ.

Bài tập

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} 1. \begin{cases} 3x+2y=1 \\ 5x+3y=-4 \end{cases} & \quad 2. \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ x+20=2(y-20) \end{cases} & \quad 3. \begin{cases} (x+5)(y-4)=xy \\ (x-5)(y+12)=xy \end{cases} \\ 4. \begin{cases} \frac{8}{x^2} + \frac{9}{y^2} = 1 \\ \frac{16}{x^2} + \frac{3}{y^2} = 1 \end{cases} & \quad 5. \begin{cases} |x-1| + |y-5| = 1 \\ y = 5 + |x-1| \end{cases} & \quad 6. \begin{cases} \frac{5}{2x+y} + \frac{4}{2x-3y} = 5 \\ \frac{15}{2x+y} + \frac{2}{2x-3y} = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 2: Cho hệ phương trình $\begin{cases} kx+ky=-3 \\ (1-k)x+y=0 \end{cases}$

- Giải hệ với $k=2$
- Tìm k để hệ phương trình có nghiệm âm.

Bài 3: Tìm m nguyên để hệ phương trình $\begin{cases} 2mx+3y=m \\ x+y=m+1 \end{cases}$ có nghiệm nguyên.

Tiết 3: Một số hệ phương trình khác

*) Chữa bài tập của hai tiết trước và giới thiệu một số hệ dạng khác.

Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} 1. \begin{cases} 5x+7y=1 \\ x-2y-5z=22 \\ 2x+5y+5z=-15 \end{cases} & \quad 2. \begin{cases} \frac{xy}{x+y} = 2 \\ \frac{yz}{y+z} = 3 \\ \frac{zx}{z+x} = 4 \end{cases} & \quad 3. \begin{cases} xz+yz=16 \\ xy+yz=15 \\ xy+xz=7 \end{cases} & \quad 4. \begin{cases} x^2+y^2-2(x+y)=0 \\ y^2+z^2-2(y+z)=0 \\ z^2+x^2-2(z+x)=0 \end{cases} \end{aligned}$$

Chuyên đề 3: Bất đẳng thức và giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

Tiết 1,2: Bất đẳng thức

Nội dung: +) Một số tính chất của BĐT

+) BĐT Cô-Si

Bài tập

Bài 1. Chứng minh rằng với mọi a, b, c ta luôn có

$$1. a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \quad 2. a^2 + b^2 + 1 \geq a + b + ab$$

Bài 2. CMR nếu a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thì

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Bài 3. Giả sử a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng:

$$\begin{aligned} 1. (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) &\geq 4 & 2. (a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) &\geq 9 \\ 3. \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} &\geq \frac{3}{2} & 4. \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} &\geq a+b+c \end{aligned}$$

Bài 4. Chứng minh rằng với mọi số thực a, b, x, y ta luôn có:

$$|ax + by| \leq \sqrt{(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)}$$

Dấu bằng xảy ra khi nào?

Áp dụng để chứng minh BĐT :

$$1) a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab \text{ với } a \geq 1; b \geq 1.$$

2) Cho a, b, c là ba cạnh của một tam giác, p là nửa chu vi. CMR:

$$\sqrt{p} < \sqrt{p-a} + \sqrt{p-b} + \sqrt{p-c} \leq \sqrt{3p}$$

Bài 5. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}} < 2$$

Tiết 3: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

Phương pháp: +) Đưa về bình phương của nhị thức.

+) Dùng BĐT Cô-Si

Bài tập

Bài 1. Tìm GTLN, GTNN (nếu có) của các biểu thức sau:

$$1. A = x - 2\sqrt{x}$$

$$2. B = -x^2 + 6x - 7$$

$$3. C = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2y + 4$$

$$4. D = \frac{2x+1}{x^2+2}$$

$$5. E = x + \frac{1}{x-1} \text{ với } x > 1$$

$$6. F = \sqrt{x(1-2x)} \text{ với } 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$$7. G = \frac{x}{3} + \frac{15}{x} \text{ với } x > 0$$

$$8. H = x(1-x)^3 \text{ với } 0 \leq x \leq 1$$

Bài 2. Cho ba số x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 4$. Tìm GTNN của $A = x^4 + y^4 + z^4$

Chuyên đề 4: Hàm số

Tiết 1: Hàm số bậc nhất

Nội dung: Cách vẽ và cách xác định hàm số

Bài tập

Bài 1. Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a. $y = x + 1$

b. $y = -2x + 3$

c. $y = 1$

Bài 2. Xác định hàm số $y = ax + b$ biết

b. Đồ thị hs qua hai điểm $A(1; -1), B(2; 2)$.

c. Đồ thị hàm số qua điểm $C(-4; 1)$ và song song với trục Ox.

d. Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5.

e. Đồ thị vuông góc với đường thẳng có phương trình $y = 2x - 1$ và qua điểm $M(1; -2)$.

f. Đồ thị hàm số qua điểm $M(1; 3)$ và có hệ số góc bằng 4.

Bài 3. Chứng minh hàm số $y = mx + m - 1$ có đồ thị luôn đi qua một điểm cố định với mọi m.

Tiết 2,3 : Hàm bậc hai

Nội dung : +) Nhắc lại hàm số dạng $y = ax^2$.

+) Giới thiệu về hàm số $y = ax^2 + bx + c$

Bài tập

Bài 1. Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a. $y = x^2 - 4x + 3$

b. $y = -2x^2 + 4x$

Bài 2. Lập phương trình Parabol (P) $y = 2x^2 - mx + 4m - 1$ biết

a. Parabol có hoành độ đỉnh bằng 2.

b. Parabol có trục đối xứng có phương trình $x = -4$

c. Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Bài 3. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$

a. Vẽ đồ thị hàm số trên.

b. Biện luận theo m số nghiệm phương trình $x^2 - 4x + 3 + 2m = 0$

Bài 4. Cho Parabol và đường thẳng lần lượt có phương trình

$$y = x^2 - 3x + 2 \text{ và } y = x + 2m \quad (*)$$

b. Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị trên với $m = 1$.

c. Tìm m để đường thẳng có phương trình (*) không cắt Parabol trên.

Tiết 4: Hàm số chứa dấu GTTĐ

Nội dung: Giới thiệu cách vẽ một số đồ thị hàm số chứa dấu GTTĐ thường gặp bằng phép suy đồ thị.

Bài tập:

Bài 1. Vẽ đồ thị các hàm số sau $y = -3x + 4$ và $y = x^2 - 2x - 3$.

Từ đó suy ra đồ thị các hàm số sau:

1. $y = -3|x| + 4$

2. $y = |-3x + 4|$

3. $y = x^2 - 2|x| - 3$

4. $y = |x^2 - 2|x| - 3|$

Bài 2. Vẽ đồ thị các hàm số:

1. $y = |-x^2 + 4x - 3|$

2. $y = |-x^2 + 2x + 3|$

3. $y = |-x^2 + 2|x| + 3|$

Bài 3. Biện luận theo m số nghiệm các phương trình

1. $|-3|x| + 4| + 1 - m = 0$

2. $-x^2 + 2|x| + 3 - 2m = 0$

PHẦN 2: HÌNH HỌC

Chuyên đề 1: Hệ thức lượng trong tam giác vuông. (3 tiết)

Chuyên đề 2: Vectơ - các phép toán về vectơ. (5 tiết)

1. Định nghĩa vectơ. (1 tiết)
2. Phép cộng và phép trừ vectơ. (2 tiết)
3. Phép nhân vectơ với số thực. (2 tiết)

Chuyên đề 1: Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Tiết 1,2 : Ôn tập lại các hệ thức trong tam giác vuông.

Nội dung Định lý Pythagore; một số hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông; các tỉ số lượng giác.

Cụ thể: +) Định lý Pythagore: Tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi

$$b^2 + c^2 = a^2.$$

+) Các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông ABC

$$1. \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \quad 2. \begin{cases} h^2 = b' \cdot c' \\ ah = bc \end{cases}$$

$$3. b^2 = ab'; c^2 = ac'$$

$$+) \text{ Các tỉ số lượng giác : } \begin{cases} \sin B = \frac{b}{a}; \cos B = \frac{c}{a} \\ \tan B = \frac{b}{c}; \cot B = \frac{c}{b} \end{cases}$$

Bài tập:

Bài 1. Cho một tam giác vuông biết tỉ số hai cạnh góc vuông bằng là $\frac{3}{4}$ và

cạnh huyền là 175 cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác vuông và hình chiếu của các cạnh góc vuông trên cạnh huyền.

Bài 2. Cho ΔABC với $AC = 17$; $AB = 10$. Kẻ đường cao AD với D nằm giữa B và C và $AD = 8$.

1. Tính độ dài cạnh BC .
2. Tính giá trị biểu thức $P = \sin B - \cos C$.

Bài 3. Chứng minh rằng: trong một hình thang, tổng các bình phương của hai đường chéo bằng tổng các bình phương của hai cạnh bên cộng hai lần tích hai cạnh đáy.

Bài 4. Cho tam giác ΔABC ($AC > AB$) với đường trung tuyến AM và đường cao AH . Chứng minh rằng:

$$1. AB^2 = AM^2 + MB^2 - 2BM.MH$$

$$2. AC^2 = AM^2 + MC^2 + 2CM.MH$$

$$3. AB^2 + AC^2 = \frac{BC^2}{2} + 2AM^2$$

$$4. AC^2 - AB^2 = 2BC.MH$$

Bài 5. Cho ΔABC là tam giác nhọn và cân tại A. Kẻ các đường cao AH và BK. Đặt

$$AB = a; \widehat{BAH} = \alpha.$$

1. Tính các cạnh của ΔBAH theo a và α .
2. Tính các cạnh của ΔBKA và ΔCKB theo a và α .
3. CMR : $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$.

Tiết 3: Một số đẳng thức lượng giác.

Nội dung: Giới thiệu một số đẳng thức

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}; 1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a} \quad \text{với } \forall 0 < a < 90.$$

Bài tập

Bài 1. a) Cho $\cos a = 0.8$. Hãy tìm $\sin a; \tan a; \cot a$.

b) Tìm $\sin a; \cos a$ biết $\tan a = \frac{1}{3}$.

Bài 2. Rút gọn các biểu thức

$$A = \cos^2 a + \cos^2 a \tan^2 a.$$

$$B = \frac{2 \cos^2 a - 1}{\sin a + \cos a}$$

$$C = \sin a \cos a (1 + \tan a)(1 + \cot a)$$

Bài 3. Cho $\sin a \cos a = \frac{1}{4}$. Tính $\sin^4 a + \cos^4 a; \sin^6 a + \cos^6 a$.

Bài 4. Cho $\tan a = 2$. Tính giá trị biểu thức sau :

$$\text{a. } A = \frac{\sin a + 3 \cos a}{\cos a - 3 \sin a} \quad \text{b. } B = \frac{\sin^2 a + 3 \sin a \cos a + 5}{\cos^2 a - 3 \sin^2 a} \quad \text{c. } B = \frac{\sin a + 3 \cos a}{\cos^3 a - 3 \sin^2 a \cos a + \sin a}$$

Chuyên đề 2: Vectơ - các phép toán về vectơ

Tiết 1: Định nghĩa vectơ

Nội dung: +) Định nghĩa vectơ

+) Phương, hướng, độ dài vectơ.

+) Hai vectơ cùng phương, cùng hướng, hai vectơ bằng nhau.

Bài tập

Bài 1. Cho hình bình hành ABCD.

a. Xác định các vectơ khác vectơ không và có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh A, B, C, D.

b. Hãy chỉ ra các cặp vectơ bằng nhau trong hình bình hành đó.

Bài 2. Cho tam giác ABC có trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp O. Kẻ các đường kính BB' và AA'.

a. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$; $\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{AB'}$.

b. Chứng minh rằng $\overrightarrow{HM} = \overrightarrow{MA'}$.

Bài 3. Mệnh đề nào sau đây đúng, mệnh đề nào sai?

1. $|\vec{a}| = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$

2. $|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{b}$ hoặc $\vec{a} = -\vec{b}$.

Tiết 3,4: Phép cộng và phép trừ các vectơ

Nội dung: +) Tổng của hai vectơ; hiệu của hai vectơ

+) Quy tắc ba điểm; quy tắc hình bình hành.

+) Quy tắc hiệu hai vectơ cùng gốc.

Bài tập

Bài 1. Cho bốn điểm A, B, C, D. CMR: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. CMR: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Bài 3. Cho tam giác đều ABC có cạnh a.

1. Xác định vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Tính $|\vec{u}|$ theo a.

2. Gọi E và F là hai điểm trên cạnh BC sao cho: BE = EF = FC. Xác định vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FA}$.

Bài 4. Cho hai điểm A và B có trung điểm I. M là điểm tùy ý không ở trên đường thẳng AB. Lấy trên tia MI kéo dài điểm N sao cho IN = MI.

1. Chứng minh rằng $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN}$

2. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NA}$.

Bài 5. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau và

$|\vec{a}| = 5; |\vec{b}| = 12$. Tính độ dài các vectơ: $\vec{a} + \vec{b}; \vec{a} - \vec{b}$.

Tiết 5: Phép nhân vectơ với số thực.

Nội dung: Định nghĩa, tính chất, điều kiện cùng phương của hai vectơ.

Bài tập

Bài 1. Cho tứ giác ABCD. M và N lần lượt là trung điểm của AD, BC. CMR:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{MN}.$$

Bài 2. Cho ba điểm cố định A, B, C; M là điểm tùy. CMR vectơ

$\vec{v} = 3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vị trí điểm M.

Bài 3. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC, G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp. CMR:

1. $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$

2. $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$.

3. Chứng minh rằng 3 điểm H, G, O thẳng hàng.

BÀI TẬP VỀ NHÀ DÀNH CHO HỌC SINH

ĐẠI SỐ

A. Phần tư luận

Chuyên đề 1: Phương trình

Bài 1. Cho phương trình $ax + a^2 - 3a + 1 = 0$.

1. Tìm a để phương trình có nghiệm duy nhất.
2. Tìm a để phương trình vô nghiệm.
3. Tìm a nguyên để phương trình có nghiệm nguyên.

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - 7x + 3 = 0$.

1. Không giải phương trình tính:
 - a. Tổng các bình phương hai nghiệm.
 - b. Tổng các lập phương hai nghiệm.
 - c. Tổng các nghịch đảo hai nghiệm.
 - d. Bình phương của hiệu hai nghiệm.
2. Lập phương trình bậc hai có nghiệm là $2x_1 - x_2; 2x_2 - x_1$ trong đó $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình đã cho.
3. Tìm giá trị của $A = |2x_1 - x_2| + |2x_2 - x_1|$.

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$.

1. Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = -1$.
2. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
5. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 4. Giả sử phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. CMR biểu thức $A = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1)$ không phụ thuộc vào m .

Bài 5. Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (*) ($a \neq 0$).

1. CMR nếu phương trình (*) có nghiệm này gấp đôi nghiệm kia thì $2b^2 - 9ac = 0$.
2. Đặt $S = -\frac{b}{a}; P = \frac{c}{a}; S_n = x_1^n + x_2^n$ với n là số nguyên dương ($n > 2$). Tính các biểu thức $S_2; S_3; S_4; S_5$ theo S và P .
3. Chứng minh rằng $aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0$.

Bài 6. Cho phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$

1. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

Bài 7. Giải các phương trình sau:

- 1) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$
- 2) $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$
- 3) $2x^4 + 7x^2 + 3 = 0$
- 4) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 2$
- 5) $x^2 + \frac{1}{x^2} - \frac{9}{2}(x + \frac{1}{x}) + 7 = 0$
- 6) $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 16$
- 7) $(x-1)(x+2)(x-6)(x-3) = 34$
- 8) $4(x+5)(x+6)(x+10)(x+12) = 3x^2$
- 9) $x \cdot \frac{5-x}{x+1} (x + \frac{5-x}{x+1}) = 6$
- 10) $\left(\frac{1}{x^2+x+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2+x+2}\right)^2 = \frac{13}{36}$

Bài 8. Cho phương trình $x^4 + (1-m)x^2 + m^2 - 1$

1. Tìm m để phương trình đã cho vô nghiệm
2. Tìm m để phương trình đã cho có một nghiệm
3. Tìm m để phương trình cho có hai nghiệm phân biệt
4. Tìm m để phương trình cho có ba nghiệm phân biệt
5. Tìm m để phương trình cho có bốn nghiệm phân biệt
6. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt

Bài 9. Giải các phương trình sau:

- 1) $x - \sqrt{x-1} - 3 = 0$
- 2) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1$
- 3) $|x-3|^2 + |x-4|^3 = 1$
- 4) $|x^2 - 3x + 2| + 1 - x = 0$
- 5) $\sqrt{11-x} - \sqrt{x-1} = 2$
- 6) $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 11} = 3x + 4$
- 7) $x^2 - \sqrt{x+5} = 5$
- 8) $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} + \sqrt{4-x^2} = 2$

Bài 10. Tìm m để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt: $\sqrt{4-x^2} - mx = 2$

Bài 11. Xét phương trình $x^2 + 3\sqrt{(x+1)(x-3)} = 2x + 7 - m$

1. Giải phương trình với $m = 0$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

Bài 12. Tìm a để phương trình sau có nghiệm :

$$\sqrt{a+x} = a - \sqrt{a-x}$$

Chuyên đề 2: Hệ phương trình

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau

1. $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{8} \end{cases}$
3. $\begin{cases} \frac{4}{x+2y} - \frac{1}{x-2y} = 1 \\ \frac{20}{x+2y} + \frac{3}{x-2y} = 1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5 \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 18 \end{cases}$
5. $\begin{cases} y - 5|x| = 3 \\ 2x - |y| = -3 \end{cases}$
6. $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ y + |x+1| = 2 \end{cases}$

$$7. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 5 \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x^2 + x + y^2 + y = 18 \\ x(x+1)y(y+1) = 72 \end{cases} \quad 9. \begin{cases} 2|1+|x|| - |1-|x|| = 5 \\ |1+|x|| + 4|1-|x|| = 7 \end{cases} \quad 10. \begin{cases} \frac{100}{x^2} - \frac{27}{y^2} = 1 \\ \frac{y^2}{x^2} = \frac{9}{25} \end{cases}$$

Bài 2. Tìm m, n sao cho cặp số (2; 3) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (m+3)x - y = 12m + 3n - 1 \\ (2m-1)x + ny = 4 \end{cases}$$

Bài 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = -1 \\ x + y = -m \end{cases}$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) thoả mãn: $y^2 = x$.

Chuyên đề 3: Bất đẳng thức và giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

Bài 1. Chứng minh rằng với mọi $a, b \geq 0$ thì $(ax + by)(bx + ay) \geq (a + b)^2 xy$

Bài 2. Chứng minh rằng nếu $a + b \geq 2$ thì $a^3 + b^3 \leq a^4 + b^4$

Bài 3. Chứng minh rằng $\forall a, b \in \mathbb{R}^+$ và ta có $\left(1 + \frac{b}{a}\right)^m + \left(1 + \frac{a}{b}\right)^m \geq 2^{m+1}$

Bài 4. Cho a, b, c là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

1. $a^3 + b^3 + c^3 + 2abc < a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b)$.
2. $(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b) \leq abc$.

Bài 5.

1. Chứng minh rằng nếu $0 \leq x \leq y \leq z$ thì ta có

$$y\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{y}(x+z) \leq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right)(x+z)$$

2. Chứng minh rằng nếu a, b là hai số không âm thì ta có

$$3a^3 + 7b^3 \geq 9ab^2$$

Bài 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2008}{4x^2 + 12x + 29}$.

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3}{2 + \sqrt{2x - x^2} + 7}$

Bài 8. Tìm giá trị lớn nhất của $A = x^2(3-x)$ biết $0 \leq x \leq 3$.

Bài 9. Cho $x, y > 0$ và $x + y = 1$. Tìm GTNN của biểu thức

$$P = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$$

Bài 10. Cho biểu thức $A = -x^2 - y^2 + xy + 2x + 2y$. Tìm cặp số $(x; y)$ để biểu thức A đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị đó.

Chuyên đề 4 : Hàm số

Bài 1. Cho hàm số $y = ax + b$. Xác định hàm số biết :

1. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 1)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
2. Đồ thị đi qua điểm $M(3; -2)$ và vuông góc với đường thẳng $: 2x - y + 3 = 0$
3. Đồ thị hàm số đi qua điểm $N(1; 1)$ và cắt hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{9}{8}$.

Bài 2. Cho hai đường thẳng có phương trình là: $y = 2x - 3m$ (d_1)

$$y = (1 - m)x + 1 \quad (d_2)$$

1. Tìm để $d_1 \parallel d_2$.
2. Tìm m để $d_1 \perp d_2$. Tìm tọa độ giao điểm.
3. Tìm m để d_1 cắt d_2 tại điểm có hoành độ nguyên.
4. Chứng minh rằng d_2 luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định đó.

Bài 3. Cho ba đường lần lượt có phương trình

$$(d_1): y = x - 2; (d_2): y = a - 2x; (d_3): y = 3ax - 4.$$

Tìm a để ba đường trên đồng quy. Vẽ đồ thị của ba đường thẳng đó trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bài 4. Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a. $y = x^2 + 4x - 5$.

b. $y = -x^2 + 5x - 4$.

c. $y = x^2 + 2x + 1$.

Bài 5. Xác định phương trình Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ biết

1. (P) qua ba điểm $A(1; 1)$, $B(-1; 9)$, $C(0; 3)$.
2. (P) có đỉnh $S(1; 5)$ và đi qua điểm $A(-1; 1)$.
3. (P) có giá trị cực tiểu bằng -1 và đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(0; 3)$.

Bài 6. Cho hai hàm số

$$(P): y = x^2 + 2x - 3$$

$$(d): y = 2x + 1$$

1. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên.
2. Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ đồ thị của hai hàm số trên.
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua đỉnh (P) và vuông góc với đường thẳng (d).
4. Biện luận theo m số nghiệm phương trình $x^2 + 2x - 2m - 2 = 0$.

Bài 7. Vẽ đồ thị các hàm số

1. $y = 2|x| - 3$

2. $y = -x^2 + 3|x| - 2$

3. $y = x^2 - 3|x|$.

Bài 8. Vẽ đồ thị các hàm số :

1. $y = |2x - 3|$

2. $y = |-x^2 + 3x - 2|$

3. $y = x^2 - 3|x|$

Bài 9. Vẽ đồ thị hàm số :

1. $y = |2|x| - 3|$

2. $y = |-x^2 + 3|x| - 2|$

Bài 10. Biện luận theo m số nghiệm phương trình :

1. $|2|x| - 3| + 1 - 3m = 0$

2. $|x^2 - 3|x|| - 2 + m = 0$.

HÌNH HỌC

Chuyên đề 1: Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Bài 1. Cho hình bình hành ABCD có góc $B = 120^\circ$, $AB = 2BC$, I là trung điểm của DC.

1. Chứng minh rằng tam giác AIB là tam giác vuông.
2. Tính các cạnh và góc của tam giác AIB biết chu vi hình bình hành ABCD bằng 60 (đvdd).

Bài 2. Cạnh huyền của tam giác vuông lớn hơn một cạnh góc vuông là 2cm, còn tổng hai cạnh góc vuông lớn hơn cạnh huyền là 6cm. Hãy tính các cạnh của tam giác vuông.

Bài 3. Cho một điểm O trong tam giác ABC ta kẻ các đoạn thẳng OD, OE và OF theo thứ tự vuông góc với các cạnh BC, AC và AB (D, E, F là chân các đường vuông góc). Chứng minh rằng

$$BD^2 + CE^2 + AF^2 = DC^2 + EA^2 + FB^2$$

Bài 4. Cho hình bình hành ABCD có $AC \perp CB$, $AC = 12\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$.

1. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin B + \cos B}{\sin B - \cos B}$
2. Gọi I là hình chiếu của A trên DC. Hãy tính ID và IC.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, AD ; BE ; CF là các đường trung tuyến. Chứng minh rằng $BE^2 + CF^2 = 5AD^2$.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $\widehat{BAC} = \alpha$ với $0 < \alpha < 90^\circ$

1. Tính BC theo a và α .
2. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng:

$$r = \frac{a \sin \alpha}{2(1 + \sin \frac{\alpha}{2})}$$

Bài 7. Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Tính $\cos \alpha; \tan \alpha; \cot \alpha$ với $0 < \alpha < 90^\circ$

Bài 8. Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $A = \frac{3\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Bài 9. Chứng minh rằng

1. $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha$
2. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)(1 - \sin \alpha \cos \alpha)$
3. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

Bài 10. Rút gọn các biểu thức sau:

1. $A = \sqrt{1 - \cos \alpha} \sqrt{1 + \cos \alpha}$
2. $B = \sin \alpha \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$
3. $C = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \left[1 - \frac{(1 - \cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha} \right]$

Chuyên đề hai: Vectơ và các phép toán về vectơ

Bài 1. Cho tam giác ABC có D, F, F lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB.

1. Chứng minh rằng $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{DE}$.
2. Tìm các vectơ bằng $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FD}$

Bài 2. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F. Chứng minh rằng :

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$$

Bài 3. Cho tứ giác ABCD. Chứng minh rằng :

Tứ giác ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ với M là điểm tuỳ ý.

Bài 4. Cho hình bình hành ABCD tâm O. Chứng minh rằng:

1. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$
2. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$
3. Nếu $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD}|$

Bài 5. Cho hai tam giác ABC và tam giác A'B'C'. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác này. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$. Từ đó suy ra điều kiện cần và đủ để hai tam giác có cùng trọng tâm.

Bài 6. Cho tứ giác ABCD có I và J lần lượt là trung điểm của AD và BC.

1. Chứng minh rằng nếu $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ thì O là trung điểm của IJ.
2. Chứng minh rằng $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.

Bài 7. Cho tam giác ABC với ba điểm I, J, K lần lượt xác định bởi:

$$\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IC}; \overrightarrow{JC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{JA}; \overrightarrow{KA} = -\overrightarrow{KB}$$

1. Biểu diễn $\overrightarrow{IJ}$ và $\overrightarrow{IK}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.
2. Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Bài 8. Cho bốn điểm A, B, C, I thỏa mãn $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ với a, b, c là các số thực không đồng thời bằng 0. Chứng minh rằng

$$a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC} = (a + b + c)\overrightarrow{MI} \text{ với M tùy ý.}$$

Bài 9. Cho tam giác ABC, G là trọng tâm của tam giác. H là điểm đối xứng của G qua B.

1. Chứng minh rằng : $\overrightarrow{HA} - 5\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
2. Hãy tính $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ theo các véc tơ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AG}$.

Bài 10. Cho tam giác ABC. Dựng điểm I thỏa mãn:

1. $5\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
2. $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$

Bài 11. Cho tam giác ABC và số thực k không âm. Tìm tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = k$.

Bài 12. Cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Biết rằng $\overrightarrow{AM} = \frac{m}{n}\overrightarrow{MB}$ với $m, n \in \mathbb{R}$.

Chứng minh rằng $\overrightarrow{OM} = \frac{n}{m+n}\overrightarrow{OA} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{OB}$.

Bài 13. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E và F là hai điểm xác định bởi :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{k}\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AF} = \frac{1}{k+1}\overrightarrow{AC} \text{ (trong đó } k \neq 0; k \neq -1).$$

Chứng minh rằng ba điểm D, E, F thẳng hàng.

Bài 14. Cho tam giác ABC với M là điểm tùy ý.

1. Chứng minh rằng véc tơ: $\vec{u} = 3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vị trí M.
2. Tìm quỹ tích điểm M sao cho $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|$

Bài 15. Cho hình bình hành ABCD, M và N là hai điểm nằm lần lượt trên hai cạnh AB và CD sao cho $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BMN và I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC}$ với $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để AI qua G.

.....&&&&.....